УДК: 629.7

Метод согласованной двухуровневой оптимизации параметров космической системы при наличии неопределенностей

Ю. А. Матвеев, В. В. Ламзин

Аннотация

При решении задач проектирования космической системы (КС) процесс принятия проектных решений обычно носит многоуровневый, иерархический характер и проходит в условиях значительной неопределенности исходной информации.

В статье предложен статистический метод согласованной двухуровневой оптимизации параметров КС дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) при наличии неопределенностей. Метод является типовым звеном многоуровневого процесса управления разработкой КС ДЗЗ. Рассматриваются возможности предложенного метода и вопросы оценки точности решения на верхнем уровне управления разработкой. Метод позволяет определить требования к точности коэффициентов модели и провести эффективное уточнение проектного решения.

Ключевые слова

космическая система; дистанционное зондирование Земли; неопределенность; проектное решение; многоуровневый процесс; двухуровневая модель.

В связи со сложностью решения задач проектирования космической системы (КС) дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), процесс принятия проектных решений обычно носит многоуровневый, иерархический характер и проходит в условиях значительной неопределенности исходной информации, которая связана с неточным определением внешних и внутренних связей, условий создания и функционирования разрабатываемой системы. Создания метода многоуровневой оптимизации параметров КС ДЗЗ при наличии неопределенностей является весьма актуальной задачей.

Опыт показывает [1,2], что при решении задач проектирования КС ДЗЗ, наряду с разработкой метода многоуровневой оптимизации параметров системы при наличии неопределенностей, существуют проблемы:

- формирования проектной модели в условиях неопределенности (наличия неконтролируемых факторов) для оценки принимаемых решений и сравнения решений в итерационном процессе проектирования;

- оценки влияния неконтролируемых факторов на точность решения задач и определения требований к точности коэффициентов модели.

Известно, что существующие общие приемы оценки влияния неконтролируемых факторов при определении требований к точности коэффициентов модели основаны на исследовании частных производных по группе коэффициентов [3,4]. Однако возможности уточнения коэффициентов, определяющих внешние и внутренние связи у разработчика различные. В статье предлагаются способы эффективного уточнения коэффициентов (неконтролируемых факторов), определяющих внешние (верхние) и внутренние (нижние) связи, что важно, в частности, при модернизации КС ДЗЗ в планируемый период.

На рис. 1 приведена схема двухуровневого управления разработкой и морфологическая структура КС ДЗЗ.

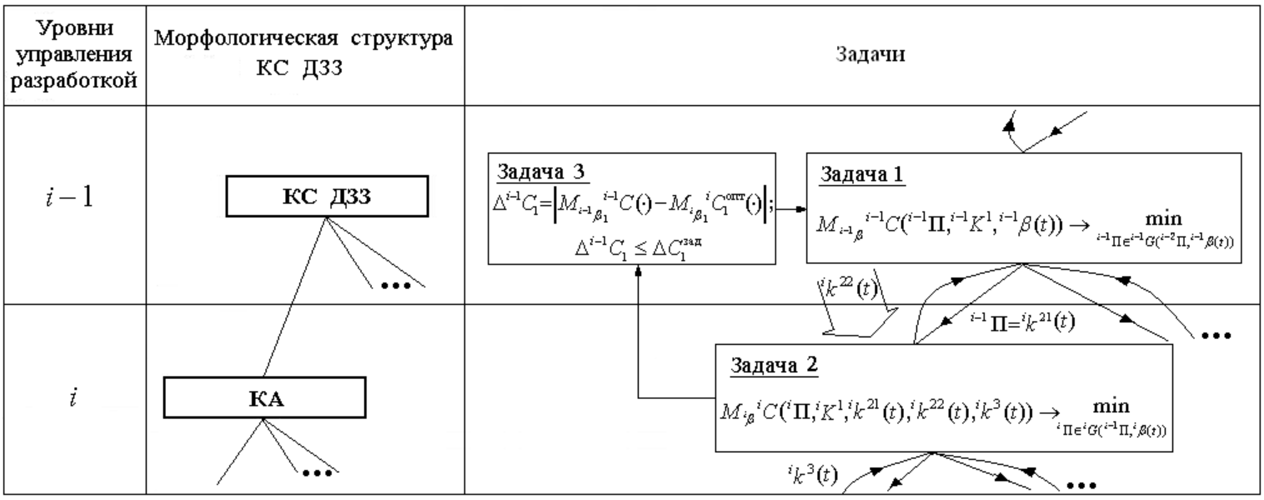

Рис. 1 - Схема двухуровневого управления разработкой и морфологическая структура КС ДЗЗ.

Также как и в детерминированном случае [5], при наличии в модели неконтролируемых факторов метод согласованной двухуровневой оптимизации параметров космической системы при наличии неопределенностей основан на согласованном итерационном решении трех задач (рис. 1):

- стохастической проектной задачи верхнего *i*-1-го уровня управления разработкой (задача 1);

- стохастической проектной задачи нижнего *i*-го уровня управления разработкой (задача 2);

- задачи адаптации модели верхнего уровня и согласования решений задач верхнего и нижнего уровней (задача 3).

Стохастическая проектная задача *i*-1-го уровня представляется в виде:

$$M_{{}^{i-1}\beta}\, {}^{i-1}C({}^{i-1}\Pi, {}^{i-1}K^{1}, {}^{i-1}\beta(t)) \to \min_{{}^{i-1}\Pi \in {}^{i-1}G({}^{i-2}\Pi, {}^{i-1}\beta(t))}, \tag{1}$$

где $M_{{}^{i-1}\beta}\, {}^{i-1}C(\cdot)$ - математическое ожидание целевой функции *i*-1-го уровня управления разработкой; ${}^{i-1}\Pi$ - вектор параметров управления; ${}^{i-1}K^{1}$ - вектор неизменяемых коэффициентов; ${}^{i-1}\beta(t)$ - вектор неконтролируемых факторов (определяющие параметры); ${}^{i-1}G({}^{i-2}\Pi, {}^{i-1}\beta(t))$ - область определения, задаваемая внешними и внутренними функциональными связями.

В задаче (1) присутствуют две группы коэффициентов (неконтролируемых факторов): постоянные K^{1} и переменные $\beta(t)$. Состояние моделируемого объекта (космической системы) определяется следующими связями: внешними функциональными и параметрическими (верхними) и внутренними (нижними). Тогда в совокупности коэффициентов, задающих эти связи, естественно выделить векторы коэффициентов K^{2} и K^{3}:

$$\beta(t) = (K^{2}, K^{3}),$$

где K^{2}- вектор, определяющий внешние (верхние) связи ($K^{2} = k^{2}(t)$); K^{3} - вектор, определяющий внутренние (нижние) связи ($K^{3} = k^{3}(t)$).

В векторе коэффициентов K^{2} можно выделить составляющие K^{21} и K^{22}:

$$K^{2} = (K^{21}, K^{22}),$$

где K^{21} - вектор коэффициентов ($K^{21} = k^{21}(t)$), определяется из анализа так называемого «ближнего окружения» при моделировании системы на *i*-1-ом уровне детализации; K^{22} - вектор коэффициентов ($K^{22} = k^{22}(t)$), определяется из анализа влияния «дальнего окружения» на объект (через один уровень принятия проектных решений и выше).

Очевидно, что инертность (изменяемость в процессе проектирования) вектора коэффициентов K^{22} во времени более значительная.

Коэффициенты вектора K^{3} - это детерминированные, случайные и неопределенные коэффициенты, наличие которых обусловлено использованием в модели объекта аппроксимирующих статистических зависимостей.

Предположим, что целевая функция, определяющая значение критерия, допускает декомпозиционное представление и может быть записана в виде:

$$M_{{}^{i-1}\beta}\,{}^{i-1}C({}^{i-1}\Pi,{}^{i-1}K^1,{}^{i-1}\beta(t)) = M_{{}^{i-1}\beta}\,{}^{i-1}C(M_{{}^{i-1}\beta^1}\,{}^{i-1}C_1({}^{i-1}\Pi^1,{}^{i-1}K^1,{}^{i-1}\beta^1(t)),$$

$$M_{{}^{i-1}\beta^2}\,{}^{i-1}C_2({}^{i-1}\Pi^2,{}^{i-1}K^1,{}^{i-1}\beta^2(t)),\ldots,M_{{}^{i-1}\beta^k}\,{}^{i-1}C_k({}^{i-1}\Pi^{\mathrm{k}},{}^{i-1}K^1,{}^{i-1}\beta^k(t)),{}^{i-1}\Pi^*,{}^{i-1}\beta^*(t)).$$

Очевидно, это возможно в случае, когда функция линейна относительно ${}^{i-1}C_l(\cdot)$ ($l=\overline{1,k}$), а компоненты случайного вектора ${}^{i-1}\beta(t)=({}^{i-1}\beta^1(t),\ldots,{}^{i-1}\beta^i(t))$ статистически независимые. Опыт показывает, что при решении экстремальных проектных задач такие условия обычно выполняются по ряду критериев (экономическому, массовому и др.).

С учетом сделанных предположений, стохастическая проектная задача i-1-го уровня управления разработкой запишется в виде:

$$M_{{}^{i-1}\beta}\,{}^{i-1}C(M_{{}^{i-1}\beta^1}\,{}^{i-1}C_1({}^{i-1}\Pi^1,{}^{i-1}k^1,{}^{i-1}k^{1/21}(t),{}^{i-1}k^{1/22}(t),{}^{i-1}k^{1/3}(t)),\ldots,$$

$$M_{{}^{i-1}\beta^l}\,{}^{i-1}C_l({}^{i-1}\Pi^l,{}^{i-1}k^1,{}^{i-1}k^{l/21}(t),{}^{i-1}k^{l/22}(t),{}^{i-1}k^{l/3}(t)),\ldots,$$

$$M_{{}^{i-1}\beta^L}\,{}^{i-1}C_L({}^{i-1}\Pi^L,{}^{i-1}k^1,{}^{i-1}k^{L/21}(t),{}^{i-1}k^{L/22}(t),{}^{i-1}k^{L/3}(t)),{}^{i-1}\Pi^*,{}^{i-1}k^1,{}^{i-1}\beta^*(t)\to \min_{{}^{i-1}\Pi^l,{}^{i-1}\Pi^L,\ldots,{}^{i-1}\Pi^*}, \quad (2)$$

где L - число факторов модели ${}^{i-1}C_1(\cdot)$.

Из формулы (2) следует, что:

${}^{i-1}\beta^l={}^{i-1}k^{1/21}(t)\times{}^{i-1}k^{1/22}(t)\times{}^{i-1}k^{1/3}(t)$ для $\forall l=1,2,\ldots,L$;

${}^{i-1}\beta^*={}^{i-1}k^{*/21}(t)\times{}^{i-1}k^{*/22}(t)\times{}^{i-1}k^{*/3}(t)$;

${}^{i-1}\Pi^1\times\ldots\times{}^{i-1}\Pi^{\mathrm{L}}\times{}^{i-1}\Pi^*={}^{i-1}\Pi$;

${}^{i-1}k^{1/21}(t)\times\ldots\times{}^{i-1}k^{L/21}(t)\times{}^{i-1}k^{*/21}(t)={}^{i-1}k^{21}(t)$;

${}^{i-1}k^{1/22}(t)\times\ldots\times{}^{i-1}k^{L/22}(t)\times{}^{i-1}k^{*/22}(t)={}^{i-1}k^{22}(t)$;

${}^{i-1}k^{1/3}(t)\times\ldots\times{}^{i-1}k^{L/3}(t)\times{}^{i-1}k^{*/3}(t)={}^{i-1}k^{3}(t)$.

С учетом правила формирования многоуровневой схемы, приведенного в [6], следует записать, что ${}^{i-1}k^{21}(t)={}^{i-2}\Pi^1$, т.е. ${}^{i-1}k^{1/21}(t)\times\ldots\times{}^{i-1}k^{L/21}(t)\times{}^{i-1}k^{*/21}(t)={}^{i-2}\Pi^1$.

Для упрощения записи (без потери общности результата) будем полагать, что L=1. Тогда стохастическая проектная задача (2) представляется в виде:

$$M_{{}^{i-1}\beta}\,{}^{i-1}C(M_{{}^{i-1}\beta^1}\,{}^{i-1}C_1({}^{i-1}\Pi^1,{}^{i-1}k^1,{}^{i-1}k^{21}(t),{}^{i-1}k^{22}(t),{}^{i-1}k^{3}(t)),{}^{i-1}\Pi^*,{}^{i-1}k^1,{}^{i-1}\beta^*(t))\to \min_{{}^{i-1}\Pi^l\times{}^{i-1}\Pi^*\in{}^{i-1}G({}^{i-2}\Pi^1,{}^{i-1}\beta(t))}. \quad (3)$$

Согласно схеме двухуровневых согласованных исследований, включающей декомпозицию, детализацию и аппроксимацию, на i-ом уровне проводится детальное рассмотрение подсистемы $L=1$, строится модель и формулируется стохастическая экстремальная задача i-го уровня:

$$M_{{}^i\beta^1}\,{}^iC_1({}^i\Pi^1,{}^ik^1,{}^i\beta(t)) \to \min_{{}^i\Pi\in{}^iG({}^{i-1}\Pi^1,{}^i\beta(t))},$$

где ${}^i\beta(t)=({}^ik^{21}(t),{}^ik^{22}(t),{}^ik^3(t))$.

Другие обозначения аналогичны обозначениям, принятым выше.

В соответствии с требованиями метода статистической оптимизации [6] ${}^iK^{21}={}^i\Pi^1$, причем, $\exists\ {}^i\Pi_j, {}^{i-1}\Pi^1_m$, что ${}^i\Pi_j={}^{i-1}\Pi^1_m\ \ \forall\ j,m$.

Решения, принимаемые проектантами на i-1-ом и i-ом уровнях управления разработкой, должны быть согласованными.

Рассмотрим согласованность решений при статистической оценке проектного решения на верхнем уровне и вопросы управления согласованностью.

В данном случае решения, получаемыми на i-1- ом и i-ом уровнях в иерархической структуре управления разработкой, называются согласованными когда

$$\Delta^{i-1}C_1=\left|M_{{}^{i-1}\beta^1}\,{}^{i-1}C({}^{i-1}\Pi^1,{}^{i-1}K^1,{}^{i-1}\beta^1(t))-M_{{}^i\beta^1}\,{}^iC_1^{\text{опт}}({}^i\Pi^{1\text{опт}},{}^iK^1,{}^i\beta^1(t))\right|; \tag{4}$$

$$\Delta^{i-1}C_1\le\Delta C_1^{\text{зад}},$$

где $\Delta C_1^{\text{зад}}$- наперёд заданная величина.

Для обеспечения согласования решений задач 1 и 2 (рис. 1) в схему метода согласованной двухуровневой оптимизации включен блок адаптации модели. Задача адаптации - формирование аппроксимирующих зависимостей модели верхнего уровня, т.е. определения значений коэффициентов ${}^{i-1}K^3$ (оценок $\sigma^2\ {}^{i-1}K^3$) по статистическим данным, полученным при испытаниях на модели нижнего уровня. Последовательность операций здесь та же, что приведена в [5] для детерминированной схемы и включает:

1. Получение эмпирического материала:

$$\left\{{}^{i-1}\Pi(\text{к}),M\,{}^iC_1^{\text{опт}}(\text{к})\right\},$$

где $\text{к}=\overline{1,\text{К}}$, К - объем выборки; ${}^{i-1}\Pi^1\in u_\delta\,{}^{i-1}\overline{\Pi}^1$, $u_\delta\,{}^{i-1}\overline{\Pi}^1$, δ - окрестность точки ${}^{i-1}\overline{\Pi}^1$, из которой, согласно принятому плану P, выбираются точки для проведения испытаний. Определение области $u_\delta\,{}^{i-1}\overline{\Pi}^1$ зависит от принятой метрики. При принятии метрики R_0^n имеем: $u_\delta\,{}^{i-1}\overline{\Pi}^1=\left\{{}^{i-1}\Pi^1\colon \max\left|{}^{i-1}\overline{\Pi}^1-{}^{i-1}\Pi^1\right|\le\delta\right\}$. При определении значения ${}^iC_1^{\text{опт}}(\text{к})$ к - раз решается экстремальная задача нижнего уровня управления разработкой.

2. По данным выборки $\left\{{}^{i-1}\Pi^1(\text{к}), {}^{i}\tilde{C}_1^{\text{опт}}(\text{к})\right\}$ формируется аппроксимирующая зависимость $M_{{}^{i-1}\beta}\, {}^{i-1}C_1({}^{i-1}\Pi^1, {}^{i-1}k^1, {}^{i-1}\beta(t))$ $({}^{i-1}\beta(t) = ({}^{i-1}K^{21}, {}^{i-1}K^{22}, {}^{i-1}K^3))$.

При заданных функциональных связях проводится определение коэффициентов моделей ${}^{i-1}K^3$ (точнее - нахождение оценок $M\, {}^{i-1}\tilde{K}^3$ и $\sigma^2\, {}^{i-1}\tilde{K}^3$).

3. Статистическую оценку целевой функции верхнего уровня при заданных параметрах управления ${}^{i-1}\Pi^1$, ${}^{i-1}\Pi^*$ при уточненной модели (уточненных значениях ${}^{i-1}K^3$).

4. Оценку согласованности решений согласно (4). Если условие (4) не выполняется - проводятся специальные мероприятия управления согласованностью и цикл согласования решений повторяется.

По сравнению с детерминированной схемой особенностью в данном случае является то, что при формировании эмпирического материала $\left\{{}^{i-1}\Pi(\text{к}), M\, {}^{i}\tilde{C}_1^{\text{опт}}(\text{к})\right\}$ в общем случае, если не справедливо представление $M_{{}^{i}\beta}\, {}^{i}C_1({}^{i}\Pi^1, {}^{i}\beta(t)) = {}^{i}C_1({}^{i}\Pi^1, M_{{}^{i}\beta}\, {}^{i}\beta(t))$, нахождение $M_{{}^{i}\beta}\, {}^{i}C_1^{\text{опт}}$ требует решения трудоемкой стохастической задачи. Это приводит к увеличению затрат времени на реализацию метода согласованной двухуровневой оптимизации.

Так как при определении ${}^{i-1}\beta^1(t)$, ${}^{i}\beta^1(t)$, $M_{{}^{i-1}\beta}\, {}^{i-1}C_1(\cdot)$ и $M_{{}^{i}\beta}\, {}^{i}C_1^{\text{опт}}(\cdot)$ используются статистические методы (исходными данными служат натурные испытания или результаты статистического моделирования), то при решении находятся оценки средних значений:

$$ {}^{i-1}\tilde{\beta}^1(t) \cong {}^{i-1}\beta^1(t),\ {}^{i}\tilde{\beta}^1(t) \cong {}^{i}\beta^1(t),\ M_{{}^{i-1}\tilde{\beta}^1}\, {}^{i-1}C_1(\cdot) \cong M_{{}^{i-1}\beta^1}\, {}^{i-1}C_1(\cdot) \text{ и } M_{{}^{i}\tilde{\beta}}\, {}^{i}C_1^{\text{опт}}(\cdot) \cong M_{{}^{i}\beta}\, {}^{i}C_1^{\text{опт}}(\cdot). \quad (5) $$

Случайные оценки (6) имеют разброс, который связан, очевидно, с неточностью определения коэффициентов моделей верхнего и нижнего уровня управления разработкой, а также ограниченным числом испытаний на каждом уровне.

В таком случае значение ΔC_1, определяемое по формуле (4) - случайная величина. О выполнении неравенства $\Delta\, {}^{i-1}\tilde{C}_1 \le \Delta C_1^{\text{зад}}$, определяющего согласование решений, можно говорить в вероятностном смысле: при $\forall \Delta C_1^{\text{зад}}$, $\eta\ \exists N$ и $n \ge N$ выполняется условие $P\left\{\Delta\, {}^{i-1}\tilde{C}_1 \le \Delta C_1^{\text{зад}}\right\} = 1 - \eta$.

При значительном числе испытаний ${}^{i-1}m$ и ${}^{i}m$, а также при не превалирующем действии случайных факторов ${}^{i-1}\tilde{\beta}^1(t)$ и ${}^{i}\tilde{\beta}^1(t)$, можно положить, что оценки ${}^{i-1}\tilde{C}_1(\cdot) = M_{{}^{i-1}\beta^1}\, {}^{i-1}C_1(\cdot)$ и ${}^{i}\tilde{C}_1(\cdot) = M_{{}^{i}\beta^1}\, {}^{i}C_1(\cdot)$ имеют нормальный закон распределения. Случайная оценка

${}^{i-1}\hat{C}$ может иметь более сложный закон распределения, однако при близких значениях средних оценок ${}^{i-1}\hat{C}_1$ и ${}^{i}\hat{C}_1$ она также будет нормальной. В таком случае при анализе согласованности можно использовать численные характеристики $M\left\{\Delta^{i-1}\hat{C}_1\right\}$ и $\sigma^2\left\{\Delta^{i-1}\hat{C}_1\right\}$.

Решение задач верхнего и нижнего уровня управления будем считать согласованными, когда

$$M\left\{\Delta^{i-1}\hat{C}_1\right\} \le \Delta C_1^{\text{зад}}\ ;\ \sigma^2\left\{\Delta^{i-1}\hat{C}_1\right\} \le \Delta C_1^{\text{зад}} < \infty. \tag{7}$$

Очевидно, что

$$M\left\{\Delta^{i-1}\hat{C}\right\} = M\left|{}^{i-1}\hat{C}({}^{i-1}\Pi^1, {}^{i-1}K^1, {}^{i-1}\hat{K}^3, {}^{i-1}\hat{\beta}^{1*}(t)) - {}^{i}\hat{C}_1^{\text{опт}}({}^{i}\Pi^{1\text{опт}}, {}^{i}\hat{K}^1, {}^{i}\hat{\beta}^1(t))\right|$$

или

$$M\left\{\Delta^{i-1}\hat{C}\right\} = \left|M\left\{{}^{i-1}\hat{C}_1(\cdot)\right\} - M\left\{{}^{i}\hat{C}_1^{\text{опт}}(\cdot)\right\}\right|.$$

Тогда оценка величины $M\left\{\Delta^{i-1}\hat{C}_1\right\}$ представляется в виде

$$M\left\{\Delta^{i-1}\hat{C}_1\right\} = {}^{i-1}\hat{C}_1 = \left|{}^{i-1}\hat{C}_1(\cdot) - {}^{i}\hat{C}_1^{\text{опт}}(\cdot)\right|. \tag{8}$$

Определим величину, определяемую выражением (8). В предположении, что при формировании модели ${}^{i-1}\hat{C}_1$ (при определении коэффициентов ${}^{i-1}\hat{K}^3$ методом наименьших квадратов) выполнялись требования регрессионного анализа, имеем следующее: точки статистической выборки $\left\{{}^{i}\hat{C}_1^{\text{опт}}(\cdot)\right\}_{\text{к}}$ должны лежать в диапазоне ${}^{i-1}\hat{C}_1(\cdot) \pm 3\sigma\varepsilon$. Среднее квадратичное отклонение $\sigma\varepsilon$ определяется в виде

$$\sigma\varepsilon = \sqrt{\sigma^2\varepsilon}\ ;$$

$$\sigma^2\varepsilon = \frac{\sum\limits_{\text{к}=1}^{m_a}\left({}^{i-1}\hat{C}_1({}^{i-1}\Pi(\text{к}), {}^{i-1}K^3, {}^{i}\hat{\beta}(t)) - {}^{i}\hat{C}_1({}^{i}\Pi^{1\text{опт}}(\text{к}), {}^{i}\hat{\beta}(t))\right)^2}{m_a - L - 1},$$

где L - число факторов модели ${}^{i-1}\hat{C}_1(\cdot)$, т. е. размерность вектора ${}^{i-1}\Pi^1$; m_a - число испытаний; $\text{к} = \overline{1,\text{К}}$, К - объем выборки.

Тогда в точке ${}^{i-1}\Pi^1 = {}^{i-1}\overline{\Pi}^1$ (центре плана испытаний) справедлива оценка

$$M\left|\Delta^{i-1}\hat{C}_1\right| = \left|{}^{i-1}\hat{C}_1({}^{i-1}\overline{\Pi}^1, {}^{i-1}\hat{K}^1, {}^{i-1}\hat{K}^3, {}^{i-1}\hat{\beta}^1) - {}^{i}\hat{C}_1({}^{i}\Pi^{\text{опт}}, {}^{i}\hat{\beta})\right| \le 3\sigma\varepsilon,$$

причем ${}^{i}\hat{\beta} = {}^{i}K^1 \times {}^{i}K^{21} \times {}^{i}K^{22}$ и ${}^{i}K^{21} = {}^{i-1}\overline{\Pi}^1$.

Величина $\sigma\varepsilon$ зависит от точности исходных данных $\sigma^2\left\{{}^{i}\hat{C}_1(\cdot)\right\}$, которая в свою очередь определяется числа испытаний ${}^{i-1}m$, ошибкой аппроксимации и точностью используемого метода оптимизации. Ошибка аппроксимации, как правило, определяется характером аппроксимирующей зависимости, размером области u_δ, планом P и числом испытаний m_a.

Если P и m_a не меняются в процессе согласования (обычно они подбираются так, чтобы при ограниченных средствах обеспечить требуемые свойства модели), а область $u_\delta\,{}^{i-1}\overline{\Pi}^{1}$ уменьшается, то ошибка аппроксимации из-за характера зависимости ${}^{i-1}\tilde{C}_1(\cdot)$ снижается (см. [4]).

Таким образом, как и в детерминированном случае, при наличии неконтролируемых факторов управление согласованием проводится уменьшением области $u_\delta\,{}^{i-1}\overline{\Pi}^{1}$.

В процессе согласования решений на 2-х уровнях управления разработкой при наличии в моделях неконтролируемых факторов уменьшение области $u_\delta\,{}^{i-1}\overline{\Pi}^{1}$ приводит к снижению величины $M\left\{\Delta^{i-1}\tilde{C}\right\}$.

В предельном случае, при $u_\delta\,{}^{i-1}\overline{\Pi}^{1} \to 0$ (т.е. при $\delta \to 0$), имеет место выраженная аппроксимация ${}^{i-1}\tilde{C}_1 = {}^{i-1}\beta^1(t)$ и ошибка $\sigma\varepsilon$ определяется точностью статистики - точностью решения стохастической задачи управления на нижнем уровне.

Очевидно, $\sigma\varepsilon \geq \sigma\varepsilon_{\text{пред}}$ $\left(\sigma^2\varepsilon_{\text{пред}} = \dfrac{\sigma^2\,{}^{i}C({}^{i}\Pi^{\text{опт}}(\text{к}), \sigma^2\left\{{}^{i}\beta(t)\right\})}{{}^{i}m}\right)$ и зависит от точности метода оптимизации (точности нахождения ${}^{i}\Pi^{\text{опт}}$), от точности прогноза определяющих параметров $\sigma^2\left\{{}^{i}\beta(t)\right\}$ и числа испытаний ${}^{i}m$. При конечном ${}^{i}m$ и ${}^{i}\Pi^{\text{опт}}(\text{к}) = {}^{i}\Pi^{\text{опт}}$ $\forall \text{к}$ ошибка $\sigma^2\varepsilon_{\text{пред}}$ снижается с уточнением прогноза определяющих параметров в модели нижнего уровня управления (при снижении $\sigma^2\left\{{}^{i}\beta(t)\right\}$).

Таким образом, нетрудно показать, что, при значении $u_\delta\,{}^{i-1}\overline{\Pi}^{1} \to 0$, обеспечивается выполнение неравенства

$$M\left\{\Delta^{i-1}\tilde{C}_1\right\} \leq \Delta C_1^{\text{зад}},$$

где $\Delta C_1^{\text{зад}} \geq 3\sigma\varepsilon_{\text{пред}}$ ($\sigma\varepsilon_{\text{пред}}$ может быть снижено при увеличении ${}^{i}m$).

Если ${}^{i}m \to \infty$, то приходим к случаю, рассмотренному в [7].

Покажем далее, что дисперсия $\sigma^2\left\{\Delta^{i-1}C_1\right\}$ ограничена. Очевидно, что

$$\sigma^2\left\{\Delta^{i-1}C_1\right\} = \sigma^2\left\{M_{{}^{i-1}\beta^1}\,{}^{i-1}C_1(\cdot)\right\} + \sigma^2\left\{M_{{}^{i}\beta}\,{}^{i}C_1^{\text{опт}}(\cdot)\right\} + 2\operatorname{cov}\left\{M_{{}^{i-1}\beta^1}\,{}^{i-1}C_1(\cdot), M_{{}^{i}\beta}\,{}^{i}C_1^{\text{опт}}(\cdot)\right\}. \quad (9)$$

Первая дисперсия в правой части выражения (9) представляется в виде

$\sigma^2 M_{^{i-1}\hat{\beta}_1}{}^{i-1}C_1\,({}^{i-1}\Pi^1, {}^{i-1}K^1, {}^{i-1}K^{21}, {}^{i-1}K^{22}, {}^{i-1}K^3)$ и зависит от числа реализаций при статистическом моделировании на *i*-ом уровне ${}^{i}m$ (если такое проводится) и от точности оценки коэффициентов модели (здесь и далее полагаем, что ${}^{i-1}\hat{K}^{22} = {}^{i}\Pi^1 = const$, т.е. на каждом уровне стохастическая задача управления разработкой решается в чистых стратегиях).

Возможен другой подход, когда решение указанных задач проводится в смешанных стратегиях. Тогда ${}^{i-2}\Pi^1$ случайная величина, для которой находятся оценки $M\,{}^{i-2}\Pi^1$ и $\sigma^2_{\hat{M}}\,{}^{i-2}\Pi^1$, и, следовательно, ${}^{i-1}K^{21} = {}^{i-2}\Pi^1$ - случайная величина. Сходимость метода двухуровневой стохастической оптимизации в таком случае требует специального рассмотрения.

Оценки ${}^{i-1}\hat{K}^{22}$ и $\sigma^2\,{}^{i-1}\hat{K}^{22}$ получаются при прогнозировании определяющих параметров. Оценки ${}^{i-1}\hat{K}^3$ и $\sigma^2\,{}^{i-1}\hat{K}^3$ - коэффициенты аппроксимирующих зависимостей по данным моделирования на *i*-ом уровне.

Дисперсии $\sigma^2\,{}^{i-1}\hat{K}^{22}$ и $\sigma^2\,{}^{i-1}\hat{K}^3$ зависят от объема и точности исходной статистической выборки. Важно заметить, что в выражении (9), в отличие от первой дисперсии, значение второй дисперсии можно уменьшить, увеличивая объем выборки, совершенствуя план испытаний, повышая точность решения задачи *i*-го уровня (т.е. повышая точность исходной статистической выборки).

Вторая дисперсия в выражении (9) представляется в виде $\sigma^2 M_{^{i}\hat{\beta}_1}{}^{i}C_1^{\text{опт}}({}^{i}\Pi^{1\text{опт}}, {}^{i}K^1, {}^{i}K^{21}, {}^{i}K^{22})$ и зависит от точности решения стохастической экспериментальной задачи *i*-го уровня (что при использовании статистического моделирования прямо связано с числом испытаний ${}^{i}m$) и точности прогнозирования определяющих параметров ${}^{i}K^{22}$. Также полагаем, что решение проводится в чистых стратегиях и ${}^{i}K^{21} = {}^{i-1}\Pi^1 = const$.

Учитывая то, что случайные величины (оценки) $M_{^{i-1}\hat{\beta}_1}{}^{i-1}C_1(\cdot)$ и $M_{^{i}\hat{\beta}_1}{}^{i}C_1^{\text{опт}}(\cdot)$, зависят в основном от несвязанных (некоррелированных) факторов, можно положить:

$$\operatorname{cov}\left\{M_{^{i-1}\hat{\beta}_1}{}^{i-1}C_1(\cdot), M_{^{i}\hat{\beta}_1}{}^{i}C_1^{\text{опт}}(\cdot)\right\} = 0$$

и выражение (9) принимает вид:

$$\sigma^2 \Delta^{i-1}C = \sigma^2 M_{^{i-1}\hat{\beta}_1}{}^{i-1}C_1(\cdot) - \sigma^2 M_{^{i}\hat{\beta}_1}{}^{i}C_1^{\text{опт}}(\cdot). \qquad (10)$$

Для упрощения записи далее представим $\sigma^2 \Delta^{i-1}C$ в виде

$$\sigma^2 \Delta^{i-1}C = \sigma_1^2 + \sigma_2^2,$$

где $\sigma_1^2 = \sigma^2 M_{^{i-1}\hat{\beta}_1}{}^{i-1}C_1(\cdot)$; $\sigma_2^2 = \sigma^2 M_{^{i}\hat{\beta}_1}{}^{i}C_1^{\text{опт}}(\cdot)$.

Проведенный выше анализ показал, что

$$\sigma_1^2 = \sigma_1^2\left({}^{i-1}m, \sigma^{2\,i-1}K^{22}, \sigma^{2\,i-1}\tilde{K}^{3}\right);$$

$$\sigma_2^2 = \sigma_2^2\left({}^{i}m, \sigma^{2\,i}K^{22}\right).$$

Кроме того, при данной модели ${}^{i-1}C_1(\cdot)$ $\sigma^{2\,i-1}\tilde{K}^{3} = \varphi$ (объем выборки m_a, план испытаний P, интервал изменения параметров ${}^{i-1}\Pi^1\left(u_\delta\,{}^{i-1}\Pi^1\right)$, точность данных испытаний σ_2^2).

Тогда выражение (10) представляется в виде:

$$\sigma^2\left\{\Delta^{i-1}C\right\} = \sigma_1^2\left({}^{i-1}m, \sigma\left\{{}^{i-1}K^{22}\right\}, \sigma_3^2\left(m_a, P, u_\delta\,{}^{i-1}\Pi^1, \sigma_2^2\left({}^{i}m, \sigma^{2\,i}K^{22}\right)\right) + \sigma_2^2\left({}^{i}m, \sigma^{2\,i}K^{22}\right)\right).$$

Анализ последнего выражения показывает, что величина $\sigma^2\left\{\Delta^{i-1}C\right\}$ ограничена. При уменьшении $\sigma^{2\,i-1}K^{22}$ и $\sigma^{2\,i}K^{22}$, т.е. с уточнением прогноза определяющих параметров, значение $\sigma^2\left\{\Delta^{i-1}C\right\}$ снижается. При неизменных дисперсиях $\sigma^{2\,i-1}K^{22}$ и $\sigma^{2\,i}K^{22}$ снижение $\sigma^2\left\{\Delta^{i-1}C\right\}$ можно добиться увеличением ${}^{i-1}m$, ${}^{i}m$ и уменьшением области $u_\delta\,{}^{i-1}\Pi^1$. Полагаем, что план испытаний и число испытаний не меняется в процессе согласования.

Таким образом, при управлении согласованием решения обеспечивается уменьшение $\sigma^2\left\{\Delta^{i-1}\tilde{C}\right\}$ за счет снижения $\sigma^2\left\{{}^{i-1}\tilde{K}^{3}\right\}_0$. Так как при заданных значениях ${}^{i-1}m$ и ${}^{i}m$ величина $\sigma^2\left\{\Delta^{i-1}C\right\}$ также зависит от величин $\sigma^2\left\{{}^{i-1}K^{22}\right\}$ и $\sigma^2\left\{{}^{i}K^{22}\right\}$, то очевидно:

$$\sigma^2\left\{\Delta^{i-1}C\right\} > \Delta C^{\text{пред}}\left(\sigma^2\left\{{}^{i-1}K^{22}\right\}, \sigma^2\left\{{}^{i}K^{22}\right\}\right).$$

Предельное значение $\sigma\Delta C_1^{\text{пред}}$ может быть определено при оценке решений ${}^{i-1}\Pi^1$ и ${}^{i}\Pi^{\text{опт}}$ в виде $\sigma\Delta C_1^{\text{пред}} = \sqrt{\sigma^2\Delta C_1}$ при условии, что $\sigma^2\left\{{}^{i-1}\tilde{K}^{3}\right\} = 0$, т.е. $\sigma\Delta C_1^{\text{пред}} = \sqrt{\sigma^2\left({}^{i-1}m, \sigma^2\left\{{}^{i-1}K^{22}\right\}\right) + \sigma^2\left({}^{i}m, \sigma^2\left\{{}^{i}K^{22}\right\}\right)}$.

Из сказанного выше следует справедливость следующих утверждений:

1. Утверждение 1: при заданных ${}^{i-1}m$, ${}^{i}m$, P, m_a, $\Delta C_1^{\text{зад}} > \sigma\varepsilon_{\text{пред}}$ и $\sigma\Delta C_1^{\text{зад}} > \sigma\Delta C_1^{\text{пред}}$ обеспечивается согласованность решений, принимаемых на верхнем и нижнем уровнях управления разработкой при $u_\delta\,{}^{i-1}\overline{\Pi}^1 \to 0$.

2. Утверждение 2: при управлении согласованием $u_\delta\,{}^{i-1}\overline{\Pi}^1 \to 0$ и постоянных значениях ${}^{i-1}m$, ${}^{i}m$, P, m_a

$$\sigma^{2\,i-1}C(\cdot) \to \sigma^{2\,i-1}C^{\text{пред}}. \qquad (11)$$

Действительно, если ${}^{i-1}C(\cdot) = {}^{i-1}C\left({}^{i-1}C_1(\cdot), \Pi^*, \beta^*(t)\right)$ аддитивна относительно ${}^{2\,i-1}C_1(\cdot)$ и, как показано выше, $\sigma^{2\,i-1}C_1(\cdot) \to \sigma^{2\,i-1}C_1$ при $u_\delta{}^{i-1}\overline{\Pi}^{1} \to 0$, то справедливо выражение (11).

В заключение заметим, что влияние указанных параметров: ${}^{i-1}m$, ${}^{i}m$, $\sigma^2\left\{{}^{i-1}K^{22}\right\}$ и $\sigma^2\left\{{}^{i}K^{22}\right\}$ на точность решения σ_1^2 , σ_2^2 и $\sigma^2\Delta^{i-1}C = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$, различно.

Работа выполнена в рамках реализации мероприятия 1.1 ФЦП «Научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. Госконтракт 02.740.11.0471 от 30.09.2009 г.

Библиографический список

1. Матвеев Ю.А., Ламзин В.В. Модернизация космических систем дистанционного зондирования Земли при наличии ограничений.//Общероссийский научно-технический журнал «Полет», № 10, Москва, 2007. С. 11 - 16.

2. Ламзин В.В., Матвеев Ю.А., Ламзин В.А. Вопросы проектного анализа и прогнозирование характеристик перспективных космических систем дистанционного зондирования Земли. В кн.: К. Э. Циолковский и современность. Материалы XLV Научных чтений памяти К.Э.Циолковского, Калуга, 2010. С. 262 - 265.

3. Эффективность и надежность сложных систем: информация, оптимальность, принятие решений./Плетнев И. Л., Рембеза А. И., Соколов Ю. А., Чалый-Прилуцкий В. А. М.: Машиностроение, 1977. 216 с.

4. Шаракшане А.С., Железнов И.Г., Ивницкий В.А. Сложные системы. М.: Высшая школа, 1977. 247 с.

5. Матвеев Ю.А., Ламзин В.В. Оптимизация параметров космической системы дистанционного зондирования Земли с учетом особенностей проектно-конструкторских решений космических аппаратов. Журнал «Вестник МАИ», Москва, 2009 г., т.16, №6, с. 55 - 66.

6. Матвеев Ю.А. Статистический метод многоуровневой многоэтапной оптимизации характеристик ЛА. В кн.: Гагаринские научные чтения по космонавтике и авиации, М.: Наука, 1983. С. 176 – 181.

7. Мишин В.П., Осин М.И. Введение в машинное проектирование летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 263 с.

Сведения об авторах

Матвеев Юрий Александрович, профессор Московского авиационного института

(государственного технического университета), д.т.н.
МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993; тел.: (499) 158-42-88; e-mail: matveev_ya@mail.ru

Ламзин Владимир Владимирович, старший научный сотрудник Московского авиационного института (государственного технического университета), к.т.н.
МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993; тел.: 8-916-846-58-36; e-mail: matveev_ya@mail.ru