

ИНФОРМАТИКА, МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ

Научная статья
УДК 629.7.036.34
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=179691>

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО
ПОВЕДЕНИЯ ДВУХРОТОРНЫХ СИСТЕМ ТУРБОМАШИН С
МЕЖВАЛЬНЫМ ПОДШИПНИКОМ**

Михаил Алексеевич Дудаев¹✉, Анатолий Александрович Пыхалов²

^{1,2}Иркутский государственный университет путей сообщения,
Иркутск, Россия

¹dudaev_ma@mail.ru ✉

²pykhalov_aa@mail.ru

Аннотация. Решение актуальной задачи повышения характеристик экономичности, приемистости и других рабочих параметров газотурбинных двигателей (ГТД) авиационного и наземного назначения обусловило применение в них многороторной (многокаскадной) компоновки роторной системы (РС), реализация которой чаще всего связана с использованием межроторных (межвальных) подшипников.

Цель представленного в работе исследования заключается в дальнейшем развитии математического моделирования анализа динамического поведения РС ГТД, построенной с использованием двухроторной компоновки ее конструкции, и

состоящей из роторов низкого (РНД) и высокого давления (РВД), между которыми расположен межвальный подшипник, служащий опорой турбины РВД на вал РНД.

Математическая модель анализа динамического поведения РС ГТД построена на основе метода конечных элементов (МКЭ) и решения контактной задачи теории упругости, позволяющей учитывать в конструкциях роторов условия сопряжения деталей; реализованная в виде комплекса программ (решателя).

С применением представленной математической модели получены амплитудно-временные (частотные) характеристики (АВХ) роторной системы конструкции современного газотурбинного двигателя, а также картина деформированного состояния и поля динамических напряжений.

Сравнительный анализ результатов динамического поведения РС без учета влияния межвального подшипника и с учетом этого влияния показывает, в частности, появление дополнительных гармоник в рабочей области частот вращения РС, а также интерференцию колебаний в виде «размытия» АВХ.

Ключевые слова: газотурбинный двигатель, роторная система, метод конечных элементов, контактная задача, роторная динамика

Для цитирования: Дудаев М.А., Пыхалов А.А. Математическое моделирование динамического поведения двухроторных систем турбомашин с межвальным подшипником // Труды МАИ. 2024. № 135. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=179691>

THE MATHEMATICAL MODELING OF THE DYNAMIC BEHAVIOR OF TWIN-ROTOR TURBOMACHINE SYSTEMS WITH AN INTER-SHAFT BEARING

Mikhail A. Dudaev¹✉, Anatolij A. Pykhalov²

^{1,2}Irkutsk State Transport University,

Irkutsk, Russia

¹dudaev_ma@mail.ru✉

²pykhalov_aa@mail.ru

Abstract. The up-to-date problem solution on enhancing cost effectiveness, applicability characteristics and other parameters of the gas turbine engines (GTE) of both aviation and ground purposes stipulated the multi-rotor (multi-stage) of the rotor system (RS) layout, which realization is most often associated with the inter-rotor (inter-shaft) bearings.

The goal of the study presented in the article consists in further development of mathematical modeling and analysis of dynamic behavior of the GTE rotor system based on the double pass layout of its structure. The system consists of low-pressure and high-pressure rotors, between which an inter-shaft bearing, serving as a support of the high-pressure turbine rotor on the low-pressure rotor shaft, is placed.

A mathematical model of the RS GTE dynamic behavior analyzing is based on the finite element method (FEM) and the theory of elasticity contact problem solution, which

allows accounting for the coupling conditions of the parts in the rotor designs. The presented mathematical model is implemented in the form of a software package (solver). In the proposed mathematical model, the stiffness is represented as the sum of structural, contact and gyroscopic components and additional stiffness caused by action of centrifugal forces. The forced oscillations excitation model includes forces caused by static and dynamic imbalances of HP and LP rotors rotating with dissimilar operating frequencies, forces of parts contact interaction, and other forces. The Rayleigh mathematical model was used to simulate damping at the RS.

Using the presented mathematical model, the amplitude-time characteristics (ATC) of a modern gas turbine engine rotor system are obtained, as well as a deformed state picture and the dynamic stresses field. A comparative analysis of the RS dynamic behavior results without accounting for the effect of the inter-shaft bearing and with one demonstrates in particular the additional harmonics appearance in the RS rotational frequencies operating range and the interference of vibrations in the form of an ATC blurring.

Keywords: gas turbine engine, rotor system, finite element method, contact problem, rotor dynamics

For citation: Dudaev M.A., Pykhalov A.A The mathematical modeling of the dynamic behavior of twin-rotor turbomachine systems with an inter-shaft bearing. *Trudy MAI*, 2024, no. 135. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=179691>

Введение

Развитие конструкций роторных систем (РС) высоконагруженных энергетических турбомашин [1, 2] направлено главным образом на повышение их рабочих характеристик. Одним из примеров такой турбомшины является газотурбинный двигатель (ГТД) авиационного или наземного назначения (рис. 1).

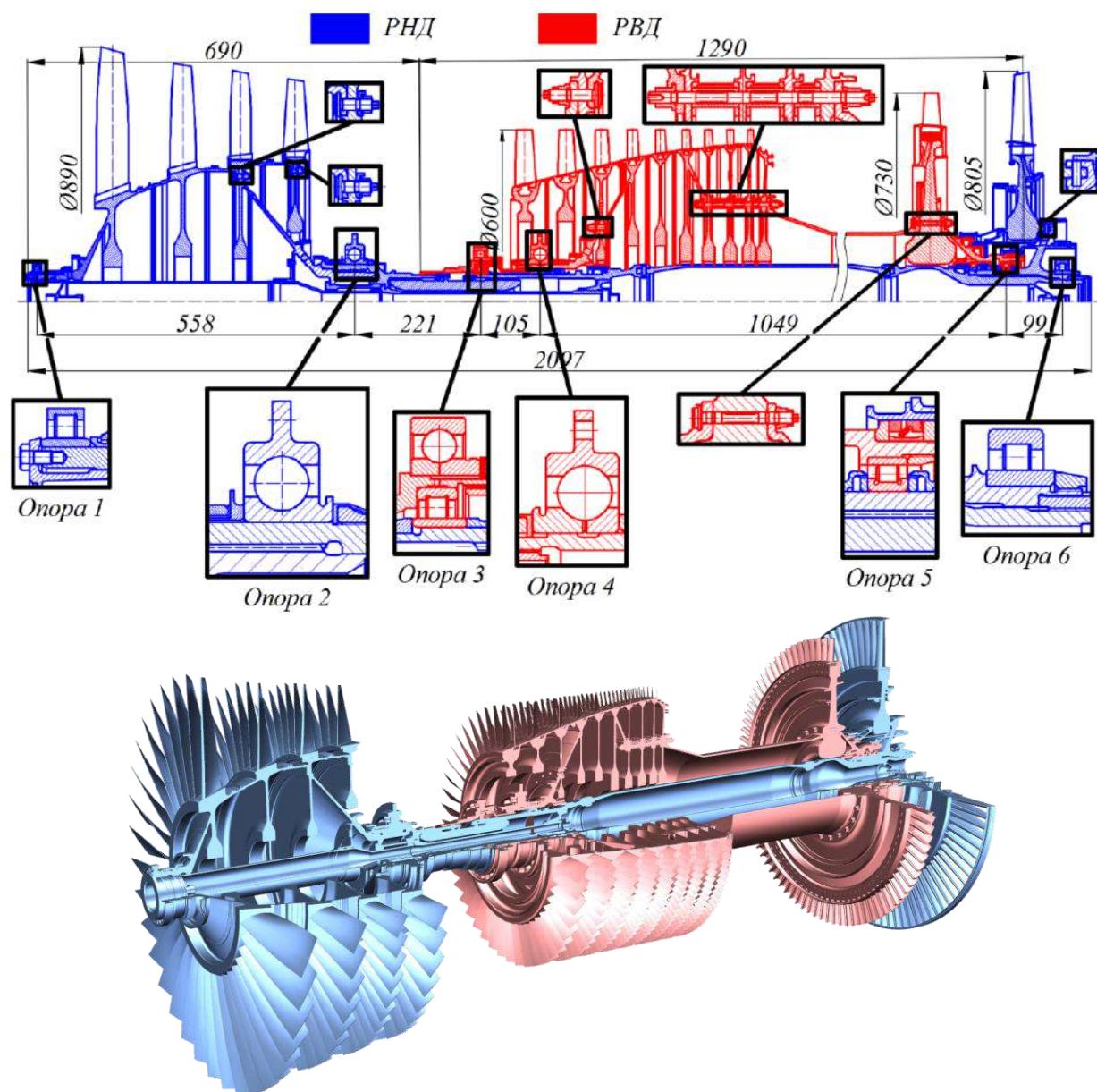


Рис. 1. Двухроторная (каскадная) система авиационного газотурбинного двигателя

Решение проблемы устойчивости газодинамических параметров этого изделия [3], а также его экономичности привело к необходимости использования в

конструкции РС принципа многороторной (каскадной) компоновки, реализация которой чаще всего связана с использованием межвальных (межроторных) подшипников (МВП).

Изучение параметров динамического поведения и напряженно-деформированного состояния (НДС) такого типа РС ГТД на рабочих режимах вращения при их проектировании и доводке является актуальной задачей [4, 5].

Основопологающим подходом в решении представленной задачи является натурный эксперимент [6, 7] в виде гонки реальных прототипов ГТД. Однако его повсеместное применение наряду с объективностью содержит ряд очевидных недостатков, таких как стоимость, трудоемкость, временные издержки, сложность интерпретации результатов эксперимента, и, как следствие, недостаточный уровень информативности о работоспособности изделия.

Цель данной работы состоит в дальнейшем развитии теоретических подходов и математических моделей [8] динамического поведения высоконагруженных многокаскадных РС, в частности, с применением в задачах теории упругости метода конечных элементов (МКЭ) [9, 10], позволяющего анализировать реальные геометрические формы изделия, модели материалов, граничные условия и действующие нагрузки, а также рассматривать контактную задачу [11, 12] для моделирования работы стыков деталей РС.

В соответствии принципом многокаскадности (рис. 1), роторная система ГТД состоит из нескольких, чаще всего двух, каскадов, представляющих собой соосные роторы, вложенные друг в друга: ротор низкого давления (РНД) и ротор высокого

давления (РВД) [1, 2]. Эти роторы связаны между собой газодинамически и каждый из них имеет свой диапазон рабочих и критических частот вращения. Для эффективной компоновки многокаскадных РС, минимизации их веса и габаритов, в конструкции двух роторных систем применяется межвальный подшипник [13, 14], служащий опорой одного из роторов на другой и устанавливающий упругую механическую связь между соосными роторами. В этом случае колебания роторов связаны между собой и их отдельный динамический анализ может привести к ошибочным результатам.

Представленная конструктивная компоновка РС ГТД указывает на актуальность математического моделирования, учитывающего комплекс приведенных технических решений, влияющих на уровень достоверности результатов исследования динамических характеристик роторных систем. В полной мере это исследование востребовано в роторных системах авиационных газотурбинных двигателей [1, 2], как наиболее энергоемких турбомашин.

1. Математическая модель

Подробная математическая модель роторной динамики приведена в работах [9 – 16]. Основное уравнение движения упругой системы под действием внешних сил [15] в матричном виде с применением МКЭ имеет вид

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{F\}, \quad (1)$$

где $[M]$, $[C]$, $[K]$ – глобальные матрицы масс, демпфирования и жесткости деформируемых твердых тел соответственно; $\{\ddot{\delta}\}$, $\{\dot{\delta}\}$ и $\{\delta\}$ – векторы ускорений, скоростей и перемещений узлов конечноэлементной модели, являющиеся основными неизвестными соответственно; $\{F\}$ – глобальный вектор внешних узловых сил, содержащий компоненты зависящие и не зависящие от времени.

Глобальная матрица жесткости сборной конструкции РС имеет составную структуру, включающую в себя матрицы [11, 12]: конструкционной жесткости отдельных деталей ротора $[K]_k$, жесткости от гироскопического эффекта ротора $[K]_g$, жесткости от начальных напряжений ротора $[K]_\sigma$ и контактной жесткости сопряжения деталей $[K]_{\text{конт}}$:

$$[K] = [K]_k + [K]_g + [K]_\sigma + [K]_{\text{конт}}. \quad (2)$$

Величины коэффициентов матрицы жесткости РС изменяются [11] при ее раскрутке ввиду изменения поля центробежных сил, гироскопического момента и условий сопряжения деталей [17].

Рассмотрим более подробно компоненты матрицы жесткости согласно уравнению (2). Матрица конструкционной жесткости деталей $[K]_k$ суммируется из матриц отдельных конечных элементов (КЭ) согласно топологии их номеров узлов и определяется выражениями [9 – 12]:

$$[K]_k = \sum_{i=1}^{Ne} [K]_i^e; \quad [K]_i^e = \int_{V_i} [B]_i^T [D]_i [B]_i dV_i, \quad (3)$$

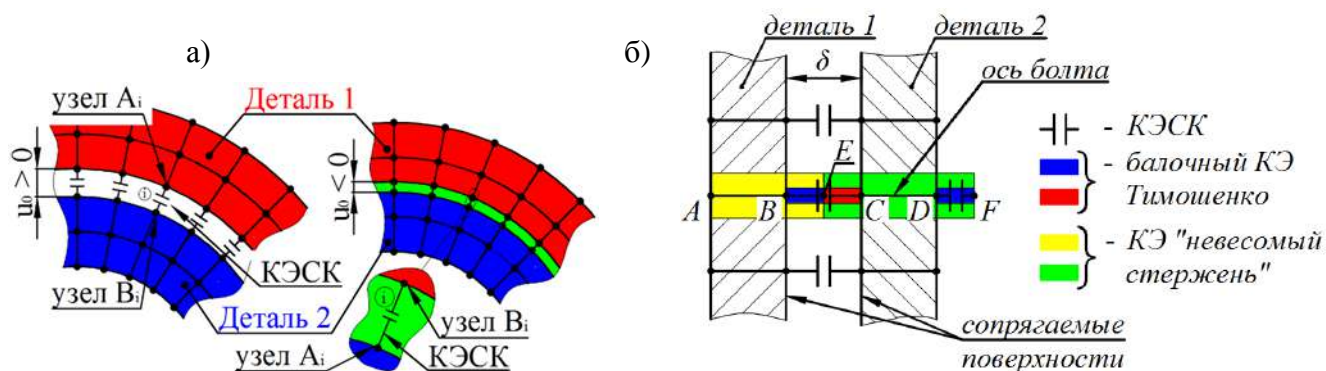


Рис. 2. Моделирование контактного взаимодействия и стяжки деталей

Оценка состояния КЭСК осуществляется на основании величины невязки поля перемещений его узлов А (u_{Ai}) и В (u_{Bi}) КЭ сетки контактирующих поверхностей деталей с учетом начального состояния КЭСК u_{0i} :

$$\Delta u_i = u_{A_i} - u_{B_i} + u_{0_i} \quad (6)$$

Это состояние может изменяться под действием внешней нагрузки. В зависимости от состояния КЭСК матрица контактной жесткости принимает значения:

$$[K]_{\text{конт}} = \sum_{i=1}^{N_{\text{КЭСК}}} \begin{cases} [K]_{\text{КЭСК}}^+, \Delta u_i > 0 \\ [K]_{\text{КЭСК}}^-, \Delta u_i < 0 \end{cases} \quad (7)$$

где $[K]_{\text{КЭСК}}^+$, $[K]_{\text{КЭСК}}^-$ – симметричные подматрицы жесткостей КЭСК в «открытом» и «закрытом» состоянии соответственно. Коэффициенты этих подматриц определяются относительно конструкционной жесткости сопрягаемых деталей: в «открытом» состоянии они – на несколько порядков меньше, а в «закрытом» состоянии – на несколько порядков (примерно на три [11]) больше жесткости сопрягаемых деталей.

Представленным способом моделируется контактное взаимодействие поверхностей стыков деталей. Их стяжка (рис. 2, б) осуществляется с использованием

КЭСК и, дополнительно, балочных конечных элементов Тимошенко [18]. При указанном подходе сопряжения деталей моделируются по технологии «узел-в-узел».

Глобальный вектор узловых сил включает в себя силы: от статического и динамического дисбаланса ротора $\{F\}_\delta$, центробежные $\{F\}_\omega$, гравитационные силы $\{F\}_{гр}$ и силы контактного взаимодействия $\{F\}_{конт}$:

$$\{F\} = \{F\}_\delta + \{F\}_\omega + \{F\}_{гр} + \{F\}_{конт} . \quad (8)$$

Основными источниками возбуждения колебаний роторной системы являются силы и моменты от дисбалансов [4, 5], вызванных радиальным e и угловым χ эксцентриситетами ввиду смещения центра масс ротора от оси вращения и несовпадения его главной оси инерции с осью вращения соответственно (рис. 3, а).

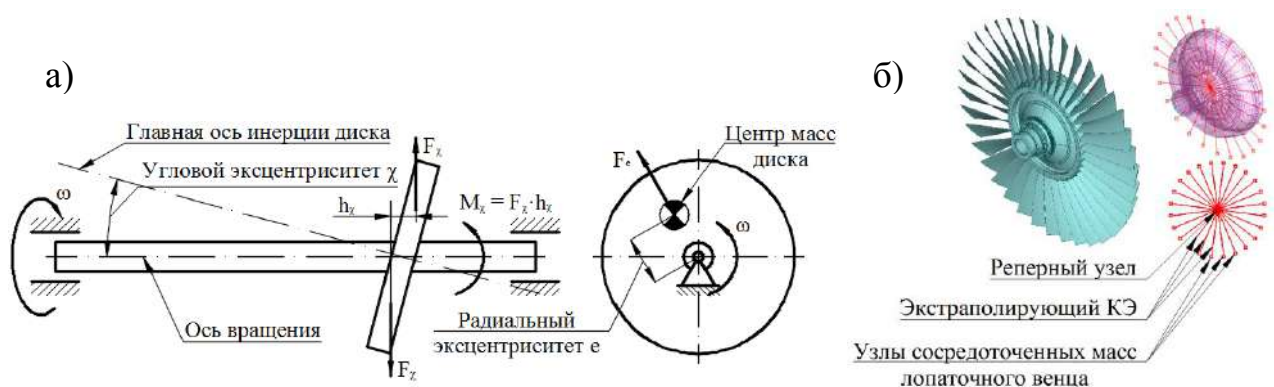


Рис. 3. Дисбалансы ротора и его конечноэлементной модели

КЭ модель конструкции РС, в отличие от реального объекта, не имеет дисбаланса, который является основным источником динамической нагрузки. Поэтому для задания эксцентриситетов в модели используется специальный экстраполирующий конечный элемент (рис. 3, б), топологически соединяющий узлы

КЭ модели роторной системы с реперным узлом, расположенным на оси вращения. Количество таких КЭ в модели не ограничено, что позволяет моделировать эксцентриситеты отдельных деталей и узлов, например, отдельно компрессора, вала, турбины в соответствии с техническими условиями на балансировку изделия.

Для реперного узла задается величина радиального и углового эксцентриситета. Силы, возбуждающие колебания роторной системы, приложенные в i -ом узле, рассчитываются в соответствии с выражением [11]

$$\{F\}_{\partial_i} = m_i \omega_j^2 \left\{ \begin{array}{c} e_i \sin \varphi_j \\ e_i \cos \varphi_j \\ \chi_i (x_i \sin \varphi_j + y_i \cos \varphi_j) \end{array} \right\}, \quad (9)$$

где j – номер ротора в роторной системе; e_i и χ_i – радиальный и угловой эксцентриситеты, i -го узла ротора, соответственно; φ – угол поворота ротора; x_i и y_i – координаты i -го узла ротора.

Вектор контактных сил определяется выражением

$$\{F\}_{\text{конт}} = \sum_{i=1}^{N_{\text{КЭСК}}} \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & \Delta u_i > 0 \\ K_n^- \cdot \Delta u_i \cdot \{1 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0\}_i^T & \Delta u_i \leq 0 \end{array} \right\} \quad (10)$$

и модифицируется в соответствии с состоянием КЭСК.

Решение уравнения (1) сводится к его численному интегрированию с применением метода Ньюмарка [9]. Основная идея метода заключается в разделении исследуемого временного интервала переходного режима ротора T на малые конечные промежутки времени Δt (шаги). В таком случае условия динамического

равновесия системы строго выполняются лишь в определенные моменты времени t_i , что приводит уравнение (1) к виду

$$[M]\{\ddot{\delta}\}_i + [C]\{\dot{\delta}\}_i + [K]\{\delta\}_i = \{F\}_i; i = 1, n, \quad (11)$$

где n – количество временных шагов Δt в исследуемом временном интервале T .

Для оптимизации численного решения в математической модели предложено использовать адаптивный временной шаг Δt (рис. 4), который уменьшается с повышением частоты вращения роторов так, чтобы на каждый оборот ротора приходилось заданное число точек интегрирования [12, 19].

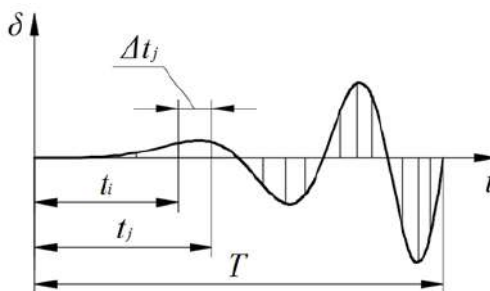


Рис. 4. Адаптивный временной интервал

Согласно методу Ньюмарка ускорение в пределах каждого временного шага усредняется постоянной величиной. В таком случае скорости на шаге интегрирования изменяются по линейному закону, а перемещения – по параболическому. Классически в методе Ньюмарка уравнение (10) приводится к виду [8]

$$[K]_{\alpha_i} \{\delta\}_i = \{F\}_{\alpha_i}, \quad (12)$$

где $[K]_{\alpha_i}$ – динамическая матрица жесткости:

$$[K]_{\delta_i} = [K] + \frac{2}{\Delta t_i} [C] + \frac{4}{\Delta t_i^2} [M]; \quad (13)$$

$\{F\}_{\delta_i}$ – динамический вектор сил:

$$\{F\}_{\delta_i} = \{F\}_i + [C] \left\{ \frac{2}{\Delta t_i} \{\delta\}_{i-1} + \{\dot{\delta}\}_{i-1} \right\} + [M] \left\{ \frac{4}{\Delta t_i^2} \{\delta\}_{i-1} + \frac{4}{\Delta t_i} \{\dot{\delta}\}_{i-1} + \{\ddot{\delta}\}_{i-1} \right\}. \quad (14)$$

Величины с индексом $i-1$ считаются известными, поскольку вычислены на предыдущем шаге интегрирования.

При установленном расчетом динамическом векторе перемещений $\{\delta\}_i$ остальные параметры движения ротора определяются выражениями:

$$\{\dot{\delta}\}_i = \left(\{\delta\}_i - \{\delta\}_{i-1} \right) \cdot \frac{2}{\Delta t_i} - \{\dot{\delta}\}_{i-1}; \quad (15)$$

$$\{\ddot{\delta}\}_i = \left(\{\delta\}_i - \{\delta\}_{i-1} - \{\dot{\delta}\}_{i-1} \cdot \Delta t_i \right) \cdot \frac{4}{\Delta t_i^2} - \{\ddot{\delta}\}_{i-1}. \quad (16)$$

На основании представленной математической модели программно реализован «решатель» для динамического анализа многороторных систем турбомашин [20].

2. Построение конечноэлементной математической модели роторной системы

Для построения КЭ модели конструкции РС используется несколько типов КЭ представленных на рисунке 4, на котором также показано их назначение.

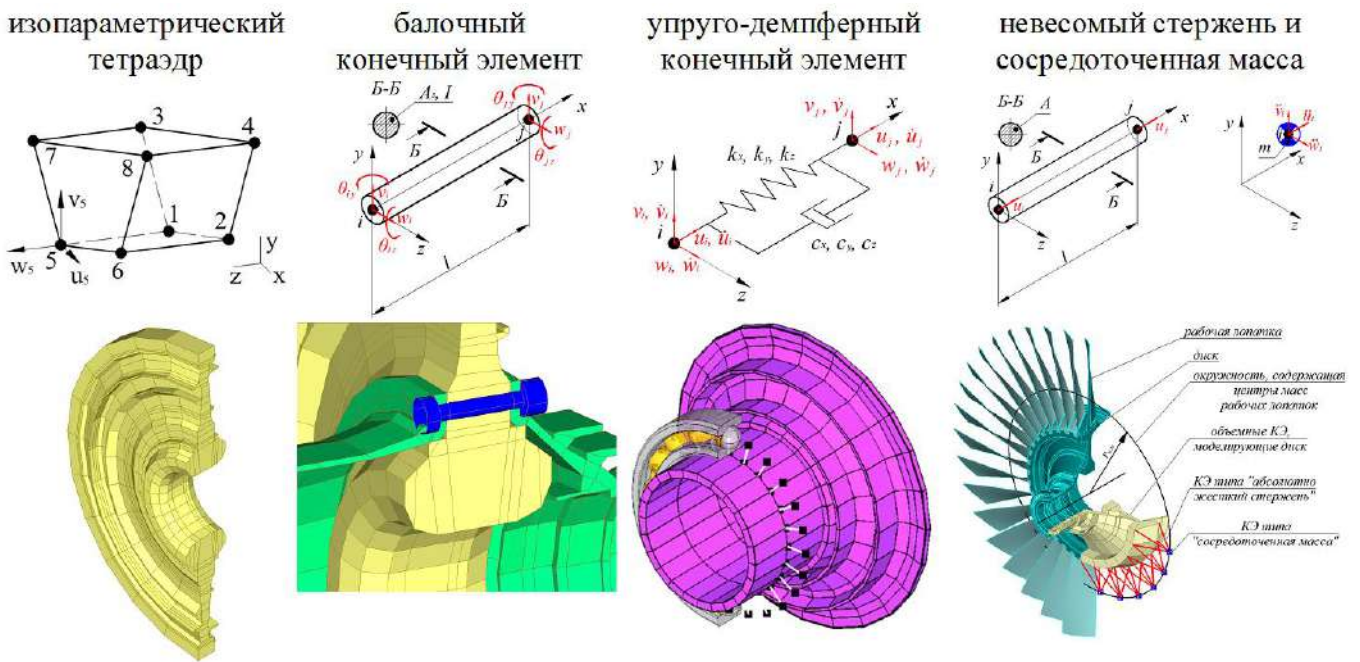


Рис. 5. Типы конечных элементов, используемые в модели роторной системы

Для анализа динамического поведения многороторных РС была разработана КЭ модель двухроторной конструкции реального современного авиационного ГТД (рис. б), включающая в себя РНД и РВД. Построение КЭ модели РС проведено с использованием реальных геометрических форм деталей, условий их сопряжения, свойств материалов и других характеристик роторов (массы лопаток, жесткости опор и др.).

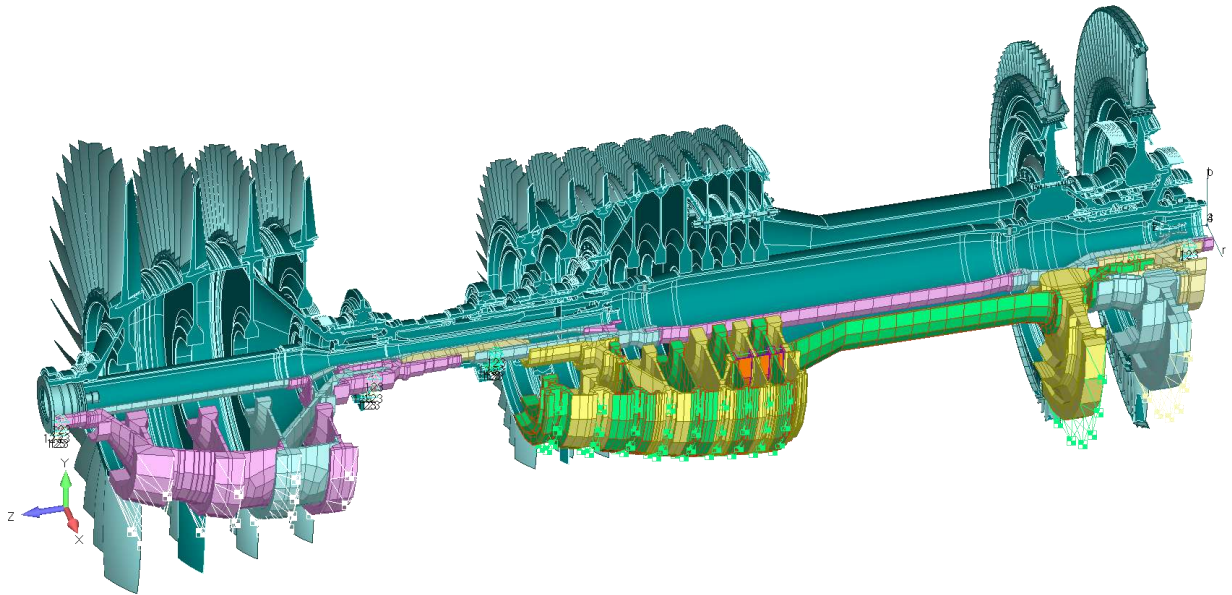


Рис. 6. Совмещенная геометрическая и конечноэлементная модель двухроторной системы современного авиационного ГТД

Роторная система включает в себя шесть опор (рис. 1). Её конструктивной особенностью является наличие в турбинной части (пятая опора) межвального подшипника (рис. 7), за счет которого между роторами образуется механическая упругая связь.

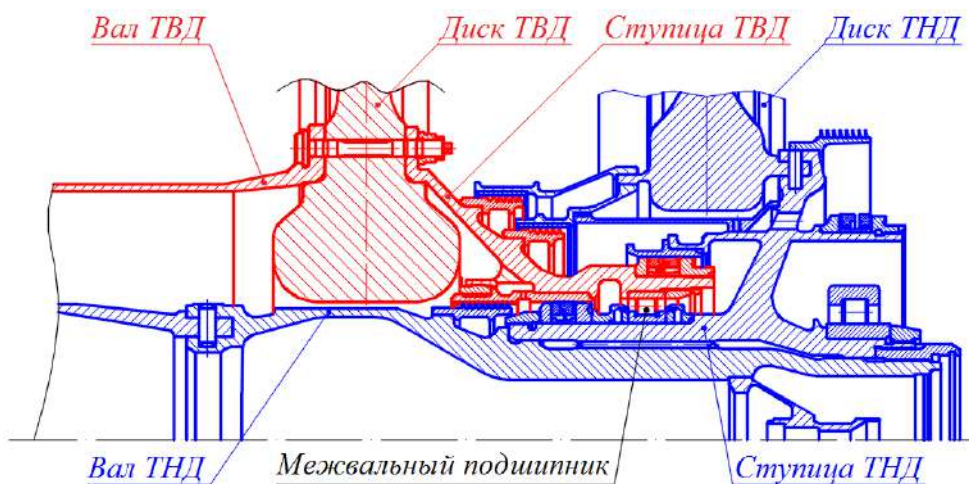


Рис. 7. Узел межвального подшипника

Для сравнительного анализа динамического поведения РС и исследования влияния межвального подшипника на расчетном режиме ГТД в работе рассмотрено две КЭ модели с различными случаями опирания турбины высокого давления:

- без учета влияния МВП (ступица турбины РВД опирается на корпус, рис. 8, а);
- с учетом влияния МВП (ступица турбины РВД опирается на РНД, рис. 8, б).

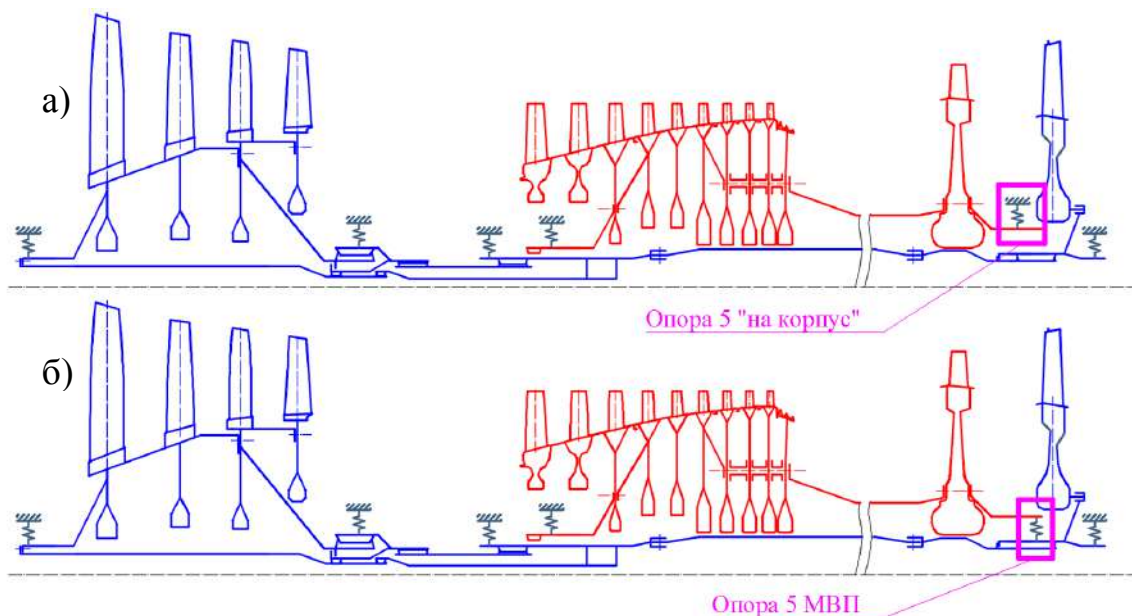


Рис. 8. Схемы опирания моделей роторных систем

Программа раскрутки роторной системы представлена на рис. 9 диаграммами РНД и РВД. Они включают в себя три характерных интервала:

- разгон от нулевой частоты вращения до режима «малого газа» (0-3060 об/мин для РНД и 0-9590 об/мин для РВД);
- разгон с режима малого газа до режима «максимального газа» (3060-10200 об/мин и 9590-13300 об/мин для РНД и РВД соответственно);
- «выбег» за режим максимального газа, используемый для определения характера дальнейшего изменения динамических параметров.

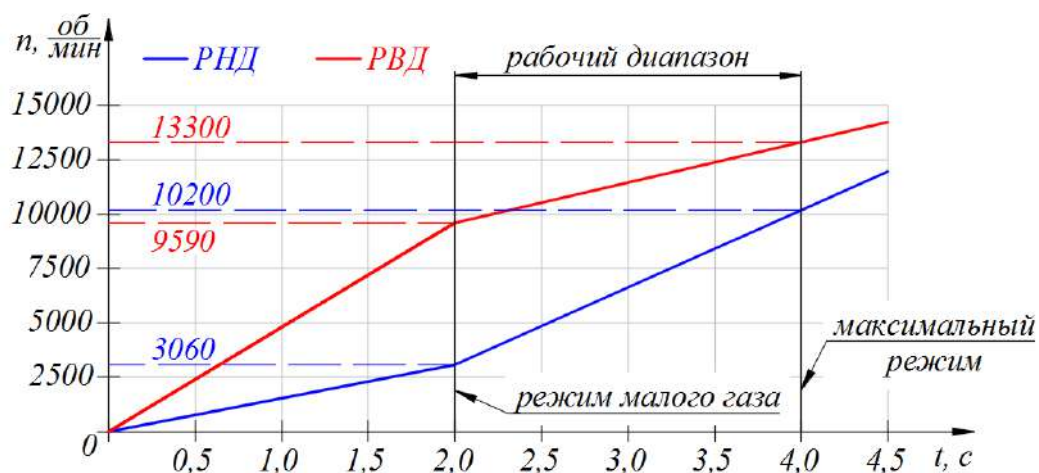


Рис. 9. Графики программ раскрутки

На разгонных временных интервалах частоты вращения роторов в модели изменяются по линейному закону. Время раскрутки математической модели выбрано минимальным [11, 19] с точки зрения порога устойчивости решения уравнения (11). Время раскрутки реальных роторов примерно на порядок больше времени раскрутки математической модели.

3. Анализ результатов динамического поведения роторной системы

Результаты анализа динамического поведения КЭ модели РС представлены на рисунке 10 в виде амплитудно-временных характеристик (АВХ) перемещений на опорах: рисунки слева соответствуют модели РС без учета влияния МВП, а рисунки справа – модели РС с учетом влияния МВП. Верхние рисунки представляют собой АВХ РНД, а нижние рисунки – АВХ РВД.

Без учета влияния МВП

С учетом влияния МВП

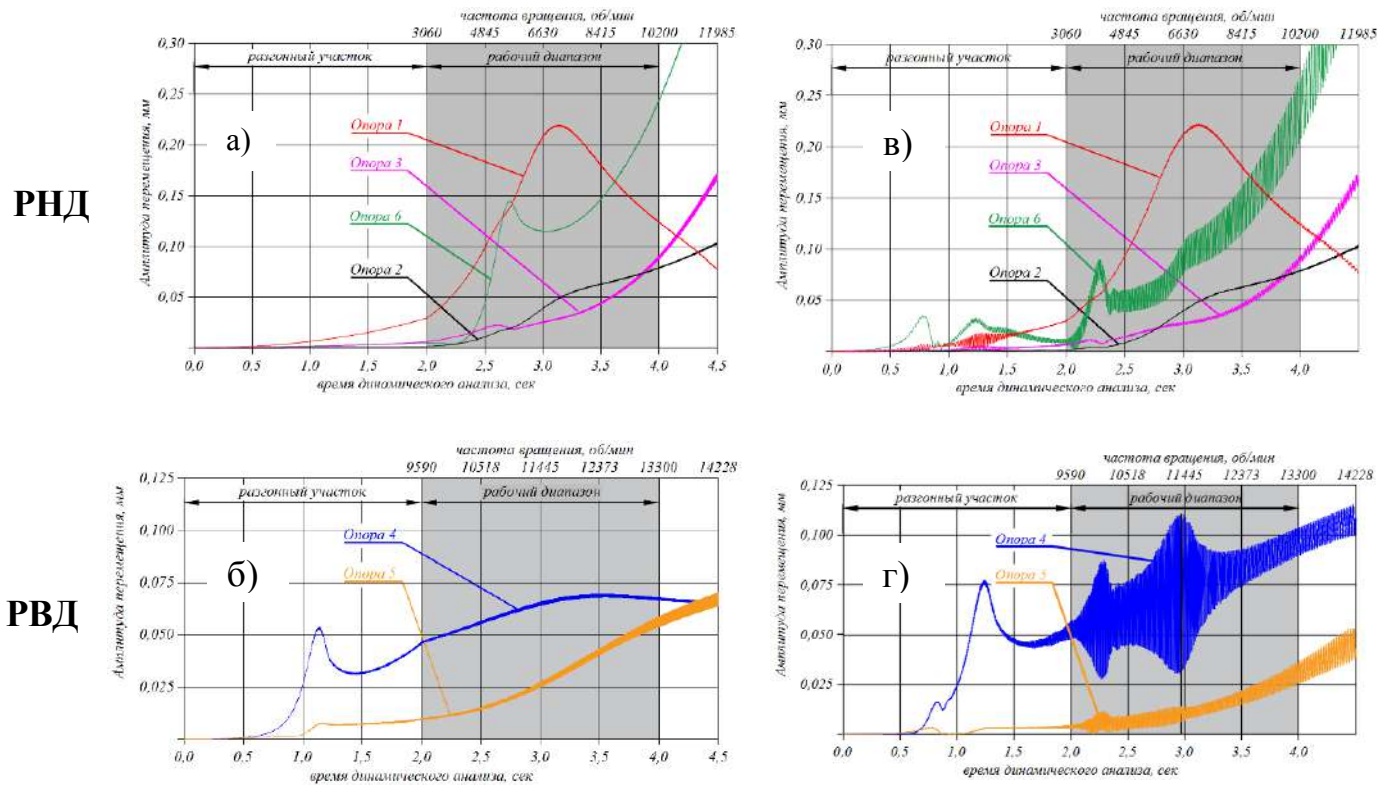


Рис. 10. Амплитудно-временные характеристики перемещений на опорах РС

Анализ диаграмм **без учета влияния МВП** (рис. 10, а, б) показывает, что при заданных параметрах масс, жесткостей и демпфирования у РНД проявляется отклик в рабочем диапазоне на опоре 1 компрессора низкого давления. В меньшей степени и на меньшей частоте внутри рабочего диапазона проявляется отклик на опоре 6 РНД. Отклики на остальных опорах РНД в рабочем диапазоне несущественные. У РВД основной выраженный отклик проявляется на опоре 4 (рис. 10, б) на частотах вращения меньше минимальной частоты рабочего диапазона, что говорит о дальнейшей работе РВД в режиме гибкого вала. Дополнительный отклик РВД на

опоре 4 также проявляется в рабочем диапазоне, однако, он существенно сглажен демпфированием и имеет низкий градиент.

Анализ диаграмм АВХ РС с учетом влияния МВП (рис. 10, в, г) показывает их существенное изменение, что проявляется в виде интерференции колебаний роторов, имеющих отличающуюся частоту вращения, и приводит к «размытию» АВХ (опора 6 РНД и опоры 4 и 5 РВД). То есть, основное влияние МВП имеет место на опорах турбины РНД и опорах компрессора и турбины РВД, расположенных на наиболее близком расстоянии от него. Природа интерференции колебаний («размытия» АВХ) объясняется взаимным положением роторов в процессе деформационного динамического перемещения. Эти колебания могут усиливаться и ослабляться, то есть, их амплитуда изменяется от минимального до максимального значения. В наибольшей степени это проявляется на опоре 4 (компрессора) РВД.

Кроме того, при установке МВП, на опорах появляются дополнительные отклики колебаний. Эти отклики вызваны возмущением одного ротора другим через межвальный подшипник. На РНД: - на опорах 1 и 3 они возникают вне рабочего диапазона; на опоре 6 – отклик, имевший место в рабочем диапазоне, сместился в сторону уменьшения частоты вращения. На РВД: на опорах 4 и 5 появился отклик вне рабочего диапазона; также на опорах 4 и 5 внутри рабочего диапазона появилось два дополнительных отклика. Кроме того, отклик с низким градиентом, имевший место без влияния МВП, сместился в область повышенных частот вращения и вышел из рабочего диапазона.

Влияние МВП сказывается менее существенно на АВХ опор компрессора низкого давления (опоры 1, 2), расположенного на удалении от него.

Отдельного анализа требует АВХ самого межвального подшипника (опора 5). Если эта опора используется в качестве обычного «корпусного» подшипника (рис. 8, а), то никаких дополнительных изменений на ее АВХ не происходит (рис. 10, б). Однако, если она опирается на вал турбины низкого давления (рис. 8, б), и является межвальной, то, как представлено выше, происходит интерференция колебаний с появлением дополнительных откликов в рабочем диапазоне на АВХ (рис. 10, г).

Более подробный анализ АВХ МВП представлен на рисунке 11.

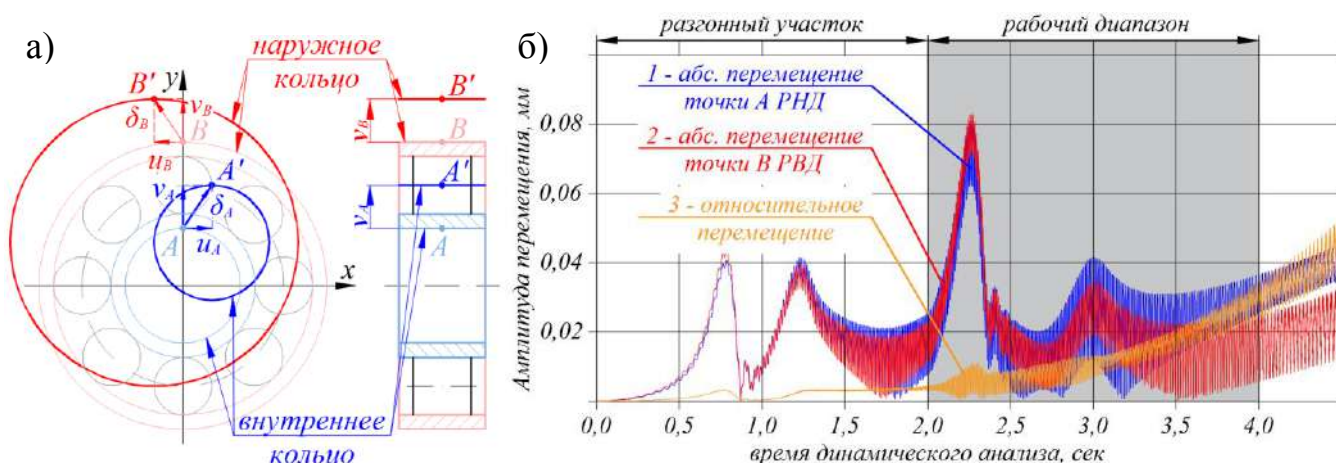


Рис. 11. Амплитудно-временные характеристики на опоре 5 РС

Анализ проводится относительно перемещений точек на подшипнике (рис. 11,

а):

– точки А, расположенной на посадочной поверхности внутреннего кольца, связанного с РНД;

– точки **В**, расположенной на посадочной поверхности наружного кольца, связанного с РВД.

По результатам (рис. 11, б) можно сделать следующие основные выводы:

- на графиках абсолютных величин перемещений колец МВП появляются дополнительные отклики (графики 1, 2);
- влияние МВП проявляется в виде интерференции колебаний, сказывающейся на графиках абсолютных (графики 1, 2) перемещениях точек **А** и **В**, а также, относительных перемещениях (график 3) определяемых разностью перемещений наружного и внутреннего колец подшипника:

$$\Delta u = u_B - u_A; \Delta v = v_B - v_A; \Delta \delta = \sqrt{\Delta u^2 + \Delta v^2}, \quad (17)$$

где Δu , Δv – перемещение точки **А** относительно точки **В** в горизонтальном и вертикальном направлении соответственно; u_A , u_B – абсолютные горизонтальные перемещения точек **А** и **В** соответственно; v_A , v_B – абсолютные вертикальные перемещения точек **А** и **В** соответственно; $\Delta \delta$ – полное перемещение точки **А** относительно точки **В**.

- деформация МВП определяется разностью абсолютных перемещений колец подшипника (график 3).

На рисунке 12 представлено полное поле перемещений РС с МВП (рис. 12, а) и без него (рис. 12, б), в режиме отклика амплитуд колебаний на 3-ей секунде раскрутки, на котором (рис. 10, в, г) максимальный отклик для РС с МВП проявляется на опоре 1 и имеют место дополнительные отклики на опорах 4 и 5 РВД. Анализ деформированных состояний показывает, что отличие поля перемещений также

прослеживается в районе турбин, то есть в зоне установки МВП, однако, это различие не превышает 5 %.

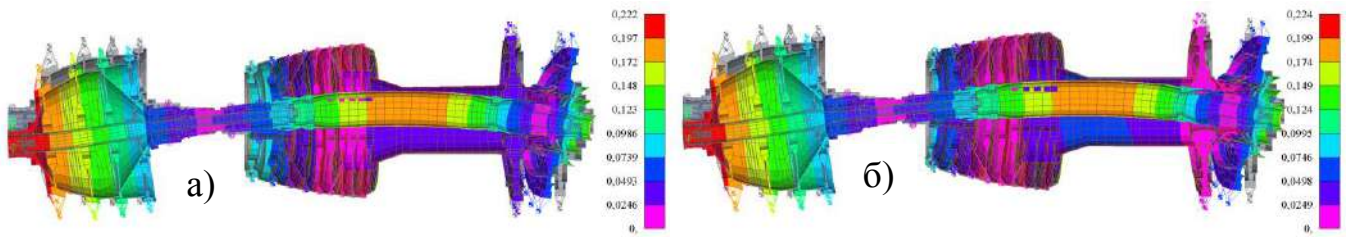


Рис. 12. Поле радиальных перемещений в режиме отклика, мм

Одним из основных параметров, характеризующих динамическое воздействие роторной системы на корпус ГТД, являются усилия, возникающие на ее опорах. Характер АВХ этих усилий представлен на рисунке 13.

Усилия на упругих (F_y), упруго-демпферных ($F_{y\dot{\delta}}$) и упругой межвальной ($F_{МВП}$) опорах соответственно определены по формулам:

$$F_y = k \cdot \delta; F_{y\dot{\delta}} = \sqrt{(k \cdot \delta)^2 + (c \cdot \dot{\delta})^2}; F_{МВП} = k \cdot \Delta\delta, \quad (18)$$

где k – жесткость опоры; δ – абсолютное перемещение посадочной поверхности опоры; c – коэффициент вязкого демпфирования опоры; $\dot{\delta}$ – скорость посадочной поверхности опоры.

Без учета влияния МВП

С учетом влияния МВП

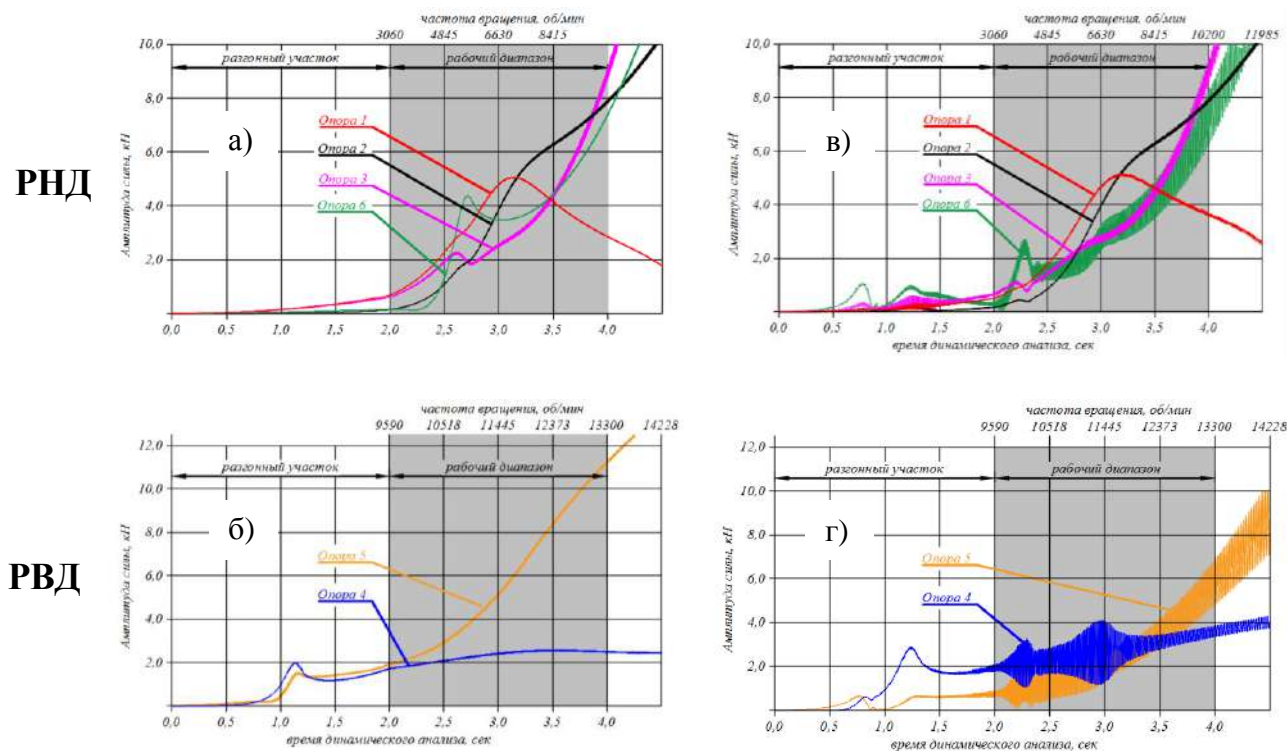


Рис. 13. Амплитуды сил на опорах РС с МВП

Для модели конструкции без учета влияния МВП наибольшие динамические усилия на опорах 2-6 достигаются на режиме максимального газа и составляют порядка 8 кН (800 кгс). Исключением является опора 1 РНД, где максимальные значения достигаются в режиме частотного отклика в середине рабочего диапазона. а на опоре 5 усилие возрастает с увеличением частоты вращения РС.

Для модели конструкции с учетом влиянием МВП имеет место изменение динамических усилий. На опоре 4 РВД наблюдается появление дополнительных откликов и интерференция колебаний. На опоре 5 (МВП) имеет место появление дополнительных откликов и интерференции, но с уменьшением общей величины усилия на опору (примерно в два раза). На РНД дополнительные отклики и

интерференция наблюдаются на опоре 6, а также наблюдается уменьшением общей величины усилия на представленную опору.

На рисунке 14 показано поле продольных динамических нормальных напряжений РС с учетом МВП, вызванные только изгибом роторов, возникающим вследствие его дисбалансов, без учета напряжений от центробежных, осевых и других сил, где основное воздействие воспринимается валами РНД и РВД.

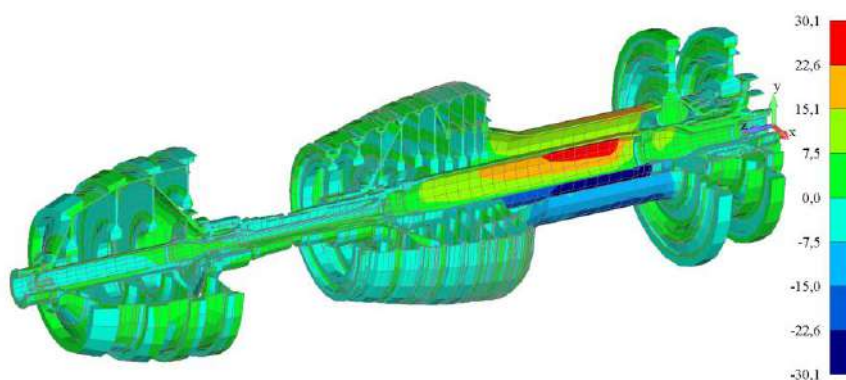


Рис. 14. Продольные динамические нормальные напряжения РС с учетом МВП
в режиме отклика на опоре 1, МПа

Результаты в виде поля напряжений показывают, что в моделях конструкции РС с учетом и без учета МВП, по качественным и количественным характеристикам, они приблизительно одинаковые. Это объясняется схожестью полей перемещений (рис. 12) на наиболее опасном режиме.

Заключение

Таким образом, применение МВП, является необходимым техническим конструктивно-компоновочным решением, позволившим сократить вес конструкции и повысить эффективность работы ГТД в целом. Однако его использование приводит

к взаимному влиянию роторов и существенно усложняет картину динамического поведения двухвальной РС, в том числе, приводит к появлению дополнительных откликов на АВХ, интерференции («размытию») колебаний и изменению динамических сил на опорах РС ГТД. Поэтому, анализ многокаскадных роторных систем с применением МВП должен проводиться не только для отдельных моделей роторов, но и для роторной системы ГТД в целом. Представленный подход математического моделирования позволяет проводить анализ сложных компоновочных решений роторных систем с целью повышения эффективности их работы.

Список источников

1. Хронин Д.В. Конструкция и проектирование авиационных газотурбинных двигателей. – М.: Машиностроение, 1989. – 565 с.
2. Иноземцев А.А., Сандрацкий В.Л. Газотурбинные двигатели. - Пермь: ОАО «Авиадвигатель», 2006. – 1204 с.
3. Боровиков Д.А., Ионов А.В., Селиверстов С.Д., Яковлев А.А. Анализ влияния дополнительной осевой ступени компрессора на характеристики малоразмерных турбореактивных двигателей // Труды МАИ. 2017. № 96. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=85718>
4. Хронин Д.В. Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1970. – 412 с.
5. Иноземцев А.А. Нихамкин М.А. Динамика и прочность авиационных

двигателей и энергетических установок. – Пермь: ОАО «Авиадвигатель», 2008. – Т. 4. – 199 с.

6. Болховитин М.С., Боровиков Д.А., Ионов А.В., Селиверстов С.Д. Разработка испытательного стенда для малоразмерных газотурбинных двигателей // Труды МАИ. 2016. № 91. URL: <https://www.trudymai.ru/published.php?ID=75612>

7. Равикович Ю.А., Холобцев Д.П., Архипов А.Н., Шахов А.С. Расчетно-экспериментальное исследование динамики и прочности основных деталей ГТД с учетом геометрических отклонений // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2023. Т. 27. № 1 (99). С. 47-59.

8. Большаков Р.С., Гозбенко В.Е., Вьюнг К.Ч. Математическое моделирование динамических состояний вибрационных машин // Труды МАИ. 2023. № 133. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=177652>

9. Bathe K.-J. Finite element procedures. Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, 1996, 1037 p.

10. Chen Z. Finite Element Methods and Their Applications, Berlin, Germany, Springer, 2005, 411 p.

11. Пыхалов А.А. Контактная задача статического и динамического анализа сборных роторов турбомашин: дис. ...д-ра. техн. наук. – М.: МАИ, 2006. – 405 с.

12. Дудаев М.А., Пыхалов А.А. Контактная задача в анализе динамического поведения сборных роторов турбомашин // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2015. № 3. С. 113-129. DOI: [10.17212/1814-1196-2015-3-113-129](https://doi.org/10.17212/1814-1196-2015-3-113-129)

13. Pykhalov A.A., Dudaev M.A., Kolotnikov M.Ye. and etc. Dynamics of Assembled Structures of Rotor Systems of Aviation Gas Turbine Engines of Type Two-Rotor // Vibroengineering Procedia, 2016, no. 22, pp. 316-321.
14. Vedeneev V.V., Kolotnikov M.E., Mossakovskii P.A. and etc. A Comprehensive Solution of the Problems of Ensuring the Strength of Gas Turbine Engine Compressor at the Design Stage // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018, vol. 302 (1), pp. 012079. DOI: [10.1088/1757-899X/302/1/012079](https://doi.org/10.1088/1757-899X/302/1/012079)
15. Тимошенко С.П., Янг С.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
16. Genta G. Dynamics of Rotating Systems. New York, USA, Springer, 2005. 661 p.
17. Нахатакян Ф.Г. Влияние зазора в роликовых подшипниках на силовой контакт между его элементами // Труды МАИ. 2020. № 115. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=119901>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-04](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-04)
18. Дудаев М.А. Математическая модель балочного конечного элемента Тимошенко // Информационные и математические технологии в науке и управлении. 2023. № 3(31). С. 94-102. DOI: [10.25729/ESI.2023.31.3.009](https://doi.org/10.25729/ESI.2023.31.3.009)
19. Милов А.Е. Контактная задача динамики сборных роторов турбомашин: дис. ...канд. техн. наук. - Иркутск, Иркутский государственный университет путей сообщения, 2007. – 174 с.
20. Дудаев М.А. Конечноэлементный решатель задачи роторной динамики одно- и двухвальных турбомашин с контактным взаимодействием деталей и межвальными связями. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №

2019617798, 20.06.2019.

References

1. Khronin D.V. *Konstruktsiya i proektirovanie aviatsionnykh gazoturbinnnykh dvigatelei* (Construction and design of aircraft gas turbine engines), Moscow, Mashinostroenie, 1989, 565 p.
2. Inozemtsev A.A., Sandratskii V.L. *Gazoturbinnnye dvigateli* (Gas turbine engines), Perm', OAO «Aviadvigatel'», 2006, 1204 p.
3. Borovikov D.A., Ionov A.V., Seliverstov S.D., Yakovlev A.A. *Trudy MAI*, 2017, no. 96. URL: <https://www.trudymai.ru/eng/published.php?ID=85718>
4. Khronin D.V. *Teoriya i raschet kolebanii v dvigatelyakh letatel'nykh apparatov* (Theory and calculation of oscillations in aircraft engines), Moscow, Mashinostroenie, 1970, 412 p.
5. Inozemtsev A.A. Nikhamkin M.A. *Dinamika i prochnost' aviatsionnykh dvigatelei i energeticheskikh ustanovok* (Dynamics and strength of aircraft engines and energy installations) Perm', OAO «Aviadvigatel'», 2008, vol. 4, 199 p.
6. Bolkhovitin M.S., Borovikov D.A., Ionov A.V., Seliverstov S.D. *Trudy MAI*, 2016, no. 91. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=85718>
7. Ravikovich Yu.A., Kholobtsev D.P., Arkhipov A.N., Shakhov A.S. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta*, 2023, vol. 27, no. 1 (99), pp. 47-59.
8. Bol'shakov R.S., Gozbenko V.E., Vyong K.Ch. *Trudy MAI*, 2023, no. 133. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=177652>

9. Bathe K.-J. *Finite element procedures*. Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, 1996, 1037 p.
10. Chen Z. *Finite Element Methods and Their Applications*, Berlin, Germany, Springer, 2005, 411 p.
11. Pykhalov A.A. *Kontaknaya zadacha staticheskogo i dinamicheskogo analiza sbornykh rotorov turbomashin* (Contact problem of static and dynamic analysis of rotor assembly turbomachines), Doctor's thesis, Moscow, MAI, 2006, 405 p.
12. Dudaev M.A., Pykhalov A.A. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2015, no. 3, pp. 113-129. DOI: [10.17212/1814-1196-2015-3-113-129](https://doi.org/10.17212/1814-1196-2015-3-113-129)
13. Pykhalov A.A., Dudaev M.A., Kolotnikov M.Ye. and etc. Dynamics of Assembled Structures of Rotor Systems of Aviation Gas Turbine Engines of Type Two-Rotor, *Vibroengineering Procedia*, 2016, no. 22, pp. 316-321.
14. Vedeneev V.V., Kolotnikov M.E., Mossakovskii P.A. and etc. A Comprehensive Solution of the Problems of Ensuring the Strength of Gas Turbine Engine Compressor at the Design Stage, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2018, vol. 302 (1), pp. 012079. DOI: [10.1088/1757-899X/302/1/012079](https://doi.org/10.1088/1757-899X/302/1/012079)
15. Timoshenko S.P., Yang S.Kh., Uiver U. *Kolebaniya v inzhenernom dele* (Vibrations in engineering), Moscow, Mashinostroenie, 1985, 472 p.
16. Genta G. *Dynamics of Rotating Systems*. New York, USA, Springer, 2005. 661 p.
17. Nakhatkyan F.G. *Trudy MAI*, 2020, no. 115. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=119901>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-04](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-04)

18. Dudaev M.A. *Informatsionnye i matematicheskie tekhnologii v nauke i upravlenii*, 2023, no. 3 (31), pp. 94-102. DOI: [10.25729/ESI.2023.31.3.009](https://doi.org/10.25729/ESI.2023.31.3.009)
19. Milov A.E. *Kontaknaya zadacha dinamiki sbornykh rotorov turbomashin* (The contact problem of turbomachines assembled rotors dynamics), Doctor's thesis, Irkutsk, Irkutskii gosudarstvennyi universitet putei soobshcheniya, 2007, 174 p.
20. Dudaev M.A. *Svidetel'stvo o gosudarstvennoi registratsii programmy dlya EVM № 2019617798*, 20.06.2019.

Статья поступила в редакцию 05.02.2024

Одобрена после рецензирования 09.02.2024

Принята к публикации 26.04.2024

The article was submitted on 05.02.2024; approved after reviewing on 09.02.2024; accepted for publication on 26.04.2024