Труды МАИ. 2023. № 129 Trudy MAI, 2023, no. 129

Научная статья УДК 629.7.054.07 DOI: <u>10.34759/trd-2023-129-20</u>

# АНАЛИЗ СИСТЕМЫ АМОРТИЗАЦИИ И ДЕМПФИРОВАНИЯ БЕСПЛАТФОРМЕННОГО ИНЕРЦИАЛЬНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА

Сергей Александрович Максимов<sup>1</sup>, Владислав Павлович Наумченко<sup>2</sup>,

Павел Алексеевич Илюшин<sup>3</sup><sup>∞</sup>, Дмитрий Григорьевич Пикунов<sup>4</sup>,

## Алексей Владимирович Соловьёв<sup>5</sup>

<sup>1,2,3,4,5</sup>Филиал АО «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры» – «Научно-исследовательский институт прикладной механики имени академика В.И. Кузнецова», Москва, Россия

<sup>1</sup>S.Maksimov@russian.space

<sup>2</sup>V.Naumchenko@russian.space

<sup>3</sup>P.Ilyushin@russian.space<sup>™</sup>

<sup>4</sup><u>D.Pikunov@russian.space</u>

<sup>5</sup><u>AV.Solovev@russian.space</u>

Аннотация. В настоящей работе рассматривается результат синтеза динамической системы, описывающей поведение системы амортизации и демпфирования бесплатформенного инерциального измерительного прибора для космического В чувствительных элементов в приборе аппарата. качестве применяются собственной высокочувствительные вибрационно-струнные акселерометры разработки филиала АО «ЦЭНКИ» – «НИИ ПМ имени академика В.И. Кузнецова».

Акселерометры с учетом внутренней системы амортизации можно описать как колебательные звенья с малым коэффициентом демпфирования и конечным свободным перемещением, что ограничивает их применение при внешних вибрационных высокоэнергетических воздействиях. Необходимость применения дополнительной системы амортизации в приборе диктуется использованием показаний прибора в системе управления космического аппарата во всех режимах полета, включая нештатные. Эта система амортизации также является колебательным звеном, влияющем на систему амортизации в акселерометре и испытывающим ответное влияние от нее. В результате задача сводится к разработке системы с обратными связями, охватывающими колебательные звенья, и проведению ее последующего анализа. На вход системы поступает линейное ускорение в виде случайного сигнала с определенным спектром, а выходом является линейное перемещение, которое необходимо держать в определенных пределах.

В филиале АО «ЦЭНКИ» – «НИИ ПМ имени академика В.И. Кузнецова» есть опыт разработки динамической системы прибора-прототипа стойкого к внешним воздействиям. В данной механическим статье рассматривается процесс проектирования, разработки и анализа линейной модели системы амортизации и демпфирования, описанной на языке Python, и подтвердившей принципиальную возможность обеспечения заданных требований к стойкости прибора к входным воздействиям. В результате обнаружена оптимальная область динамических характеристик системы амортизации и демпфирования. В дальнейшем полученные данные будут использованы для моделирования нелинейной системы и ее углубленного анализа.

*Ключевые слова*: анализ, система, динамические характеристики, спектр, вибрация, инерциальный прибор, вибрационно-струнный акселерометр, Python

Для цитирования: Максимов С.А., Наумченко В.П., Илюшин П.А., Пикунов Д.Г., Соловьев А.В. Анализ системы амортизации и демпфирования бесплатформенного инерциального измерительного прибора // Труды МАИ. 2023. № 129. DOI: <u>10.34759/trd-2023-129-20</u>

Original article

# STRAPDOWN INERTIAL MEASUREMENT UNIT SHOCK ABSORPTION AND DAMPING LINEAR SYSTEM ANALYSIS

Sergey A. Maksimov<sup>1</sup>, Vladislav P. Naumchenko<sup>2</sup>, Pavel A. Ilyushin<sup>3</sup>, Dmitriy G. Pikunov<sup>4</sup>, Aleksey V. Solovyov<sup>5</sup> <sup>1,2,3,4,5</sup>JSC «TsENKI» – «NII PM», Moscow, Russia <sup>1</sup>S.Maksimov@russian.space <sup>2</sup>V.Naumchenko@russian.space <sup>3</sup>P.Ilyushin@russian.space <sup>4</sup>D.Pikunov@russian.space <sup>5</sup>AV.Solovev@russian.space

*Abstract.* The presented article considers the result of the dynamic system synthesis describing the amortization and damping system behavior of the strapdown inertial measurement unit for a spacecraft. The "JSC "TsENKI"–"NII PM" In-house design high-accuracy vibration-string accelerometers are employed in the unit as sensitive elements.

With account for the internal shock absorption system, these accelerometers may be described as oscillating links with small damping coefficient and finite free movement, which limits their application with external vibrational high-energy impacts. The necessity of extra shock absorbing system introduction to the unit is being dictated by the device readings utilization in the spacecraft control system in all flight modes, including offnominal ones. This shock absorbing system is also an oscillatory link affecting the shock absorbing system in the accelerometer, and subjected to the response impact from it. As the result, the problem resolves itself into developing a system with the feedbacks encircling oscillatory links with its subsequent analysis. Linear acceleration in the form of a random signal comes to the system input, and the system output is a linear translation, which is necessary to be kept within certain limits.

The JSC "TsENKI"—"NII PM" has the experience in the dynamic system prototype unit resistant to the external mechanical impacts developing. The article considers the process of design, development and analysis of the linear model of the shock absorbing and damping system described in Python language and confirmed the possibility of ensuring the given requirements to the unit sturdiness to the input impacts. As the result, the optimum range of dynamic characteristics of the damping and shock absorbing system was found. The obtained results will be used further for the nonlinear system modeling and its in-depth analysis.

*Keywords*: analysis, system, dynamic characteristics, spectrum, vibration, inertial unit, vibrational string accelerometer, Python

*For citation:* Ilyushin P.A., Naumchenko V.P., Maksimov S.A., Pikunov D.G., Solovyov A.V. Strapdown inertial measurement unit shock absorption and damping linear system analysis. *Trudy MAI*, 2023, no. 129. DOI: <u>10.34759/trd-2023-129-20</u>

#### Введение

В филиале АО «ЦЭНКИ» – «НИИ ПМ имени академика В.И. Кузнецова» (НИИ ПМ) осуществляется разработка бесплатформенного инерциального измерительного прибора для космического аппарата (КА). Ранее для осуществления управления КА применялись инерциальные приборы разных типов и назначений [1], под каждый этап полета и на каждую измерительную ось. Современные тенденции сводятся к использованию одного инерциального блока на всем участке полета.

В качестве чувствительных элементов акселерометрического измерительного канала в приборе применяются вибрационно-струнные акселерометры (ВСА) собственной разработки [2]. Чувствительным элементом любого ВСА является вибрирующая струна, закрепленная между условно неподвижным элементом и грузом на пружине. Принцип измерения заключается в том, что груз при наличии ускорения отклоняется от своего нулевого положения, что приводит к изменению частоты колебания струны. Высокая чувствительность и точность измерения обеспечивается высоким коэффициентом усиления описанного контура и его малыми габаритами. В итоге струна оказывается крайне подвержена механическим воздействиям [3] и может порваться при превышении порогового значения напряжения. В ВСА разработки НИИ ПМ для снижения нулевого сигнала был

реализован принцип дифференциального измерения, а для увеличения стойкости к механическим воздействиям – система амортизации. Структурная схема ВСА приведена ниже (Рисунок 1).



Рисунок 1 – Структурная схема применяемого в приборе ВСА

В примененной системе амортизации, при механических воздействиях, превышающих предельные, происходит удар подвижной части, где и располагается струна, о неподвижный корпус. Вследствие возникающих динамических процессов и напряжений происходит разрыв струны [4]. В рамках предварительных исследований было обнаружено, что режимы механических воздействий, предъявленные к разрабатываемому прибору при нештатном режиме полета КА [5], приводят к перемещениям в ВСА, превышающим предельно допустимые. В итоге возникла задача ограничения относительных перемещений в ВСА в заданных пределах, причем изменять конструкцию самого ВСА недопустимо. Классическим решением является применение виброизолятора [6], т.е. создание развязки защищаемого элемента воздействия И источника через пружины с дополнительными

диссипативными силами. Примеров виброизоляторов в машиностроении известно много [7]. Причем наиболее предпочтительным и простым является создание платформы с большой массой или опор с большими диссипативными силами [8].

Особенностью оборудования для КА является необходимость сохранения минимальных габаритно-массовых характеристик [9], что не позволяет, например, для обеспечения гашения кинетической энергии колебаний создать среду с повышенной вязкостью внутри прибора [10], или для обеспечения инерциального гашения воздействия увеличить массу. Жесткие требования к стабильности поддержания точностных характеристик не позволяют использовать резиновые демпферы или иные варианты, приводящие к несимметричности воздействий [11].

### Исходные данные

В НИИ ПМ имеется опыт применения указанных ВСА в условиях внешних механических воздействий в ранее изготовленном и многократно применявшемся приборе (прибор-прототип). Для обеспечения стойкости в приборе-прототипе была спроектирована система виброизоляции, основанная на принципе работы двухмассовой динамической системы [12,13]. В ее состав входят корпус прибора и подвижной платформы блока чувствительных элементов (БЧЭ), включающего в себя три ВСА, три равножесткие пружины специальной конструкции [14], три виброгасящих жидкостных демпфера (ВД) [15], эффективных при работе во всех направлениях. Принципиальная структура прибора-прототипа приведена ниже (Рисунок 2).



Рисунок 2 – Структурная схема прибора-прототипа

Подобную систему амортизации можно рассматривать как фильтр нижних частот [16], по механическим перегрузкам. Его реализация заключается в том, что конструктивная развязка при помощи пружин БЧЭ от корпуса, на который передаются механические воздействия, позволяет снизить уровень механических воздействий в области опасных собственных частот ВСА [17]. Собственная частота ВСА порядка 70 Гц, а собственная частота БЧЭ 30 Гц определяется жесткостью пружин и массой подвижных элементов. Теоретически с точки зрения снижения уровня воздействия в области подавления фильтра подобная система показывает хороший результат (Рисунок 3).



Однако, на практике такая механическая система является колебательным звеном с высоким коэффициентом усиления, что приводит к превышению допусков в области собственных частот системы амортизации БЧЭ (30 Гц) и ударов подвижной части ВСА о его корпус, приводящих к выходу ВСА из строя. Именно для снижения коэффициента усиления на резонансной частоте колебательной системы в приборепрототипе применены ВД. ВД тоже является колебательной системой с существенно большей вязкостью. В процессе колебаний БЧЭ в ВД также начинаются колебания в противофазе, таким образом происходит рассеивание энергии колебаний БЧЭ. Для корректной работы ВД должны быть настроены на область частот, в которой необходимо осуществлять гашение колебаний и должны иметь значимую массу. В рассматриваемом случае из-за ограничений, накладываемых на массу прибора, масса БЧЭ должна быть минимально возможной. Таким образом, приходится рассматривать БЧЭ как объект с конечной массой. В итоге масса подвижной части ВСА также становится значимой. В результате возникает сложная динамическая система, включающая в свой состав колебательное звено БЧЭ, 3 колебательных звена ВСА, 3 колебательных звена ВД [18]. Если считать однотипные элементы идентичными и конструкцию симметричной, то можно описать движение системы следующей системой уравнений с обобщенными координатами, описывающими поступательное движение центра масс (ц.м.) подвижных элементов прибора (1).

$$\begin{cases} M \cdot \ddot{y}_{\rm E43} + \beta \cdot (\dot{y}_{\rm E43} - \dot{x}_{\rm BX}) + 3 \cdot C \cdot (y_{\rm E43} - x_{\rm BX}) + \\ -3 \cdot C_{\rm BCA} \cdot (y_{\rm BCA} - y_{\rm E43}) - 3 \cdot C_{\rm d} \cdot (y_{\rm d} - y_{\rm E43}) = 0 \\ \\ M_{\rm BCA} \cdot \ddot{y}_{\rm BCA} + \beta_{\rm BCA} \cdot (\dot{y}_{\rm BCA} - \dot{y}_{\rm E43}) + C_{\rm BCA} \cdot (y_{\rm BCA} - y_{\rm E43}) = 0 \\ \\ M_{\rm d} \cdot \ddot{y}_{\rm d} + \beta_{\rm d} \cdot (\dot{y}_{\rm d} - \dot{y}_{\rm E43}) + C_{\rm d} \cdot (y_{\rm d} - y_{\rm E43}) = 0 \end{cases}$$
(1)  
rde:

 $\dot{x}_{\text{вх}}, x_{\text{вх}}$  – скорость и перемещение корпуса прибора;

,

 $\ddot{y}_{\text{БЧЭ}}, \dot{y}_{\text{БЧЭ}}, y_{\text{БЧЭ}}$  ускорение, скорость и перемещение ц.м. БЧЭ;

 $\ddot{y}_{BCA}, \dot{y}_{BCA}, y_{BCA}$  – ускорение, скорость и перемещение ц.м. ВСА;

 $\ddot{y}_{Д}$ ,  $\dot{y}_{Д}$ ,  $y_{Д}$  – ускорение, скорость и перемещение ц.м. ВД;

 $M, \beta, 3 \cdot C$  – масса, вязкость и жесткость системы амортизации БЧЭ;

*M*<sub>BCA</sub>, β<sub>BCA</sub>, *C*<sub>BCA</sub> – масса, вязкость и жесткость собственной системы амортизации BCA;

 $M_{\rm Д}$ ,  $\beta_{\rm Д}$ ,  $C_{\rm Д}$  – масса, вязкость и жесткость колебательной системы ВД.

Для проверки возможности применения в разрабатываемом приборе концепции прибора-прототипа был проведен цикл последовательных испытаний в рамках которого были определены АЧХ системы амортизации и демпфирования (САД) при установленных ВД, а затем при демонтированных ВД.



Рисунок 4 – АЧХ САД прибора-прототипа

По результатам испытаний было подтверждено, что САД прибора-прототипа обеспечивает снижение уровня воздействия, передаваемого на ВСА в области частоты его системы амортизации, а ВД значительно снижают коэффициенты усиления: с 30 до 7 в области частоты 33 Гц. Особенность конструкции пружин в приборе-прототипе приводила к принципиальному возникновению угловых перемещений, что заметно в области частот 40-50 Гц. В спиральных пружинах, примененных в рамках других разработок НИИ ПМ, угловые колебания не возникают.

Дополнительно были проведены испытания на стойкость к механическим воздействиям с режимами нештатного полета КА. В результате было установлено, что САД прибора-прототипа не обеспечивает стойкости ВСА во всех требуемых режимах, и необходима разработка новой концепции. К разрабатываемой САД были выдвинуты следующие требования:

- Относительные перемещения в ВСА не более 2,7 мм;
- Относительные перемещения в БЧЭ не более 6 мм;
- Нижняя резонансная частота САД не ниже 20 Гц;
- Добротность без ВД на этой частоте не ниже 10.

Взаимосвязь вязкости, жесткости, собственной частоты, добротности элементов системы и типовых характеристик динамических звеньев приведена ниже (2).

$$\begin{bmatrix} f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{C}{M}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot T} \\ Q = \frac{\sqrt{M \cdot C}}{\beta} = \frac{2}{\varepsilon} \end{bmatrix}$$
(2)

где:

- f собственная частота;
- Т постоянная времени;
- Q добротность;
- ε коэффициент демпфирования.

#### Моделирование системы амортизации

В рамках моделирования линейной САД принято решение определять перемещения БЧЭ и в ВСА как максимальную амплитуду реакции динамической системы с определенной передаточной функцией на входное воздействие в области анализируемых частот. Для этого при помощи преобразования Лапласа и последующих преобразований из системы уравнений (1) можно выделить динамические звенья и вывести блок-схему системы с возникающими обратными связями вследствие существования механических связей БЧЭ с ВСА и ВД. Входным воздействием в данном случае является линейное перемещение корпуса прибора, преобразуемое к виду сил. Выходным сигналом также является линейное перемещение БЧЭ и ВСА (Рисунок 5).



Для моделирования работы представленной системы и поиска подходящих решений можно использовать законы соединения динамических звеньев в блоксхеме. В случае рассмотрения линейной САД на текущем этапе работ нет необходимости решать дифференциальные уравнения в численном виде, а можно ограничиться только исследованием изображения выходного сигнала динамической системы в частотной области. Оценка ведется по передаточным функциям от входного сигнала (перемещение корпуса прибора) до выходного сигнала (перемещения БЧЭ или ВСА). Необходимо учесть, что для перемещения БЧЭ и ВСА передаточная функция разомкнутой системы одинаковая, а передаточная функция прямой цепи отличается. В итоге можно вывести формулы для передаточных функций подвижных частей элементов (3).

$$\begin{cases} W_{B^{H}9} = \frac{W_{B^{H}9}^{1} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot W_{d}^{2}}{W_{B^{H}9}^{2} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot W_{d}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{d}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{d} \cdot M_{d} \cdot W_{BCA}^{2}} \\ W_{BCA} = \frac{W_{B^{H}9}^{1} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot W_{d}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{d}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{d} \cdot M_{d} \cdot W_{BCA}^{2}}{W_{B^{H}9}^{2} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot W_{d}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{d}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{d} \cdot M_{d} \cdot W_{BCA}^{2}} \\ W_{d} = \frac{W_{B^{H}9}^{1} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot W_{d}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{d}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{d} \cdot M_{d} \cdot W_{BCA}^{2}}{W_{B^{H}9}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{d}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{d} \cdot M_{d} \cdot W_{BCA}^{2}} \\ W_{B^{H}9} = \beta \cdot S + 3 \cdot C \\ W_{B^{H}9}^{2} = M \cdot S^{2} + \beta \cdot S + 3 \cdot C + 3 \cdot C_{AK} + 3 \cdot C_{d} \\ W_{B^{H}CA}^{1} = \beta_{BCA} \cdot S + C_{BCA} \\ W_{BCA}^{2} = M_{BCA} \cdot S^{2} + \beta_{BCA} \cdot S + C_{BCA} \\ W_{d}^{1} = \beta_{d} \cdot S + C_{d} \\ W_{d}^{2} = M_{d} \cdot S^{2} + \beta_{d} \cdot S + C_{d} \end{cases}$$

При натурных испытаниях входным воздействием являлся шумовой процесс в ограниченной области частот с заданной спектральной плотностью. Этот процесс может быть представлен как белый шум, прошедший через узкополосный фильтр. Частотная характеристика фильтра в подобном случае может быть представлена динамическим звеном с определенной передаточной функцией. Предполагается, что случайный процесс, ограниченный фильтром, при воздействии на САД на конкретной частоте вызовет отклик в системе, не меньше того, который возник бы при воздействии гармонического сигнала такой же амплитуды на этой частоте. В рамках исследования линейной САД в качестве входного воздействия принимался сигнал, описываемый именно этой передаточной функцией, характерной для каждого режима: перегрузка с постоянной амплитудой (режим «З»), режим «Р» – наиболее жесткий, но наименее вероятный, «П» – менее жесткий, чем режим «Р», но более вероятный. Таким образом, входное воздействие на ограниченной рассматриваемой

области частот (от 20 до 100 Гц) может быть описано следующим упрощенным образом (4):

$$X_{\rm BX} = \begin{bmatrix} n \cdot 9,81 & "3" \\ 9,1 \cdot 9,81 \cdot s \\ s + 2 \cdot \pi \cdot 140 & "\Pi" & (4) \\ \frac{11,2 \cdot 9,81 \cdot s}{s + 2 \cdot \pi \cdot 140} & "P" \end{bmatrix}$$

Стоит учесть, что входным воздействием является ускорение, а не перемещение. В итоге передаточные функции для относительных перемещений будут определяться по соответствующим формулам (5):

$$\begin{bmatrix}
Y_{BY3}^{0TH} = \frac{1}{S^{2}} \cdot (W_{BY3} \cdot X_{BX} - X_{BX}) = \frac{W_{BY3} - 1}{S^{2}} \cdot X_{BX} = \\
- \frac{M \cdot W_{BCA}^{2} \cdot W_{A}^{2} - 3 \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{A}^{2} - 3 \cdot C_{A} \cdot M_{A} \cdot W_{BCA}^{2}}{W_{BY3}^{2} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{A} \cdot M_{A} \cdot W_{BCA}^{2}} \cdot X_{BX}$$

$$Y_{BCA}^{0TH} = \frac{1}{S^{2}} \cdot (W_{BCA} \cdot X_{BX} - Y_{EY3}) = \frac{W_{BCA} - W_{EY3}}{S^{2}} \cdot X_{BX} = \\
- \frac{M_{BCA} \cdot W_{EY3}^{1} \cdot W_{A}^{2}}{W_{EY3}^{2} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{A} \cdot M_{A} \cdot W_{BCA}^{2}} \cdot X_{BX} = \\
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
Y_{BCA}^{0TH} = \frac{1}{S^{2}} \cdot (W_{BCA} \cdot X_{BX} - Y_{EY3}) = \frac{W_{BCA} - W_{EY3}}{S^{2}} \cdot X_{BX} = \\
- \frac{M_{BCA} \cdot W_{EY3}^{1} \cdot W_{A}^{2}}{W_{EY3}^{2} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{A} \cdot M_{A} \cdot W_{BCA}^{2}} \cdot X_{BX}$$

$$\begin{bmatrix}
Y_{BCA}^{0TH} = \frac{1}{S^{2}} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{A} \cdot M_{A} \cdot W_{BCA}^{2}} \cdot X_{BX}$$

$$\begin{bmatrix}
Y_{BCA}^{0TH} = \frac{1}{S^{2}} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{A} \cdot M_{A} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot X_{BX}$$

$$\begin{bmatrix}
Y_{BCA}^{0TH} = \frac{1}{S^{2}} \cdot W_{BCA}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{A} \cdot M_{A} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot X_{BX}$$

$$\begin{bmatrix}
Y_{BCA}^{0TH} = \frac{1}{S^{2}} \cdot W_{BCA}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{A} \cdot M_{A} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot X_{BX}$$

$$\begin{bmatrix}
Y_{BCA}^{0TH} = \frac{1}{S^{2}} \cdot W_{BCA}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{A} \cdot M_{A} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot X_{BX}$$

$$\begin{bmatrix}
Y_{BCA}^{0TH} = \frac{1}{S^{2}} \cdot W_{BCA}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{A} \cdot M_{A} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot X_{BX}$$

$$\begin{bmatrix}
W_{BCA}^{0TH} = \frac{1}{S^{2}} \cdot W_{BCA}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{BCA} \cdot M_{BCA} \cdot W_{A}^{2} + 3 \cdot S^{2} \cdot C_{A} \cdot M_{A} \cdot W_{BCA}^{2} \cdot X_{BX}$$

Именно относительное перемещение в ВСА приводит к ударам. Высокое относительное перемещение в БЧЭ, в свою очередь, приводит к увеличению габаритов прибора, поскольку требуется свободное место для перемещения БЧЭ в конструкции. Таким образом, возникает задача по сохранению линейного перемещения в заданных пределах. Для подтверждения возможности реализации системы амортизации с заданными требованиями и получения ее предварительных параметров, удовлетворяющих требованиям к САД, был написан скрипт на языке Python. Для более наглядного представления результатов и анализа проблемы с разных сторон было принято решение добавить графический пользовательский интерфейс, позволяющий сохранять полученные графики и обеспечивающий выбор следующих параметров:

- Массы, вязкости, жесткости САД БЧЭ и ВД;
- Относительные или абсолютные значения;
- Ускорения, скорости, перемещения центров масс элементов, коэффициенты передачи по отношению к входному воздействию.
- Исходная система с абсолютно жестким закреплением БЧЭ, система только с пружинами, система с пружинами и демпферами;
- Воздействие в виде динамических уровней режимов «З» «П», «Р»;
- Отображение предельных значений на графиках, позволяющие отсекать решения с значениями вне допусков;

Все расчеты и визуализация результатов проводились при помощи доступных модулей, в соответствии с их документацией [19]:

- control построение динамических характеристик системы;
- numpy, scipy проведение математических вычислений;
- geneticalgorithm вычисления методом генетического алгоритма.
- matplotlib для создания и сохранения графиков;
- PIL для создания gif из графиков;
- tkinter для создания визуального интерфейса;

- os- для взаимодействия с операционной системой и жестким диском.

Описанный визуальный интерфейс приведен ниже, на рисунках отображается модуль и фаза сигнала, описываемого передаточной функцией с установленными на ползунками параметрами в формате АЧХ, умноженной на амплитуду входного воздействия, в логарифмическом масштабе сверху и ФЧХ снизу (Рисунок 6).



Рисунок 6 – Визуальный интерфейс скрипта для расчета

В ходе моделирования проводилось построение АЧХ и ФЧХ САД на основе ее передаточных функций, описывающих динамику движения системы (3), с учетом заданных параметров входного воздействия (4). Для учета разных оцениваемых характеристик были введены соответствующие коэффициенты. На графиках отображалась итоговая передаточная функция в диапазоне частот 20 – 300 Гц и выделялись резонансные пики с фиксацией их амплитуд и частот. В рамках текущего

исследования наиболее интересна оценка влияния внешнего воздействия в виде перегрузки на перемещение БЧЭ относительно основания и на перемещение подвижной части ВСА относительно БЧЭ. Именно по амплитудам пиков при рассмотрении относительных перемещений БЧЭ и ВСА оценивается эффективность работы САД – перемещения не должны превышать заданного порогового значения. Без применения системы амортизации БЧЭ в режиме «П» перемещение в ВСА превышает допустимое на 1,1 мм, в режиме «Р» на 2,0 мм (Рисунок 7).



Рисунок 7 – ЛАЧХ системы без САД

Блок-схема алгоритма из скрипта для моделирования САД приведена ниже (Рисунок 8).



Рисунок 8 – Блок-схема алгоритма вычислений,

где:

-  $k_{am}$  – коэффициент, задающий наличие системы амортизации;

- $k_{\mu}$  коэффициент, задающий наличие системы демпфирования;
- k<sub>отн</sub> коэффициент, задающий перемещения в относительном или абсолютном пространстве.

Было реализовано 2 способа поиска решений: перебор и генетический алгоритм. При переборе задаются варьируемые параметры системы из списка в ограниченных ползунками диапазонах: M = [0,8..6], f = [30..120], Q = [5..50],  $M_{\rm d} = [0.01..0.3]$ ,  $f_{\rm d} = [20..120]$ ,  $Q_{\rm d} = [0.1..20]$ , и количество итераций по одному параметру, определяющее также и шаг приращения параметра в текущей итерации. Таким образом при исследовании полной САД осуществлялось N равное числу заданных шагов в 6 степени итераций. В качестве целевой функции использовалось соответствие логическому уравнению модулей максимальных перемещений в запуске  $(\max|Y_{\rm E43}| \le 0,006) \land (\max|Y_{\rm BCA}| \le 0,0027)$ . После получения команды начала расчета запускается цикл последовательных вычислений с параметрами, варьируемыми в пределах ± 50% от значений ползунков. Комбинации параметров и графики результатов, удовлетворяющих выставленным ограничениям, сохраняются.

Принцип работы генетического алгоритма [20] сводится к созданию начальной популяции из 100 особей (наборов) с генами (параметрами в системе уравнений), выбранными случайно в пределах  $\pm$  50% от значений ползунков. В качестве варьируемых параметров и их диапазонов изменений используется те же самые, что и в алгоритме перебора. Целевой функцией или критерием приспособленности является минимизация модуля максимального перемещения BCA в запуске max  $|Y_{BCA}| \rightarrow min$ . В рассматриваемом случае не проводится оптимизация по

аргументам, определяющим динамические характеристики САД ( $M, f, Q, M_{\Pi}, f_{\Pi}, Q_{\Pi}$ ) и следовательно максимальное перемещение BCA (max $|Y_{BCA}|$ ), поскольку без исследования конкретной конструкции и материалов САД нельзя сформулировать единый критерий, позволяющий сравнить аргументы между собой. Для каждой особи начальной популяции решается уравнений ИЗ система И вычисляется минимизируемый критерий. Дальше происходит селекция – определение предков с самым подходящим набором генов, причем в рамках текущего исследования устанавливается 1% элит, обязательно участвующих в скрещивании, и сохранение 30% предков с наилучшими значениями критерия из предыдущих поколений. С учетом размера популяции в К=100 особей для скрещивания формируется популяция из 1 элиты, N=30 предков и M=100 наборов из текущего поколения (Рисунок 9).

$$\begin{bmatrix} M, f, Q, M_{\mathcal{A}}, f_{\mathcal{A}}, Q_{\mathcal{A}} \end{bmatrix}_{3} \rightarrow J_{3}$$

$$\begin{bmatrix} M, f, Q, M_{\mathcal{A}}, f_{\mathcal{A}}, Q_{\mathcal{A}} \end{bmatrix}_{np1} \rightarrow J_{np1}$$

$$\vdots$$

$$\begin{bmatrix} M, f, Q, M_{\mathcal{A}}, f_{\mathcal{A}}, Q_{\mathcal{A}} \end{bmatrix}_{npN} \rightarrow J_{npN}$$

$$\begin{bmatrix} M, f, Q, M_{\mathcal{A}}, f_{\mathcal{A}}, Q_{\mathcal{A}} \end{bmatrix}_{noN} \rightarrow J_{noN}$$

$$\vdots$$

$$\begin{bmatrix} M, f, Q, M_{\mathcal{A}}, f_{\mathcal{A}}, Q_{\mathcal{A}} \end{bmatrix}_{noN} \rightarrow J_{noN}$$

$$\begin{bmatrix} M, f, Q, M_{\mathcal{A}}, f_{\mathcal{A}}, Q_{\mathcal{A}} \end{bmatrix}_{noN} \rightarrow J_{noN}$$

Рисунок 9 – Принцип селекции

Осуществляется скрещивание – потомку достаются случайные параметры от двух случайно выбранных предков. Преимущество предоставляется предкам с наилучшим значением критерия. Происходит выбор двух случайных особей, у которых происходит обмен генами. Причем условная линия, фиксирующая какие гены переходят потомку, определяется случайным образом (Рисунок 10).

$$\begin{bmatrix} M_i, f_i, Q_i, M_{\text{Д}i}, f_{\text{Д}i}, Q_{\text{Д}i} \end{bmatrix}_{\text{HOB}i} \rightarrow \begin{bmatrix} M_j, f_j, Q_i, M_{\text{Д}i}, f_{\text{Д}i}, Q_{\text{J}i} \end{bmatrix}_{\text{HOB}j}$$

Рисунок 10 – Принцип скрещивания

Происходит мутация – у одной особи случайно меняются гены. В рамках моделирования установлена вероятность мутации каждого гена 0,1 (Рисунок 11).

$$\begin{bmatrix} M_{i}, f_{i}, Q_{i}, M_{\text{Дi}}, f_{\text{Дi}}, Q_{\text{Дi}} \end{bmatrix}_{\text{пот}i} \qquad \begin{bmatrix} M_{i}, f_{i}, Q_{i}, M_{\text{Дiмут}}, f_{\text{Дi}}, Q_{\text{Дi}} \end{bmatrix}_{\text{пот}i} \\ \downarrow & \cdots & \downarrow & \rightarrow & \cdots \\ \begin{bmatrix} M_{j}, f_{j}, Q_{j}, M_{\text{Дj}}, f_{\text{Дj}}, Q_{\text{Дj}} \end{bmatrix}_{\text{пот}j} \qquad \begin{bmatrix} M_{j}, f_{j\text{мут}}, Q_{j}, M_{\text{Дj}}, f_{\text{Дj}}, Q_{\text{Дj}\text{мут}} \end{bmatrix}_{\text{пот}j} \\ \end{bmatrix}$$
 Рисунок 11 – Принцип мутации

Снова решается система дифференциальных уравнений и оценивается достижение результата. Если результат не достигнут, то начинается новая итерация. Для новой популяции осуществляется создание потомков по описанному сценарию. В результате выбирается особь с наилучшим набором генов. Блок-схема принципа работы генетического алгоритма приведена ниже (Рисунок 12).



Рисунок 12 – Блок-схема генетического алгоритма

В представленном скрипте использовался импортируемый общедоступный модуль, предоставляющий базовые возможности вычислений методом генетического алгоритма. В результате среди группы запусков были получены решения с относительным перемещением ВСА, превышающим заданный предел. В дальнейшем планируется применить модуль с большими возможностями настройки.

#### Анализ результатов

Цикл поиска решения в виде перебора с несколькими начальными точками и в виде генетического алгоритма был запущен несколько раз с исходными значениями

параметров, соответствующими конструкции прибора-прототипа. Полученный комплекс решений был сведен в одну таблицу, агрегирован и исследован. Получен вполне предсказуемый результат – при уменьшении добротности запас до касания в ВСА и в БЧЭ увеличивается. А увеличение массы БЧЭ не дает однозначного улучшения результата, что позволяет рассматривать массу БЧЭ только с точки зрения параметра требующего уменьшения.





Рисунок 14 – Зависимость запаса до касания от отклонения дооротности

В качестве примера ниже приведен график относительных перемещений при нештатном режиме полета одного из подходящих решений, в котором видны пики от ВСА и от БЧЭ с учетом работы ВД (Рисунок 15).



Рисунок 15 – Пример получаемого решения

#### Выводы и рекомендации

Разработанный математический аппарат подтверждает возможность создания вибростойкого прибора и указывает пределы характеристик САД, обеспечивающих заданные требования. Было обнаружено, что введение системы амортизации позволяет уменьшить перемещение в ВСА с 4,7 мм до 2 мм при сохранении перемещения БЧЭ в пределах 6 мм.

Для того, чтобы получить более точные и приближенные к реальным значения необходимо уточнить модель в части введения нелинейных элементов и перейти от

решения задачи алгебраическими методами к дискретным методам. Также нужно уточнить возможность технического создания устройств с полученными динамическими характеристиками и разработать критерий выбора оптимального решения [21].

### Список источников

 Сапожников И.Н., Неизвестных Ю.И., Духанин Н.Н. и д.р. Приоритет – точность. – М.: Рестарт, 2006, - 192 с.

 Харьков И.А., Шустров А.Д., Селиванова Л.М. Трехкомпонентный дифференциальный вибрационно-струнный акселерометр // Вестник МГТУ им.
 Н.Э.Баумана. Серия: Приборостроение. 2003. № 4. URL: http://vestnikprib.ru/catalog/bcomm/hidden/400.html

3. Илюшин П.А., Наумченко В.П., Пикунов Д.Г. Анализ качества работы инерциальных приборов при воздействии внешних вибрационных возмущений // 17 молодежная конференция «Новые материалы и технологии в ракетно-космической авиационной и других высокотехнологичных отраслях промышленности» (Звездный городок, 8-10 декабря 2021): сборник трудов. – М.: Изд-во «12 апреля», 2022. С. 18-24.

 Иванов А.П. Динамика систем с механическими соударениями. – М.: Международная программа образования, 1997. - 336 с.

 Кудрявцев С.И. Исследование баллистической схемы безопасного завершения полёта двигательного отсека пилотируемого транспортного корабля // Труды МАИ.
 № 98. URL: <u>https://trudymai.ru/published.php?ID=90235</u>

 Купоросова Е.С., Милехин Л.Н., Максимов Е.Ю. Сравнительный анализ схем амортизирующих подвесов полезной нагрузки на подвижном объекте // Труды МАИ.
 2013. № 69. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=43143

 Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. Демпфирование колебаний / Перевод с англ. - М.: Мир, 1988. - 448 с.

 Суконкина М.Л., Гайнов С.И. Обзор методов и устройств виброзащиты приборных платформ // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2013. № 4 (101). С. 311-319.
 Козлов Д.И., Аншаков Г.П., Мостовой Я.А., Сологуб А.В. Управление космическими аппаратами зондирования Земли. Компьютерные технологии. – М.: Машиностроение, 1998. - 366 с.

Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А. и др. Математическое моделирование нелинейных колебаний стенки канала, взаимодействующей с вибрирующим штампом через слой вязкой жидкости // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Приборостроение. 2022. № 2 (139). С. 26–41.

11. Кривень Г.И. Оценка демпфирующих свойств композитов // Труды МАИ. 2022.
 № 127. URL: <u>https://trudymai.ru/published.php?ID=170333</u>. DOI: <u>10.34759/trd-2022-127-</u>
 05

 Подчезерцев В.П., Топильская С.В. К обоснованию выбора параметров амортизации инерциальной системы ориентации // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Приборостроение. 2021. № 3 (136). С. 113–128. DOI: <u>10.18698/0236-3933-2021-</u> <u>3-113-128</u>

13. Топильская С.В., Бородулин Д.С., Корнюхин А.В. Обеспечение стойкости к механическим воздействиям малогабаритного гироскопического измерителя вектора

угловой скорости // Космическая техника и технологии. 2018. № 3 (22). URL: file:///C:/Users/lenovo/Downloads/03-06(3).pdf

 Росин Э.И., Малышев В.В. Пружинный амортизатор. Патент SU 507723 A1, 1976.03.25.

Росин Э.И., Богданова В.Д., Рыбкин В.К. Пространственный виброгаситель.
 Патент SU 557219 A1, 1977.05.05.

16. Ким Д.П. Теория автоматического управления. - М.: Изд-во Юрайт, 2022. - 276с.

Вульфсон И.И. Краткий курс теории механических колебаний. - М.: ВНТР,
 2017. - 241 с.

18. Илюшин П.А., Наумченко В.П., Максимов С.А., Пикунов Д.Г., Соловьёв А.В. Моделирование работы линейной системы амортизации и демпфирования бесплатформенного инерциального измерительного прибора // 21-я Международная конференция «Авиация и космонавтика» (Москва, 21-25 ноября 2022): тезисы докладов. – М.: Изд-во «Перо», 2022.

 Таршхоева Ж.Т. Язык программирования Python. Библиотеки Python // Молодой ученый. 2021. № 5 (347). С. 20-21.

20. Михайлин Д.А., Аллилуева Н.В., Руденко Э.М. Сравнительный анализ эффективности генетических алгоритмов маршрутизации полета с учетом их различной вычислительной трудоемкости и многокритериальности решаемых задач // Труды МАИ. 2018. № 98. URL: <u>https://trudymai.ru/published.php?ID=90386</u>

 Овсянников Г.Н. Факторный анализ в доступном изложении: Изучение многопараметрических систем и процессов. – М.: Изд-во ЛЕНАНД, 2022. - 176 с.

## References

Sapozhnikov I.N., Neizvestnykh Yu.I., Dukhanin N.N. et al. *Prioritet – tochnost* (Priority – Precision), Moscow, Restart, 2006, 192 p.

2. Khar'kov I.A., Shustrov A.D., Selivanova L.M. *Vestnik MGTU im. N.E.Baumana. Seriya: Priborostroenie*, 2003, no. 4. URL: http://vestnikprib.ru/catalog/bcomm/hidden/400.html

3. Ilyushin P.A., Naumchenko V.P., Pikunov D.G. 17 molodezhnaya konferentsiya «Novye materialy i tekhnologii v raketno-kosmicheskoi aviatsionnoi i drugikh vysokotekhnologichnykh otraslyakh promyshlennosti»: sbornik trudov. Moscow, Izd-vo «12 aprelya», 2022, pp. 18-24.

4. Ivanov A.P. *Dinamika sistem s mekhanicheskimi soudareniyami* (Mechanical impact systems dynamics), Moscow, Mezhdunarodnaya programma obrazovaniya, 1997, 336 p.

5. Kudryavtsev S.I. *Trudy MAI*, 2018, no. 98. URL: <u>https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=90235</u>

6. Kuporosova E.S., Milekhin L.N., Maksimov E.Yu. *Trudy MAI*, 2013, no. 69. URL: https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=43143

7. A.D. Nashif, D.I.J. Jones, J. P. Henderson. *Vibration Damping*, Wiley, New York, 1991, 480 p.

8. Sukonkina M.L., Gainov S.I. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseeva*, 2013, no. 4 (101), pp. 311-319.

9. Kozlov D.I., Anshakov G.P., Mostovoi Ya.A., Sologub A.V. Upravlenie kosmicheskimi apparatami zondirovaniya Zemli. Komp'yuternye tekhnologii (Ground Sensing Spacecraft Operation. Computer technologies), Moscow, Mashinostroenie, 1998, 366 p. 10. Mogilevich L.I., Popov V.S., Popova A.A. et al. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya: Priborostroenie, 2022, no. 2 (139), pp. 26–41.

11. Kriven' G.I. *Trudy MAI*, 2022, no. 127. URL: <u>https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=170333</u>. DOI: 10.34759/trd-2022-127-05

 Podchezertsev V.P., Topil'skaya S.V. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya: Priborostroenie, 2021, no. 3 (136), pp. 113–128. DOI: 10.18698/0236-3933-2021-3-113-128

13. Topil'skaya S.V., Borodulin D.S., Kornyukhin A.V. Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii, 2018, no. 3 (22). URL: <u>file:///C:/Users/lenovo/Downloads/03-06(3).pdf</u>

14. Rosin E.I., Malyshev V.V. Patent SU 507723 A1, 1976.03.25.

15. Rosin E.I., Bogdanova V.D., Rybkin V.K. Patent SU 557219 A1, 1977.05.05.

16. Kim D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya* (Automatic control theory), Moscow, Izd-vo Yurait, 2022, 276 p.

17. Vul'fson I.I. *Kratkii kurs teorii mekhanicheskikh kolebanii* (Short course of the vibrations theory), Moscow, VNTR, 2017, 241 p.

18. Ilyushin P.A., Naumchenko V.P., Maksimov S.A., Pikunov D.G., Solov'ev A.V. 21-ya Mezhdunarodnaya konferentsiya «Aviatsiya i kosmonavtika»: tezisy dokladov. Moscow, Izd-vo «Pero», 2022.

19. Tarshkhoeva Zh.T. Molodoi uchenyi, 2021, no. no. 5 (347), pp. 20-21.

20. Mikhailin D.A., Allilueva N.V., Rudenko E.M. *Trudy MAI*, 2018, no. 98. URL: <a href="https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=90386">https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=90386</a>

21. Ovsyannikov G.N. *Faktornyi analiz v dostupnom izlozhenii: Izuchenie mnogoparametricheskikh sistem i protsessov* (Factor analysis in accessible terms: Multi-parameter systems and processes study), Moscow, Izd-vo LENAND, 2022, 176 p

Статья поступила в редакцию 18.01.2023 Одобрена после рецензирования 13.03.2023 Принята к публикации 27.04.2023 The article was submitted on 18.01.2023; approved after reviewing on 13.03.2023; accepted for publication on 27.04.2023