

УДК 533.6.013.1

**Методика формирования рационального закона управления
летательным аппаратом при выполнении маневров в
горизонтальной плоскости**

Энкин А.А.

Военный учебно-научный центр ВВС «Военно-воздушная академия им. профессора

Н.Е.Жуковского и Ю.А. Гагарина»,

ул. Старых Большевиков 54а, Воронеж, 394064, Россия

e-mail: SPB1781@mail.ru

Аннотация

В статье изложена методика формирования рациональных законов управления маневренным летательным аппаратом при выполнении разворотов в горизонтальной плоскости. В качестве объекта исследования выбран полет легкого маневренного самолета. За основу при решении задачи определения рациональных траекторий полета приняты положения прямого вариационного метода. Отличительной чертой предложенной методики от существующих является способ формирования законов управления летательным аппаратом. При этом управляющие функции по крену и нормальной скоростной перегрузке определяются исходя из потребных ускорений для отслеживания базовой траектории, а управление тангенциальной перегрузкой – из особенностей маневрирования в горизонтальной плоскости. В связи с этим обеспечивается возможность более полной реализации заложенных в конструкцию летательного аппарата летно-технических характеристик (характеристик

маневренности). Использование данной методики возможно при разработке систем интеллектуальной поддержки принятия решения летчиком, а также систем автоматического управления летательным аппаратом.

Ключевые слова: летательный аппарат, динамика полета, закон управления, маневрирование в горизонтальной плоскости.

Введение

Современные самолеты-истребители имеют достаточно высокие показатели маневренности. Однако, в различных условиях полета летчик не всегда способен осуществлять управление летательным аппаратом таким образом, чтобы полностью реализовать возможности заложенные в его конструкции. Особенно это касается выполнения боевых задач, которые сопряжены с высокими психофизиологическими нагрузками, которые испытывает летчик. В этой связи свою актуальность приобретает вопрос создания различных интеллектуальных систем поддержки принятия решения летчика [1-3]. Эти системы требуют алгоритмического обеспечения и разработки методик формирования рациональных законов управления летательным аппаратом.

Существующие методики решения краевых задач динамики полета, основанные на положениях прямого вариационного метода, нашли широкое применение при исследовании траекторий полета летательных аппаратов (ЛА), когда имеются ограничения на фазовые координаты и управляющие функции. Все

они имеют как свои положительные отличия, так и свои недостатки. При этом выделяется модификация прямого вариационного метода [4] опорная (базовая) траектория в которой задается как зависимость координат траектории от времени в виде полинома. Отслеживание базовой траектории происходит формированием управляющих функций по производным потребных ускорений. При этом скорость ЛА однозначно определяется геометрией базовой траектории. Для исключения данного недостатка в настоящей методике при сохранении вида опорной функции (достаточно точно аппроксимирующей экстремаль) предложено формировать управляющие воздействия ЛА следующим образом. Значения нормальной скоростной перегрузки n_{ya} и угла крена γ определяются по производным потребных ускорений при отслеживании опорной траектории, что позволит устранять внешние возмущения и непосредственно находиться на программной траектории. А управление тангенциальной перегрузкой формируется выбором режима работы двигателей (РРД) исходя из особенностей маневрирования в горизонтальной плоскости.

Содержание методики формирования рациональных управлений

В качестве исследуемой модели выбран гипотетический маневренный самолет с летно-техническими характеристиками схожими с самолетом Як-130 [5]. При разработке модели динамики полета ЛА приняты следующие допущения:

- ускорение силы тяжести не зависит от высоты полета;
- маневрирование осуществляется без скольжения;

- объект представляется материальной точкой, с учетом ограничений на его угловое положение в пространстве;

- изменением массы летательного аппарата за время выполнения маневра пренебрегаем.

С учетом вышеприведенных допущений система дифференциальных уравнений описывающих движение центра масс летательного аппарата в перегрузках выглядит следующим образом

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V} = \frac{dV}{dt} = g(n_{xa} - \sin \theta), \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{g}{V}(n_{ya} \cos \gamma - \cos \theta), \\ \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{g}{V \cos \theta} n_{ya} \sin \gamma, \\ \dot{x} = \frac{dx_g}{dt} = V \cos \theta \cos \varphi, \\ \dot{y} = \frac{dy_g}{dt} = V \sin \theta, \\ \dot{z} = \frac{dz_g}{dt} = -V \cos \theta \sin \varphi, \end{array} \right. \quad (1)$$

где V – скорость самолета относительно воздуха; θ – угол наклона траектории к плоскости горизонта; φ – угол пути; t – время; x, y, z – координаты центра масс самолета в нормальной земной системе координат; n_{xa} – тангенциальная перегрузка; n_{ya} – нормальная скоростная перегрузка; γ_a – скоростной угол крена.

При учете особенностей аэродинамики ЛА в алгоритме принято ступенчатое отклонение носков крыла в зависимости от углов атаки при маневрировании

согласно программе управления изложенной в [5]. Отклонение тормозного щитка в качестве дополнительного управления не рассматривалось.

Определение траектории полета с использованием прямого вариационного метода предполагает на 1-ом этапе решение обратной задачи динамики полета [6]. В данной работе опорная траектория представлена как зависимость фазовых координат от времени в виде полинома 6-й степени

$$x_i = c_{i0} + c_{i1}t + c_{i2}t^2 / 2 + c_{i3}t^3 / 6 + c_{i4}t^4 / 12 + c_{i5}t^5 / 20 + c_{i6}t^6 / 30, \quad (2)$$

где x_i – координаты x, y, z соответственно.

Такое задание координат однозначно определяет первую и вторую производную

$$\dot{x}_i = c_{i1} + c_{i2}t + c_{i3}t^2 / 2 + c_{i4}t^3 / 3 + c_{i5}t^4 / 4 + c_{i6}t^5 / 5, \quad (3)$$

$$\ddot{x}_i = c_{i2} + c_{i3}t + c_{i4}t^2 + c_{i5}t^3 + c_{i6}t^4, \quad (4)$$

где \dot{x}_i, \ddot{x}_i – первая и вторая производные фазовых координат.

Первые три коэффициента полинома определяются начальными условиями $c_{i0} = x_{i0}, c_{i1} = \dot{x}_{i0}, c_{i2} = \ddot{x}_{i0}$, а коэффициенты c_{i3}, c_{i4}, c_{i5} – конечными условиями и временем T маневра.

Обоснованность достаточности выбора полинома 5-й степени для трех начальных и трех конечных условий описана в работе [4]. Но с целью расширения диапазона рассматриваемых траекторий в качестве базовой(опорной) функции выбран полином 6-й степени с дополнительным варьируемым коэффициентом при крайнем члене полинома. Пример влияния варьирования коэффициента c_{y6} для случая набора высоты с 1000 м до 3000 м представлен в [7].

После задания траектории в виде функции координат от времени система (1) становится замкнутой, а ее уравнения – конечными трансцендентными. Они могут быть решены аналитически [8]. Таким образом, управления необходимые для реализации заданной траектории становятся известными.

Стоит отметить, что для использования такого подхода в управлении реальных летательных аппаратов необходим алгоритм учета ограничений на управления и фазовые координаты, а также алгоритм устранения внешних возмущений. В связи с этим после решения обратной задачи производится интегрирование системы уравнений (1) с управлениями, полученными на 1-ом этапе. При выходе управлений или фазовых координат за ограничения, а также при "сходе" ЛА с опорной траектории из-за воздействия внешних возмущений для формирования требуемых управлений в работу включается алгоритм отслеживания базовой траектории.

Алгоритм отслеживания базовой траектории позволяет формировать управления по крену и нормальной скоростной перегрузке, что необходимо для удержания ЛА на заданной траектории либо возврата на нее при «сходе». Управление же скоростным режимом осуществляется через формирование тангенциальной перегрузки согласно определенной логике движения маневренных летательных аппаратов в горизонтальной плоскости, которая будет изложена ниже.

Сформированная при решении обратной задачи динамики полета базовая траектория записывается в виде массивов фазовых координат и управлений. Далее решается прямая задача, т.е. интегрируется система уравнений описывающих

движение центра масс летательного аппарата. Численный метод решения основан на применении метода Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования 0,05 сек.

Блок-схема методики формирования управляющих воздействий ЛА представлена на рисунке 1.

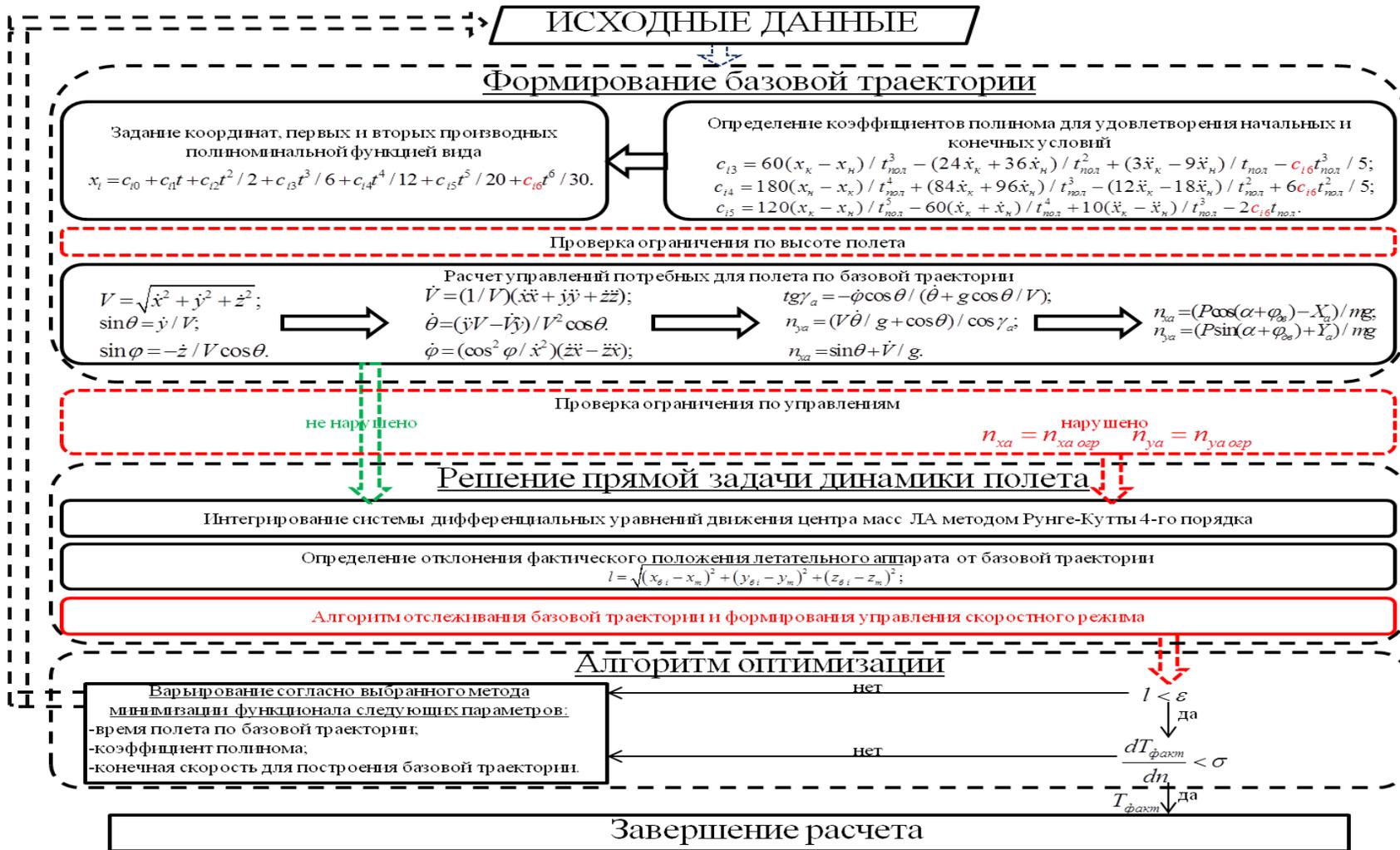


Рис. 1. Блок-схема методики формирования потребных управлений для реализации рациональной траектории с учетом ограничений.

При возникновении внешних возмущений летательный аппарат «сходит» с базовой траектории, т.е. отклонение ЛА от базовой траектории l становится больше заранее заданного допустимого отклонения ε . В этом случае алгоритм устраняет возникшие рассогласования.

При нарушении ограничения по управлениям или скорости их изменения им присваиваются граничные значения. Это приводит также к «сходу» ЛА с опорной траектории, но устранение данных рассогласований формируется не сразу, а при появлении запаса по управлению.

Управления по перегрузке и углу крена необходимые для реализации переходного процесса определяются решением задачи терминального управления возмущенным движением относительно базового [9]. Переходный процесс задается в виде зависимостей координат по времени полиномом 4 порядка вида

$$x_i = x_m + \dot{x}_m \tau + \ddot{x}_m \frac{\tau^2}{2} + A_1 \frac{\tau^3}{6} + A_2 \frac{\tau^4}{12}, \quad (5)$$

где коэффициенты A_1, A_2 определяются из условия удовлетворения конечным условиям по координатам и скорости за время переходного периода ΔT .

$$A_1 = \frac{24(x_{\sigma(i+n)} - x_m)}{\Delta T^3} - \frac{6(3\dot{x}_m + \dot{x}_{\sigma(i+n)})}{\Delta T^2} - \frac{6\ddot{x}_m}{\Delta T}, \quad (6)$$

$$A_2 = -\frac{36(x_{\sigma(i+n)} - x_m)}{\Delta T^4} + \frac{12(2\dot{x}_m + \dot{x}_{\sigma(i+n)})}{\Delta T^3} + \frac{6\ddot{x}_m}{\Delta T}. \quad (7)$$

При формировании переходного процесса в качестве начальных условий выбираются текущие значения координат, их первая и вторая производные. В качестве конечных условий выступают значения координат и направление вектора

скорости в точке $(x_{\bar{\sigma}(i+n)}, y_{\bar{\sigma}(i+n)}, z_{\bar{\sigma}(i+n)})$ опорной траектории. При этом модуль скорости задается исходя из требуемого закона изменения $V(t)$.

Обработка данного переходного процесса обеспечивает возврат ЛА на базовую траекторию за время ΔT . Однако за этот период времени из-за воздействия сильных возмущений, а также необходимости выполнения полета по границе предельных режимов (как по фазовым координатам, так и по управлениям) возможно значительное отклонение фазового состояния ЛА от базового. В связи с этим формирование управления организуется с непрерывной обратной связью. При этом производная потребного ускорения вычисляется практически в каждый момент времени t .

В связи с этим переходный процесс устранения рассогласований будет несколько отличаться от полученного в процессе решения терминальной задачи. Его характер будет определяться решением дифференциального уравнения 3-го порядка при неизменных фазовых координатах базовой траектории

$$\ddot{x}_m + \frac{6\dot{x}_m}{\Delta T} + \frac{18x_m}{\Delta T^2} + \frac{24x_m}{\Delta T^3} = \frac{60x_{\bar{\sigma}}}{\Delta T} + \frac{36\dot{x}_{\bar{\sigma}}}{\Delta T^2} + \frac{9\ddot{x}_{\bar{\sigma}}}{\Delta T^3} \quad (8)$$

Решение (8) является суммой частного решения уравнения x_{σ} , получаемого при $\dot{x}, \ddot{x}, \ddot{\ddot{x}} \rightarrow 0$ и общего решения $x_{\text{общ}}$ однородного уравнения [10].

Решение однородного уравнения является устойчивым, так как вещественные части комплексных корней характеристического уравнения отрицательны (колебательная устойчивость) и отрицателен вещественный корень (апериодическая устойчивость).

Этим решениям соответствуют колебательная и экспоненциальная составляющие общего решения

$$x_{\text{общ}} = K_1 \exp\left(-\frac{2,557}{\Delta T} t\right) + K_2 \exp\left(-\frac{1,721}{\Delta T} t\right) \sin\left(\frac{2,665}{\Delta T} t + \varphi_1\right), \quad (9)$$

где постоянные K_1 , K_2 , φ_1 зависят от начальных условий.

Точность отслеживания базовой траектории, период колебаний, время затухания переходных процессов определяются величиной ΔT . Время затухания t_3 колебательной составляющей равно $1,74 \Delta T$, а экспоненциальной – $1,17 \Delta T$. Период колебаний равен $2,35 \Delta T$.

Как видно из представленных показателей характер переходного процесса, а соответственно, и управлений зависит от времени переходного процесса ΔT . При слишком малой величине ΔT управления приобретают релейный вид, при слишком большой ухудшается точность отслеживания опорной траектории и велико время переходных процессов. Исходя из опыта многочисленного моделирования кратковременных маневров продолжительностью 20-60 сек значение $\Delta T = 5$ сек является приемлемым и обеспечивает достаточную точность отслеживания. При моделировании разворотов продолжительностью менее 20 сек значение $\Delta T = 2$ сек.

В качестве примера устранения возникших возмущений алгоритмом отслеживания базовой траектории на рисунке 2 представлен прямолинейный горизонтальный полет ЛА на высоте 1000 м. При этом предполагается, что на 3-й сек возникли внешние возмущения, которые мгновенно изменили положение ЛА по высоте на 50 м.

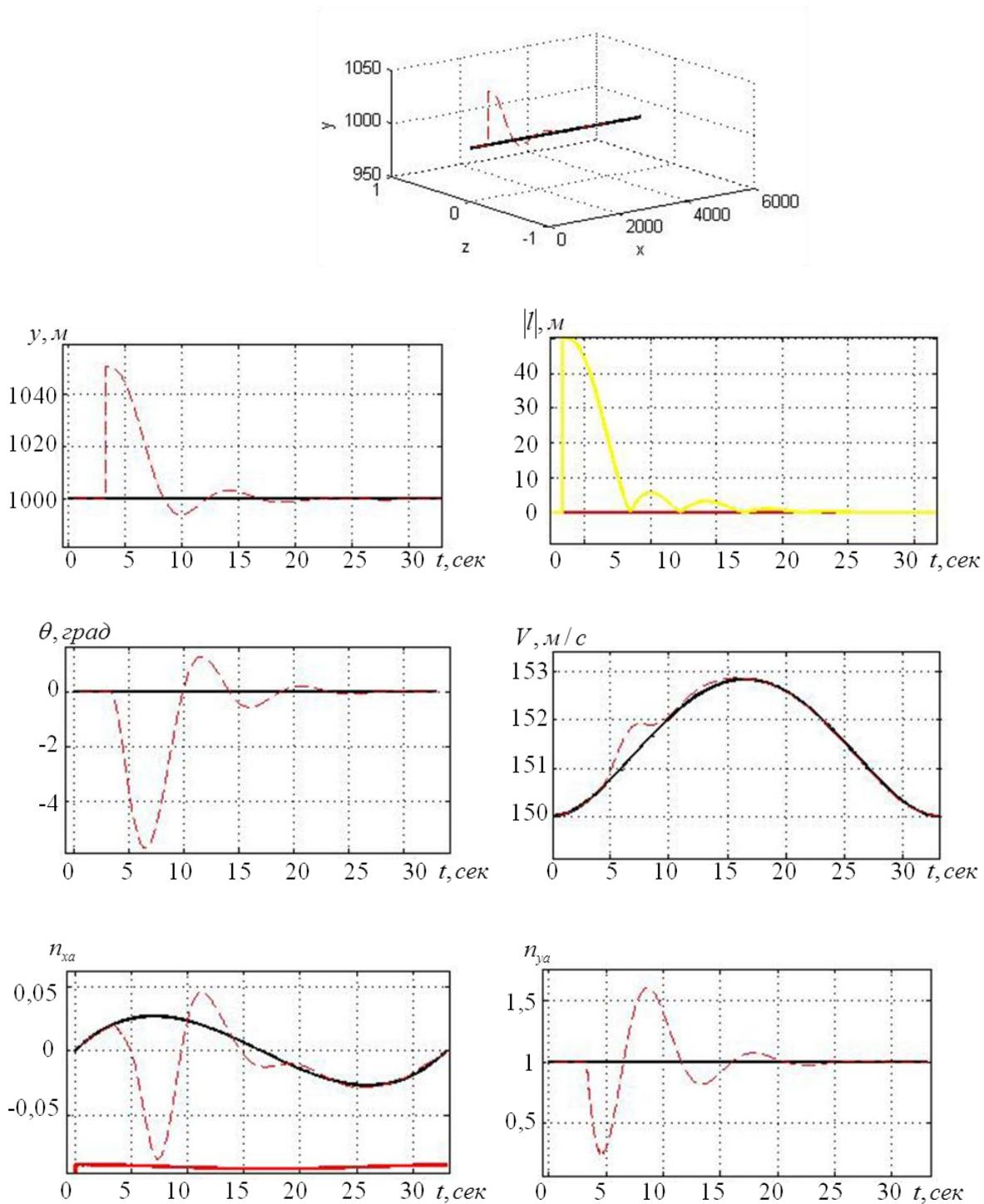


Рис. 2. Устранение внешних возмущений

В качестве варьируемых параметров помимо свободного коэффициента используются время выполнения полета по базовой траектории и скорость в конечной точке базовой траектории. Однако при наличии внешних возмущений или

выходе параметров за ограничения, фактическая траектория будет несколько отличаться от базовой. Соответственно, может отличаться время выполнения маневра и другие параметры траектории. В качестве примера влияния варьируемых параметров на фактическую траекторию полета ЛА рассмотрен разворот в горизонтальной плоскости на высоте 1000 м.

Характер изменения фактической траектории и потребных управлений от времени представлен на рисунке 3.

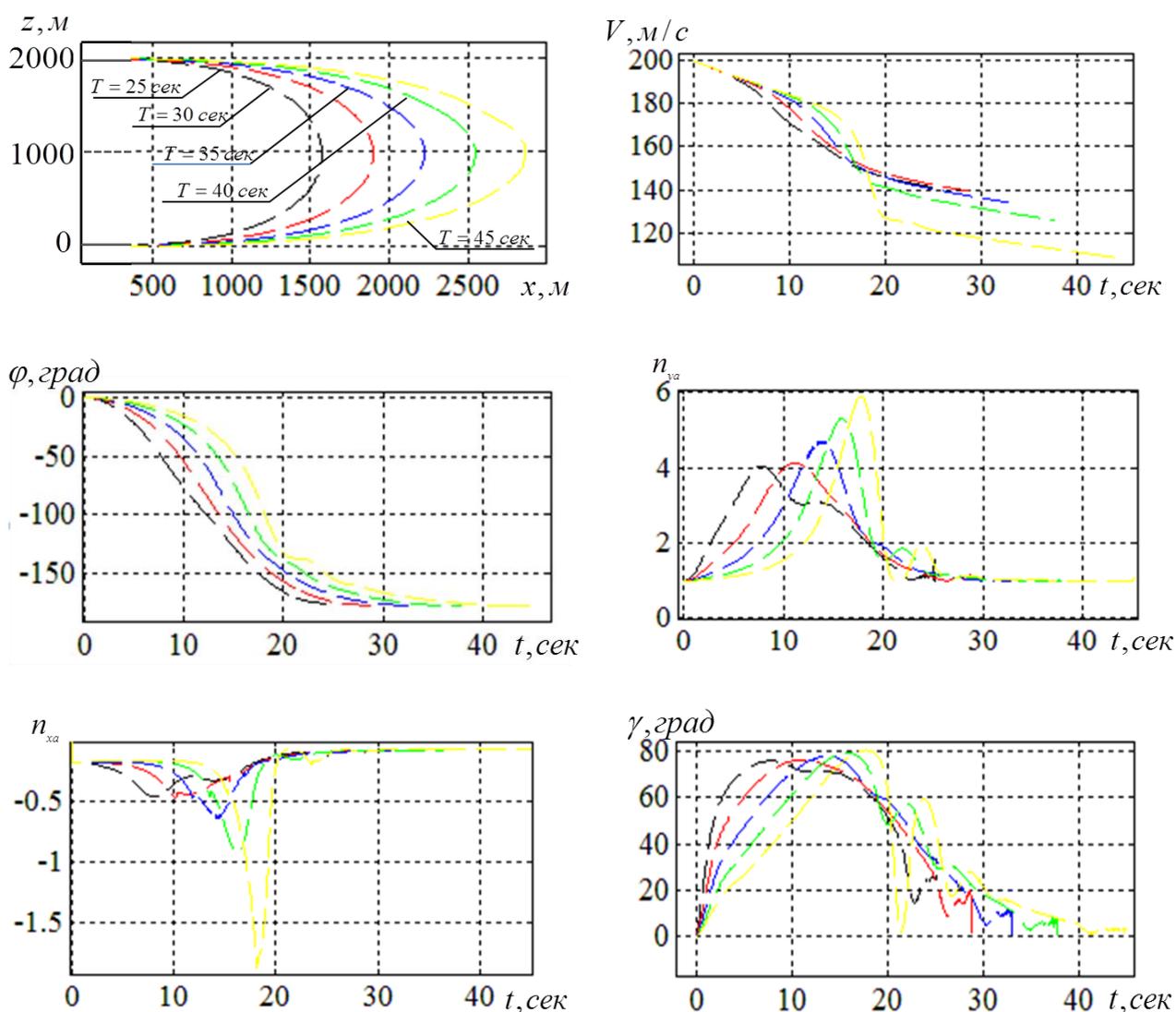


Рис. 3. Влияние времени маневра при формировании опорной траектории на вид фактической траектории

Характер изменения фактической траектории и потребных управлений от конечной скорости формирования базовой траектории представлен на рисунке 4.

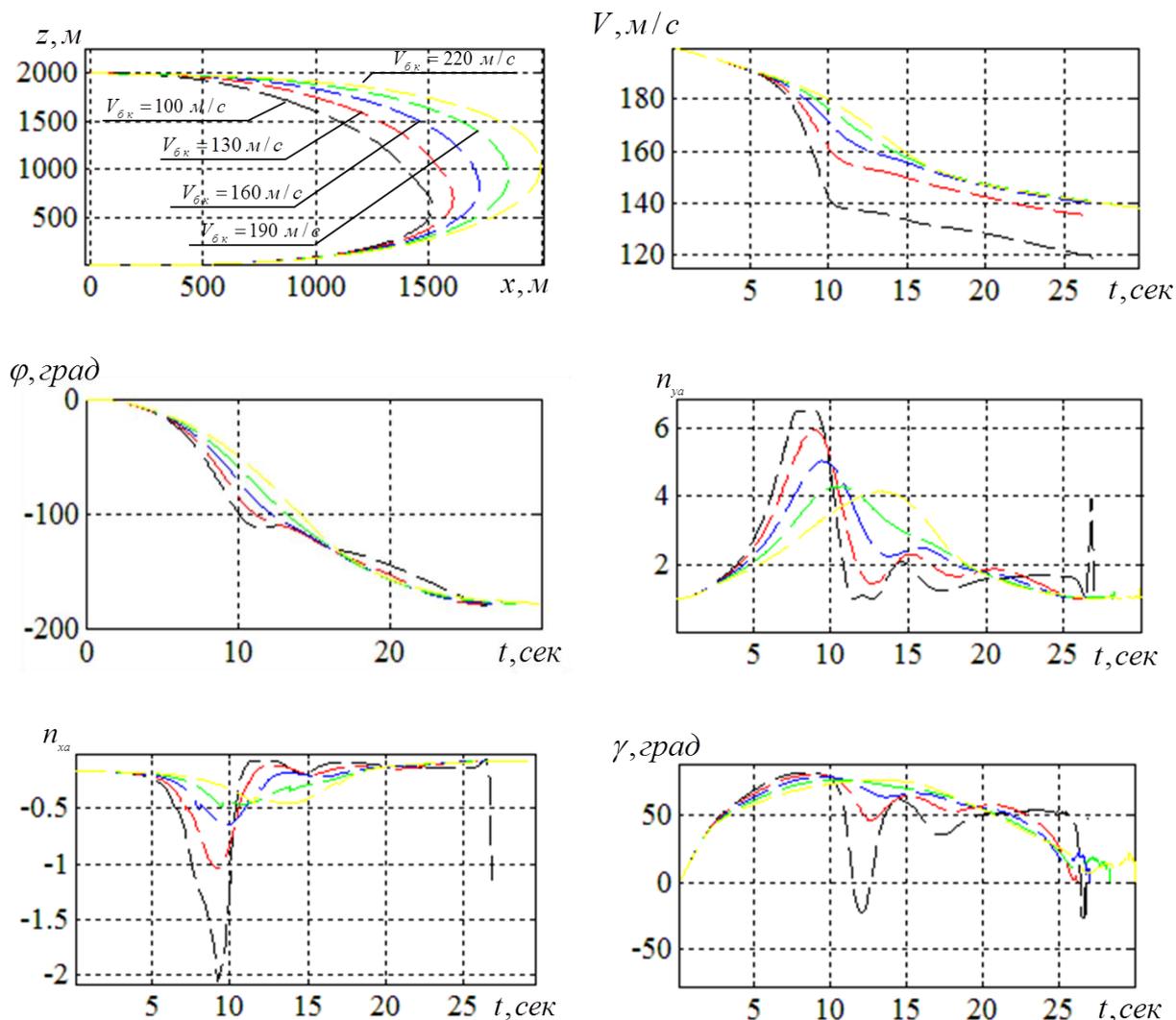


Рис. 4. Влияния конечной скорости при формировании опорной траектории на вид фактической траектории

При неустановившемся развороте на заданном высотном-скоростном режиме полета мгновенная угловая скорость определяется величиной располагаемой нормальной скоростной перегрузки и рассчитывается по формуле [11]

$$\omega_{\varphi} = \frac{g \sqrt{n_{ya}^2 - 1}}{V} \quad (10)$$

На рисунке 5 представлены зависимости располагаемых значений угловых скоростей от скорости полета $\omega_{\phi \text{ расч}}(V)$ для рассматриваемой модели, ограниченные располагаемыми значениями коэффициента подъемной силы и максимальной эксплуатационной перегрузки.

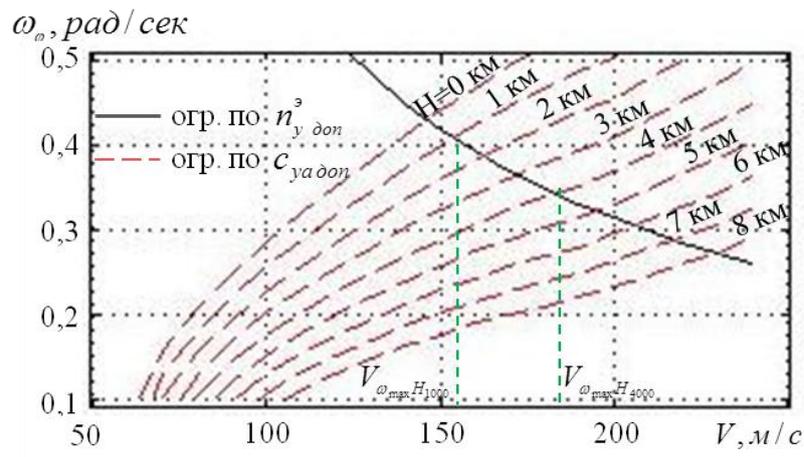


Рис. 5. Зависимости $\omega_{\phi \text{ расч}}(V)$, ограниченные располагаемыми значениями $c_{y_a \text{ доп}}$ и $n_{y_a \text{ макс}}^{\text{э}}$.

Как видно из рисунка 5 функция $\omega_{\phi \text{ расч}}(V)$, имеет экстремум при некоторой скорости $V_{\omega_{\text{макс}}}$.

При числах $M < 0,8-0,9$ для малых и средних высот полета расчет величины скорости $V_{\omega_{\text{макс}}}$ может быть произведен из условия равенства $n_{y_a \text{ доп}} = n_{y_a \text{ макс}}^{\text{э}}$ соответствующего максимуму функции $\omega_{\phi \text{ расч}}(V)$ [12]. Данное равенство преобразуется

$$n_{y_a \text{ макс}}^{\text{э}} = \frac{c_{y_a \text{ доп}} \rho_H V^2}{p \quad 2} \quad (11)$$

где $c_{y_a \text{ доп}}$ – максимально допустимый коэффициент подъемной силы; ρ_H – плотность воздуха на высоте H , P – удельная нагрузка на крыло.

Соответственно, величина $V_{\omega_{\text{макс}}}$ и ее зависимость от технических характеристик ЛА и высоты полета выражается как

$$V_{\omega_{\text{макс}}} = \sqrt{\frac{2pn_{y_a \text{ макс}}^{\text{э}}}{c_{y_a \text{ доп}}\rho_H}} \quad (12)$$

Снижение допустимого значения коэффициента подъемной силы и рост высоты повышают скорость, при которой достигается максимум $\omega_{\varphi \text{ расн}}$. В этих случаях при фиксированном значении $n_{y_a \text{ макс}}^{\text{э}}$ максимальная величина $\omega_{\varphi \text{ расн}}$ будет снижаться.

Итак, из вышеизложенного очевидно, что величина скорости $V_{\omega_{\text{макс}}}$, на которой реализуется максимальная возможная угловая скорость разворота, является важной характеристикой режима полета боевого ЛА. Соответственно, при маневрах ЛА в горизонтальной плоскости для достижения высоких показателей маневренности рационально использовать скоростной режим близкий к скорости $V_{\omega_{\text{макс}}}$. Закон управления силовой установкой необходимо формировать исходя из текущего значения истинной скорости и степени приближения к скорости $V_{\omega_{\text{макс}}}$. Таким образом, скорость $V_{\omega_{\text{макс}}}$ выбрана в качестве опорной для формирования закона управления силовой установкой.

Тангенциальная перегрузка в каждый момент времени при интегрировании системы дифференциальных уравнений описывающих движение центра масс летательного аппарата задается как

$$n_{xa} = \frac{P \sin \alpha_p - X_a}{G}, \quad (13)$$

где $\alpha_p = \alpha + \varphi_p$ - "угол атаки" оси двигателя, α - угол атаки крыла, φ_p - установочный угол двигателя, X_a - сила лобового сопротивления, G - вес самолета.

Формирование управления тангенциальной перегрузкой осуществляется за счет переключения РРД. В связи с этим, стоит отметить подход к формированию алгоритма управления скоростью из условий максимизации угловой скорости разворота (задача минимизации времени разворота) изложенный в [13]. В данной работе сила тяги P в соответствии с необходимостью поддержания скорости близкой к скорости $V_{\omega_{\max}}$ задается в соответствии со следующим алгоритмом

$$P = \begin{cases} P_{\max}, & \text{если } V \leq V_{\omega_{\max}} + \Delta V; \\ P_{\min}, & \text{если } V \geq V_{\omega_{\max}} + \Delta V. \end{cases} \quad (14)$$

Переключение режима работы двигателя считается мгновенным без учета времени приемистости. Значение ΔV характеризует приращение скорости летательного аппарата, при котором до достижения скорости $V_{\omega_{\max}}$ должно происходить переключение РРД для реализации максимальных маневренных возможностей. Оно зависит от высоты полета, скорости начала маневрирования, требуемого угла разворота, то есть $\Delta V = f(H, V_0, \Delta\varphi)$. Аналитическое определение значения величины ΔV является затруднительным, поэтому она включена в алгоритм в качестве варьируемой величины. При минимизации заданного

функционала ΔV приобретает конкретное значение и определяет момент переключения РРД. Релейный вид переключения подтверждается уже решенными задачами оптимизации, например [14].

В качестве примера на рисунке 6 отражена качественная зависимость расположения точки переключения РРД от скорости $V_{\omega_{\max}}$.

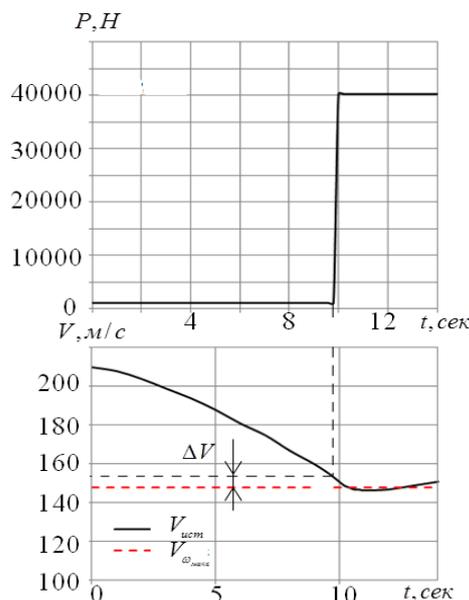


Рис. 6. Зависимость точки переключения РРД от скорости полета

Переключение РРД происходит на определенном угле поворота траектории (угол переключения) в горизонтальной плоскости рисунок 7. При этом летчику для управления силовой установкой ЛА (по данной методике) необходимо знать высоту полета, начальную скорость, необходимый угол разворота и в момент времени соответствующий углу переключения $\chi = f(H, V_0, \Delta\varphi)$ перевести релейно РРД с "малого газа" на "максимал" (или наоборот).

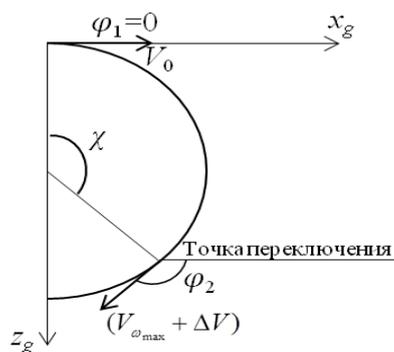


Рис. 7. Точка переключения РРД характеризуемая углом поворота траектории

$$\chi = f(H, V_0, \Delta\varphi)$$

Результаты полученные с использованием разработанной методики

Выполнено исследование разворотов маневренного самолета на высоте 1000 м при различных начальных скоростях полета. Минимизируемым функционалом является фактическое время выполнения заданного маневра. Варьируемые параметры: время при формировании опорной траектории, конечная скорость на опорной траектории, коэффициент полинома (2), а также значение ΔV определяющее момент переключения РРД. При этом начальными условиями для выполнения маневра являлся горизонтальный прямолинейный полет. Условием выполнения разворота являлось завершение его при $x_k = x_0$. В качестве примера в статье представлены результаты моделирования разворотов в горизонтальной плоскости при трех различных начальных скоростях 260, 200 и 110 м/с. Траектории разворотов при управляющих функциях, сформированных по вышеизложенной методике, представлены на рисунке 8.

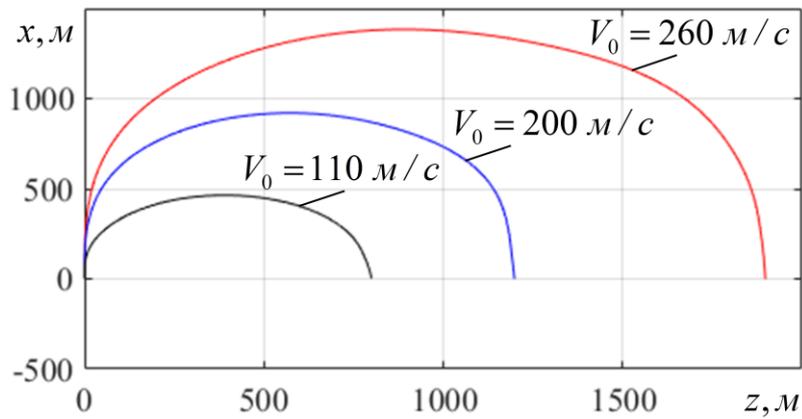


Рис. 8. Траектории разворотов в горизонтальной плоскости при различных начальных скоростях выполнения маневра

Изменение скорости и угла пути по времени выполнения маневра представлены на рисунке 9 и 10.

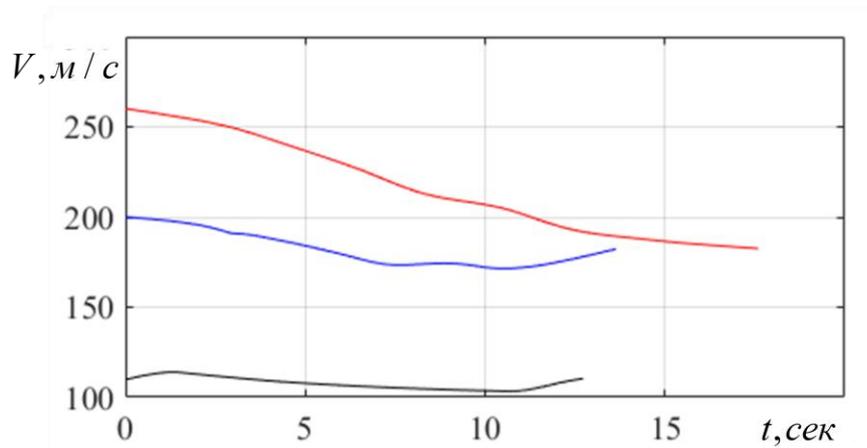


Рис. 9. Изменение скорости и угла пути при выполнении разворотов в горизонтальной плоскости при различной начальной скорости.

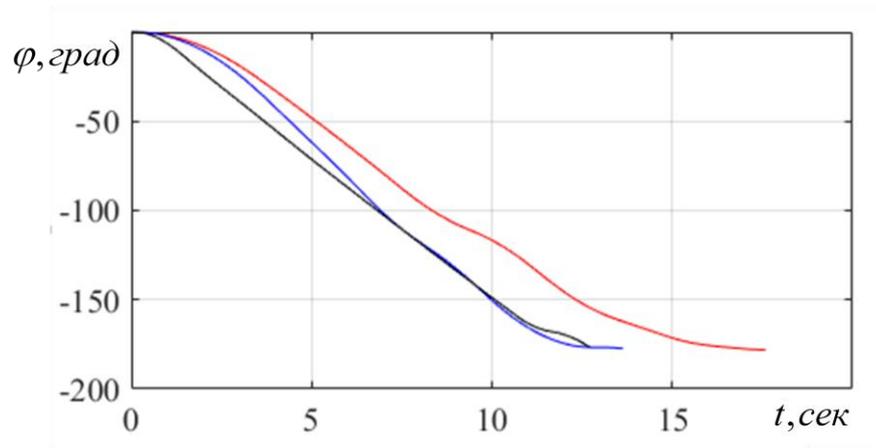


Рис. 10. Характер изменения угла пути при выполнении разворотов в горизонтальной плоскости при различной начальной скорости.

Управления необходимые для реализации вышеизложенных траекторий представлены на рисунке 11.

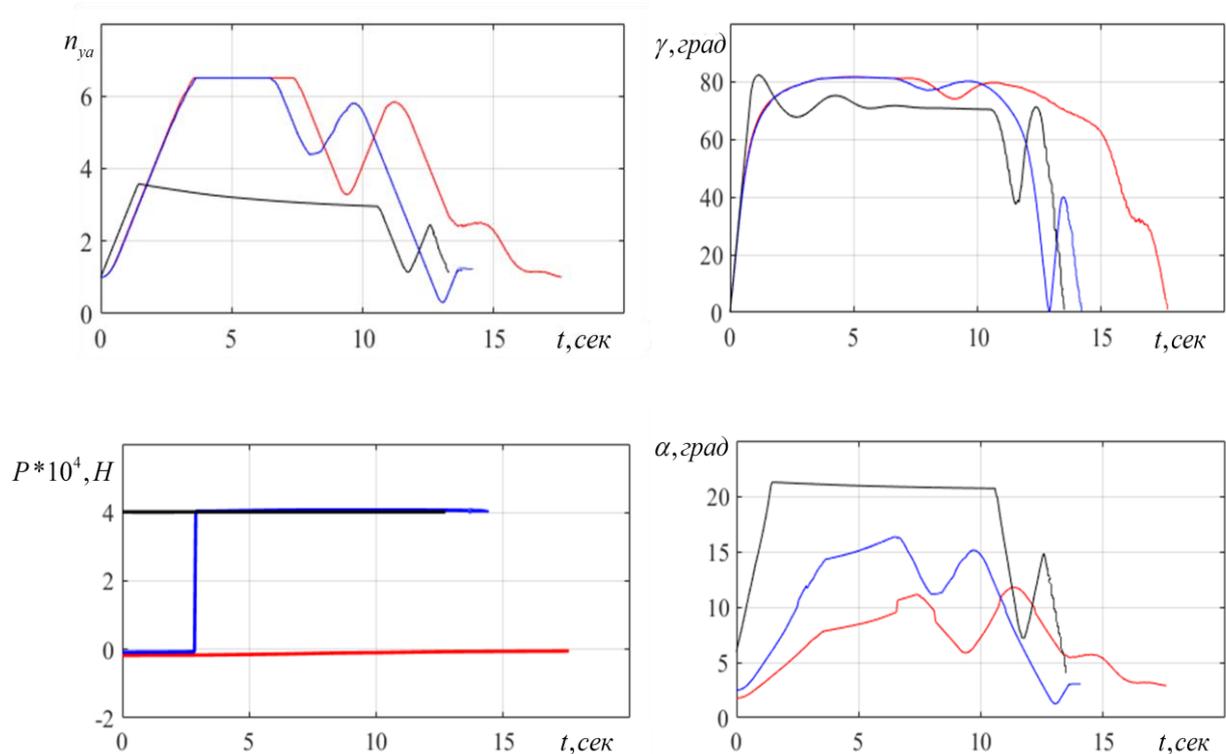


Рис. 11. Управления потребные для реализации разворотов в горизонтальной плоскости за минимальное время.

Стоит отметить, что при начальных скоростях на развороте в горизонтальной плоскости 260 м/с и 110 м/с переключение РРД не требуется. В первом случае он должен на всем протяжении находиться на режиме "малого газа" и скорость приближаться к скорости $V_{\omega_{\max}}$. Во втором, соответственно, на режиме "максимал" и препятствовать более интенсивному уменьшению скорости (отдалению от скорости $V_{\omega_{\max}}$). При начальной скорости 200 м/с в момент времени от начала выполнения маневра 2,9 сек при угле пути (поворота траектории) -23° необходимо изменить РРД с "малого газа" на "максимал".

Из рисунка 11 видно, что большая часть времени выполнения маневров происходит при предельных значениях управляющих функций, при этом также учтены ограничения на скорости изменения нормальной перегрузки (1,7 ед./сек) и крена ($90^\circ/\text{сек}$).

Выводы

1. Созданная методика обеспечивает учет особенностей маневрирования в горизонтальной плоскости при формировании управления скоростным режимом полета ЛА. В отличие от методик, в которых все управляющие функции формируются исходя из потребных ускорений при отслеживании базовой траектории, позволяет убрать «жесткую» зависимость скорости полета от геометрии опорной траектории.

2. Предложенная методика позволяет определять рациональные траектории боевого маневрирования в горизонтальной плоскости, с помощью которых достигаются высокие показатели маневренности, заложенные в конструкции летательного аппарата.

Библиографический список

1. Федунев Б.Е. Бортовые оперативно советующие экспертные системы тактического уровня для пилотируемых летательных аппаратов – объекты разработки и эксплуатации // Труды пятнадцатой национальной конференции по искусственному интеллекту. Сборник статей. Смоленск, 03-07 октября 2016, С. 212 - 219.
2. Архипова О.В. Новое решение задачи индикационного обеспечения режима интеллектуальной поддержки летчика // Труды МАИ. 2012. № 62. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=35521>
3. Kai Virtanen. Optimal pilot decisions and flight trajectories in air combat. Helsinki University of Technology. Systems Analysis Laboratory Research Reports, 2005, 32 p.
4. Нелюбов А.И. Летные характеристики и боевое маневрирование летательных аппаратов. Математические методы расчета боевых маневров, взлета и посадки самолетов с поворотом вектора тяги двигателей – М.: ВВИА им. Жуковского, 1986. - 37 с.

5. Икрянников Е.Д., Исько А.С., Левицкий С.В., Матвеев А.И., Подобедов В.А., Попович К.Ф., Руденко Л.В. Самолет Як-130УБС. Аэродинамика и летные характеристики. - М.: Машиностроение, 2015. - 348 с.
6. Тарасенков А.М., Брага В.Г., Тараненко В.Т. Динамика полета и боевое маневрирование летательных аппаратов. – М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1984. - 508 с.
7. Головнев А.В., Энкин А.А., Веников Д.Ю. Математическая модель определения оптимальных траекторий полета // Труды ФГУП НПО ЦАП. 2017. № 1. С. 64 - 66.
8. Тараненко В.Т., Момджи В.Г. Прямой вариационный метод в краевых задачах динамики полета. – М.: Машиностроение, 1986. - 128 с.
9. Батенко А.П. Системы терминального управления. – М.: Радио и связь, 1984. - 160 с.
10. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. - 568 с.
11. Левицкий С.В., Свиридов Н.А. Динамика полета. - М.: Изд. ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2008. - 527 с.
12. Медников В.Н. Динамика полета и пилотирование самолетов. - М.: Изд. ВВА им. Ю.А.Гагарина, 1976. - 547 с.
13. Киселев М.А. Алгоритм автоматизации разворота самолета, выполняемого с максимальной угловой скоростью // Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. № 5, С. 150 - 160.

14. Бортакoвский А.С., Пегачкова Е.А. Синтез оптимального управления линейными логико-динамическими системами // Труды МАИ. 2007. № 27. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=34013>