# УДК 629.78

# Планирование коррекций для приведения космического аппарата на заданную позицию геостационарной орбиты двигателями малой тяги

Агишев А.Р.<sup>1\*</sup>, Касаткин В.Г.<sup>2\*\*</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт, Институтский пер., 9, Долгопрудный, Московская область, 141701, Россия <sup>2</sup>Корпорация «Комета», ул. Велозаводская, 5, Москва, 115280, Россия \*e-mail: <u>artur.agishev@phystech.edu</u> \*\*e-mail: <u>vg\_kasatkin@mail.ru</u>

# Аннотация

Предложен метод расчёта плана коррекций приведения космического аппарата (КА) на заданную позицию геостационарной орбиты. Представлены результаты моделирования, показывающие, что по качеству результатов расчёта он близок к известному методу. Но предложенный метод проще и поэтому предпочтителен для использования на КА.

Ключевые слова: геостационарная орбита, многовитковые маневры, приведение космического аппарата на геостационарную орбиту, перевод космического аппарата на геостационарную орбиту, двигатели малой тяги.

#### Введение

Под планированием коррекций в данной работе понимается расчёт времени, величины и направления корректирующих воздействий двигателями космического аппарата (КА) для достижения требуемых значений орбитальных параметров. Рассматривается планирование для приведения КА в заданную точку стояния на геостационарной орбите (ГСО), включая перевод в другую точку.

В [1, 2] описаны методы расчёта для приведения протяжёнными коррекциями. Однако для такого приведения с реалистичными начальными отклонениями тяга двигателей должна быть достаточно большой. Это видно и по описанию примера расчёта в [1]. Из длительности коррекций около 12000 с и расхода скорости 12 м/с можно оценить ускорение как  $10^{-3}$  м/с<sup>2</sup>. Отсюда следует, что при массе КА в пределах 2-3 тонн тяга должна быть 2-3 Н. Но тяга эффективных электроракетных двигателей, применяемых для длительного поддержания КА на ГСО, много меньше, около 0,1 Н [3]. При такой тяге и необходимом расходе скорости не менее 10 м/с в случае больших начальных отклонений, на приведение требуется около 12 коррекций по 6 часов каждая с учётом ограничения на длительность работы двигателя в течение суток. Кроме того, методы [1, 2] не учитывают внешние ограничения на проведение коррекций: затенения, длительность работы двигателя и др., поэтому, они не могут быть использованы.

Другой метод описан в [4]. В нём предусмотрен многошаговый процесс приведения с выполнением точных измерений на каждом шаге. Такие измерения требуют от одних до трёх суток времени без коррекций [5-8]. Поскольку при применении двигателей с тягой порядка 0,1 Н и с ограниченной длительностью включений могут потребоваться десятки шагов приведения, то его общая длительность будет недопустимо большой, особенно при больших начальных отклонениях периода и, соответственно, при большой начальной скорости дрейфа КА вдоль ГСО. Поэтому метод [4] неприменим при использовании современных двигателей.

В [9-13] описаны методы приведения КА на ГСО с произвольных начальных орбит. Поиск решения численными итерационными методами в [9-12] или аналитический расчет [13] приведения на ГСО рассматривается в общей постановке и не всегда подходит для практического применения.

В [14] предложен метод расчёта для приведения двигателями малой тяги. Этот метод ориентирован на приведение, выполняемое коррекциями периода и эксцентриситета протяжёнными трансверсальными воздействиями ограниченной длительности, в перигее и апогее орбиты. При отсутствии трансверсальных коррекций и запретов на витках выполняют также бинормальные коррекции наклонения в узлах орбиты. Коррекции приводят к соответствующим приращениям характеристической Расчёт необходимого скорости. сводится К поиску распределения таких расходов по виткам с учётом ограничений. Оптимальное распределение вычисляется методами линейного программирования. Расчёт выполняется за несколько итераций, каждая из них включает поиск оптимального распределения расходов, прогнозирование приведения с этим распределением, получение невязок результата и поправку исходных данных по невязке. В каждой

итерации учитываются запреты на воздействия. Метод применяется на практике, но расчёт по нему достаточно сложен. Это, в частности, затрудняет выполнение такого расчёта на КА.

В описанном ниже методе учитываются особенности поведения КА вблизи ГСО. Это позволяет существенно упростить расчеты плана коррекций. Метод основан на использовании оптимальных зависимостей между долготой и периодом при приведении.

# Принципы приведения в предлагаемом методе расчёта

Чтобы пояснить предлагаемый метод расчёта рассмотрим взаимозависимость отклонений геодезической долготы КА и периода орбиты при равномерном изменении периода во времени и принципы приведения, основанные на использовании этой зависимости.

Введём обозначения:

t – время движения КА от начального отклонения периода и долготы;

W – угловая скорость орбитального движения КА;

 $\Delta W_0$  – начальное отклонение скорости W от номинальной для ГСО;

Т – период орбиты;

 $\Delta T$  – отклонение периода;

 $\Delta T_0$  – начальное отклонение периода;

 $\Delta T_{max}$  – заданное максимальное допустимое отклонение периода;

 $\Delta L$  – отклонение долготы;

 $\Delta L_0$  – начальное отклонение долготы;

δТ – изменение периода орбиты коррекцией;

δТ<sub>max</sub> – максимальное изменение периода за сутки;

 $\delta L$  – изменение долготы за сутки при отклонении периода  $\delta T$ ;

δL<sub>max</sub> – изменение долготы, при изменении значения периода на δT<sub>max</sub>;

е – эксцентриситет орбиты,

δе<sub>max</sub> – максимальное уменьшение эксцентриситета коррекцией за сутки,

бе – уменьшение эксцентриситета коррекцией,

 $k - коэффициент, k \ge 1.$ 

При движении КА вдоль ГСО от некоторого начального отклонения долготы ΔL<sub>0</sub> с небольшим равномерным увеличением угловой скорости вдоль орбиты отклонение долготы ΔL изменяется согласно соотношению:

$$\Delta L = \Delta L_0 + \Delta W_0 t + \frac{1}{2} \frac{dW}{dt} t^2$$
<sup>(1)</sup>

Выражая угловую скорость и её отклонение через период как  $W = 2\pi/T$ ,  $\Delta W_0 = W \times (-\Delta T_0/T)$ , дифференцируя и используя приближённые соотношения  $dT/dt = \delta T/T$ , из (1) получим:

$$\Delta L = \Delta L_0 - \frac{2\pi \Delta T_0}{T^2} t - \frac{\pi \times \delta T}{T^3} t^2.$$
<sup>(2)</sup>

Время t выразим через разность отклонений периода  $\Delta T - \Delta T_0$ , посуточное изменение  $\delta T$  периода и период T, тогда t = ( $\Delta T - \Delta T_0$ )×(T/ $\delta T$ ). После подстановки этого выражения для времени t в соотношение (2) и упрощения простыми преобразованиями получим соотношение, связывающее отклонение долготы  $\Delta L$  и

отклонение периода  $\Delta T$  при номинальном для ГСО значении периода T = 86164,09 c:

$$\Delta L = \Delta L_0 - \frac{\pi}{\delta T \times T} (\Delta T^2 - \Delta T_0^2).$$
<sup>(3)</sup>

Соотношение (3) зависит от КА только через величину возможного изменения периода бТ, определяемую массой КА, тягой двигателей и ограничениями их работы.

Чтобы в результате посуточной коррекции  $\delta T$  периода получить нулевые отклонения долготы и периода, необходимо в (3) положить  $\Delta L = 0$ ,  $\Delta T = 0$ . В таком случае с учётом (3) начальная долгота и начальное отклонение периода должны удовлетворять соотношениям:

$$\Delta L_0 = sgn(\Delta T_0) \frac{\pi}{\delta T \times T} \Delta T_0^2, \qquad (4)$$

$$\Delta T_0 = sgn(\Delta L_0) \sqrt{|\Delta L_0 \frac{\delta T \times T}{\pi}|} .$$
<sup>(5)</sup>

Значение функции sgn(x) равно единице со знаком аргумента x.

Чтобы при постоянном ежесуточном изменении периода получить нулевые отклонения долготы и периода, на очередных сутках отклонения ΔL, ΔT должны удовлетворять соотношениям (6,7), аналогичным (4,5):

$$\Delta L = sgn(\Delta T) \ \frac{\pi}{\delta T \times T} \Delta T^2, \tag{6}$$

$$\Delta T = sgn(\Delta L) \sqrt{|\Delta L \frac{\delta T \times T}{\pi}|}.$$
<sup>(7)</sup>

Если период отличается от номинального значения T = 86164,09 секунд на постоянную величину ΔT, то долгота в течение суток изменяется на

$$\delta \mathbf{L} = -2\pi \frac{\Delta T}{T}.$$
(8)

На фазовой диаграмме кривые, отражающие взаимозависимость отклонений долготы и периода, являются параболами.

На рис. 1 схематически показан пример такой диаграммы изменения отклонений ΔL, ΔT долготы и периода от их начальных значений до нулевых значений при приведении.

Кривая *а* является сопряжением двух половин парабол с вершинами в начале координат. Она в соответствии с (7) определяет при отклонении  $\Delta L$  величину оптимального отклонения  $\Delta T$ , начиная с которой при посуточном приближении периода к номинальному значению с максимальной возможной для данного КА скоростью в конечном итоге отклонения ликвидируются. На кривой *a*, если  $\Delta L$  положительно, то для приближения к началу координат период уменьшают, если  $\Delta L$  отрицательно, то увеличивают.

Исходными данными для приведения являются орбитальные параметры КА по результатам измерений. На рис. 1 этим параметрам соответствуют отклонения в точке 1. Начало коррекций возможно только после некоторой задержки, необходимой для выполнения расчётов, передачи информации на КА и приведения его в состояние готовности к коррекциям. В течение этой задержки КА дрейфует от точки 1 к точке 2. От точки 2 период посуточно увеличивают на максимальную возможную величину и отклонения изменяются от точки 2 по параболе до приближения к кривой *a* в точке 3, если необходимо минимизировать длительность приведения. От точки 3 период ежесуточно уменьшают на такую же величину до окончания приведения в точке 0. Для уменьшения расхода скорости можно уменьшить число коррекций, ограничив величину отклонения периода. На рис. 1 этому соответствует увеличение отклонения периода от точки 2 не до точки 3, а до точки 4, где отклонение периода достигает заданной ограничивающей величины  $\Delta T_{max}$ . После этого коррекции не выполняют, пока КА дрейфует до приближения к кривой *a* в точке 5. Далее период уменьшают, как описано выше. Такое движение с ограничением периода обеспечивает приведение за минимальное время при заданном ограничении расхода скорости и с минимальным расходом при заданном времени. При приближении к конечной точке и к точкам 3,4 период изменяют на величину его оставшегося отклонения.



Рис. 1. Фазовая диаграмма приведения КА

Расчёт всех коррекций приведения, выполняемых на рис.1 от точки 2 до его окончания, можно выполнить до начала коррекций. Более точно можно обеспечить

приведение, выполнив измерения и по ним новый расчёт во время предусмотренного дрейфа. Ему в примере на рис.1 соответствует движение от точки 4 к точке 5. Во время дрейфа также можно выполнить коррекции эксцентриситета или наклонения. Коррекции периода вблизи перигея и апогея орбиты могут совмещаться с коррекциями эксцентриситета без дополнительного расхода характеристической скорости.

При реальном исполнении коррекций чередуются короткие отрезки времени, в пределах нескольких часов, когда непрерывно изменяется период, с отрезками без коррекций, на которых изменяется практически только долгота КА из-за отклонения периода от номинального периода ГСО. Это схематически показано на выноске А - В, отражающей на рис.1 движение на одном шаге. Если число коррекций достаточно велико, то соотношения (2-7) соблюдаются с приемлемой точностью, несмотря на то, что период изменяется не равномерно, а на отдельных отрезках времени.

Движение КА между точками 2,3; 3,0 или точками 2,4; 4,5; 5,0 может выполняться не за целое, а за дробное число суток. Однако, при большой общей длительности приведения это не даёт существенных преимуществ по длительности и точности, но усложняет планирование и исполнение коррекций. При целом числе суток можно обеспечить конечное отклонение долготы, не превышающее величину  $\delta L$  в выражении (8) при T = 86164,09 секунд. Тогда при реальной величине отклонения периода  $\Delta T = 50$  секунд отклонение долготы согласно (8) не превысит 0,2°. Этого достаточно для дальнейшего уменьшения долготы в процессе её поддержания с заданной точностью. Следует отметить, что на практике при длительном приведении конечное отклонение определяется преимущественно ошибками измерений[5-8] и ошибками исполнения коррекций[15].

Коррекции периода и совмещённые с ними коррекции эксцентриситета выполняют в апсидальных точках орбиты, т.е. в её апогее и перигее. При таких коррекциях окончание последней коррекции, начавшейся в течение текущих суток, может выйти за их пределы, т.к. от начала суток до достижения второй апсидальной точки может пройти до 24 часов, после чего требуется ещё несколько часов до завершения коррекции в этой точке. Поэтому управление КА осуществляют не по суткам, а по интервалам управления, длительность которых равна или суткам, или превышает их на величину, необходимую для завершения коррекции, начатой в этих сутках. В предлагаемом методе расчёта в качестве таких суток применяют солнечные сутки, но точно также можно применять звёздные сутки. Далее словосочетание «интервал управления» или сокращённо «интервал» используется как термин с описанным выше содержанием.

## Метод расчёта коррекций приведения

Особенность метода в том, что план коррекций рассчитывают в процессе имитационного моделировании движения КА при приведении, выполняемом по описанным выше принципам, в соответствии с [16-19].

Из момента времени измеренных орбитальных параметров добавлением времени, необходимого для выполнения расчётов, передачи команд на КА и изменения ориентации КА, определяют момент времени готовности КА к выполнению коррекций, прогнозируют движение КА до этого момента времени готовности КА и тем самым вычисляют орбитальные параметры на этот момент.

Задают величину максимального допустимого отклонения периода. Задают промежутки времени, на которых коррекция запрещена. Например, с целью резервирования этих промежутков времени для контрольных измерений орбитальных параметров задают время начала и окончания таких промежутков, при этом учитывают, что фактически реализуемый промежуток времени запрета может превышать заданный на величину до суток.

Вычисляют время начала и длительность всех непрерывных корректирующих воздействий, необходимых от момента готовности КА к выполнению коррекций до окончания приведения к долготе стояния. Такие вычисления проводят путём имитационного моделирования движения КА с использованием достаточно точной модели движения. Это моделирование выполняют в цикле по непрерывной последовательности интервалов управления. Длительность такого очередного интервала управления равна длительности суток или превышает её на величину, необходимую для завершения коррекции, запланированной на этом интервале управления и начинающейся до истечения суток от его начала. На очередном интервале управления проверяют выполнение условий в момент начала интервала и по результатам проверки определяют последующие действия для этого интервала. Если, согласно заданию, коррекции запрещены для времени начала интервала, то коррекции на этом интервале не планируют. Иначе из орбитальных параметров КА в начале интервала управления проверяют выполнение условий, определяющих необходимость и величину коррекций на этом интервале управления.

Ниже приведена последовательность проверок и действий по их результатам. Далее Т – номинальный период орбиты 86164,09 с.

При одновременном выполнении условий

$$\begin{cases}
|\Delta T| < \delta T_{max} \\
|\Delta L| < \delta L_{max} \\
e_n < \delta e_{max}
\end{cases}$$
(9)

коррекциями изменяют период орбиты на величину

$$\delta T = -\Delta T,$$

также коррекциями уменьшают эксцентриситет орбиты на величину

$$\delta e = e_n$$

и завершают коррекции приведения к долготе стояния.

При выполнении условия

$$\begin{cases} |\Delta T| < \delta T_{max} \\ |\Delta L| < \delta L_{max} \end{cases}$$

коррекциями уменьшают эксцентриситет орбиты на величину

$$\delta e = \delta e_{max},$$

дальнейшие коррекции периода не проводят.

При выполнении условия

$$|sgn(\Delta L) \sqrt{|\Delta L \frac{\delta T_{max} \times T}{\pi}|} - \Delta T| \ge \delta T_{max}$$

задают величину коррекции δ*T* 

$$\delta T = \delta T_{max} \times sgn\left(sgn(\Delta L)\sqrt{\left|\Delta L\frac{\delta T_{max} \times T}{\pi}\right|} - \Delta T\right),$$

и переходят к проверке условия (10).

При одновременном выполнении условий

$$\begin{cases} \left| \Delta L - sgn(\Delta T) \frac{\pi}{\delta T_{max} \times T} \Delta T^2 \right| > \left| k \times 2\pi \times \frac{\Delta T}{T} \right| \\ \left| \Delta L - sgn(\Delta T) \frac{\pi}{\delta T_{max} \times T} \Delta T^2 \right| \le \left| (k+1) \times 2\pi \times \frac{\Delta T}{T} \right| \end{cases}$$

не изменяют коррекциями период орбиты,  $\delta T = 0$ .

При выполнении условия

$$\left| \Delta L - sgn(\Delta T) \frac{\pi}{\delta T_{max} \times T} \Delta T^2 \right| \leq |k| \times 2\pi \times \frac{\Delta T}{T}|$$

задают величину коррекции δΤ

$$\delta T = - sgn(\Delta L)\delta T_{max}.$$

При выполнении дополнительного условия

$$\begin{cases} |\Delta T + \delta T| > |\Delta T| \\ |\Delta T + \delta T| > |\Delta T_{max}| \end{cases}$$
(10)

величину коррекции δ Τ изменяют

$$\delta T = -sgn(\Delta L)\Delta T_{max} - \Delta T$$

При выполнении условия

 $e \geq \delta e_{max}$ 

коррекциями уменьшают эксцентриситет орбиты на величину

$$\delta e = \delta e_{max},$$

при выполнении условия

 $e < \delta e_{max}$ 

коррекциями уменьшают эксцентриситет орбиты на величину

Коэффициент k  $\geq$  1 в соответствующих описанных условиях предназначен для исключения нежелательного перехода через границу, отражаемую кривой *a* на puc.1, а также для обеспечения запаса времени для выполнения измерений орбитальных параметров, если такие измерения предусмотрены в процессе полёта помимо измерений во время длительного дрейфа. Они могут быть предусмотрены, например, при приближении к завершению приведения с постоянным отклонением периода порядка  $\delta T_{max}$  в течение k - 1 полных суток, так что на практике может быть  $1 \leq k \leq 4$ , если для измерений требуется трое суток.

Если по результатам проверки условий на интервале управления необходима коррекция, то для времени до окончания суток от начала текущего интервала рассчитывают время начала, окончания или длительность трансверсальных воздействий и определяют их направление, т.е. знак воздействий. Максимальную длительность воздействий определяют заранее по известным данным: по тяге двигателей и массе КА, по ограничению на длительность работы двигателей в сутках. Воздействия планируют вблизи апсидальных точек орбиты, т.е. вблизи её перигея и апогея, середины воздействий соответствуют этим точкам. Время их прохождения вычисляют по аргументу широты и истинной аномалии из параметров орбиты в начале интервала управления. По этому времени и длительности воздействий вычисляют время начала воздействий. Длительность интервала управления равна суткам, если запланированное на интервале корректирующее воздействие, начинающиеся ранее истечения суток OT начала интервала,

заканчивается до завершения этих суток. Иначе окончанием интервала считается окончание такого воздействия.

Вычисляют промежутки времени затенения КА Землёй и Луной, затем при необходимости сдвигают или сокращают рассчитанные воздействия во времени для исключения затенений при воздействиях.

Временем начала, длительностью и знаком воздействий на интервале управления дополняют данные, полученные аналогично для всех предшествующих интервалов, начиная от момента готовности КА к выполнению коррекций.

Выполняют прогнозирование с учётом корректирующих воздействий от начала интервала управления до его окончания и в результате вычисляют орбитальные параметры КА на начало следующего интервала.

Продолжая цикл по интервалам управления, выполняют описанные выше действия от проверки выполнения условий, определяющих необходимость коррекций на интервале, до вычисления орбитальных параметров КА на начало следующего интервала. Цикл заканчивают при выполнении условий окончания приведения к долготе стояния (9).

Кроме вычисления начала и окончания или длительности воздействий, а также их знака, в результате имитационного моделирования получают длительность приведения и величину расхода характеристической скорости, пропорциональную суммарной длительности воздействий.

Описанное моделирование от начала задания величины максимального допустимого отклонения периода до окончания цикла вычислений при

необходимости выполняют неоднократно для выбора компромисса между длительностью приведения и расходом скорости.

Полученные окончательные данные о времени начала, длительности и направлениях воздействий являются требуемым планом коррекций.

При использовании описанного выше варианта алгоритма величина конечного отклонения долготы в первой итерации расчёта не превышает величину, которая определяется выражением (8). Это отклонение может быть уменьшено небольшим дополнением алгоритма. Но в практических расчётах оно не существенно, поскольку может быть быстро ликвидировано при поддержании долготы после приведения. Следует также принимать во внимание отклонения, возникающие из-за неизбежных ошибок измерений начальных параметров и ошибок исполнения корректирующих воздействий.

В алгоритме также могут быть предусмотрены коррекции наклонения на интервалах приведения без трансверсальных коррекций. На практике они целесообразны при длительном дрейфе во время перевода КА на новую долготу, поскольку наклонение возрастает за месяц без коррекции до 0,08°.

### Примеры приведения

В таблице 1 показаны варианты исходных данных и результатов приведения при имитационном моделировании, без коррекций наклонения. Варианты 1,2,4 соответствуют приведению и переводу на новую долготу по расчёту предложенным методом. Варианты 3,5 соответствуют расчёту методом [14]. В парах вариантов 2,3 и 4,5 одинаковы исходные условия и требуемые конечные параметры. Это позволяет сравнить качество расчёта предложенным методом и методом [14]. Как видно из таблицы, показатели качества расчётов, т.е. длительность манёвра и расход скорости для него в обоих методах близки.

Время расчёта плана коррекций предлагаемым методом на четырехядерном процессоре Intel с частотой 2,50 Ггц не превышало 0,35 секунды.

Одна итерация алгоритма [14] содержит решение задачи линейного программирования и контрольное имитационное моделирование полета КА по рассчитанному плану коррекций. Число таких итераций порядка 10. В предлагаемом методе проводится однократное имитационное моделирование, прерываемое проверкой условий на каждом интервале управления. Поскольку этап моделирования полета занимает основное время, то длительность расчетов для алгоритма [14], определяемая длительностью моделирования, на порядок больше, предлагаемом методе. Кроме того, решение задачи линейного чем В программирования реализуется достаточно сложным алгоритмом и требует дополнительного объема памяти [20].

Таблица 1.

	Метод	Параметры воздействия		Начальные отклонения			Конечные отклонения			Число	Расход
		v <sub>m</sub> м/с	t c	$\Delta L^{\circ}$	$\Delta T c$	e	$\Delta L^{\circ}$	$\Delta T c$	e	витков	M/C
1	Предлагаемый	0,5	21600	-2,5	-400	0,0000	0,06	0,3	0,0001	22	9,56
2	Предлагаемый	1,0	28800	13,0	395	0,0247	0,07	0,05	0,0000	42	41,90
3	[14]	1,0	28800	13,0	395	0,0247	-0,08	-0,2	0,0000	51	46,18
4	Предлагаемый	1,5	86400	60,0	-4,54	0,0000	-0.01	-0.44	0,0001	27	14,83
5	[14]	1,5	86164	60,0	-4,54	0,0000	0,08	0,2	0,0004	30	13,44

### Варианты исходных данных и результаты приведения

На рис. 2 показана фазовая диаграмма приведения варианта 1, подобная схеме на рис. 1. На рис.3 для этого варианта показаны изменения долготы, периода и эксцентриситета в процессе приведения. Эти параметры отображены через каждый час. Поэтому на графике эксцентриситета видны его суточные колебания, вызванные коррекциями периода и воздействием Луны. Колебания долготы из-за наличия эксцентриситета имеют амплитуду в градусах (360/ $\pi$ )е. В данном случае они малы и не видны на фазовой диаграмме рис. 2 и на графике рис. 3а.



Рис. 2. Фазовая диаграмма приведения в варианте 1



Рис. 3. Изменения отклонений при приведении в варианте 1

На рис. 4 показано изменение долготы, скорости дрейфа и эксцентриситета при приведении в варианте 2 предлагаемым методом (сплошные линии) и в варианте 3 из работы [14] (пунктирные линии). Скорость дрейфа пропорциональна отклонению периода с обратным знаком. Как и на рис. 3, сплошные линии отображают результаты через каждый час. Поэтому на сплошной линии графика суточные колебания большого долготы видны eë из-за эксцентриситета, уменьшающиеся по мере уменьшения последнего коррекциями. Видимые на графике дрейфа частые колебания между витками 10-42 вызваны коррекциями эксцентриситета, при которых период и скорость дрейфа изменяются дважды в

сутки. На пунктирных линиях из [14] частые колебания не видны, возможно, из-за отображения данных через увеличенные интервалы времени.

На рис. 5 изменение долготы, скорости дрейфа и эксцентриситета показано для перевода на новую долготу. На графиках эксцентриситета для обоих методов видны его колебания на этапах коррекций периода. На сплошной кривой, отражающей изменение эксцентриситета при поддержании предлагаемым методом, видны суточные колебания эксцентриситета на интервале, когда он не поддерживается. Эти колебания вызваны воздействием Луны и не превышают 0,0002.

На рис. 5 видно сходство процессов перевода при двух методах. Но на рис. 4 процессы приведения различаются принципиально. Это указывает на неоднозначность оптимального решения при принятых в расчёте начальных отклонениях.



Рис. 4. Изменения орбитальных параметров КА при приведении предлагаемым методом (сплошные линии, вариант 2) и методом [14] (пунктирные линии, вариант 3):

a – долгота,  $\delta$  – скорость дрейфа, e – эксцентриситет



Рис. 5. Изменения орбитальных параметров КА при переводе предлагаемым методом (сплошные линии, вариант 4) и методом [14] (пунктирные линии, вариант 5):

```
a – долгота, \delta – скорость дрейфа, e – эксцентриситет
```

Для оценки границ применимости метода в автоматическом режиме проведено 1000 расчетов приведения КА для различных начальных орбит с отклонениями долготы в диапазоне [-55°;55°], отклонением периода [-600,600] секунд, начальным эксцентриситетом не более 0,01. Абсолютные отклонения долготы в конце маневра не превышают 0,2°, при этом для 57% вариантов расчета отклонения долготы меньше 0,1°. Отклонения периода лежат в пределах [-10;11] секунд. Такие отклонения уменьшаются при удержании КА.

### Заключение

Предложен метод расчёта плана коррекций приведения КА на заданную позицию ГСО. Представленные результаты моделирования показывают, что этот метод и метод [14] близки по качеству расчёта коррекций приведения. Предложенный метод проще и поэтому может иметь преимущество при использовании для расчётов на КА.

## Библиографический список

 Салмин В.В., Четвериков А.С. Управление плоскими параметрами орбиты геостационарного космического аппарата с помощью двигателей малой тяги // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2015. Т. 14. № 4. С. 92 – 101.

2. Филиппов Г.А. Итерационная процедура выбора программы управления сближением с малой тягой в задаче утилизации космического мусора на геостационарной орбите // Вестник Самарского университета. 2017. Т. 16. № 3. С. 125 - 137.

Сухой Ю.Г. Коррекции орбит геостационарных спутников. - М.: Спутник+,
 2011. Часть 1. - 120 с.

4. Чернявский Г.М., Бартенев В.А., Малышев В.А. Управление орбитой стационарного спутника. - М.: Машиностроение, 1984. - 144 с.

Кружков Д.М. Точностные характеристики бортовой интегрированной навигационной системы автономного космического аппарата // Труды МАИ. 2012.
 № 57. URL: <u>http://trudymai.ru/published.php?ID=30953</u>

 Бетанов В.В., Махненко Ю.Ю. Совершенствование однопунктового способа навигации геостационарного спутника // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2009. № 3. С. 83 - 95.

 Решетнев М.Ф., Лебедев А.А., Бартенев В.А., Красильщиков М.Н., Малышев
 В.А., Малышев В.В. Управление и навигация искусственных спутников Земли на околокруговых орбитах. - М.: Машиностроение, 1988. - 336 с.

8. J. Liu. Spacecraft TT&C and Information Transmission Theory and Technology, National Defense Industry Press, Beijing, 2015, 531 p.

9. Krasilshikov M.N., Fedorov A.V., Kozorez D.A., Sypalo K.I. Low-Thrust Geo Transfer Off-Line Navigation and Control // 25<sup>th</sup>International Symposium on Space Flight Dynamics, 2015, Münich, available at: http://issfd.org/ 2015/files/ downloads/papers/010\_Krasilshchikov.pdf

10. Jonathan D. Aziz, Jeffrey S. Parkery, Daniel J. Scheeresz, Jacob A. Englander Lowthrust many-revolution trajectory optimization via differential dynamic programming and a Sundman Transformation // The Journal of the Astronautical Sciences, 2018, vol. 65, issue 2, pp. 205 - 228. 11. Darin Koblick, Shujing Xu, Joshua Fogel. Praveen Shankar Low Thrust Minimum Time Orbit Transfer Nonlinear Optimization Using Impulse Discretization via the Modified Picard–Chebyshev Method // Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2016, vol.111, no.1, pp.1 – 27.

12. Haberkorn T., Martinon P., Gergaud J. Low-thrust minimum-fuel orbital transfer: a homotopic approach // Journal of Guidance, Control and Dinamics, 2004, vol. 27, no. 6, pp. 1046 - 1060.

13. James K Whiting. Orbital Transfer Trajectory Optimization, Massachusetts Institute of Technology (MIT), 2004, 87 p.

 Соколов А.В., Улыбышев Ю.П. Многовитковые манёвры с малой тягой в окрестности геостационарной орбиты // Известия Академии наук. Теория и системы управления. 1999. № 2. С. 95 – 100.

15. Ганзбург М.Ф., Кропотин С.А., Мурашко В.М. и др. Итоги десятилетней эксплуатации электроракетных двигательных установок в составе двух телекоммуникационных космических аппаратов «Ямал-200» на геостационарной орбите // Космическая техника и технологии. 2015. № 4 (11). С. 25 – 39.

16. Малышев Старков A.B., Федоров A.B. Методика разработки B.B., программно-моделирующего комплекса для отработки средств проведения динамических операций космических аппаратов // Труды МАИ. 2012. № 57. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=30798

17. Law A.M., Kelton W.D. Simulation modeling and analysis, The McGraw-Hill Companies, 2000, 784 p.

Chao C. Applied orbit perturbation and maintenance, The Aerospace Press, 2005,
 297 p.

19. Howard D Curtis. Orbital Mechanics for Engineering Students (Aerospace Engineering), Butterworth-Heinemann, 2013, 768 p.

20. Reklaitis G.V., Ravindran A., Ragsdell K.M. Engineering Optimization Methods and Applications, New York, 2006, 688 p.