

Моделирование траекторного сигнала в радаре с синтезированием апертуры на основе оптических изображений земной поверхности

Гаврилов К.Ю.*, Каменский К.В., Малютина О.А.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

**e-mail: gvrk61@mail.ru*

Статья поступила 17.05.2021

Аннотация

Описаны различные подходы, используемые при моделировании траекторного сигнала в радаре с синтезированием апертуры. Формирование траекторного сигнала, полученного при различных условиях зондирования одной и той же сцены используется для анализа и сравнения между собой различных алгоритмов синтезирования апертуры, а также для анализа влияния траекторных и других нестабильностей на качество синтезируемого радиолокационного изображения.

Для рассматриваемого подхода описаны особенности формирования траекторного сигнала, связанные с согласованием числа точечных отражателей (пикселей) оптического изображения с параметрами радара – разрешающей способности по наклонной и курсовой дальности, периодом повторения зондирующего сигнала и др.

Предложен метод устранения искажений синтезированного радиолокационного изображения, связанных с появлением на нем горизонтальных и вертикальных полос черного и белого цвета. Приведены примеры моделирования траекторного

сигнала и радиолокационных изображений, полученных на основе оптических изображений.

Ключевые слова: радиолокатор с синтезированием апертуры, траекторный сигнал, радиолокационное изображение, оптическое изображение, компьютерное моделирование.

Введение

Радиолокаторы с синтезированной апертурой (РСА) широко используются в задачах картографирования, разведки и наблюдения за окружающей средой. В настоящее время ведутся активные работы в направлении создания и размещения малогабаритных РСА на малых и сверхмалых беспилотных летательных аппаратах (БПЛА) [1, 4, 12, 19, 20, 25, 30, 31].

Для того, чтобы оперативно вести разработку таких РСА, необходимо иметь возможность оценивать влияние различных факторов на качество радиолокационных изображений (РЛИ), как то наличие траекторных нестабильностей, помех, атмосферных искажений, особенностей работы узлов приёмо-передающей аппаратуры и др. Траекторные сигналы (ТС) РСА, полученные в ходе натурных экспериментов подвергаются комплексному воздействию всех этих факторов, что затрудняет процесс разработки. Отсюда следует необходимость наличия инструмента, позволяющего на основе модели, имитирующей реальную сцену, формировать и обрабатывать ТС с учётом только тех факторов, которые

нужны инженеру на его текущем этапе работы. Немаловажной деталью также является скорость подготовки имитирующей модели, что приводит к рассмотрению в качестве её основы фотографии реальных сцен.

В настоящей статье рассматривается разработанный алгоритм компьютерного формирования ТС на основе оптического изображения (ОИ) облучаемой сцены, используемый в созданном в среде MATLAB программном комплексе, предназначенном для моделирования работы РСА.

1 Методы компьютерного формирования траекторного сигнала на основе оптического изображения

В РСА различного типа с непрерывным и импульсным излучением зондирующего сигнала траекторный сигнал (ТС) записывается в память бортового вычислителя в виде двумерной матрицы цифровых комплексных отсчетов

$S = \{s_n^{(i)} \equiv s_n^{(i)}(t_n^{(i)}), n = 1, \dots, N, i = 1, \dots, I\}$, схематически представленной на рис. 2.

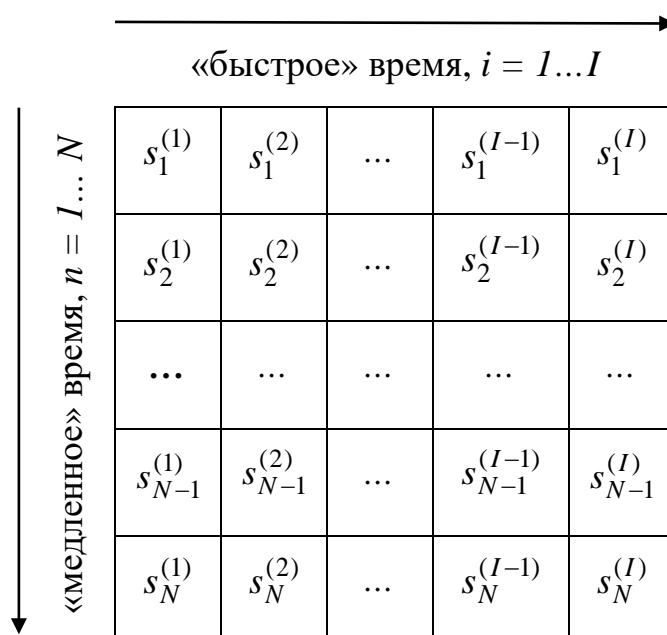


Рис. 2 – Двумерная матрица траекторного сигнала

Дискретные значения времени определяются соотношением

$$t_n^{(i)} = T \cdot (n - 1) + \Delta t \cdot i, \quad (1)$$

где T – период повторения зондирующих сигналов (импульсов), а $\Delta t \leq 1 / (2 \cdot \Delta F)$ (ΔF – ширина спектра зондирующего сигнала) – интервал дискретизации сигналов внутри одного периода. На рис. 2 номера отсчетов сигнала $i = 1, \dots, I$ внутри одного периода обозначены как «быстрое» время (горизонтальная ось), а номера периодов повторения сигнала $n = 1, \dots, N$ – как «медленное» время (вертикальная ось) [24].

Подробнее принцип формирования ТС применительно к РСА малой дальности с непрерывным ЛЧМ сигналом описан в [25]. Там же приведен пример радиоголограммы, построенной для траекторного сигнала точечного отражателя и соответствующий ему вид функции отклика после сжатия по наклонной дальности с помощью операции быстрого преобразования Фурье (БПФ). Рассмотрены также случаи нескольких точечных отражателей, расположение которых на облучаемой сцене задавалось оператором вручную. Моделирование РЛИ подобным образом очень трудоемко и не дает возможности оценить качество синтезированного изображения для реальной сцены в силу несопоставимо большего количества и разнообразия размещённых на ней объектов.

В реальной ситуации в каждой ячейке матрицы ТС хранится комплексное число (отсчёт), полученное в результате обработки сигналов, отраженных от большого числа отражателей, находящихся в пределах полосы наклонной дальности

шириной ΔR и попавших в главный луч диаграммы направленности (ДН) антенны – см. рис. 3.

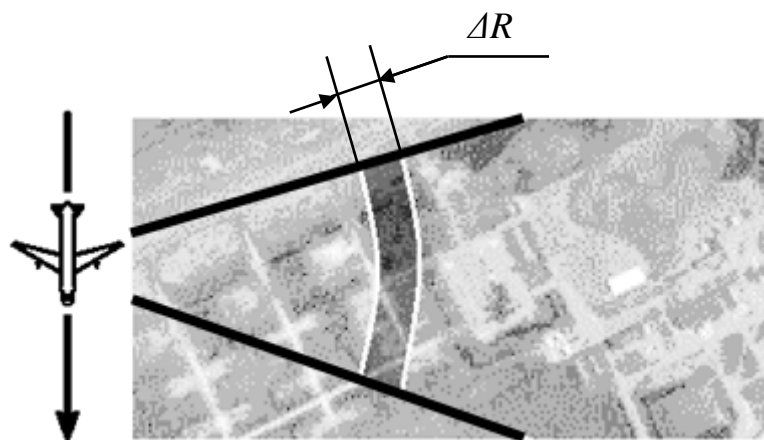


Рис. 3 – Линии равных наклонных дальностей в пределах полосы ΔR

Для компьютерного формирования ТС, приближенного к реальному, необходимо иметь информацию об облучаемой сцене. Для этого, в зависимости от поставленной задачи, сцена может быть представлена в виде трёхмерной или двумерной дискретной модели, каждый элемент которой рассматривается как точечный отражатель с определенными координатами и значением эффективной площади рассеяния (ЭПР). Наиболее простой путь получения такой двумерной модели заключается в использовании для этой цели оптического изображения (ОИ), представленного в оттенках серого цвета (далее – ЧБОИ – черно-белое ОИ).

Поскольку ЧБОИ обычно позволяет получить информацию лишь о яркости точек, то каждой точке изображения можно сопоставить вектор координат и, собственно, яркость точки, выступающую в качестве эквивалента ЭПР. В этом

случае, принимая во внимание [15], подходы к формированию ТС можно разделить на группы, как показано на рис. 4.

Прямое формирование ТС (левая ветвь схемы рис. 4) предполагает вычисление сигналов, отражённых от элементов сцены, параметры которых получены на основе её ОИ. Расчёт отражений может быть выполнен с помощью численных методов электродинамики, может быть осуществлён путём упрощения законов распространения электромагнитных волн до методов геометрической оптики или представлять собой комбинацию этих двух подходов [9].

Формирование ТС во временной области подробно рассмотрено в литературе и считается, что такой подход позволяет добиться наилучшего совпадения с реальным ТС [2, 11, 13, 16, 22, 29]. К его достоинствам можно отнести представление уравнений в виде, удобном для максимального приближения расчётной модели к реальности. Существенный недостаток заключается в большой вычислительной нагрузке, которая приводит к необходимости использования сложной аппаратуры и параллельных вычислений [10, 14, 21].

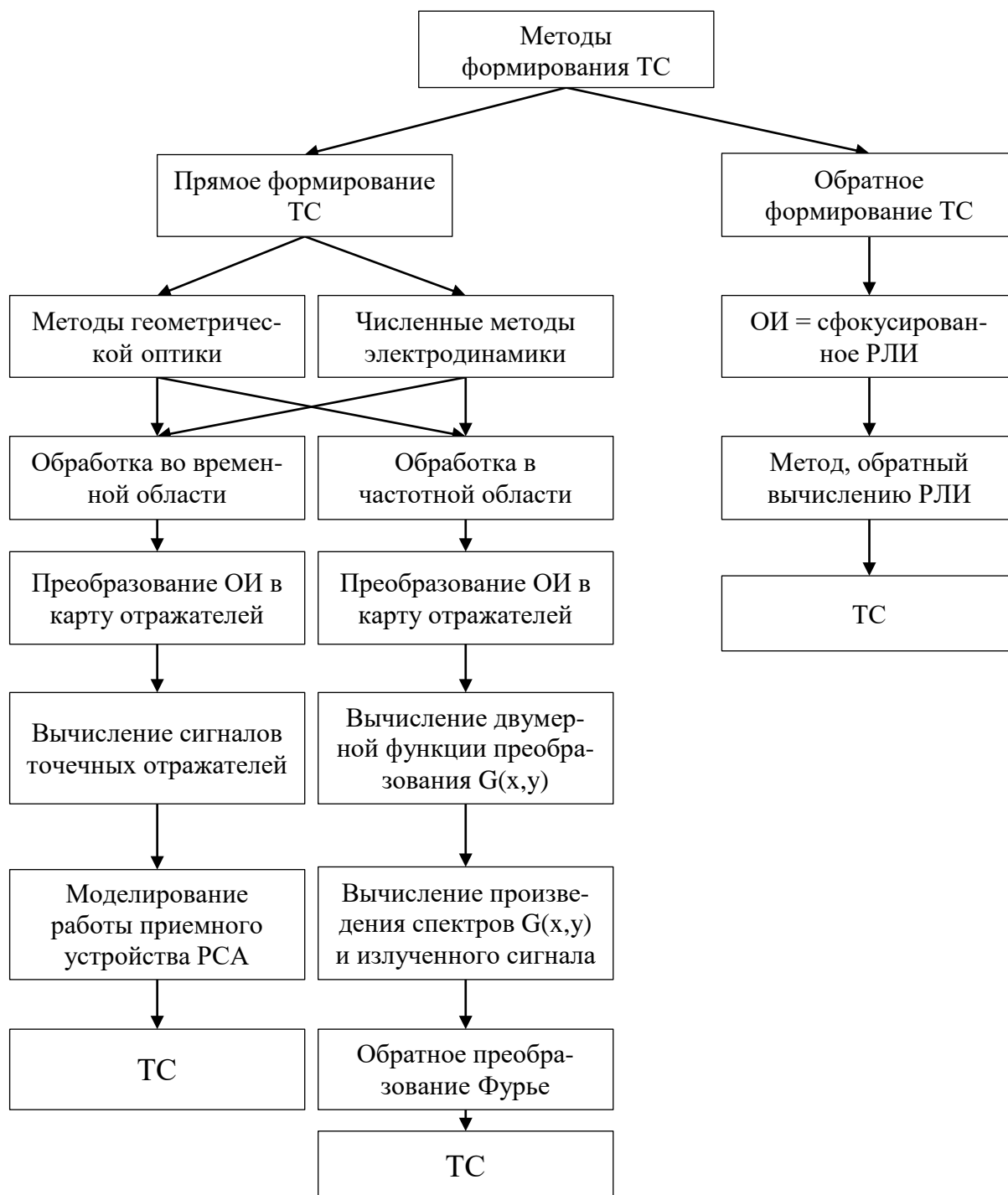


Рис. 4 – Схема этапов формирования ТС при использовании различных методов

Формирование ТС в частотной области призвано решить проблему нехватки вычислительных мощностей и в общем случае представляет собой обратное БПФ (ОБПФ) от частотного спектра принимаемого сигнала на выходе преобразующего

фильтра [5, 6, 7, 17, 18]. К достоинствам такого подхода можно отнести более высокую скорость вычислений, по сравнению с формированием ТС во временной области. Недостатком является более сложный вид уравнений, которые необходимо получать путём преобразований сигналов из временной области в частотную.

Обратное формирование ТС (правая ветвь схемы на рис. 4) основано на предположении, что оптическое изображение сцены – это сфокусированное РЛИ, из которого путём обратных преобразований можно получить исходный ТС. Среди таких алгоритмов можно выделить Inverse Omega-k Algorithm (IO-КА) и Inverse Chirp Scaling Algorithm (ICSA), представляющие собой обратные версии алгоритмов Omega-k Algorithm (O-КА) и Chirp Scaling Algorithm (CSA) соответственно [8]. К достоинствам этого подхода можно отнести очень быстрое время выполнения, которое может достигать всего нескольких секунд для изображений, состоящих из миллионов точек. Недостаток – необходимость использования в качестве исходного изображения РЛИ, ранее уже полученное с помощью какого-либо РСА.

Анализ и сравнение различных подходов при формировании ТС определил для дальнейших исследований выбор в качестве наиболее целесообразного метода моделирования – формирование ТС во временной области на основе методов геометрической оптики. Выбор такого решения обеспечивает компромисс между хорошим сходством реального и моделируемого ТС при удобстве анализа работы РСА с одной стороны и высокой скоростью вычислений с другой стороны.

2 Описание алгоритма и программ моделирования траекторного сигнала

Алгоритм моделирования ТС во временной области представлен в виде схемы на рис. 5. Рассмотрим подробно каждый из вычислительных блоков этого алгоритма.

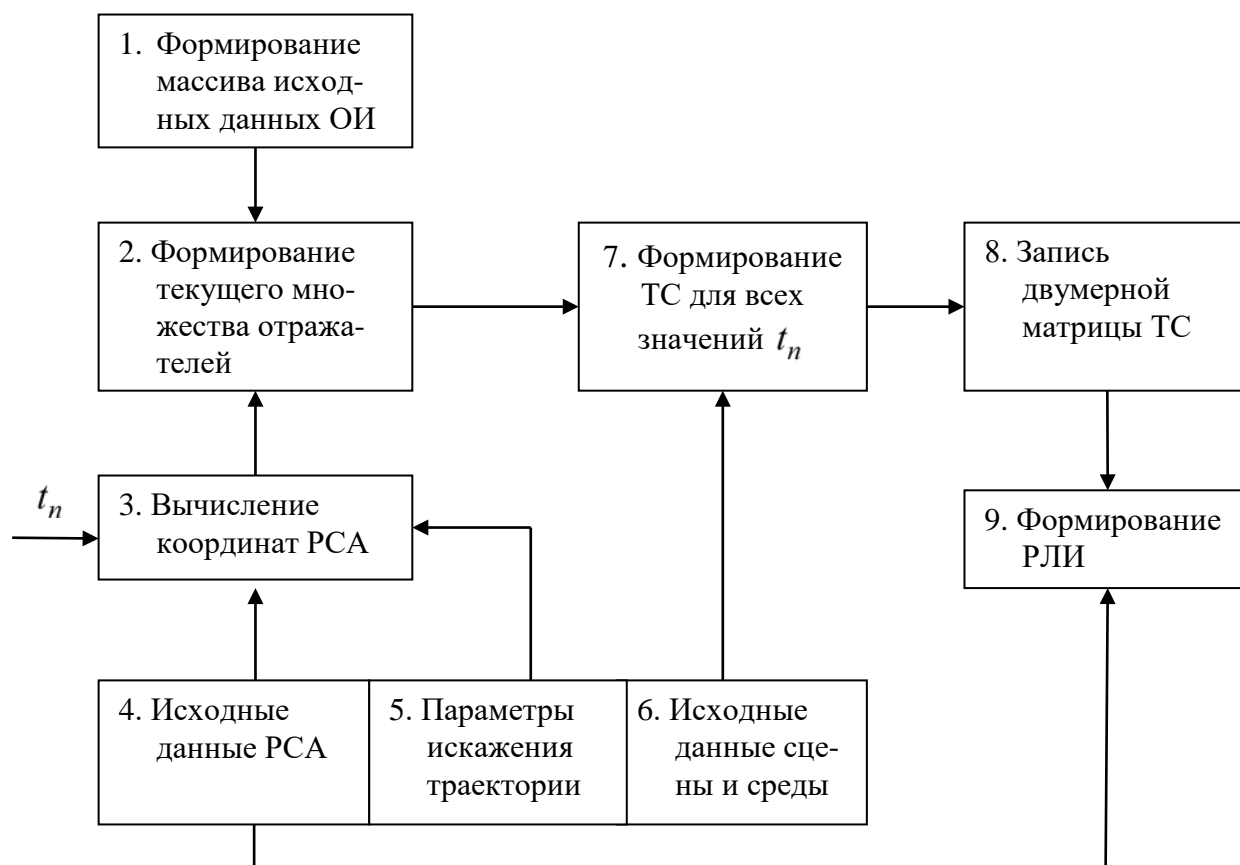


Рис. 5 – Алгоритм расчёта ТС во временной области

Первый этап – формирование массива исходных данных (блок 1) – является результатом предварительной обработки ОИ, которая подразумевает, что каждый пиксель изображения задает свой точечный отражатель. В связи с этим перед расчетом ТС ОИ должно быть преобразовано в ЧБОИ и обрезано в соответствии с размерами облучаемой сцены. Затем, на втором этапе (блок 2) формируется

множество отражателей $\mathbf{K} = \{x^{(k)}, y^{(k)}, \sigma^{(k)}\}$, $k=1,2,\dots$, число которых совпадает с количеством пикселей изображения, а каждый k -й элемент множества характеризует координаты $(x^{(k)}, y^{(k)})$ и яркость $\sigma^{(k)}$ отражателя. При этом используются данные РСА – координаты радара, скорость движения носителя в единой для модели системе координат, значение интервалов медленного времени (блоки 3, 4). В качестве исходных данных РСА, используемых в последующих расчетах, задаются также параметры излучаемого сигнала, формы ДН передающей и приемной антенн и др.

Формирование ТС начинается с выбора номера отсчёта n медленного времени $t_n = t_n^{(0)}$ (см. (1) при $i=0$) и вычисления массива значений $W = (x(t_n), y(t_n), z(t_n))$ текущих координат фазового центра приёмной антенны РСА (блок 7). Применение модели ТС для задач исследования качества получаемого РЛИ предполагает возможность введения траекторных нестабильностей, что реализуется с помощью блока 5. Параметры искажения траектории включают в себя наличие и тип траекторных нестабильностей, а также углы смещения ДН антенны вследствие крена, тангажа или рыскания носителя РСА в воздухе. При расчете массива значений W должны быть известны координаты границ сцены в единой для модели системе координат, а также примерные параметры среды, влияющие на искажения и затухания сигналов в радиотракте. Исходные значения этих параметров хранятся в вычислительном блоке 6.

После вычисления массива W из множества \mathbf{K} выбирается подмножество $\mathbf{K}^{(n)}$ точечных отражателей, которые будут использованы при формировании ТС для

текущего момента «медленного» времени. Критерием выбора элементов множества $K^{(n)}$ является условие попадания точечного отражателя в главный луч ДН приемной антенны. Далее под индексом k подразумевается порядковый номер точечного отражателя из множества $K^{(n)}$.

По координатам $(x_k^{(n)}, y_k^{(n)}, z_k^{(n)} = 0)$ текущего k -го отражателя определяется расстояние $r_k^{(n)}$ от него до фазового центра антенны РСА, а также угол прихода на приёмную антенну отражённого сигнала, который используется для определения коэффициентов усиления приёмной и передающей антенн. Предполагается, что ЭПР точечного отражателя пропорциональна значению яркости $\sigma^{(k)}$.

В частном случае [25] использования в качестве зондирующего непрерывного ЛЧМ сигнала с центральной частотой f_0 принимаемый сигнал для k -го точечного отражателя может быть записан в виде

$$s_k(t, n) = U_0 q_k^{(n)} \cos(2\pi\beta\tau_n^{(k)} + 2\pi f_0\tau_n^{(k)} - \pi F_{\sigma}^{(k)}(\tau_n^{(k)})^2 + \varphi_0 + \varphi_k) + \eta(t), \quad (2)$$

где U_0 – амплитуда зондирующего сигнала; $q_n^{(k)}$ – коэффициент ослабления во всем радиотракте; β – крутизна нарастания частоты (Гц/с); $\tau_n^{(k)} = 2r_n^{(k)} / c$ – время запаздывания сигнала k -го отражателя; $F_{\sigma}^{(k)} = \beta\tau_n^{(k)}$ – частота биений сигнала k -го отражателя; φ_0 – начальная фаза зондирующего сигнала; φ_k – случайный скачок фазы при отражении сигнала от k -го отражателя; $\eta(t)$ – аддитивный шум. Значение коэффициента ослабления $q_n^{(k)}$ вычисляется с помощью основного уравнения радиолокации при известных коэффициентах усиления приемной и передающей

антенн, расстояния $r_k^{(n)}$ и ЭПР точечного отражателя, а также с учетом затухания в атмосфере.

Цифровая форма ТС получается в результате дискретизации непрерывного сигнала (2) в моменты времени $t_n^{(i)}$ (1). Дискретные значения сигналов, полученные путем суммирования сигналов всех точечных отражателей из множества $K^{(n)}$ для n -го момента «медленного» времени, образуют строку с числом I значений матрицы ТС, представленной на рис. 2. Таким образом формируется двумерная матрица S чисел, которая и является моделью дискретного ТС РСА. Следует отметить, что в общем случае при использовании квадратурного демодулятора матрица S состоит из комплексных чисел, что обычно имеет место при использовании импульсных сигналов типа ЛЧМ или ФМС.

На основе описанного алгоритма моделирования ТС в среде MATLAB разработан комплекс программ с графическим интерфейсом, позволяющий:

- задавать параметры РСА, вид и параметры траекторных нестабильностей полета носителя РСА;
- формировать множество точечных отражателей на основе ОИ, представленного в виде ЧБОИ;
- формировать цифровой ТС во временной области;
- строить РЛИ на основе полученной модели ТС.

В алгоритме заложена возможность использования случайных параметров ЭПР точечных отражателей, моделирующая диаграмму обратного рассеяния отражателей в зависимости от ракурса наблюдения.

4. Результаты компьютерного формирования ТС и РСА-изображений

Анализ свойств ТС в РСА различного вида показывает, что при его формировании в течение каждого n -го интервала «медленного» времени вполне оправдано допущение о постоянстве значений параметров принимаемых сигналов (это связано с весьма незначительными изменениями в течение короткого интервала времени таких величин, как дальность $r_k^{(n)}$ до отражателей, коэффициенты усиления передающей и приемной антенн, ЭПР и др.). Такое допущение равносильно предположению о том, что в каждый начальный момент «медленного» времени $t_n^{(0)}$ летательный аппарат с РСА «замирает» на время одного периода повторения. Такой подход, часто используемый для упрощения расчетов, встречается в англоязычной литературе под названием «Stop and Go» [17].

Дальнейшее упрощение расчетов связано с возможностью пренебрежения во многих случаях коррекцией миграции ячеек по наклонной дальности (подробнее см. [12]), что позволяет проводить обработку ТС в два этапа:

- 1) выполнение БПФ в «быстром» времени для сжатия ТС по наклонной дальности;
- 2) согласованная фильтрация в «медленном» времени для сжатия ТС по курсовой (азимутальной) дальности.

Рассматриваемые далее примеры моделирования ТС и соответствующие им РЛИ относятся к РСА малой дальности с непрерывным ЛЧМ сигналом, подробно описанной в [25]. Основные тактико-технические характеристики РСА приведены в таблице.

Таблица. Тактико-технические характеристики РСА и носителя

№	Наименование параметра (ед. измерения)	Значение
1	Несущая частота, f_0 (Гц)	10^{10}
2	Максимальная наклонная дальность, R_{\max} (м)	1200
3	Минимальная наклонная дальность, R_{\min} (м)	1000
4	Частота повторения ЛЧМ сигнала, F_M (Гц)	10^3
7	Девияция частоты ЛЧМ сигнала, B (Гц)	$3,0 \cdot 10^8$
8	Ширина ДН антенны в горизонтальной плоскости, (град.)	3
9	Ширина ДН антенны в вертикальной плоскости, (град.)	90
10	Высота полета летательного аппарата, h (м)	1000
11	Скорость полета ЛА, V (м/с)	25
12	Мощность шумов, $P_{ш}$ (Вт)	0
13	Частота дискретизации отсчетов «быстрого» времени F_s (МГц)	600

При формировании множества точечных отражателей ОИ использовалась фотография кинотеатра «Байконур» и прилегающей к нему территории (см. рис. 6), вырезанная из спутникового изображения района Северного административного округа г. Москвы сервиса Google Maps. Размер обработанного ОИ составляет 100 точек по оси Ox (курсовая дальность) и 200 точек по оси Oy (проекционная дальность на поверхности земли). После обработки изображения в координатах сцены точечные отражатели, число которых равно 20 000, образуют равномерную двумерную сетку с интервалом 1 м между точками по каждой из осей координат.

На рис. 7–9 изображены траекторные сигналы на выходе балансного смесителя РСА и РЛИ, построенные по ним. Время накопления сигнала между

отсчётами медленного времени составляло 0,002 с. Для борьбы с растеканием спектра при БПФ отсчётов быстрого времени использовалась оконная функция Ханна. Расчёт каждого из этих траекторных сигналов выполнялся на машине с процессором Intel® Core™ i5-2410M CPU @2.3GHz и занимал в среднем около 8 часов.



Рис. 6 – Исходное оптическое изображение

Зондирующий сигнал РСА определяет потенциальную разрешающую способность по наклонной и азимутальной дальностям ΔR_r и ΔR_a соответственно, которые равны (см. [25])

$$\Delta R_r = c/2B = 3 \cdot 10^8 / (2 \cdot 3 \cdot 10^8) = 0,5 \text{ м,}$$

$$\Delta R_a = \lambda_0 / 2\Theta_a = 0,03 / (2 \cdot 3\pi/180) \approx 0,29 \text{ м.}$$

Сжатие ТС по наклонной дальности путём БПФ приводит к тому, что отсчёты ТС преобразуются из временной в частотную область, где информация, имеющая значение для построения РЛИ, содержится лишь в части отсчётов, каждый из которых теперь хранит своё комплексное число, соответствующее комплексному отсчёту смеси прошедших через БС принятых сигналов, отражённых от точечных

отражателей, расположенных на одной линии равных наклонных дальностей. Кроме того, в каждый из этих отсчётов попадают амплитуды и фазы от соседних частот, что связано с явлением растекания спектра. Таким образом, разрешающая способность по наклонной дальности становится зависящей от разрешающей способности БПФ, которая вычисляется как величина, обратная времени накопления сигнала (критерий Релея):

$$\Delta F_{\delta} = 1/\tau_n = 1/0,002 = 500 \text{ Гц.}$$

Тогда размер РЛИ по оси наклонной дальности (по горизонтали) составляет:

$$\begin{aligned} \Delta y &= (F_{\delta_{max}} - F_{\delta_{min}}) / \Delta F_{\delta} = 2B (R_{nmax} - R_{nmin}) / (c T_M \Delta F_{\delta}) \approx \\ &\approx 2 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot (1562 - 1414) \cdot / (3 \cdot 10^8 \cdot 0.001 \cdot 500) \approx 592 \text{ отсчёта.} \end{aligned}$$

Разрешающая способность РЛИ по оси наклонной дальности равна

$$\Delta R_r = (R_{nmax} - R_{nmin}) / \Delta y \approx (1562 - 1414) / 592 \approx 0,25 \text{ м.}$$

Поскольку разрешающая способность БПФ по наклонной дальности меньше разрешающей способности, связанной с зондирующим сигналом, и меньше минимального расстояния по наклонной дальности между точечными отражателями ($\approx 0,71$ м), то на РЛИ должны быть заметны параллельные регулярные чёрные полосы между пиками, соответствующими точечным отражателям.

РСА-изображения воспринимаются субъективно, что выражается в оценке возможности различения реальных объектов с различными размерами и различным разнесением друг от друга, в сравнении динамического диапазона яркости РЛИ по сравнению с исходным оптическим изображением, в заметности искажений, связанных с проекционностью наблюдения.

Так, на рис. 7а траекторный сигнал был построен исходя из предположения, что носитель РСА движется по идеальной прямой (сверху вниз). Полученное по этому сигналу РЛИ, изображённое на рис. 7б имеет размер чуть более, чем 400х600 точек (заметна "лишняя" широкая чёрная полоса справа). Несмотря на сжатость изображения по горизонтали по сравнению с оригинальным (с соблюдением пропорций соответствующий размер оригинального изображения составляет 400х800 точек), небольшие объекты (автомобили на дороге и стоянках перед кинотеатром "Байконур" и торговыми центрами) различимы, видны также объекты на крышах зданий, в том числе крытого рынка. Отчётливо видны границы дороги и зелёные насаждения. Искажения, связанные с проекционностью наблюдения незаметны. Как и предполагалось, на РЛИ заметны вертикальные регулярные чёрные полосы, указывающие на наличие пропусков между точечными отражателями по наклонной дальности. Горизонтальные регулярные чёрные полосы обусловлены той же причиной: разрешающая способность БПФ по азимуту меньше разрешающей способности зондирующего сигнала.

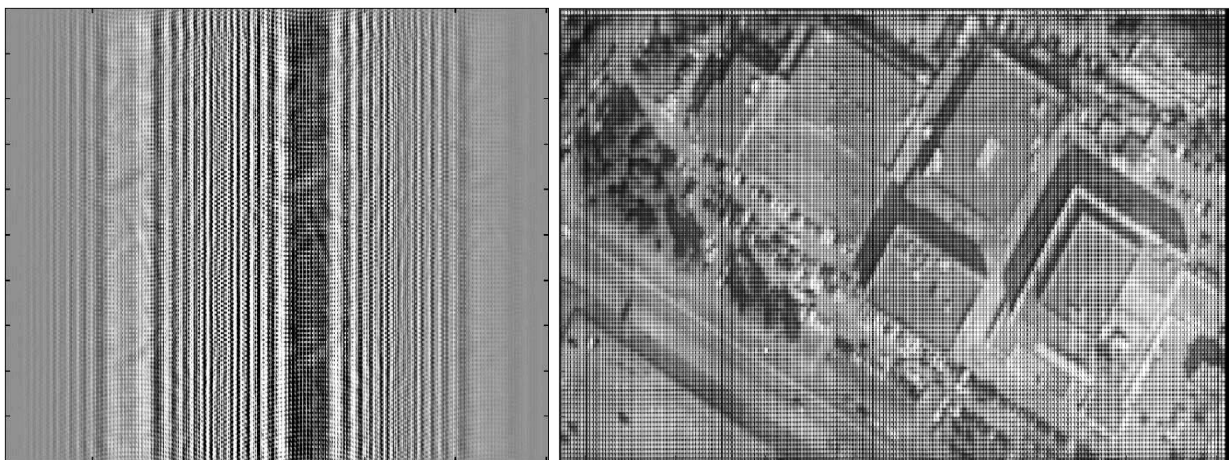
*a)**б)*

Рис. 7 – ТС без траекторных нестабильностей (а); РЛИ (б)

На рис. 8 в траекторию движения носителя РСА вносится неустойчивость, описываемая синусоидой с амплитудой 0,01 м в горизонтальной плоскости, причём за весь интервал синтезирования укладывается два её периода. На РЛИ становится заметно небольшое искривление прямых линий, а небольшие объекты начинают смазываться и сливаться друг с другом.

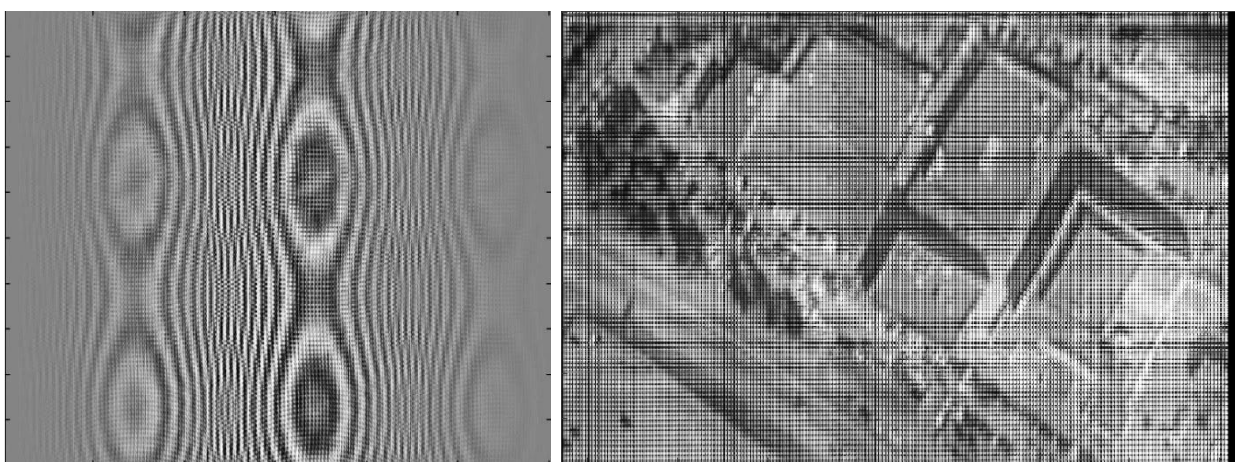
*a)**б)*

Рис. 8 – ТС с траекторной синусоидальной неустойчивостью 0,01 м в горизонтальной плоскости (*a*); РЛИ (*б*)

На рис. 9 амплитуда траекторной неустойчивости составляет уже 0,05 м, что приводит к более значительному искажению РЛИ и появлению ярких светлых полос там, где траекторная неустойчивость достигает своих максимумов. Также заметно общее искажение яркостного диапазона. Детали дороги и небольшие объекты смазаны и деформированы настолько, что с трудом различимы.

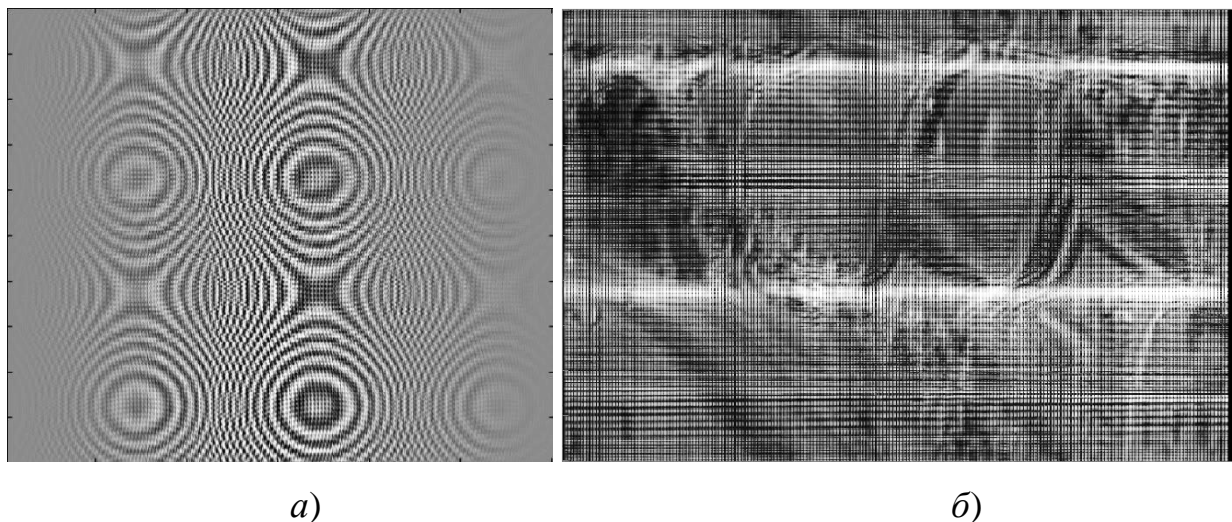
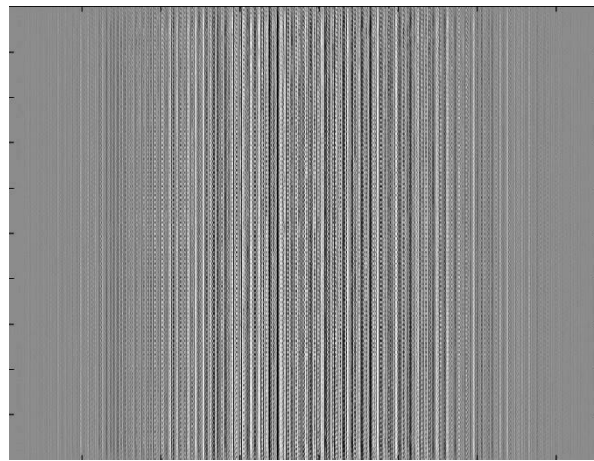


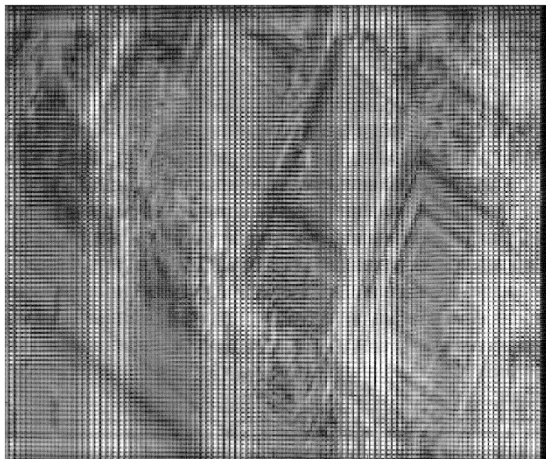
Рис. 9 – ТС с траекторной синусоидальной нестабильностью 0,05 м в горизонтальной плоскости (а); РЛИ (б)

На рис. 10. изображён ТС на выходе балансного смесителя, двумерный спектр ТС и полученное РЛИ для случая, когда РСА отводилось вдвое меньше времени для накопления сигнала между отсчётами медленного времени, т.е. 0,001 секунда. Разрешающая способность БПФ в этом случае составляет уже 1 кГц, а РЛИ по оси наклонной дальности содержит 296 отсчётов. Расчёт траекторного сигнала занял около 4 часов.

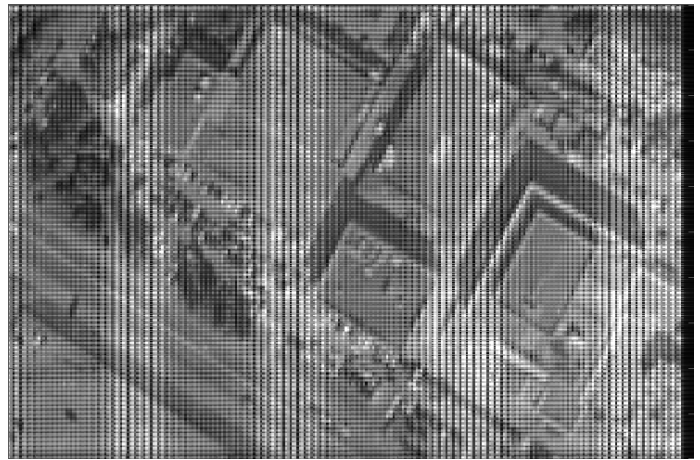
Разрешающая способность БПФ по оси наклонной дальности теперь ближе к разрешающей способности зондирующего сигнала, но регулярные вертикальные чёрные полосы, связанные с возможностью разрешающей способности БПФ уловить пропуски между точечными отражателями по наклонной дальности, всё ещё видны на изображении без применения оконной функции, поскольку пропуски превосходят разрешающую способность по величине.



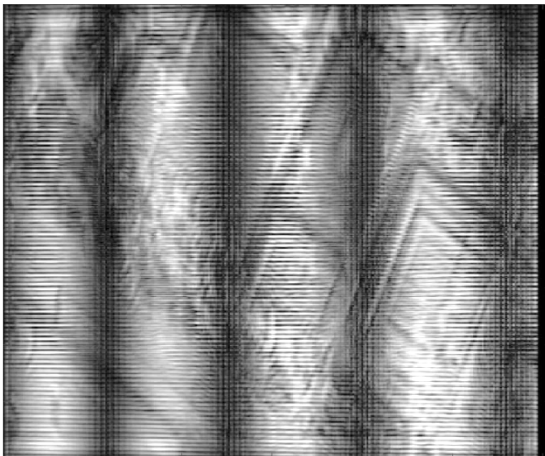
a)



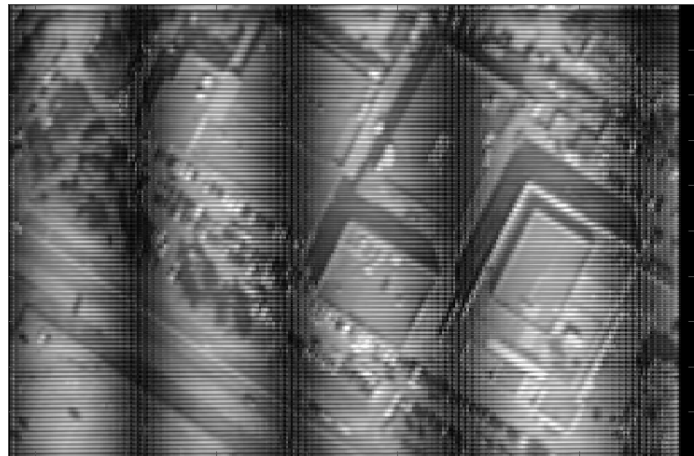
б)



в)



г)



д)

Рис. 10 – ТС с искажённым спектром (*a*); искажённый спектр без окна Ханна (*б*); РЛИ без окна Ханна (*в*); искажённый спектр с окном Ханна (*г*); РЛИ с окном Ханна (*д*)

Регулярные горизонтальные чёрные полосы, указывающие на пропуски между точечными отражателями по курсовой дальности, по-прежнему видны, поскольку ни интервал синтезирования, ни количество отсчётов медленного времени не изменились, т.е. отношение разрешающих способностей зондирующего сигнала и БПФ по азимуту осталось прежним. Сравнивая рис. 10б–10д с предыдущими изображениями, можно заметить сильное искажение амплитудного спектра ТС, проявляющееся в параллельных линии курса скачках яркости изображения, следующих с переменным периодом. Видно, что оконная функция не позволяет избавиться от этого эффекта и субъективно ухудшает РЛИ, подавляя участки, где амплитудный спектр ТС искажён.

Похожий эффект слабо наблюдается в работе [9, Fig.4] на РЛИ, построенном на основе ТС, сформированного с использованием упрощения модели до законов геометрической оптики, но там не поднимается вопрос о причине такого яркостного искажения РЛИ.

В статье [3] описывается ситуация, с которой столкнулись разработчики лидара, работающего с непрерывным ЛЧМ-сигналом и предназначенного для исследования аэрозолей. Было обнаружено, что при отражении излучённого сигнала от среды с равномерным распределением точечных отражателей теряется информация об отражателях, расположенных между границами среды. Это происходит из-за того, что прямоугольная функция, ограничивающая ЛЧМ сигнал в периоде модуляции, оказывает фильтрующее воздействие на спектр преобразованного сигнала, приводя к подавлению части его гармоник. Более

подробное описание причин возникновения данного явления, обусловленного интерференцией сигналов точечных отражателей, содержится в [23, 28].

Действительно, рассматриваемая выше модель сцены, облучаемой РСА, представляет собой сетку с равномерным распределением точечных отражателей. В качестве способа борьбы с указанным эффектом, можно внести нарушение равномерности этой сетки, что равносильно добавлению случайной составляющей в фазовый спектр сигнала (2). Этого можно добиться, присваивая при обработке оптического изображения каждому k -му отражателю случайный фазовый сдвиг φ_k , который будет учитываться при формировании отражённого сигнала.

Проиллюстрируем сказанное на примере, увеличив при этом плотность точечных отражателей на сцене для того, чтобы разрешающая способность БПФ не давала возможности обнаружить пропуски между отражателями – это позволит сосредоточиться на наблюдении участков искажённого спектра и их влияния на РЛИ. На рис. 11а и 11б показан амплитудный спектр и РЛИ соответственно, полученные на основе оптического изображения размером 200х400 точек для сцены тех же размеров и положения, что указаны в таблице 1. Расстояние между точечными отражателями составляет 0,5 м по оси наклонной дальности и по оси азимута. Время накопления τ_n равно периоду модуляции $T_M = 1/F_M$ и составляет 1 мс. Расчёт траекторного сигнала проводился на той же машине и занял примерно 18 часов.

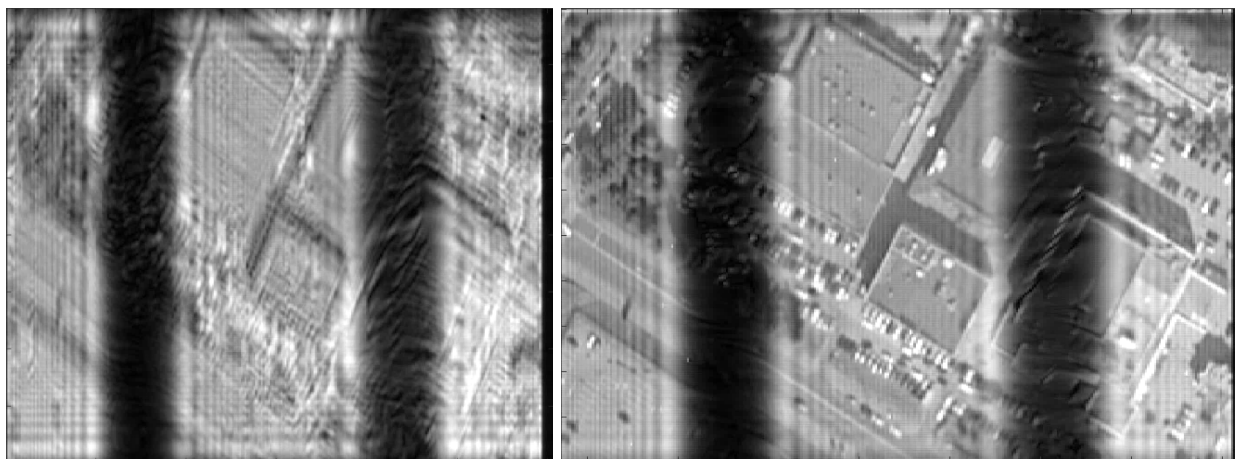
*a)**б)*

Рис. 11 – Амплитудный спектр ТС (*a*) и соответствующее ему РЛИ (*б*) для сетки точечных отражателей размером 200x400

Видно, что участки, где амплитудный спектр искажён и, тем самым, пагубно влияет на РЛИ, изменили свои ширину и частоту следования, а также стали сильнее подавлять полезную часть спектра преобразованного ТС. На рис. 12*а* и 12*б* показан амплитудный спектр и РЛИ, полученные с добавлением случайного фазового сдвига φ_k (от 0 до 2π) при формировании ТС.

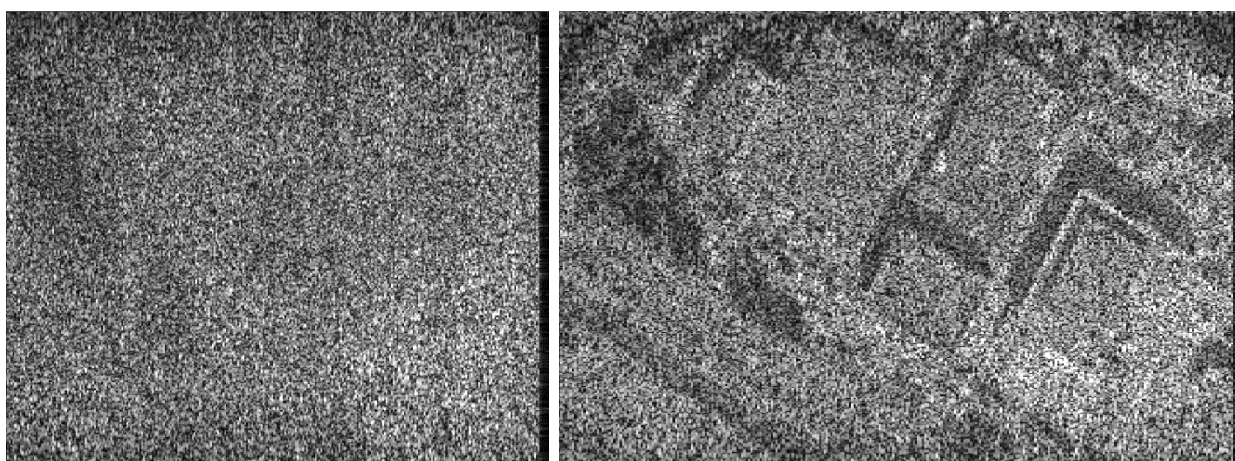
*a)**б)*

Рис. 12 – Амплитудный спектр ТС (*a*) и соответствующее ему РЛИ (*б*) для сетки 200x400 точек, полученные по ТС с наличием случайного фазового сдвига при отражении сигнала

Видно, что эффект скачкообразного искажения амплитудного спектра в виде следующих с переменным периодом участков, где подавлены частотные составляющие, больше не наблюдается, однако пострадала чёткость РЛИ. Мелкие объекты (автомобили, светофоры и пр.) уже неразличимы, а в целом картинка субъективно воспринимается зашумлённой. Для того, чтобы оценить, насколько сильно будет отличаться РЛИ с использованием этого приёма для тех случаев, когда спектр не подвергается искажению, траекторный сигнал, использовавшийся для построения РЛИ на рис. 7, был пересчитан с учётом случайных фазовых сдвигов. Амплитудный спектр и РЛИ, полученные в результате обработки этого ТС, представлены на рис. 13. Видно, что РЛИ на рис. 13б выглядит темнее, чем на рис. 7б, а в целом разница в различимости объектов почти незаметна.

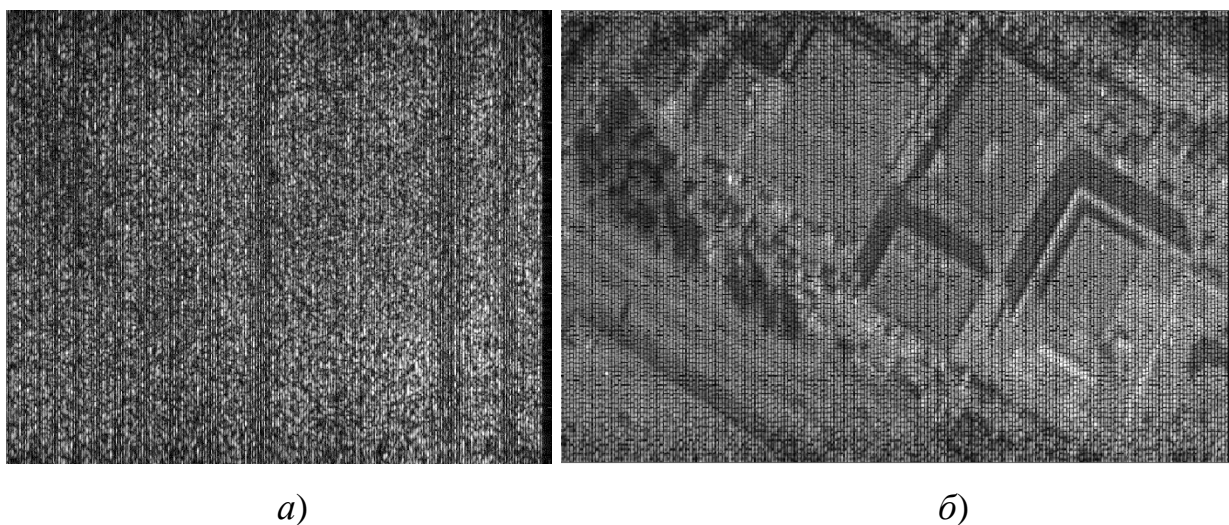


Рис. 13 – Амплитудный спектр ТС (а) и соответствующее ему РЛИ (б) для ТС, пересчитанного с учётом случайного фазового сдвига для сцены размером 100х200 точек

Заключение

Приведён обзор методов компьютерного формирования траекторного сигнала РСА. Поэтапно рассмотрен алгоритм, описывающий один из методов

компьютерного формирования ТС во временной области на основе оптического изображения сцены. Описан эффект искажения яркости РЛИ, обусловленный равномерностью распределения ограниченного количества точечных отражателей на моделируемой плоской сцене, и предложен способ борьбы с ним.

На основе описанного алгоритма в среде MATLAB разработан комплекс программ, позволяющий проводить компьютерное формирование траекторного сигнала и обрабатывать его для построения РЛИ. Этот комплекс позволяет вычислять траекторный сигнал с учётом траекторных нестабильностей, благодаря чему обеспечивается возможность субъективной оценки их влияния на качество РЛИ.

Дальнейшее развитие комплекса программ может быть продолжено в следующих направлениях:

- усложнение расчётной модели (для симуляции спекл-шума и других дефектов реальных РЛИ);
- совершенствование алгоритма формирования ТС во временной области и его последующей обработки с целью устранения описанного эффекта искажения спектра вследствие равномерности распределения точечных отражателей на моделируемой плоской сцене;
- поддержка других алгоритмов программного формирования ТС и предоставление пользователю их выбора;

- поддержка более сложных моделей траекторных неустойчивостей, включающих в себя разворот и крен носителя РСА, влекущие за собой отклонение луча диаграммы направленности антенны;
- создание модулей, реализующих алгоритмы автофокусировки РЛИ, испорченного вследствие наличия траекторных неустойчивостей.

Библиографический список

1. Aguasca A., Avenco-Herrera R., Broquetas A., Mallorqui Jordi J., Fabregas X. ARBRES: Light-Weight CW/FM SAR Sensors for Small UAVs // Sensors, 2013, vol. 13 (3), pp. 3204 - 3216. DOI: [10.3390/s130303204](https://doi.org/10.3390/s130303204)
2. Allan J., Collins M.J. Sarsim: A Digital Sar Signal Simulation System // In Proceedings of the Remote Sensing & Photogrammetry Society, RSPSoc, Newcastle upon Tyne, UK, 11–14 September 2007.
3. Batet O., Dios F., Comeron A., Agishev R. Intensity-modulated linear-frequency-modulated continuous-wave lidar for distributed media: fundamentals of technique // Applied Optics, 2010, vol. 49, no. 17, pp. 3369 - 3379. DOI: [10.1364/AO.49.003369](https://doi.org/10.1364/AO.49.003369)
4. Chang Wenge, Tian Haishan, Gu Chengfei. FMCW SAR: From design to realization // Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), 2016 IEEE International, Beijing, China, July 10–15, 2016. DOI: [10.1109/IGARSS.2016.7729284](https://doi.org/10.1109/IGARSS.2016.7729284)
5. Franceschetti G., Migliaccio M., Riccio D., Schirinzi G. SARAS: A Synthetic Aperture Radar (SAR) Raw Signal Simulator // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1992, vol. 30, no. 1, pp. 110 - 123.

6. Franceschetti G, Iodice A, Riccio D. Efficient simulation of airborne SAR raw data of extended scenes // IEEE Trans Geoscience and Remote Sensing, 2006, vol. 44 (10), pp. 2851 - 2860. DOI:[10.1109/TGRS.2006.875786](https://doi.org/10.1109/TGRS.2006.875786)
7. Guo Yuhua, Liu Qinhuo, Zhong Bo, Yang Xiaoyuan. Efficient SAR Raw Data Simulation including Trajectory Deviations and Antenna Pointing Errors // Progress In Electromagnetics Research B, 2017, vol. 72, pp. 111 – 128. DOI:[10.2528/PIERB16102102](https://doi.org/10.2528/PIERB16102102)
8. Khwaja A.S., Ferro-Famil L., Pottier E. SAR Raw Data Simulation in the Frequency Domain // Proceedings of the 3rd European Radar Conference, Manchester, UK, September 2006, pp. 277 - 280. DOI:[10.1109/EURAD.2006.280328](https://doi.org/10.1109/EURAD.2006.280328)
9. Kulpa K., Samczynski P., Malanowski M., Gromek A., Gromek D., Gwarek W., Salski B., Tański G. An advanced SAR simulator of three-dimensional structures combining geometrical optics and full-wave electromagnetic methods // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, vol. 52, no. 1, pp. 776 - 784. DOI:[10.1109/TGRS.2013.2283267](https://doi.org/10.1109/TGRS.2013.2283267)
10. Li Wei, Zhang Houxiang, Hildre Hans Petter. A real-time UAV INSAR raw signal simulator for HWIL simulation system // Proceedings 28th European Conference on Modelling and Simulation, Brescia, Italy, 2014, pp. 94 - 100. DOI:[10.7148/2014-0094](https://doi.org/10.7148/2014-0094)
11. Mori A., De Vita F. A Time-Domain Raw Signal Simulator for Interferometric SAR // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2004, vol. 42, no. 9, pp. 1811 - 1817. DOI:[10.1109/TGRS.2004.832242](https://doi.org/10.1109/TGRS.2004.832242)

12. Navneet S., Ashish Roy, Bhattacharya C. Image Generation Algorithms for FMCW-SAR at X-Band // 9-th International Radar Symposium, India, 2013, (IRSI-13). Bangalore.
13. Schlutz M. Synthetic Aperture Radar Imaging Simulated in MATLAB, California Polytechnic State University, San Luis Obispo, California, 2009, 77 p.
14. Sheng Hui, Wang Kaizhi, Liu Xingzhao, Li Jianjun. A fast RAW data simulator for the stripmap SAR based on CUDA via GPU // 2013 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2013, pp. 915 - 918. DOI:[10.1109/IGARSS.2013.6721309](https://doi.org/10.1109/IGARSS.2013.6721309)
15. Shoalehvar A. Synthetic Aperture Radar (SAR) Raw Signal Simulation, San Luis Obispo, California, 2012. DOI:[10.15368/THESES.2012.76](https://doi.org/10.15368/THESES.2012.76)
16. Soumech. M. Synthetic Aperture Radar Signal Processing with MATLAB Algorithms, New York, John Wiley & Sons, Inc, 1999, 616 p.
17. Weijie Xia, Jianjiang Zhou. A Raw Signal Simulator for Bistatic SAR // Chinese Journal of Aeronautics, 2009, no. 22 (4), pp. 434 - 443. DOI:[10.1016/S1000-9361\(08\)60122-3](https://doi.org/10.1016/S1000-9361(08)60122-3)
18. Yang Liang, Yu Wei-Dong, Luo Yun-Hua, Zheng Shi-Chao. Efficient Strip-Mode SAR Raw Data simulator of extended scenes included moving targets // Progress In Electromagnetics Research B, 2013, vol. 53, pp. 187 - 203. DOI:[10.2528/PIERB13050205](https://doi.org/10.2528/PIERB13050205)
19. Zaugg E., Edwards M., Long D., Stringham C. Developments in Compact High-Performance Synthetic Aperture Radar Systems for Use on Small Unmanned Aircraft // 2011 IEEE Aerospace Conference, Big Sky, MT, USA, March 5–12, 2011. DOI:[10.1109/AERO.2011.5747414](https://doi.org/10.1109/AERO.2011.5747414)

20. Zaugg E. Generalized Image Formation for Pulsed and LFM-CW Synthetic Aperture Radar, Brigham Young University, Provo, Utah, 2010, 161 p.
21. Zhang Fan, Hu Chen, Li Wei, Hu Wei, Li Heng-Chao. Accelerating Time-Domain SAR Raw Data Simulation for Large Areas Using Multi-GPUs // IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2014, vol. 7, no. 9, pp. 3956 - 3966. DOI:[10.1109/JSTARS.2014.2330333](https://doi.org/10.1109/JSTARS.2014.2330333)
22. Антипов В.Н., Горяинов В.Т., Кулин А.Н. и др. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны. – М.: Радио и связь, 1988, – 304 с.
23. Гаврилов К.Ю., Каменский К.В. Восстановление профиля протяженной цели при радиолокационном зондировании непрерывным ЛЧМ-сигналом // Радиотехника. 2019. Т. 83. № 11 (17). С. 26 - 42. DOI: [10.18127/j00338486-201911\(17\)-03](https://doi.org/10.18127/j00338486-201911(17)-03)
24. Гаврилов К.Б., Каменский И.В., Кирдяшкин В.В., Линников О.Н. Моделирование и обработка радиолокационных сигналов в Matlab. – М.: Радиотехника, 2020. – 264 с.
25. Гаврилов К.Ю., Канащенков А.И., Нуждин В.М., Панявина Н.С. Обработка сигналов при синтезировании апертуры в радаре с непрерывным излучением // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2018. Т. 16. № 6. С. 31 - 46.
26. Гусев С.Н., Сахно И.В., Хуббиев Р.В. Методика оценивания качества формирования виртуальных объектов на радиолокационных изображениях // Труды МАИ. 2019. № 104. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=102169>

27. Занин К.А. Разработка модели оценки пространственного разрешения космического радиолокатора синтезированной апертуры // Труды МАИ. 2017. № 96.

URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=85931>

28. Каменский К.В., Гаврилов К.Ю. Искажения радиолокационного профиля протяжённой цели при зондировании сигналом с линейной частотной модуляцией // 18-я Международная конференция «Авиация и космонавтика – 2019»: тезисы докладов (Москва, 18-22 ноября 2019). - М.: Логотип, 2019. С. 122 - 123.

29. Кондратенков Г.С., Фролов А.Ю. Радиовидение. Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли. – М.: Радиотехника, 2005. - 368 с.

30. Сенцов А.А., Ненашев В.А., Иванов С.А., Турнецкая Е.Л. Совмещение сформированных радиолокационных изображений с цифровой картой местности в бортовых системах оперативного мониторинга земной поверхности // Труды МАИ.

2021. № 117. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=156227>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-08)

31. Старовойтов Е.И., Юрчик И.А. Оптимизация характеристик авиационного радиолокатора с синтезированной апертурой и его системы микронавигации // Труды МАИ. 2019. № 108. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=109500>

Trajectory signal modelling in the aperture synthesis radar based on optical images of the Earth surface

Gavrilov K.Yu.*, Kamensky K.V., Malyutina O.A.

*Moscow Aviation Institute (National Research University), MAI,
4, Volokolamskoe shosse, Moscow, A-80, GSP-3, 125993, Russia*

**e-mail: gvrk61@mail.ru*

Abstract

The article deals with the development and research of algorithms for computer simulation of the signal trajectory in the aperture synthesis radar. It substantiates such modelling relevance, which is stipulated by the necessity to obtain radar images of one and the same scene under various probing conditions. The radar images obtained thereby may be employed to analyze various synthesizing algorithms, trajectory instabilities, equipment errors and other factors affecting the quality of the resulting synthesized image.

These are the methods for direct and reverse forming of the trajectory signal. The first group of methods, in its turn, can use numerical methods of electrodynamics, or methods of geometric optics. The most appropriate approach is based on the methods of geometric optics, when optical images are used to form the amplitudes and phases of the trajectory signals of the probed scene, i.e. aerial photographs, photos from space, and etc. Based on this approach, trajectory signals and radar images synthesized on their basis were obtained when a continuous signal with linear frequency modulation was used as a probing signal.

The article presents the examples of the trajectory signals computer simulation and their corresponding synthesized radar images with high resolution (above 0.5 m). The

trajectory signal simulation method based on optical images may lead to the synthesized images distortions, which appear in the form of alternating dark and light bands located horizontally and vertically. The conditions under which such distortions occur, as well as methods for their elimination, were determined. The reasons for the distortions appearance in the form of bands are, firstly, the discreteness of the reflectors' location point in the optical image, and, secondly, the interference of the radio signals reflected from a group of closely located reflectors. In literature, the second phenomenon is called the speckle effect.

To eliminate distortion of the images synthesized on the basis of the described method for the trajectory signal simulation, the article proposes to adding a random phase component to the signals of point reflectors. This technique allows to forming the trajectory signals close to real signals.

The article also provides examples of the application of trajectory signal modeling to analyze the distortions of synthesized radar images in the presence of trajectory instabilities with different amplitudes.

Keywords: aperture synthesis radar, trajectory signal, radar image, optical image, computer simulation.

References

1. Aguasca A., Aveco-Herrera R., Broquetas A., Mallorqui Jordi J., Fabregas X. ARBRES: Light-Weight CW/FM SAR Sensors for Small UAVs, *Sensors*, 2013, vol. 13 (3), pp. 3204 - 3216. DOI:[10.3390/s1303032040](https://doi.org/10.3390/s1303032040)

2. Allan J., Collins M.J. Sarsim: A Digital Sar Signal Simulation System, *In Proceedings of the Remote Sensing & Photogrammetry Society*, RSPSoc, Newcastle upon Tyne, UK, 11–14 September 2007.
3. Batet O., Dios F., Comeron A., Agishev R. Intensity-modulated linear-frequency-modulated continuous-wave lidar for distributed media: fundamentals of technique, *Applied Optics*, 2010, vol. 49, no. 17, pp. 3369 - 3379. DOI:[10.1364/AO.49.003369](https://doi.org/10.1364/AO.49.003369)
4. Chang Wenge, Tian Haishan, Gu Chengfei. FMCW SAR: From design to realization, *Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, 2016 IEEE International, Beijing, China, July 10–15, 2016. DOI: [10.1109/IGARSS.2016.7729284](https://doi.org/10.1109/IGARSS.2016.7729284)
5. Franceschetti G., Migliaccio M., Riccio D., Schirinzi G. SARAS: A Synthetic Aperture Radar (SAR) Raw Signal Simulator, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1992, vol. 30, no. 1, pp. 110 - 123.
6. Franceschetti G, Iodice A, Riccio D. Efficient simulation of airborne SAR raw data of extended scenes, *IEEE Trans Geoscience and Remote Sensing*, 2006, vol. 44 (10), pp. 2851 - 2860. DOI:[10.1109/TGRS.2006.875786](https://doi.org/10.1109/TGRS.2006.875786)
7. Guo Yuhua, Liu Qinhuo, Zhong Bo, Yang Xiaoyuan. Efficient SAR Raw Data Simulation including Trajectory Deviations and Antenna Pointing Errors, *Progress In Electromagnetics Research B*, 2017, vol. 72, pp. 111 – 128. DOI:[10.2528/PIERB16102102](https://doi.org/10.2528/PIERB16102102)
8. Khwaja A.S., Ferro-Famil L., Pottier E. SAR Raw Data Simulation in the Frequency Domain, *Proceedings of the 3rd European Radar Conference*, Manchester, UK, September 2006, pp. 277 - 280. DOI:[10.1109/EURAD.2006.280328](https://doi.org/10.1109/EURAD.2006.280328)

9. Kulpa K., Samczynski P., Malanowski M., Gromek A., Gromek D., Gwarek W., Salski B., Tanski G. An advanced SAR simulator of three-dimensional structures combining geometrical optics and full-wave electromagnetic methods, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, vol. 52, no. 1, pp. 776 - 784. DOI:[10.1109/TGRS.2013.2283267](https://doi.org/10.1109/TGRS.2013.2283267)
10. Li Wei, Zhang Houxiang, Hildre Hans Petter. A real-time UAV INSAR raw signal simulator for HWIL simulation system, *Proceedings 28th European Conference on Modelling and Simulation*, Brescia, Italy, 2014, pp. 94 - 100. DOI:[10.7148/2014-0094](https://doi.org/10.7148/2014-0094)
11. Mori A., De Vita F. A Time-Domain Raw Signal Simulator for Interferometric SAR, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2004, vol. 42, no. 9, pp. 1811 - 1817. DOI:[10.1109/TGRS.2004.832242](https://doi.org/10.1109/TGRS.2004.832242)
12. Navneet S., Ashish Roy, Bhattacharya C. Image Generation Algorithms for FMCW-SAR at X-Band, *9-th International Radar Symposium*, India, 2013, (IRSI-13). Bangalore.
13. Schlutz M. *Synthetic Aperture Radar Imaging Simulated in MATLAB*, California Polytechnic State University, San Luis Obispo, California, 2009, 77 p.
14. Sheng Hui, Wang Kaizhi, Liu Xingzhao, Li Jianjun. A fast RAW data simulator for the stripmap SAR based on CUDA via GPU, *2013 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 2013, pp. 915 - 918. DOI:[10.1109/IGARSS.2013.6721309](https://doi.org/10.1109/IGARSS.2013.6721309)
15. Shoalehvar A. *Synthetic Aperture Radar (SAR) Raw Signal Simulation*, San Luis Obispo, California, 2012. DOI:[10.15368/THESES.2012.76](https://doi.org/10.15368/THESES.2012.76)
16. Soumech. M. *Synthetic Aperture Radar Signal Processing with MATLAB Algorithms*, New York, John Wiley & Sons, Inc, 1999, 616 p.

17. Weijie Xia, Jianjiang Zhou. A Raw Signal Simulator for Bistatic SAR, *Chinese Journal of Aeronautics*, 2009, no. 22 (4), pp. 434 - 443. DOI:[10.1016/S1000-9361\(08\)60122-3](https://doi.org/10.1016/S1000-9361(08)60122-3)
18. Yang Liang, Yu Wei-Dong, Luo Yun-Hua, Zheng Shi-Chao. Efficient Strip-Mode SAR Raw Data simulator of extended scenes included moving targets, *Progress In Electromagnetics Research B*, 2013, vol. 53, pp. 187 - 203. DOI:[10.2528/PIERB13050205](https://doi.org/10.2528/PIERB13050205)
19. Zaugg E., Edwards M., Long D., Stringham C. Developments in Compact High-Performance Synthetic Aperture Radar Systems for Use on Small Unmanned Aircraft, *2011 IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, MT, USA, March 5–12, 2011. DOI:[10.1109/AERO.2011.5747414](https://doi.org/10.1109/AERO.2011.5747414)
20. Zaugg E. *Generalized Image Formation for Pulsed and LFM-CW Synthetic Aperture Radar*, Brigham Young University, Provo, Utah, 2010, 161 p.
21. Zhang Fan, Hu Chen, Li Wei, Hu Wei, Li Heng-Chao. Accelerating Time-Domain SAR Raw Data Simulation for Large Areas Using Multi-GPUs, *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2014, vol. 7, no. 9, pp. 3956 - 3966. DOI:[10.1109/JSTARS.2014.2330333](https://doi.org/10.1109/JSTARS.2014.2330333)
22. Antipov V.N., Goryainov V.T., Kulin A.N. et al. *Radiolokatsionnye stantsii s tsifrovym sintezirovaniem apertury antenny* (Radar stations with digital synthesis of antenna aperture), Moscow, Radio i svyaz', 1988, 304 p.
23. Gavrilov K.Yu., Kamenskii K.V. *Radiotekhnika*, 2019, vol. 83, no. 11 (17), pp. 26 - 42. DOI: [10.18127/j00338486-201911\(17\)-03](https://doi.org/10.18127/j00338486-201911(17)-03)

24. Gavrilov K.B., Kamenskii I.V., Kirdyashkin V.V., Linnikov O.N. *Modelirovanie i obrabotka radiolokatsionnykh signalov v Matlab* (Radar signals simulation and processing of in Matlab), Moscow, Radiotekhnika, 2020, 264 p.
25. Gavrilov K.Yu., Kanashchenkov A.I., Nuzhdin V.M., Panyavina N.S. *Informatsionno-izmeritel'nye i upravlyayushchie sistemy*, 2018, vol. 16, no. 6, pp. 31 - 46.
26. Gusev S.N., Sakhno I.V., Khubbiev R.V. *Trudy MAI*, 2019, no. 104. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=102169>
27. Zanin K.A. *Trudy MAI*, 2017, no. 96. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=85931>
28. Kamenskii K.V., Gavrilov K.Yu. *18-ya Mezhdunarodnaya konferentsiya «Aviatsiya i kosmonavtika – 2019»: tezisy dokladov*, Moscow, Logotip, 2019. pp. 122 - 123.
29. Kondratenkov G.S., Frolov A.Yu. *Radiovidenie. Radiolokatsionnye sistemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli* (Radar systems for remote the Earth sensing), Moscow, Radiotekhnika, 2005, 368 p.
30. Sentsov A.A., Nenashev V.A., Ivanov S.A., Turnetskaya E.L. *Trudy MAI*, 2021, no. 117. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=156227>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-08)
31. Starovoitov E.I., Yurchik I.A. *Trudy MAI*, 2019, no. 108. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=109500>