УДК: 537.86

Где спрятана энергия поляризации диэлектрика?

Р.И. Храпко

Показано, что дополнительная электрическая энергия, содержащаяся в поляризованном диэлектрике сверх энергии, соответствующей макроскопическому электрическому полю этого диэлектрика, обусловлена квадратичной зависимостью плотности электрической энергии от реального микроскопического неоднородного поля в диэлектрике.

1. Стандартное объяснение некорректно

Как хорошо известно, энергия электрического поля конденсатора увеличивается в ε раз, когда конденсатор заполняется диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε при фиксированной напряженности электрического поля E. Возникает вопрос, в каком виде содержится эта добавочная энергия в диэлектрике? Является ли она по-прежнему энергией электрического поля, или она имеет другую природу? Мы обратимся за разъяснением к стандартным учебникам [1, 2]. При этом для простоты будем рассматривать плоский конденсатор.

Д. В. Сивухин [1] использует понятие *работы, которую производят внешние силы* при электризации диэлектрика. Вся эта работа внешних сил затрачивается на отделение положительного электричества[1] от отрицательного. Возьмем в диэлектрике две бесконечно малые плоские площадки *AB* и *CD*, перпендикулярные к электрическому полю *E* (Рис. 1). Расстояние между ними *l* предполагается бесконечно малым высшего порядка по сравнению с их линейными размерами. При этом условии площадки *AB* и *CD* могут рассматриваться как бесконечные плоскости, и краевые эффекты на них можно не учитывать. Пусть *внешние силы*, направленные против поля **E**, переносят с площадки *AB* на площадку *CD* некоторый электрический заряд так, что на площадке *CD* возникнет приращение поверхностной плотности электричества $d\sigma$. Работа внешних сил против поля *E* при таком переносе равна

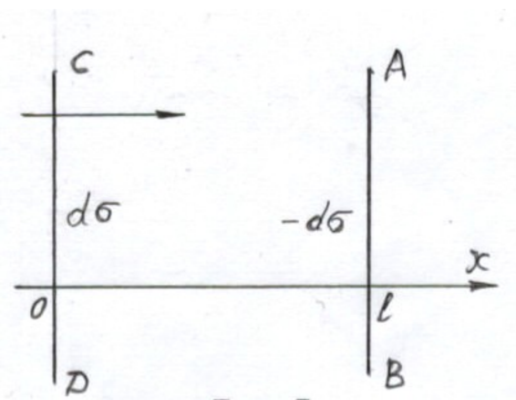


Рис. I

$$dA^{ext} = dVEd\sigma\,, \tag{1}$$

где dV бесконечно малый объем между *AB* и *CD* (для простоты мы положили $\varepsilon_0 = 1$).

---

[1] Придерживаясь [1], мы пишем слово «электричество» вместо «электрический заряд».

Плотность электричества $d\sigma$ рассматривается как плотность свободного электричества. Соответственно, длина вектора **D** между площадками увеличивается на величину $dD = d\sigma$, так что для dA^{ext} получается

$$dA^{ext} = dVEdD. \tag{2}$$

Согласно [1], эта работа внешних сил, отнесенная к единице объема, будет определять приращение электрической энергии в единице объема

$$dw = dA^{ext} / dV = EdD. \tag{3}$$

Сама электрическая энергия в единице объема найдется интегрированием по всему процессу с учетом $D = \varepsilon E$

$$w = \int EdD = ED/2 = \varepsilon E^2/2. \tag{4}$$

Результат соответствует действительности.

Приведенное рассуждение, однако, вызывает вопросы. В диэлектрике не возможен перенос свободного электрического заряда. Поэтому упомянутая плотность электричества $d\sigma$ возникает вследствие поляризации диэлектрика и является плотностью связанного заряда. В качестве таковой она порождает в промежутке между *AB* и *CD* электрическое поле напряженностью $dE = d\sigma$. А потому электрическая энергия в единице объема, согласно этому рассуждению, будет равна не величине (4), а

$$w = \int dA^{ext}/dV = \int Ed\sigma = \int EdE = E^2/2, \tag{5}$$

что соответствует энергии макроскопического электрического поля в диэлектрике и противоречит действительности. Таким образом, приведенное рассуждение не объясняет, где спрятана добавочная электрическая энергия в диэлектрике.

Вызывает неудовлетворенность также само понятие *внешних сил*, которые переносят поляризационный (то есть связанный) заряд между *AB* и *CD*. По-видимому, в действительности внутри диэлектрика, между *AB* и *CD*, на электрические заряды действуют только кулоновские силы. Очень странно, что какие-то внешние силы переносят заряды против поля **E**.

Другую попытку объяснить, где спрятана электрическая энергия в диэлектрике, предпринял Д. Дж. Гриффитс [2]. Он утверждает, что кроме энергии электрического поля (5) в диэлектрике содержится энергия, потраченная на вытягивание молекул при их поляризации. Автор называет эту энергию «энергией пружинок»[2], $kx^2/2$. Однако он отмечает, что эта энергия может иметь электрическую природу, хотя она не входит в выражение (5), где *E* является макроскопическим полем[3]. Мы внимательно изучим попытку Гриффитса и покажем, что идея рассматривать разницу между

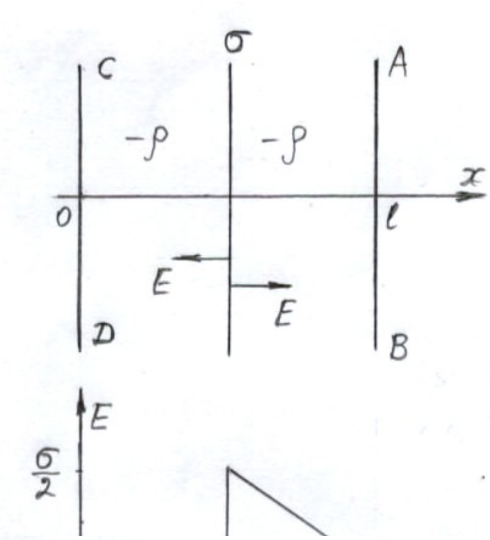
---

[2] Spring energy.

[3] The ‘spring’ itself may be electrical in nature, but it is still not included in (5), where **E** is the *macroscopic* field.

энергиями (4) и (5) как внутреннюю энергию диполей на фоне макроскопического поля E несостоятельна, поскольку энергия Гриффитса равна нулю.

Во-первых, ясно, что возникающий при поляризации диполь нельзя рассматривать как пару



ким полем, то есть силой $q^2/(4\pi r^2)$, поскольку дипольный момент

юпорционален внешнему электрическому полю. Примем поэтому,

положительным зарядом, окруженное отрицательными

ле ядро притягивается в одну сторону, а электроны в другую.

электронов несколько искажаются; центр тяжести отрицательных

дать с положительным зарядом ядра. В результате, подобная

приближении эквивалентна маленькому диполю. Покажем, что

ри его поляризации.

вим себе, что атом имеет плоскую симметрию, то есть область

отрицательными зарядами с плотностью $-\rho$, а положительный

ежду ними на положительно заряженной плоскости (Рис. 2).

рдинаты в такой конфигурации представлена на том же рисунке:

$$E = -\sigma x/l \text{ при } 0 < x < l/2, \quad E = \sigma(1 - x/l) \text{ при } l/2 < x < l. \quad (6)$$

ности может быть легко вычислена:

$$w = \int_0^l E^2 dx/2 = \sigma^2 l/24. \quad (7)$$

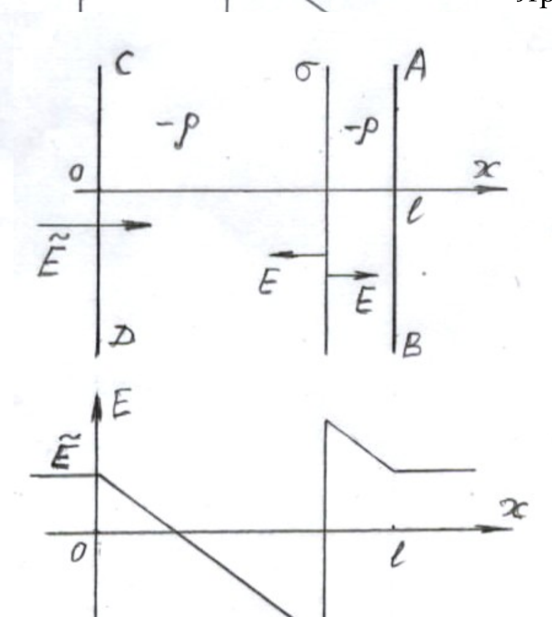


Рис.3

е электрическое поле $\widetilde{E}$, положительно заряженная плоскость

казано на Рис. 3. Там же представлена напряженность

$$< x < l/2 + \widetilde{E}l/\sigma, \quad E = \widetilde{E} + \sigma(1 - x/l) \text{ при } l/2 + \widetilde{E}l/\sigma < x < l. \quad (8)$$

(8) дает тот же результат (7) не зависимо от величины $\widetilde{E}$. Таким

ивание молекул при их поляризации равна нулю.

Равенство нулю «энергии пружинок», то есть энергии поляризации, можно подтвердить на примере другой модели атома. Представим себе, что атом состоит из положительной и отрицательной субстанций, наложенных друг на друга между площадками *AB* и *CD*. В этом случае исходное внутриатомное электрическое поле и электрическая энергия равны нулю. При наложении внешнего поля $\widetilde{E}$ эти субстанции смещаются друг относительно друга, достигая нового положения равновесия, при котором в районе площадок *AB* и *CD* возникают поверхностные заряды, а напряженность поля и энергия между площадками остаются равными нулю.

Р. Фейнман указал еще более простую модель диэлектрика, предположив, что диэлектрики содержат маленькие проводящие шарики, изолированные друг от друга, или внутри материала имеется множество мелких проводящих слоев. Если между площадками *AB* и *CD* заключен проводник, то, очевидно, поле внутри него и его энергия остаются равными нулю при поляризации.

2. Энергия пропорциональна квадрату поля

Так называемое макроскопическое поле E в диэлектрике является усреднением действительного электрического поля $\widetilde{E}$, существующего в диэлектрике. Поле $\widetilde{E}$ существенно изменяется на расстояниях порядка атомных размеров, а усреднение заключается в выполнении равенства

$$\int \widetilde{E}dx = \int E dx, \tag{9}$$

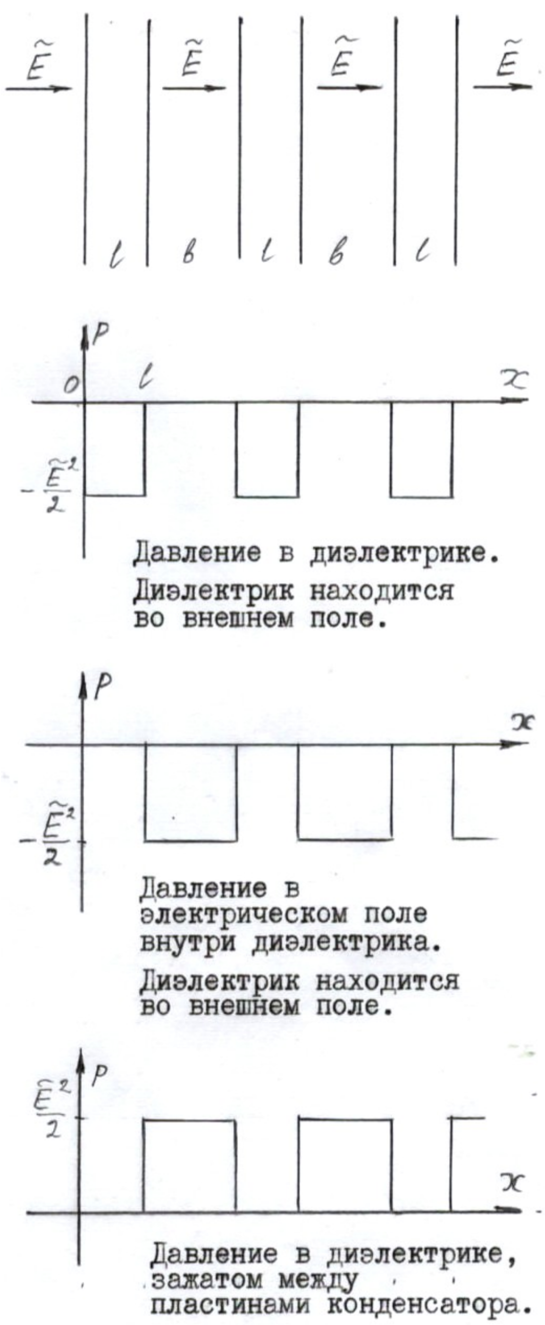


Рис. 4

...сть потенциалов на обкладках конденсатора. Ввиду того, что ... квадрату поля, очевидно, что реальная энергия $\widetilde{w}$ больше, чем

$$\widetilde{w} = \int \widetilde{E}^2 dx/2 > w = \int E^2 dx/2. \tag{10}$$

...использовав модель Фейнмана: внутри материала имеются ...ные изолирующими слоями толщиной b. Эта модель ...нее по отношению к диэлектрику поле, создаваемое пластинами ... до первого поводящего слоя. Уравнение (9) для такой модели ...мости,

$$\widetilde{E}b = E(b+l), \quad \widetilde{E} = \frac{b+l}{b}E, \quad \varepsilon = \frac{b+l}{b} = 1 + l/b, \tag{11}$$

...и энергии

$$\widetilde{w} = \frac{\widetilde{E}^2 b}{2(b+l)} = \frac{\widetilde{E}^2}{2\varepsilon} = \frac{\varepsilon E^2}{2}. \tag{12}$$

...ованного диэлектрика.

...рике

...родном электрическом поле $\widetilde{E}$, то, в рамках используемой ... растягивает проводящие слои, вызывая там отрицательное ... компоненте тензора Максвелла

$$T^{xx} = -\widetilde{E}^2/2 = -\varepsilon^2 E^2/2, \tag{13}$$

... слоях изолятора (Рис. 4). Таким образом, среднее механическое

$$p_m = -\frac{\varepsilon^2 E^2 l}{2(b+l)} = -\frac{\varepsilon(\varepsilon-1)E^2}{2}\,. \qquad (14)$$

Одновременно, в слоях изолятора содержится присущее электрическому полю давление (13), так что средняя величина давления электрического поля в диэлектрике равна

$$p_e = -\frac{\varepsilon^2 E^2 b}{2(b+l)} = -\frac{\varepsilon E^2}{2}\,, \qquad (15)$$

что, естественно, совпадает по величине с плотностью энергии (12), а суммарное давление в диэлектрике равно

$$p_m + p_e = -\varepsilon^2 E^2/2\,. \qquad (16)$$

Если поле $\widetilde{E}$ создают пластины конденсатора, то на них действуют взаимно притягивающие силы, соответствующие компоненте тензора Максвелла (13), так что пластины конденсатора опираются на диэлектрик. Диэлектрик как целое сжат пластинами давлением $\widetilde{E}^2/2 = \varepsilon^2 E^2/2$, и тензодатчик, вставленный между пластиной и диэлектриком, покажет соответствующую силу. Однако в результате проводящие слои, которые без воздействия пластин были растянуты, оказываются без механической нагрузки (а электрическое поле там равно нулю). Одновременно, слои изолятора, которые без воздействия пластин содержали лишь отрицательное давление электрического поля (13), оказываются механически сжаты так, что суммарное давление в пластинах изолятора равно нулю. Поэтому в любой точке диэлектрика внутри конденсатора суммарная механическая и электрическая напряженность равна нулю, что согласуется с равенством выражений (13) и (16).

Список литературы

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики, том III, часть 1. – М.: Наука, 1996.- 320с.
2. Griffiths D.J. Introduction to Electrodynamics. - Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1989.- 684p.
3. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, том 5. – М.: МИР, 1977.- 302с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Храпко Радий Игоревич, доцент кафедры физики Московского авиационного института (государственного технического университета), к.ф.-м.н. E-mail: *khrapko_ri@hotmail.com*

121433, Москва, Б. Филевская, 43 – 92, т. 1446312

Where is the dielectric polarization energy hidden?

R. I. Khrapko

It is shown that the quadratic dependence of electric energy on electric strength causes an additional electric energy in comparison with the energy that corresponds to a macroscopic electric field.