



Научная статья / Original Article

УДК 629.3.05

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188112>

EDN: <https://www.elibrary.ru/ULQVSA>

## ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ИНТЕГРИРОВАННЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ ЗА СЧЕТ АДАПТИВНОЙ НАСТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ ФИЛЬТРА КАЛМАНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

К.К. Веремеенко , М.В. Жарков , И.М. Кузнецов  , А.Н. Пронькин 

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),  
г. Москва, Россия

✉ [kuznetsovim@mai.ru](mailto:kuznetsovim@mai.ru)

**Цитирование:** Веремеенко К.К., Жарков М.В., Кузнецов И.М., Пронькин А.Н. Повышение точности интегрированных навигационных систем за счет адаптивной настройки параметров фильтра Калмана с использованием методов машинного обучения // Труды МАИ: электрон. журнал. № 147. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188112>

**Аннотация.** В статье рассматривается проблема повышения точности комплексных инерциально-спутниковых навигационных систем, функционирующих в условиях неполной априорной информации о статистических характеристиках шумов системы. Предложен алгоритм адаптивной фильтрации, основанный на анализе обновляющей последовательности фильтра Калмана и применении алгоритмов градиентного бустинга. С использованием статистического критерия состоятельности формализован подход к формированию признакового пространства для машинного обучения. Экспериментальные исследования на базе комплексной навигационной системы с микромеханическим инерциально-измерительным блоком в её составе показали высокую эффективность обученной модели в задаче предсказания интенсивностей шумов датчиков, что позволяет существенно снизить ошибки оценивания навигационных параметров адаптивной системы.

**Ключевые слова:** инерциальная навигационная система; фильтр Калмана; адаптивная фильтрация; машинное обучение; матрица ковариации шумов; обновляющая последовательность.

**Финансирование:** исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-20304, <https://rscf.ru/project/24-29-20304/>

---

## THE INTEGRATED NAVIGATION SYSTEMS ACCURACY IMPROVING BY MACHINE LEARNING TECHNIQUES KALMAN FILTER PARAMETERS ADAPTIVE TUNING

K.K. Veremeenko , M.V. Zharkov , I.M. Kuznetsov  , A.N. Pronkin 

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

 [kuznetsovim@mai.ru](mailto:kuznetsovim@mai.ru)

---

**Citation:** Veremeenko K.K., M.V. Zharkov M.V., Kuznetsov I.M., Pronkin A.N. The integrated navigation systems accuracy improving by machine learning techniques Kalman filter parameters adaptive tuning // Trudy MAI. 2026. No. 147. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188112>

---

**Abstract.** The article addresses the problem of improving the accuracy of integrated inertial-satellite navigation systems operating under conditions of incomplete a priori information about the measurement noise statistics. An adaptive filtering algorithm based on the analysis of the Kalman filter innovation sequence and the application of gradient boosting algorithms (LightGBM) is proposed. Using the statistical consistency criterion, an approach to forming a feature space for machine learning is formalized. Experimental studies based on a microelectromechanical (MEMS) inertial measurement unit have shown the high efficiency of the trained model in predicting the intensities of sensor noise, which significantly reduces the errors in estimating navigation parameters.

**Keywords:** inertial navigation system; Kalman filter; adaptive filtering; machine learning; noise covariance matrix; innovation sequence.

**Funding:** the research was funded by the Russian Science Foundation (project No. 24-29-20304, <https://rscf.ru/en/project/24-29-20304/>)

---

### Введение

Основой современных навигационных комплексов (НК) являются интегрированные инерциально-спутниковые навигационные системы. Для

комплексирования данных традиционно применяется фильтр Калмана (ОФК) [1-5], позволяющий получать оценку вектора состояния, в который входят погрешности подсистем НК. Однако для оптимальной реализации фильтра требуется точная априорная информация о математической модели объекта, а также о статистических характеристиках шумов системы  $Q$  и шумов измерений  $R$ . На практике матрицы ковариации шумов системы  $Q$  и измерений  $R$  часто задаются с использованием статических параметров, определяемых на этапе стендовых испытаний или взятые напрямую из технической документации датчиков. Тем не менее, в реальных условиях эксплуатации – при изменении вибрационного фона, температуры или динамики маневра – статистические характеристики шумов становятся нестационарными. Несоответствие априорно заданных матриц  $Q^*$  и  $R^*$  реальным значениям приводит к субоптимальному режиму работы фильтра, смещению оценок и, в конечном счёте, к возможной расходимости процесса фильтрации. [6-9].

В этой связи актуальной задачей является разработка адаптивных алгоритмов фильтрации, способных вырабатывать достаточно точную оценку вектора состояния в условиях отсутствия точной априорной информации о статистике шумов. Известны различные подходы к построению адаптивных фильтров Калмана: корреляционный метод, предложенный Мехра [10], адаптивный фильтр с обратной связью по обновляемому процессу [11].

Классические подходы к решению этой задачи делятся на несколько групп. Корреляционные методы, наиболее известным из которых является алгоритм Мехра [10], базируются на анализе автокорреляционной функции обновляющей последовательности, а также методы адаптации по невязке, в частности подход Язвинского [11], который предлагает корректировать интенсивность шумов на основе мгновенных значений обновляющей последовательности.

Основная идея первой группы методов основана на анализе свойств обновляющей последовательности  $v_k = Z_k - H_k X_{k/k-1}$ . При оптимальной фильтрации  $v_k$  – белый шум. Если при неточных  $Q^*$  и  $R^*$  последовательность не является белой, фильтр субоптимален.

При корреляционном подходе процедура построения адаптивных алгоритмов фильтрации состоит из двух этапов:

- проверка оптимальности – накопление статистики  $\bar{v}_{k+1/k}$  (обычно  $>1000$  тактов) и анализ её автокорреляции. Если гипотеза о «белости» принимается, полагают  $Q^* = Q, R^* = R$ .

- оценивание  $Q$  и  $R$  – в случае субоптимальности по накопленной статистике вычисляются оценки  $Q$  и  $R$ , которые затем подставляются в стандартный фильтр.

Основные недостатки заключаются в большой длительности этапа проверки, в течение которого точность может быть низкой, отсутствия аналитического выражения для  $Q$  и  $R$ , применимости только для стационарных систем и шумов и возможности только однократного получения оценок, без непрерывной адаптации.

В отличие от корреляционного подхода, во второй группе методов, основанной на адаптации по невязке ковариационная матрица  $Q$  подстраивается на каждом такте после получения очередного значения  $v_k$ . Так, для случая скалярного параметра  $q$  ( $Q = qE$ ) ищется такое его значение, при котором максимизируется плотность вероятности  $p(v_k)$ . Из условия максимума получается условие состоятельности:  $v_k^2 = M(v_k^2)$ , которое может быть использовано для получения аналитического выражения оценки параметра  $q$ . Для уменьшения влияния случайных выбросов автор подхода предлагает усреднять  $v_k$  на интервале  $N$  тактов, что приводит к задержке получения оценки. При обобщении на диагональную матрицу  $Q$  произвольной размерности  $n \times n$  может быть получена система уравнений состоятельности, которая при записи в матричной форме может быть решена с использованием псевдообратной матрицы.

К недостаткам этой группы методов можно отнести высокую вычислительную сложность при нахождении аналитического решения в результате операций обращения матрицы в системе уравнений состоятельности, базирование оценки на малой выборке, что делает её чувствительной к выбросам,

и в результате может приводить к увеличению абсолютных значений ковариационной матрицы ошибок, и в следствие – к потере точности, а также применимость только для диагональной матрицы шумов системы  $Q$ .

Наконец, в последние годы наметился переход к использованию методов искусственного интеллекта для решения задач адаптивной фильтрации. Предлагаются архитектуры на основе нейронных сетей для прогнозирования ошибок ИНС в моменты пропадания ГНСС [13–17], а также алгоритмы обучения с подкреплением (Q-learning) [18] для динамической настройки матрицы  $R$ . Тем не менее, задача оперативной и вычислительно эффективной настройки матрицы ковариации шумов системы  $Q$  с учетом динамики движения остается актуальной в части как уровней достижимых точностей работы комплексной системы, так и быстродействия адаптивной её составляющей. В данной работе предлагается метод, сочетающий аналитическую строгость критериев состоятельности фильтра с предсказательной способностью алгоритмов градиентного бустинга.

### **Постановка задачи и основные соотношения**

Объектом исследования в рамках работы выступает комплексная инерциально-спутниковая навигационная система, содержащая в своем составе микромеханический инерциально-измерительный блок (ИИБ) и приёмник глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), функционирующий в различных режимах. При этом рассматривается позиционно-скоростной тип коррекции инерциальной навигационной системы (ИНС) по данным от ГНСС.

Уравнение состояния системы представляется в следующем виде:

$$\dot{\bar{X}} = F \cdot \bar{X} + G \cdot \bar{W}, \quad (1)$$

где  $F$  – матрица динамики,  $\bar{X}$  – вектор состояния,  $G$  – матрица шумов системы,  $\bar{W}$  – вектор шумов системы.

Состояние системы оценивается с использованием вектора измерений  $\bar{Z}$ :

$$\bar{Z} = H \cdot \bar{X} + \bar{V}, \quad (2)$$

где  $H$  – матрица измерений,  $\bar{V}$  – вектор шумов измерений.

В состав вектора состояния размерностью  $(15 \times 1)$  включены погрешности ИНС в определении координат, проекций скорости и углов ориентации, а также постоянные составляющие погрешностей гироскопов и акселерометров [19, 20].

Матрица динамики  $F$  формируется на основе модели погрешностей ИНС и её чувствительных элементов. В состав вектора шумов системы включены случайные составляющие погрешностей чувствительных элементов ИНС, а в состав вектора шумов измерений – случайные составляющие погрешностей корректоров.

Вектор измерений имеет вид:

$$\bar{Z} = [\delta\Phi \quad \delta U],$$

где  $\delta\Phi = [\delta\varphi^I - \delta\varphi^C \quad \delta\lambda^I - \delta\lambda^C \quad \delta h^I - \delta h^C]$  – разность показаний ИНС и корректора по  $\delta U = [\delta U_E^I - \delta U_E^C \quad \delta U_N^I - \delta U_N^C \quad \delta U_Z^I - \delta U_Z^C]$  координатам, – разность показаний ИНС и корректора по проекциям скорости.

Для оценки вектора состояния используется вариант дискретного оптимального фильтра Калмана, записанного в форме Джозефа, обеспечивающей повышенную защиту от вычислительной расходимости [21].

При реализации в цифровых вычислителях необходимо привести исходные уравнения состояния системы и измерений (1) и (2) к дискретному виду, при этом линейная система дифференциальных уравнений, записанная в пространстве векторов состояний (векторно-матричной форме) будет иметь вид:

$$\begin{cases} \bar{X}_{k+1} = \Phi \bar{X}_k + \Gamma \bar{W}_k \\ \bar{Z}_{k+1} = H \bar{X}_{k+1} + \bar{V}_{k+1} \end{cases}, \quad (4)$$

где  $\Phi = E + Fh + \frac{1}{2!}(Fh)^2$  – дискретная форма матрицы динамики,

$\Gamma = \left( E + \frac{1}{2!}(Fh)^2 \right) Gh$  – дискретная форма матрицы шумов системы.

Оптимальный дискретный фильтр Калмана в рекуррентной форме записи имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{k+1} + \Phi P_k \Phi^T + \Gamma Q_1 \Gamma^T \\ P_{k+1} = [E - K_{k+1} H] S_{k+1} [E - K_{k+1} H]^T + K_{k+1} R_1 K_{k+1}^T \\ K_{k+1} = S_{k+1} H^T (H S_{k+1} H^T + R_1)^{-1} \\ \bar{X}_{k+1} = \Phi \bar{X}_{k+1} + K_{k+1} [\bar{Z}_{k+1} - H \Phi \bar{X}_{k+1}] \end{array} \right. , \quad (5)$$

где  $E$  – единичная матрица,  $Q_1 = \frac{Q}{h}$  и  $R_1 = \frac{R}{h}$  – дискретные аналоги интенсивностей шумов системы и измерений.

Задача заключается в адаптивной настройке диагональных элементов матрицы  $Q_1$ , характеризующих интенсивности шумов микромеханических датчиков (ДУС и акселерометров).

### **Метод адаптивной настройки параметров на основе критерия состоятельности**

С целью формирования обучающей выборки для алгоритма машинного обучения необходимо получить параметр, статистически связанный с невязкой реальных шумов и априорно заданных матриц. В качестве основы используется подход адаптивного фильтра [11, 12, 22] с обратной связью по обновляемому процессу.

Обновляющая последовательность (невязка) на такте  $k+1$  определяется выражением:

$$\bar{v}_{k+1} = \bar{Z}_{k+1} - H \Phi \bar{X}_{k+1/k} . \quad (6)$$

Если вектор  $\bar{v}_{k+1}$  представляет собой белый гауссовский шум, фильтр функционирует в оптимальном режиме. Совместная плотность распределения вероятности для вектора обновляющей последовательности описывается как:

$$p(\bar{v}_{k+1}) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \left[ M(\bar{v}_{k+1})^2 \right]^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(\bar{v}_{k+1})^2 \left[ M(\bar{v}_{k+1})^2 \right]^{-1}} , \quad (7)$$

где теоретическая ковариационная матрица обновляющей последовательности равна знаменателю коэффициента усиления Калмана:

$$M(\bar{v}_{k+1} \bar{v}_{k+1}^T) = H S_{k+1} H^T + R_1 . \quad (8)$$

Для адаптивной подстройки дисперсий шума  $Q_1$  необходимо определить такие их значения, которые обеспечат максимум плотности вероятности  $p(\bar{v}_{k+1})$ . Приравнявая производную плотности вероятности к нулю, можно получить т.н. «условие состоятельности» [11]: квадрат обновляющей последовательности должен совпадать с её ожидаемой статистикой.

В матричном виде для многомерного случая разность между теоретической ковариацией (определяемой текущими  $P_k$  и  $R_1$ ) и фактической статистикой обновляющей последовательности формирует матрицу модифицированной дисперсии  $Q_{\text{var}}^{k+1}$ :

$$Q_{\text{var}}^{k+1} = HS_{k+1}H^T + R_1 - M(\bar{v}_{k+1}\bar{v}_{k+1}^T). \quad (9)$$

Полученная матрица отражает степень субоптимальности фильтра. В случае малых значений обновляющей последовательности элементы  $Q_{\text{var}}^{k+1}$  стремятся к нулю, подтверждая корректность выбранной статистики (рисунок 1). Если условие состоятельности нарушается, матрица  $Q_{\text{var}}^{k+1}$  содержит информацию, необходимую для восстановления состоятельности путем коррекции  $Q_1$ .

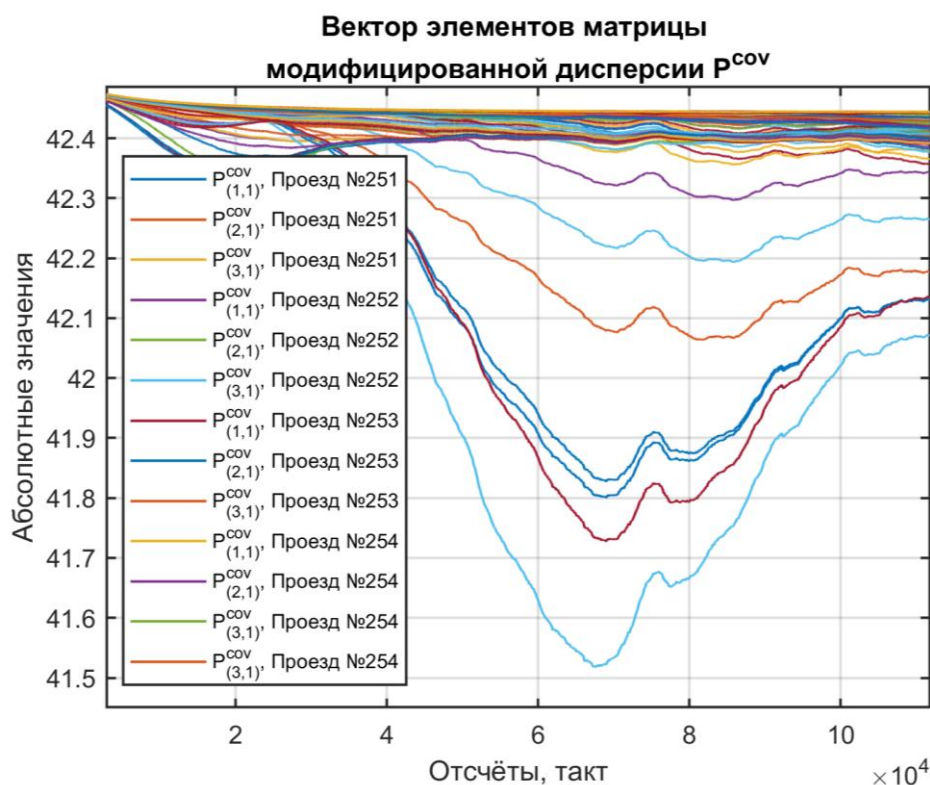


Рисунок 1 – Пример для 50 тестовых проездов значений вектора элементов матрицы модифицированной дисперсии

Поскольку аналитическое решение для полного вектора  $Q$  затруднительно и чувствительно к случайным выбросам измерений (например, в случаях, когда  $R$  превышает  $Q$ ), предлагается использовать методы машинного обучения. Диагональные элементы матрицы  $Q_{\text{var}}^{k+1}$ , связанные с определением координат и проекций линейных скоростей, формируют вектор признаков  $\bar{P}_{k+1}^{\text{cov}}$  размерностью  $(6 \times 1)$ .

В качестве модели машинного обучения в рамках работы выступает ансамбль решающих деревьев с градиентным бустингом (LightGBM). Алгоритм решает задачу многомерной регрессии, в которой целевыми переменными являются истинные значения интенсивностей шумов датчиков  $\delta\omega_{x,y,z}$ ,  $\delta n_{x,y,z}$ , входящие в диагональ матрицы  $Q_1$ . Такой вектор признакового пространства на каждом такте дополняется показаниями ИНС, «сырыми» измерениями датчиков и вектором оценок  $\bar{X}_k$ , образуя многомерное пространство, позволяющее модели выявлять сложные нелинейные зависимости между статистикой обновляющей последовательности и реальными параметрами шумов датчиков. Также для адаптации признаковое пространство дополняется статистиками (среднее, стандартное отклонение) обновляющих последовательностей в скользящем окне, что позволяет сгладить случайные выбросы. Обученная модель LightGBM, используя эти данные, предсказывает оптимальный коэффициент коррекции для диагонали матрицы  $Q$ , обеспечивая устойчивость и высокую скорость адаптации, недоступную классическим методам.

### **Экспериментальные исследования и формирование набора данных**

Для проведения экспериментальных исследований сырые измерения инерциального измерительного блока (характеристики которого представлены в таблице 1) и бортового приёмника ГНСС U-blox регистрировались в ходе серии автомобильных поездок в рамках натурных испытаний (рисунок 2) совместно с измерениями базовой станции ГНСС, а в дальнейшем подлежали обработке в программном комплексе постобработки из состава мобильной лаборатории испытаний навигационных систем МАИ [23, 24].

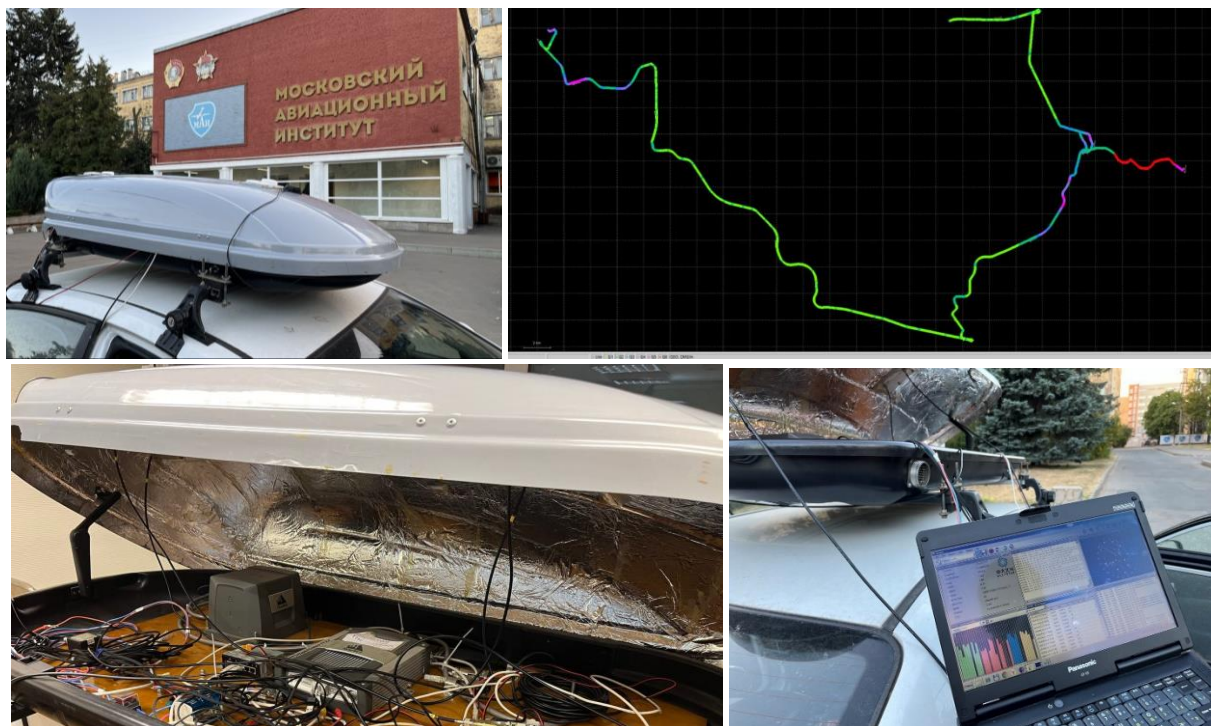


Рисунок 2 – Мобильная лаборатория испытаний навигационных систем МАИ и тестовый проезд, используемый для формирования датасета

Таблица 1

Характеристики инерциального измерительного блока

| Параметр, ед. изм.   | Значение    |
|--|-------------|
| Канал угловой скорости   |             |
| Диапазон измерения угловых скоростей, °/с  | ±900        |
| Спектральная плотность шума, (°/с)/√Гц   | 0,002       |
| Случайное угловое блуждание (по вариации Аллана при 25°C), °/√ч                    | 0,1         |
| Долговременный дрейф смещения нуля в запуске (в течение 1 часа), °/ч               | 6           |
| Частотный диапазон измерения угловой скорости по уровню минус ЗдБ, Гц              | от 0 до 160 |
| Канал ускорения  |             |
| Диапазон измерений ускорения, g  | ±10         |
| Долговременный дрейф смещения нуля в запуске (в течение 1 часа), мм/с <sup>2</sup> | 0,3         |
| Случайное блуждание скорости (по вариации Аллана при 25°C), м/с/√ч                 | 0,055       |
| Спектральная плотность шума, mg/√Гц  | 0,15        |
| Частотный диапазон измерения ускорения по уровню минус ЗдБ, Гц                     | от 0 до 200 |

В программном комплексе реализованы алгоритмы:

- автономной БИНС;
- вторичной обработки кодовых, доплеровских и фазовых измерений бортовых приемников и базовой станции ГНСС для вычисления координат в стандартном, дифференциальном и RTK режимах, скорости и углов ориентации;
- комплексной обработки измерительной информации ИИБ, бортовых приемников и базовой станции ГНСС на основе слабо- и жесткосвязанных схем комплексов с использованием расширенного фильтра Калмана для вычисления координат, скорости, углов ориентации, оценки погрешностей ИИБ и неоднозначности фазовых измерений ГНСС.

Для создания дополнительного независимого источника навигационной информации в состав лаборатории также входит программное обеспечение постобработки NovAtel Inertial Explorer (Канада) [25], широко используемое в области геодезии и навигации. NovAtel Inertial Explorer обладает близким функционалом с описанным выше ПО МАИ, но функционирует на основе непубликуемых алгоритмов компании Novatel. В этой связи дополнительно необходимо отметить, что использование собственных программных решений для генерации датасета позволило получить полный доступ к необходимым матрицам фильтра Калмана (5) и (9) (включая обновляющей последовательности и матрицу  $Q_{\text{var}}^{k+1}$ ), что невозможно при использовании закрытого коммерческого ПО.

Как уже было отмечено, в качестве первичных источников информации использовался микромеханический инерциальный модуль (МЭМС ИИБ), характеризующийся нестабильностью нулевых сигналов и выраженной зависимостью шумовых характеристик от динамики движения транспортного средства. Сбор данных осуществлялся как в условиях реальной городской застройки, так и за городом при различных скоростных режимах, маневрировании и воздействии эксплуатационных вибраций.

Анализ навигационной информации и формирование обучающего датасета производились в режиме постобработки. В результате постобработки были экспериментально установлены номинальные значения СКО интенсивностей

шумов акселерометров  $\sigma n_x, \sigma n_y, \sigma n_z$  и гироскопов  $\sigma \omega_x, \sigma \omega_y, \sigma \omega_z$ , при которых было получено наилучшее комплексное навигационное решение.

Итоговый датасет был сформирован путём вариации параметров интенсивностей шумов акселерометров и гироскопов, в выбранных диапазонах  $\sigma n_{x,y,z}^i \in [n_a, n_b]$ ,  $\sigma \omega_{x,y,z}^i \in [\omega_a, \omega_b]$ , где  $\sigma n_{x,y,z}^i$ ,  $\sigma \omega_{x,y,z}^i$  – случайным образом подобранные значения интенсивностей среднеквадратичных отклонений (СКО) шумов датчиков,  $i$  – конкретный номер просчёта, в ходе которого регистрировались необходимые параметры.

Сформированный набор данных для каждого такта решения навигационной задачи включал в себя:

1. Оценки навигационных параметров (координаты, скорости, углы ориентации).
2. «Сырые» измерения МЭМС-датчиков (проекции абсолютных угловых скоростей и кажущихся ускорений).
3. Вектор обновляющей последовательности  $\bar{v}_{k+1}$ .
4. Вычисленные элементы матрицы модифицированной дисперсии  $Q_{\text{var}}^{k+1}$ .

Регистрируемый массив записывается  $i$  раз, формируя итоговый датасет образов признакового пространства. Разметка осуществляется следующим образом: в качестве целевых значений выступают константные (внутри одного просчёта  $i$ ) значения интенсивностей шумов акселерометров  $\sigma n_{x,y,z}^i \in [n_a, n_b]$  и ДУС  $\sigma \omega_{x,y,z}^i \in [\omega_a, \omega_b]$ .

С целью реализации пайплайна машинного обучения датасет разбивался классическим способом в соотношении 80/20 (обучение/тест).

Необходимо также отметить, что в результате предварительно проведенного разведочного анализа данных (EDA), в ходе которого были построены базовые статистики, было выявлен факт подверженности мгновенных значений  $Q_{\text{var}}^{k+1}$  сильному влиянию высокочастотного измерительного шума. В этой связи был сделан вывод о неэффективности использования их в сыром виде для

адаптации. Для получения устойчивых закономерностей потребовалась разработка специализированного пайплайна машинного обучения.

### **Пайплайн машинного обучения и алгоритм работы адаптивной системы**

Задача адаптации ковариационной матрицы шумов системы  $Q$  была классифицирована как задача многомерной регрессии, где по входному вектору признаков  $X_k$  необходимо предсказать вектор целевых переменных  $Y_k$ , состоящий из 6 элементов (интенсивности шумов трех ДУС и трех акселерометров).

#### **Подготовка признакового пространства (Feature Engineering)**

Анализ динамики изменения погрешностей показал, что шумовые характеристики датчиков изменяются не скачкообразно, а обладают определенной инерционностью, зависящей от текущего маневра и/или профиля вибрации. С учетом этого факта в ПО машинного обучения был реализован метод скользящего окна.

Для каждого признака, связанного с ковариацией обновляющей последовательности, в окне размером  $w$  тактов вычислялись дополнительные статистические характеристики:

- скользящее среднее – для выделения низкочастотного тренда изменения дисперсии;
- скользящее стандартное отклонение – для оценки степени волатильности невязки в текущем окне;
- максимальное значение внутри окна – для определения резких выбросов и аномалий, связанных с жесткими ударами или сбоями ГНСС.

Для выравнивания масштабов признаков и повышения сходимости алгоритмов машинного обучения применялась стандартизация данных, приводящая распределение каждого признака к нулевому математическому ожиданию и единичной дисперсии.

#### **Архитектура модели и обучение**

В качестве базовой модели машинного обучения был выбран алгоритм градиентного бустинга над решающими деревьями – LightGBM (LGBMRegressor).

Выбор данной архитектуры обусловлен рядом критических преимуществ для задач навигации:

1. Высокая скорость инференса, что критически важно для интеграции в контур навигационного фильтра, работающего в реальном времени;
2. Способность моделировать сложные нелинейные зависимости между параметрами движения и шумовыми характеристиками датчиков;
3. Устойчивость к мультиколлинеарности признаков (возникающая при расчете дополнительных статистик на одном временном окне).

Поскольку выбранная модель машинного обучения (LightGBM) по умолчанию оптимизирована для предсказания лишь одной переменной, для одновременного прогнозирования 6 элементов матрицы  $Q$  применялась многоцелевая регрессия, которая строит независимые ансамбли деревьев для каждой целевой переменной, используя при этом для предсказаний общее признаковое пространство.

Оценка качества предсказаний на тестовой выборке (по «проездам», не участвовавшим в обучении) производилась с использованием метрик среднеквадратичной ошибки (MSE) и средней абсолютной ошибки (MAE). Для детального анализа результаты прогнозирования потактово сохранялись, что позволило визуализировать процесс подстройки матрицы  $Q$  на протяжении всего проезда (рисунок 3).

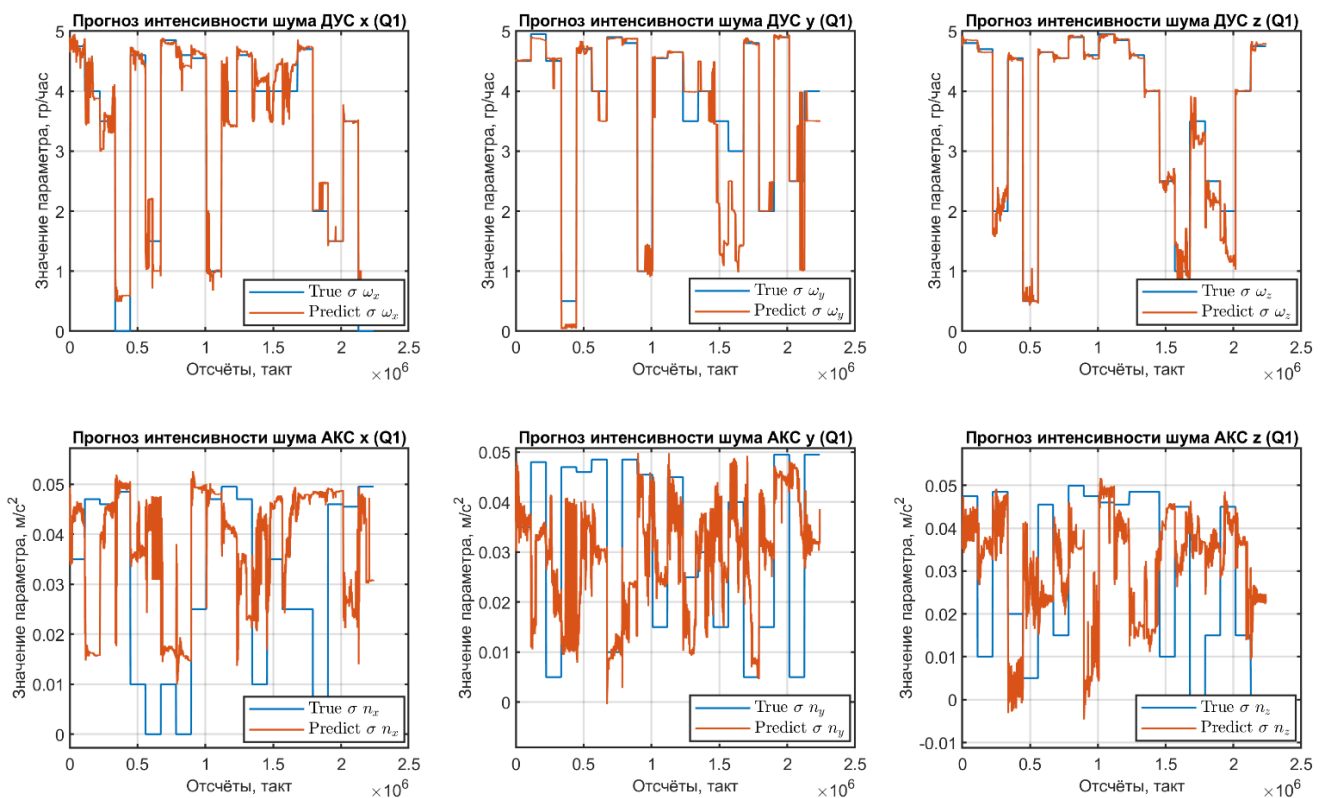


Рисунок 3 – Прогноз интенсивностей шумов системы (элементы матрицы  $Q$ ) (истинные и предсказанные моделями машинного обучения значения)

На рисунке 4 приводится ящичковая диаграмма (boxplot) распределения средних абсолютных ошибок (MAE) предсказания интенсивностей шумов ДУС и акселерометров, рассчитанных для каждого из порядка 200 тестовых проездов. Для ДУС медианные значения относительно малы и составляют сотые доли градусов в час, при этом наблюдаются единичные выбросы вверх за «усы» диаграммы, при которых ошибки могут достигать единиц градусов в час. Для акселерометров медианные значения находятся на уровне сотых долей метров за секунду в квадрате, причём верхние «усы» в несколько раз больше по размеру, чем нижние.

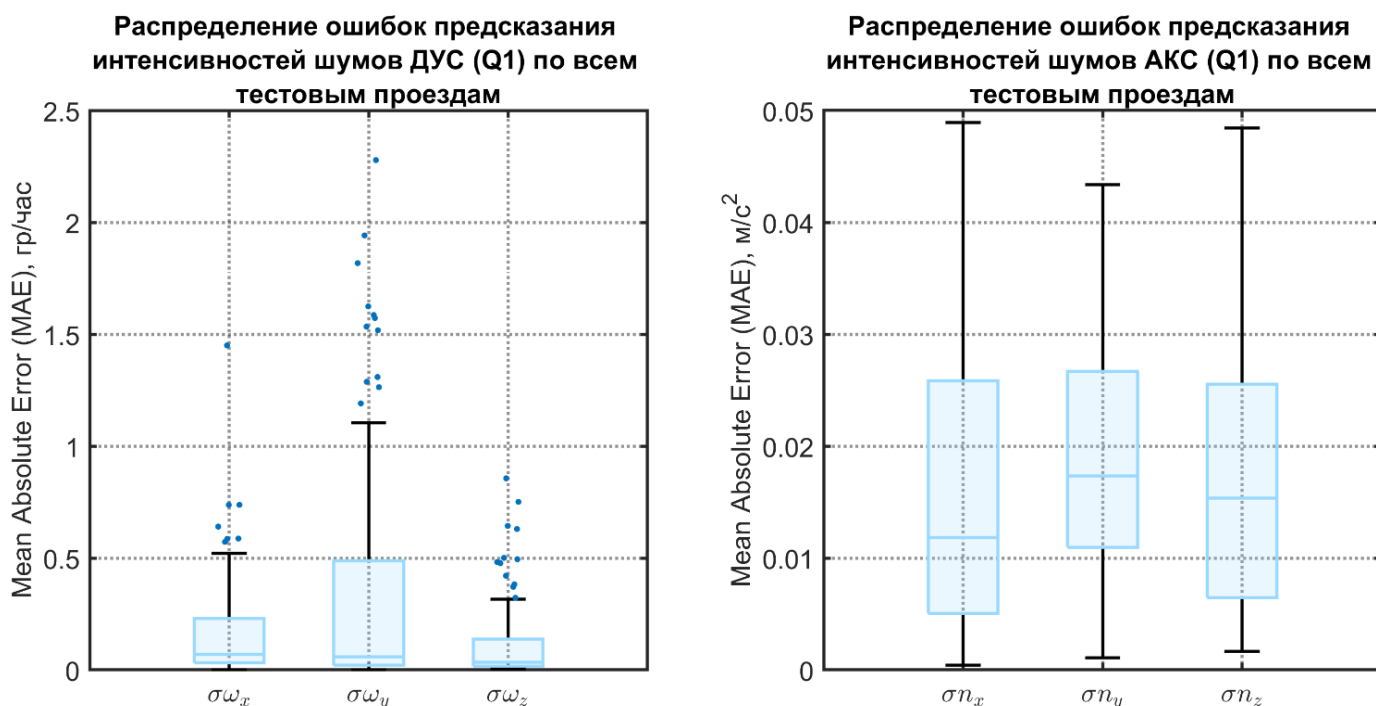


Рисунок 4 – Распределение ошибок предсказания интенсивностей шумов системы по ~200 тестовым проездам (прямоугольник – интерквартильный размах (Q1–Q3), линия внутри – медиана, «усы» – минимальное и максимальное значения без учёта выбросов, точки – единичные выбросы)

В результате работы пайплайна машинного обучения, обобщенный алгоритм которого представлен на рисунке 5, была получена модель, которая затем участвовала в инференсе для оценки качества предсказаний на тестовых выборках.

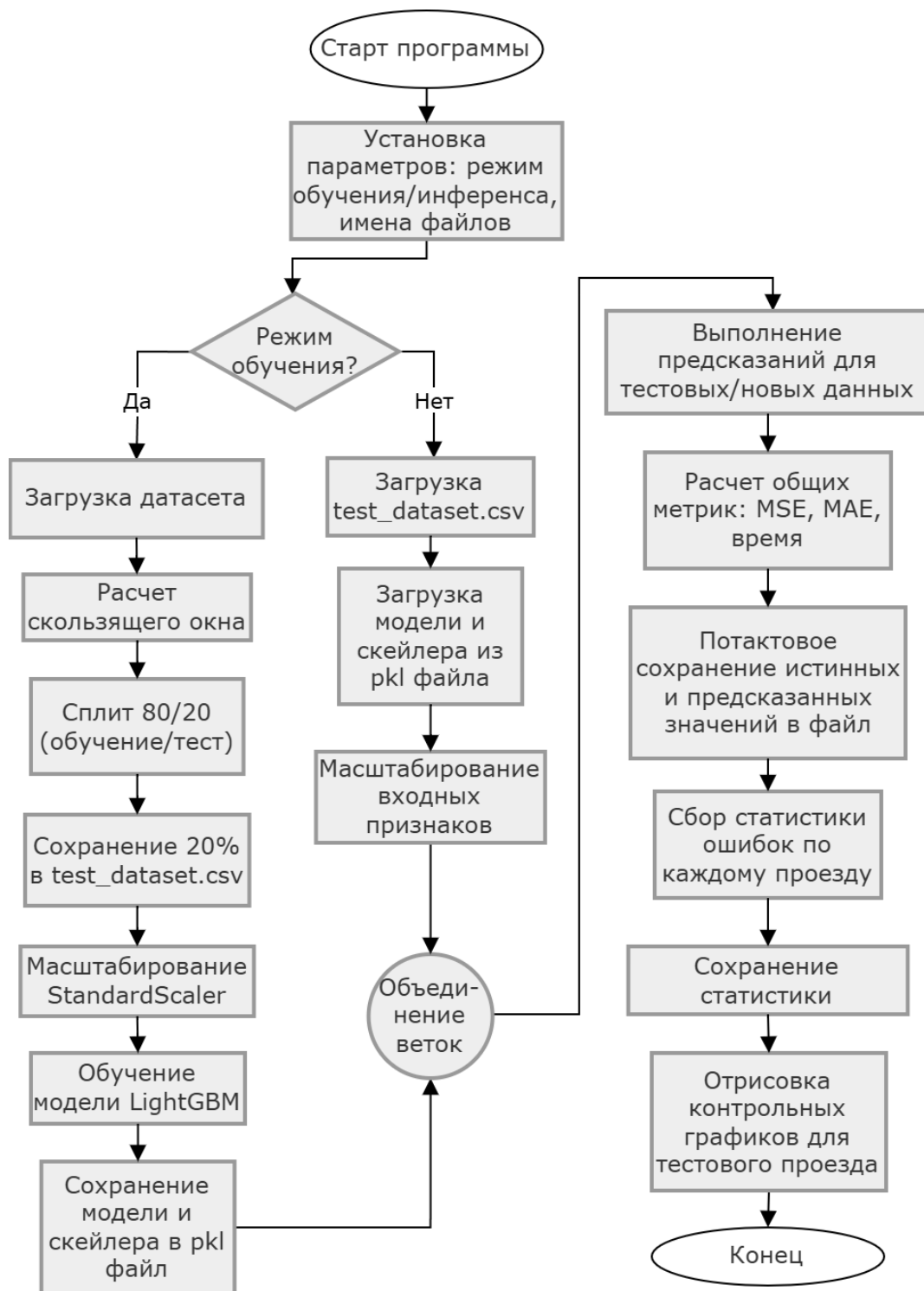


Рисунок 5 – Алгоритм работы программного комплекса (пайплайн машинного обучения)

Всего в рамках эксперимента было выполнено и зафиксировано ~200 уникальных тестовых «проездов», что обеспечило репрезентативность и статистическую значимость полученных результатов.

На рисунках 6 и 8 приводятся распределения основных статистик (МО и СКО) ошибок определения координат и проекций линейных скоростей комплексной системой в случае субоптимальной работы фильтра Калмана (когда параметры

матрицы  $Q$  не адаптированы моделью машинного обучения LightGBM и их абсолютные значения не соответствуют реальным) для двумерного и трехмерного случаев.

Для иллюстрации работы такой неадаптивной комплексной системы на рисунке 7 приводятся её ошибки.

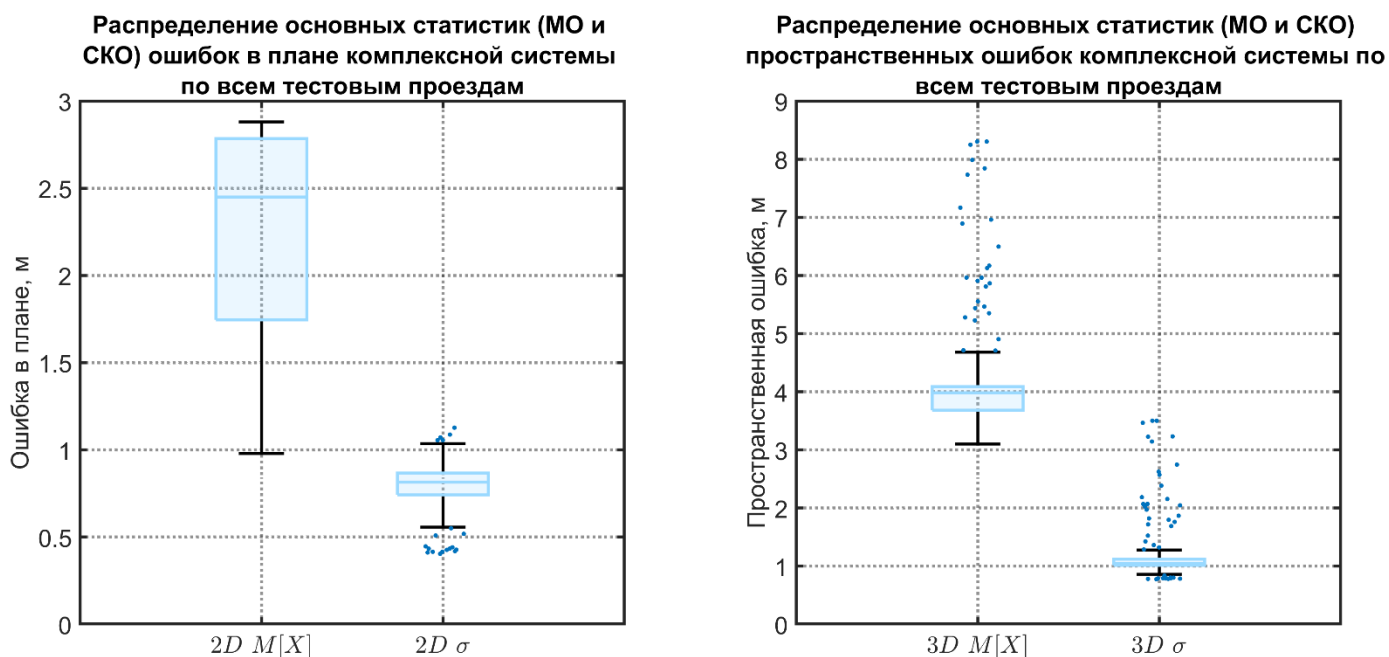


Рисунок 6 – Распределение основных статистик (МО и СКО) ошибок определения координат комплексной системой по ~200 тестовым проездам

На рисунке 6 слева (для распределения статистик ошибок координат в плане) медиана МО составила 2,45 м, интерквартильный размах (IQR) – от 1,75 м (нижний квартиль) до 2,78 м (верхний квартиль), то есть около 1,04 м. «Усы» ящика простираются от 0,98 м до 2,88 м и соответствуют минимальному и максимальному значениям МО в тестовой выборке ~200 проездов, не классифицированным как выбросы. Распределение обладает левосторонней (отрицательной) асимметрией: нижний ус и расстояние от первого квартиля до медианы (0,70 м) заметно длиннее верхнего уса и расстояния от медианы до третьего квартиля (0,33 м). Таким образом, большая часть ошибок характеризуется МО в сравнительно узком диапазоне 1,7–2,8 м, однако встречаются проезды со значительным повышением точности (хвост в сторону малых значений МО). Для СКО медиана составила 0.72 м, с более узким

межквартильным размахом – от 0.61 м до 1.07 м – порядка 0,5 м. При этом за пределами усов зафиксированы единичные выбросы (приблизительно в 5–10 % от общего числа проездов) как снизу, так и сверху, однако амплитуда таких выбросов невелика и фактические их значения находятся в пределах границ «усов».

При рассмотрении пространственной ошибки определения координат (рисунок 6, справа), в МО наблюдается увеличение абсолютного значения медианы – до 4 м с малым межквартильным разбросом порядка 0,5 м и диапазона «усов» от 3 м до 4.72 м, однако наблюдается также некоторое количество единичных выбросов за пределы верхнего «уса» (порядка ~15% всей выборки) с существенным увеличением абсолютного уровня ошибки (вплоть до 8.5 м для МО) и до 3,5 м (от медианного значения в 1,1 м) для СКО, что говорит о возможных крайне неэффективных вариантах реализации субоптимальной работы фильтра, которые могут в ряде случаев в том числе приводить к расходимости процесса фильтрации.

Адаптивный (с использованием предсказанных по показаниям обученной модели машинного обучения параметров интенсивности шумов системы) фильтр позволяет существенно снизить уровни ошибок комплексной системы, приводя фильтр в оптимальный режим работы. Пример ошибок определения координат и проекций линейных скоростей комплексной системой (неадаптивная (реализации показаны серым цветом) и адаптивная (начиная с 500 такта) работа фильтра) для тестовых (порядка ~200) проездов приведен на рисунке 9.

При этом ошибки определения основных навигационных параметров, уровни которых после перехода по результатам адаптации в оптимальный режим работы фильтра (с МО 0,75, 0,5 и 3 м для долготы, широты и высоты, а также 0,05, 0,25 и 0,15 м/с для соответствующих проекций линейных скоростей (рис. 9) и соответствующих уровней СКО) имеют статистики распределения в области этих уровней, приведенные в таблице 2.

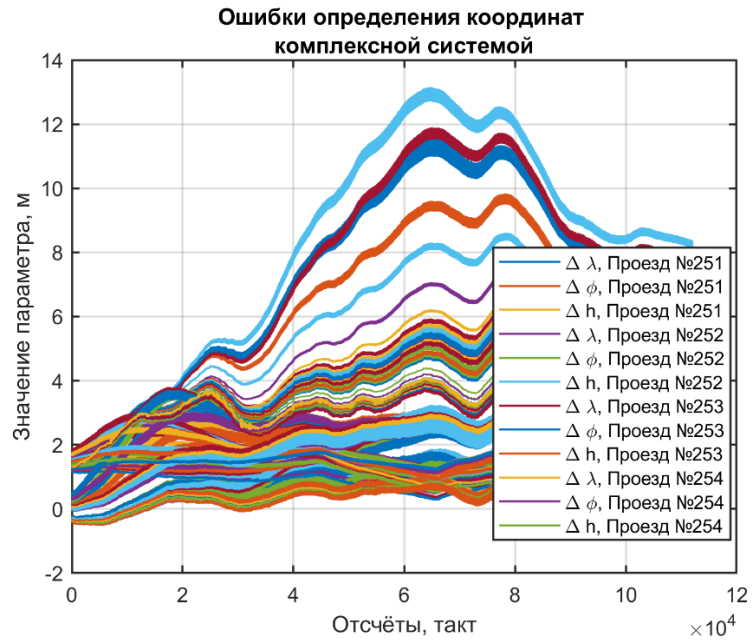


Рисунок 7 – Ошибки определения координат в случае субоптимальной работы фильтра (наиболее критичные реализации)

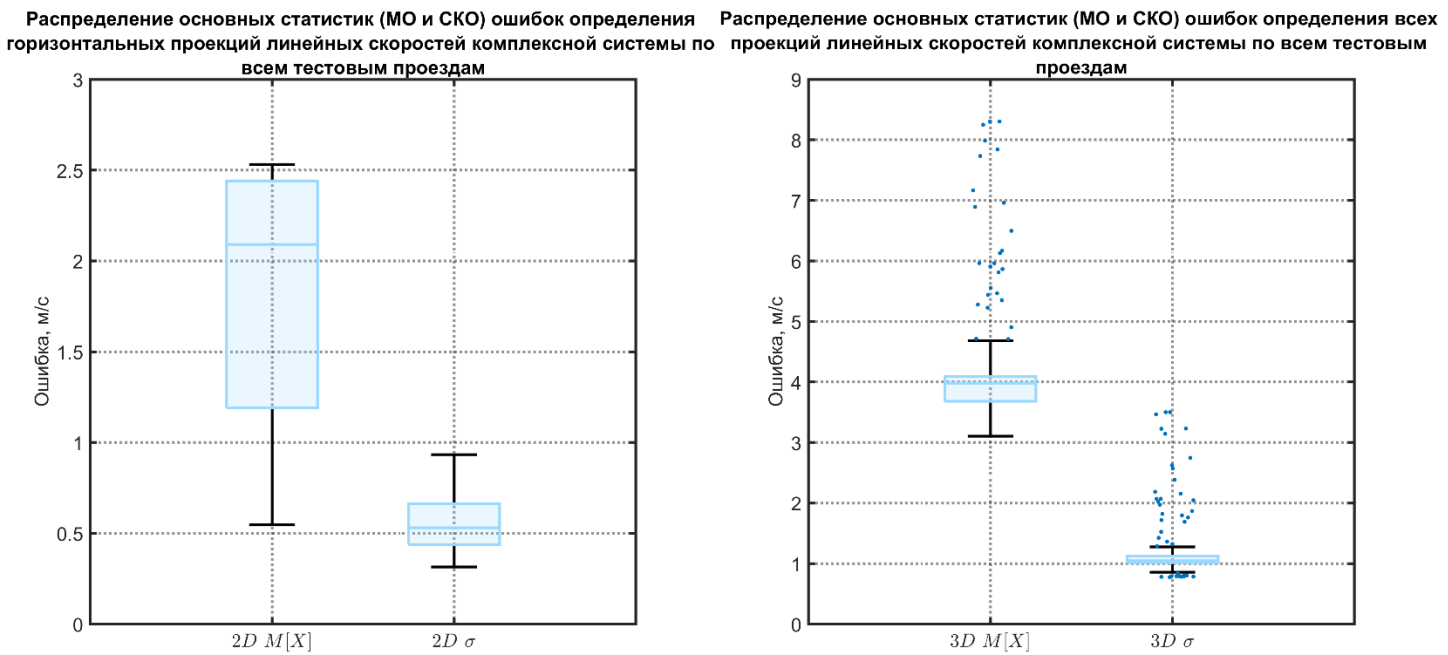


Рисунок 8 – Распределение основных статистик (МО и СКО) ошибок определения проекций линейных скоростей комплексной системой по ~200 тестовым проездам

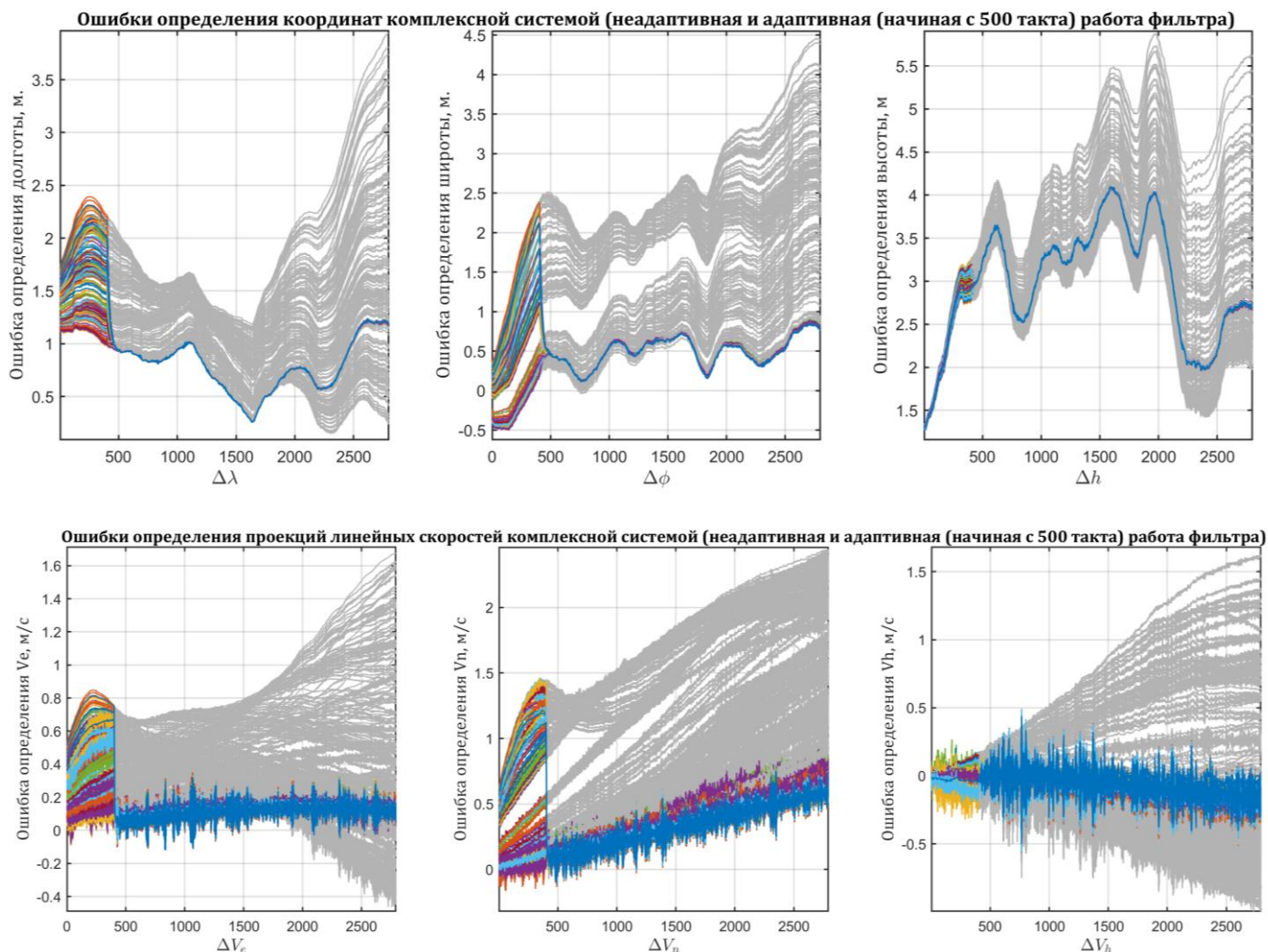


Рисунок 9 – Ошибки определения координат и проекций линейных скоростей комплексной системой (неадаптивная (реализации показаны серым цветом) и адаптивная (начиная с 500 такта) работа фильтра)

Таблица 2

Статистические характеристики ошибок определения основных навигационных параметров для предсказанных значений интенсивностей шумов по информации от модели МО

|                                  | Медианное значение | Q3     | Верхний «ус» |
|----------------------------------|--------------------|--------|--------------|
| Координаты, м                    | 0,0015             | 0,0033 | 0,0046       |
|                                  | 0,0014             | 0,0044 | 0,0069       |
|                                  | 0,0028             | 0,0087 | 0,0105       |
| Проекция линейных скоростей, м/с | 0,0159             | 0,0341 | 0,0462       |
|                                  | 0,0146             | 0,0437 | 0,0602       |
|                                  | 0,0297             | 0,0904 | 0,109        |

## Алгоритм работы адаптивной комплексной системы

Интеграция обученной модели LightGBM в классический алгоритм ОФК образует замкнутый адаптивный контур, функционирующий по следующему алгоритму:

1. Инициализация шага. В результате функционирования ОФК на такте его работы формируется оценка вектора состояния  $\bar{X}_k$ .

2. Анализ обновляющей последовательности. При поступлении измерений от ГНСС вычисляется обновляющая последовательность измерений  $\bar{v}_{k+1}$  (6) и определяется текущая матрица модифицированной дисперсии  $Q_{\text{var}}^{k+1}$  (9).

3. Формирование признаков. Элементы  $Q_{\text{var}}^{k+1}$ , совместно с показаниями ИИБ, буферизируются. Вычисляются скользящие статистики за последние  $w$  тактов.

4. Инференс модели ML. Подготовленный и масштабированный вектор признаков  $X_{k+1}$  подается на вход обученной модели LightGBM. Модель за доли миллисекунды (время инференса на 1 такт) возвращает предсказанные значения интенсивностей шумов  $Y_{k+1} = [\sigma\omega_{x,y,z}^i, \sigma n_{x,y,z}^i]^T$ .

5. Адаптация фильтра Калмана. Матрица шумов системы  $Q_1$  обновляется предсказанными значениями. Вычисляется скорректированная априорная ковариационная матрица ошибок  $S_{k+1}$  и коэффициент усиления Калмана  $K_{k+1}$ .

6. Оценка состояния. Вычисляется оптимальная (для текущей шумовой обстановки) коррекция вектора состояния  $\bar{X}_{k+1}$ .

## Выводы

В представленной работе решена актуальная научно-техническая задача повышения точности и надежности интегрированных инерциально-спутниковых навигационных систем, построенных на базе микромеханических измерителей и функционирующих в условиях отсутствия точной априорной информации о статистике шумов.

По результатам проведенного исследования можно сделать следующие основные выводы:

1. Разработан и теоретически обоснован новый метод адаптивной настройки параметров матрицы ковариации шумов системы  $Q$  в оптимальном фильтре Калмана. Предложенный подход базируется на совместном использовании статистического критерия состоятельности фильтра и современных методов машинного обучения.

2. Использование элементов матрицы модифицированной дисперсии обновляющей последовательности  $Q_{var}$  в качестве элементов основного признакового пространства позволило преодолеть главные недостатки аналитических алгоритмов адаптации: высокую чувствительность к высокочастотным измерительным шумам и большую вычислительную сложность при псевдообращении матриц большой размерности.

3. Разработано ПО, реализующее пайплайн машинного обучения, включающего подготовку данных признакового пространства с использованием механизма скользящего окна. Выбранный алгоритм градиентного бустинга над решающими деревьями (LightGBM) продемонстрировал высокую скорость инференса ( $\sim 0.001$  мс на 1 такт) и способность эффективно моделировать нелинейные зависимости между статистикой обновляющей последовательности и реальными шумами датчиков.

4. Экспериментальные исследования, проведенные на объемной выборке реальных натуральных испытаний наземного транспортного средства, подтвердили состоятельность разработанного алгоритма. Внедрение интеллектуального адаптивного контура позволяет алгоритмически компенсировать неадекватность априорных данных в моделях шумов, существенно снижая общую ошибку оценивания координат, проекций скоростей и углов ориентации по сравнению со стандартным фильтром с константно заданными матрицами ковариации.

Дальнейшие направления исследований целесообразно связать с расширением архитектуры моделей машинного обучения для одновременной комплексной адаптации матриц  $Q$  и  $R$ , а также с оптимизацией предложенного алгоритма для работы в составе встроеного программного обеспечения микроконтроллеров малогабаритных беспилотных аппаратов.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

## Список источников

1. Влияние параметров продольного ускорения на оцениваемость инструментальных ошибок инерциальной навигационной системы/К. К. Веремеенко, М. В. Жарков, И. М. Кузнецов, А. Н. Пронькин//Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2023. – № 1. – С. 107-115. – EDN IXECER,
2. I. M. Kuznetsov et al Moving object SINS transfer alignment time synchronization parameters estimation 2021, J. Phys.: Conf. Ser. 1925 012025, <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1925/1/012025>,
3. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации [Текст]/Г. И. Емельянцева, А. П. Степанов; под общ. ред. В. Г. Пешехонова; Гос. центр Российской Федерации АО "Концерн "Центральный науч.-исслед. ин-т "Электроприбор", Нац. исслед. унт ИТМО. - Санкт-Петербург: Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2016. - 393 с.: ил., табл.; 27 см + 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).; ISBN 978-5-91995-029-5: 300 экз.,
4. Степанов, О. А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации/О. А. Степанов. Том Ч. 1. – Изд. 3-е, исправленное и дополненное. – Санкт-Петербург: "Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор", 2017. – 509 с. – ISBN 978-5-91995-051-6. – EDN YNTWDR.,
5. Степанов, О. А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации/О. А. Степанов. Том часть 2. – Изд. 3-е, исправленное и дополненное. – Санкт-Петербург: "Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор", 2017. – 428 с. – ISBN 978-5-91995-053-0. – EDN YNUDBJ.
6. Исследование влияния параметрической неопределенности на точность трансферной выставки бесплатформенной инерциальной навигационной системы/К. К. Веремеенко, М. В. Жарков, И. М. Кузнецов, А. Н.

Пронькин//Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2021. – № 3. – С. 146-152. – EDN JQNQZN.,

7. Кузовков Н.Т., Карабанов С.В., Салычев О.С. Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. М.: Машиностроение, 1978. 222 с.,
8. Салычев О.С. Алгоритм предотвращения расходимости процесса оптимальной фильтрации. – Техническая кибернетика, 1979, №4, с. 168-170,
9. Quigley A. An approach to the control of divergence in Kalman Filter algorithms. – Int. J. Control, 1973, vol. 17, p. 741-746.
10. Мехра Р. Идентификация и адаптивная фильтрация Калмана. – Механика (сборник статей), 1971, №3, с. 34-51.
11. Jazwinski A.H. Stochastic Processes and Filtering Theory, - N.Y. 1970, p. 376.
12. Чернодаров А.В., Иванов С.А. Идентификация моделей и адаптивная фильтрация шумов инерциальных измерителей // Труды МАИ. – 2018. – Вып. 99.
13. H. Wang et al., "Dynamic Process Noise Covariance Adjustment in GNSS/INS Integrated Navigation Using GRU-SAC for Enhanced Positioning Accuracy," in IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, vol. 26, no. 6, pp. 9047-9064, June 2025, doi: 10.1109/TITS.2025.3540205,
14. Z. Zou, T. Huang, L. Ye and K. Song, "CNN Based Adaptive Kalman Filter in High-Dynamic Condition for Low-Cost Navigation System on Highspeed UAV," 2020 5th Asia-Pacific Conference on Intelligent Robot Systems (ACIRS), Singapore, 2020, pp. 103-108, <https://doi.org/10.1109/ACIRS49895.2020.9162601>,
15. Or, Barak & Klein, Itzik. (2022). A Hybrid Model and Learning-Based Adaptive Navigation Filter. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2207.12082>
16. Zhang L., Sidoti D., Bienkowski A., Pattipati K. R., Bar-Shalom Y., Kleinman D. L. On the Identification of Noise Covariances and Adaptive Kalman Filtering: A New Look at a 50 Year-old Problem//IEEE Access. – 2020. – Vol. 8.
17. Fang W., Jiang J., Lu S. et al. A LSTM Algorithm Estimating Pseudo Measurements for Aiding INS during GNSS Signal Outages//MDPI Remote Sensing. – 2020. – Vol. 12, No. 2.
18. Ассад А., Сериков С.А. Адаптация ковариации шума в обобщенном фильтре Калмана с использованием обучения с подкреплением для более точного



25. NovAtel Inertial Explorer. Онлайн <https://novatel.com/products/waypoint-post-processing-software/inertial-explorer> (дата обращения 26 марта 2026)

## References

1. Influence of Longitudinal Acceleration Parameters on the Ability of Instrument Error Estimation of Inertial Navigation System / K. K. Veremeenko, M. V. Zharkov, I. M. Kuznetsov, A. N. Pron'kin // Russian Aeronautics. – 2023. – Vol. 66, No. 1. – pp. 115-124. – DOI 10.3103/s1068799823010166. – EDN ULQZLT.
2. I. M. Kuznetsov et al Moving object SINS transfer alignment time synchronization parameters estimation, 2021, J. Phys.: Conf. Ser. 1925 012025, <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1925/1/012025>.
3. G. I. Yemelyantsev, A. P. Stepanov «Integrated inertial-satellite orientation and navigation systems» St. Petersburg: Concern Central Scientific Research Institute Electropribor", 2016. – pp 393. ISBN 978-5-91995-029-5.
4. O. A. Stepanov «Fundamentals of estimation theory with applications to navigation information processing tasks» Vol. 1. Edition 3. – St. Petersburg: Concern Central Scientific Research Institute Electropribor ", 2017. – p 509. – ISBN 978-5-91995-051-6. – EDN YNTWDR.
5. O. A. Stepanov «Fundamentals of estimation theory with applications to navigation information processing tasks» Vol. 2. Edition 3. – St. Petersburg: Concern Central Scientific Research Institute Electropribor ", 2017. – p 428. – ISBN 978-5-91995-053-0. – EDN YNUDBJ.
6. Investigation of Parametric Uncertainty Influence on Accuracy of Strapdown Inertial Navigation System Transfer Alignment / K. K. Veremeenko, M. V. Zharkov, I. M. Kuznetsov, A. N. Pron'kin // Russian Aeronautics. – 2021. – Vol. 64, No. 3. – pp. 518-525. – DOI 10.3103/S106879982103020X. – EDN AQGYGH.
7. Kuzovkov N.T., Karabanov S.V., Salychev O.S. «Continuous and discrete control systems and identification methods», Moscow, 1978. p. 222.
8. Salychev O.S. Algorithm for preventing divergence of the optimal filtration process. – Technical cybernetics, 1979, Vol.4, pp. 168-170.
9. Quigley A. An approach to the control of divergence in Kalman Filter algorithms. – Int. J. Control, 1973, vol. 17, p. 741-746.

10. Mehra R. Kalman identification and adaptive filtering – Mechanics Vol 3, 1971, pp. 34-51.
11. Jazwinski A.H. Stochastic Processes and Filtering Theory, - N.Y. 1970, p. 376.
12. Chernodarov A.V., Ivanov S.A. «Identification of models and adaptive filtering of inertial sensors noises», Trudy MAI, Vol. 99, 2018.
13. H. Wang et al., "Dynamic Process Noise Covariance Adjustment in GNSS/INS Integrated Navigation Using GRU-SAC for Enhanced Positioning Accuracy," in IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, vol. 26, no. 6, pp. 9047-9064, June 2025, doi: 10.1109/TITS.2025.3540205,
14. Z. Zou, T. Huang, L. Ye and K. Song, "CNN Based Adaptive Kalman Filter in High-Dynamic Condition for Low-Cost Navigation System on Highspeed UAV," 2020 5th Asia-Pacific Conference on Intelligent Robot Systems (ACIRS), Singapore, 2020, pp. 103-108, <https://doi.org/10.1109/ACIRS49895.2020.9162601>,
15. Or, Barak & Klein, Itzik. (2022). A Hybrid Model and Learning-Based Adaptive Navigation Filter. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2207.12082>
16. Zhang L., Sidoti D., Bienkowski A., Pattipati K. R., Bar-Shalom Y., Kleinman D. L. On the Identification of Noise Covariances and Adaptive Kalman Filtering: A New Look at a 50 Year-old Problem//IEEE Access. – 2020. – Vol. 8.
17. Fang W., Jiang J., Lu S. et al. A LSTM Algorithm Estimating Pseudo Measurements for Aiding INS during GNSS Signal Outages//MDPI Remote Sensing. – 2020. – Vol. 12, No. 2.
18. Assad, A. Adaptation of Noise Covariance in Extended Kalman Filter Using Reinforcement Learning for Improved UAV Attitude Estimation / A. Assad, S. A. Serikov // Gyroscopy and Navigation. – 2025. – Vol. 16, No. 3. – P. 228-239. – DOI 10.1134/S2075108725700269. – EDN UVRLTK.
19. Navigation systems of unmanned aerial vehicles with artificial intelligence units / K. K. Veremeenko, M. V. Zharkov, I. M. Kuznetsov, A. N. Pron'kin, R.Yu. Zimin //XXXI St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems: Collection of reports, St. Petersburg: Concern Central Scientific Research Institute Electropribor", 2024. – pp. 101-105.

20. Navigation system neural network architecture parameters performance influence investigation / I. M. Kuznetsov, K. K. Veremeenko, M. V. Zharkov, A. N. Pron'kin, R.Yu. Zimin //XXXII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems: Collection of reports, St. Petersburg: Concern Central Scientific Research Institute Electropribor", 2025. – pp. 56-62.
21. Rivkin S.S., Ivanovsky R.I., Kostrov A.V. Statistical optimization of navigation systems. L.: Shipbuilding, 1976. p.280.
22. Novoselova, O. E., R. A. Zavyalov, I. V. Muratov «Investigation of adaptive algorithms of recurrent filtering in processing data from GNSS in case of loss of radio signals from navigation satellites» // Automation. Modern technologies. – 2024. – Vol. 78, Edition 1. – pp. 23-29. – DOI 10.36652/0869-4931-2024-78-1-23-29.
23. M. Zharkov, K. Veremeenko, I. Kuznetsov, A. Pronkin «Experimental Results of Attitude Determination Functional Algorithms Implementation in Strapdown Inertial Navigation System»//Sensors 2022, 22, 1849
24. Laboratory for Research and Development of Navigation and Orientation Systems. access: [https://mai.ru/science/studies/equipment/index.php?ELEMENT\\_ID=167952](https://mai.ru/science/studies/equipment/index.php?ELEMENT_ID=167952).
25. NovAtel Inertial Explorer. access: <https://novatel.com/products/waypoint-post-processing-software/inertial-explorer>.

### **Информация об авторах**

**Константин Константинович Веремеенко**, к.т.н., доцент, начальник НИО-3, МАИ, г. Москва, Россия; e-mail: [nio3@mai.ru](mailto:nio3@mai.ru), <https://orcid.org/0000-0002-0160-7168>.

**Максим Витальевич Жарков**, начальник НИО-305, МАИ, г. Москва, Россия; e-mail: [mv\\_zharkov@mai.ru](mailto:mv_zharkov@mai.ru), <https://orcid.org/0000-0003-1973-6328>.

**Иван Михайлович Кузнецов**, начальник отдела испытаний НИО-305, МАИ, г. Москва, Россия; e-mail: [kuznetsovim@mai.ru](mailto:kuznetsovim@mai.ru), <https://orcid.org/0000-0002-1382-5488>.

**Андрей Николаевич Пронькин**, заместитель начальника отдела испытаний НИО-305, МАИ, г. Москва, Россия; e-mail: [pronkinan@mai.ru](mailto:pronkinan@mai.ru), <https://orcid.org/0000-0002-8983-046X>.

## Information about the authors

**Kostantin K. Veremeenko**, PhD, Head of Institute Scientific department, Associate Professor, Moscow Aviation Institute (MAI) (National Research University), Moscow, Russian Federation; e-mail: [nio3@mai.ru](mailto:nio3@mai.ru), <https://orcid.org/0000-0002-0160-7168>.

**Maxim V. Zharkov**, Head of the Research Department 305, Moscow Aviation Institute (MAI) (National Research University), Moscow, Russian Federation; e-mail: [mv\\_zharkov@mai.ru](mailto:mv_zharkov@mai.ru), <https://orcid.org/0000-0003-1973-6328>.

**Ivan M. Kuznetsov**, Head of the Testing Department 305, Moscow Aviation Institute (MAI) (National Research University), Moscow, Russian Federation; e-mail: [kuznetsovim@mai.ru](mailto:kuznetsovim@mai.ru), <https://orcid.org/0000-0002-1382-5488>.

**Andrey N. Pronkin**, Deputy Head of the Testing Department 305, Moscow Aviation Institute (MAI) (National Research University), Moscow, Russian Federation; e-mail: [pronkinan@mai.ru](mailto:pronkinan@mai.ru), <https://orcid.org/0000-0002-8983-046X>.

---

Получено 24 декабря 2025 ● Принято к публикации 20 марта 2026 ● Опубликовано 30 апреля 2026  
Received 24 December 2025 ● Accepted 20 March 2026 ● Published 30 December 2026

---