

УДК 539.12

Экспериментальное определение плотности потока момента импульса

Р. И. Храпко

Аннотация

Предлагается интерференционный опыт для ответа на волнующий вопрос, каково распределение плотности потока орбитального момента импульса и спина в луче света круговой поляризации с плоским фазовым фронтом.

Ключевые слова

спиновый момент силы; интерферометр Маха-Цендера.

1. Проблема

Как хорошо известно, световой луч круговой поляризации

$$\mathbf{A} = \exp(ikz - i\omega t)(-ix + y)u(x, y, z), \quad (1)$$

$$\mathbf{E} = \omega \exp(ikz - i\omega t)\left[\mathbf{x} + iy + \frac{1}{k}\mathbf{z}(i\partial_x - \partial_y)\right]u, \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = \exp(ikz - i\omega t)[-ikx + ky + \mathbf{z}(\partial_x + i\partial_y)]u \quad (3)$$

несет момент импульса [1,2]. Поэтому некоторый момент силы действует на тело, которое поглощает по меньшей мере часть такого луча или/и изменяет его состояние поляризации. Согласно [2,3], плотность момента импульса, переносимого лучом в направлении оси z , составляет

$$j_z = -\omega r \partial_r |u(r)|^2 / 2. \quad (4)$$

Эта плотность зависит от локального градиента $\partial_r(u^2)$ в то время, как плотность потока энергии в луче зависит от самой амплитуды u

$$w = \omega^2 |u|^2. \quad (5)$$

Следовательно, момент импульса содержится в поверхностном слое луча, тогда как энергия распределена по всему телу луча, и отношение j_z/w существенно изменяется от места к месту на территории луча и поглощающего тела

Мы рассматриваем широкий луч и, в соответствии с [4,5], полагаем, что амплитуда $u = u_0$ постоянна внутри луча и быстро спадает до нуля в поверхностном слое, расстояние до которого от оси луча равно R . Мы считаем, что размеры поглощающего тела значительно больше чем R . Поскольку функция u тождественно равна нулю вне луча и постоянна внутри поверхности луча, эта поверхность, согласно (4), является единственным местом где z -компонента момента импульса относительно оси z не равна нулю. Поэтому естественно заключить, что поглощающее тело испытывает момент силы только там, где оно поглощает поверхностный слой луча, а большая внутренняя часть луча не оказывает момента силы на поглощающее тело, хотя эта часть луча приносит почти всю энергию к телу, согласно (5).

В противоречии с этой концепцией, Р. Фейнман объясняет момент силы, воздействующий на поглощающее тело совсем по-другому [6]. Он пишет: «Вектор E электрического поля света круговой поляризации бежит по кругу (фиг. 15.5,а). Теперь положим, что мы осветили таким светом стенку, способную поглотить его, и рассмотрим один из атомов стенки, опираясь на классические представления... В итоге электрон этого атома будет двигаться по кругу (фиг. 15.5,б). Он сместится из положения равновесия в начале координат на величину r и начнет ходить по кругу, как-то отставая по фазе от вектора E . Электрическое поле с течением времени поворачивается, но с такой же частотой поворачивается и смещение, так что относительная ориентация остается той же. Посмотрим теперь, какая работа производится над электроном. Скорость, с которой электрону подается энергия, равна его скорости v , умноженной на компоненту E_t напряженности электрического поля E , параллельную этой скорости, $W = eE_t v$. Но вы не можете не заметить, что у электрона в это время непрерывно увеличивается и момент количества движения, потому что он все время испытывает действие момента, вращающего его вокруг начала координат».

Итак, согласно Фейнману, большая центральная область луча приносит не только энергию, но и момент импульса, в центральную область поглощающего тела. Этот вывод подтверждается и концепцией фотонов. Фотоны, поглощаемые центральной областью тела, приносят туда энергию $\hbar\omega$, импульс $\hbar\omega/c$, и момент импульса \hbar в расчете на один фотон.

Это должно вызывать, в частности, однородное механическое напряжение сдвига в центральной области тела [7] (мы абстрагируемся от давления света и нагрева).

В силу указанного противоречия возникает вопрос [8]. Предположим, наше тело разделено концентрически на внутреннюю часть радиуса r_1 , так что радиальная координата принимает на ее территории значения $r < r_1 < R$, и соответствующую внешнюю часть ($r > r_1$), так что поверхность луча поглощается этой внешней частью тела. Спрашивается, будет внутренняя часть испытывать момент силы (и вращаться) или нет?

Отметим, что этот вопрос впервые прозвучал на Московском физическом семинаре В.Л. Гинзбурга весной 1999 года, однако он до сих пор не имеет ответа.

Я думаю, что ответ Фейнмана на этот вопрос был бы «Да». Однако Л. Аллен и др. [9] для ответа мысленно представили луч (1) – (3) состоящим из двух частей, внутренней и внешней,

$$u(r) = u_{in}(r) + u_{out}(r), \quad (6)$$

так, что радиус внутренней части равен приблизительно r_1 , а внешняя часть выглядит, как толстостенная труба, внешний и внутренний радиусы которой приблизительно равны R и r_1 . Эти авторы рассуждали в рамках концепции (4) и сделали вывод, что внутренняя часть тела, на которую падает внутренняя часть луча, будет испытывать момент силы на своей периферии, из-за того, что там $\partial_r(u_{in}^2) \neq 0$. Однако, я думаю, что для правильного ответа следует учесть обе компоненты разложения (6), которые обе в какой-то мере действуют на обе части тела, а также интерференцию между ними. В результате мы получим ноль в качестве момента силы (4) в любой точке внутренней или внешней части тела за исключением тех мест, куда падает поверхностный слой луча. Поэтому, я думаю, согласно стандартной формуле (4), ответ должен быть «Нет».

Во всяком случае, экспериментальное разрешение проблемы представляет интерес, поскольку отрицательный ответ будет означать совершенно неожиданную нелокальность электродинамики: энергия квантов света попадает на внутреннюю часть поглощающего тела, а спиновый момент импульса этих же квантов попадает на периферию тела!

2. Эксперимент

Пусть луч (1) – (3) проходит сквозь полуволновую пластинку, которая меняет направление круговой поляризации на противоположное. В этом случае полуволновая пластинка будет испытывать момент силы, равный удвоенному потоку момента импульса в луче. Если при этом пластинку вращать, проходящий сквозь нее луч будет совершать работу,

вследствие чего энергия квантов, а, значит, частота света будет изменяться. Это изменение частоты можно зафиксировать по движению интерференционных полос в подходящем интерферометрическом эксперименте [10].

Мы предлагаем поместить одинаковые полуволновые пластинки в обоих плечах подходящего интерферометра (например, интерферометра Маха-Цендера). Однако при этом одна из пластинок должна быть разделена на внутренний диск и примыкающее к нему внешнее кольцо так, чтобы диск можно было вращать независимо от кольца. Удобно использовать интерферометр в режиме тонкой пластинки. В этом случае можно наблюдать движение интерференционных колец равного наклона непосредственно на освещенной зоне полуволновой пластинки.



Пусть $N = T^{0z}$ обозначает плотность потока энергии в центральной части луча, т.е. компоненту вектора Пойнтинга, и μ обозначает плотность потока момента импульса. Поскольку энергия и спиновый момент импульса фотона равны $\hbar\omega$ и \hbar , соответственно, эти величины связаны соотношением $N = \mu\omega$. Значит, плотность момента силы, действующего на пластину, будет равна $2\mu = 2N/\omega$, и вращение части полуволновой пластинки с угловой скоростью Ω повлечет изменение $\Delta N = 2\mu\Omega = 2N\Omega/\omega$ и изменение угловой частоты света $\Delta\omega = \Delta N \omega / N = 2\Omega$. Соответствующий фазовый сдвиг за время t будет $\varphi = 2\Omega t$. Этот фазовый сдвиг за один оборот поворачиваемой части полуволновой пластинки ($\Omega t = 2\pi$) будет равен 4π , что соответствует сдвигу интерференционной картины на две полосы за один оборот.

Положительный результат эксперимента будет означать, что формула (4) не полна.

Библиографический список

1. Beth R.A. Direct Detection of the Angular Momentum of Light. //Phys. Rev. – 1935, 48.- p.471
2. Allen L., Padgett M.J., M. Babiker M, The orbital angular momentum of light // Progress in Optics XXXIX, E. Wolf, ed. (Elsevier, Amsterdam, 1999)
3. Zambrini R., Barnett S. M., Local transfer of optical angular momentum to matter // J. Mod. Optics – 2005, 52, p.1045-1052
4. Simmonds J. W., Guttman M. J., States, Waves and Photons (Addison-Wesley, Reading, MA, 1970)
5. Ohanian H. C., What is spin? // Amer. J. Phys. – 1986, 54, p.500-505
6. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М, Фейнмановские лекции по физике 8, 9 (М.: Мир, 1978) 526с.
7. Khrapko R.I., Mechanical stresses produced by a light beam // J. Modern Optics – 2008, 55, p.1487-1500
8. Khrapko R. I., Question #79. Does plane wave not carry a spin? // Amer. J. Phys. – 2001, 69, p.405.
9. Allen L., Padgett M. J., Response to Question #79. Does a plane wave carry spin angular momentum? // Am. J. Phys. – 2002, 70, p.567-568
10. d'E. Atkinson R., Energy and Angular Momentum in Certain Optical Problems // Phys. Rev. – 1935, 47, p. 623-627

Сведения об авторе

Храпко Радий Игоревич, доцент кафедры физики Московского авиационного института (государственного технического университета), к.ф.-м.н.

125993 Москва, Волоколамское шоссе 4, Российская Федерация.

+7 499 144-63-12, khrapko_ri@hotmail.com