
УДК 621.396.94

Феноменологические модели импульсных помех от стационарных плазменных двигателей

Важенин Н. А.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ,

Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

e-mail: riame@sokol.ru

Аннотация

На основе результатов экспериментальных исследований статистических характеристик собственного электромагнитного излучения стационарных плазменных двигателей холловского типа анализируются математические модели, применимые для феноменологического описания такого излучения. Проводится сравнительный анализ статистических характеристик сигналов, полученных экспериментально, с соответствующими характеристиками феноменологических моделей таких сигналов.

Ключевые слова: космическая связь, импульсные помехи, стационарные плазменные двигатели, математические модели

1. Введение

С точки зрения математического описания собственного электромагнитного излучения электрических ракетных двигателей (ЭРД) возможны два основных подхода: электродинамический и феноменологический [1].

Феноменологические модели, не претендуя на детальное раскрытие физических механизмов формирования излучения плазмы, позволяют эффективно решать конкретные инженерные задачи проектирования бортовых радиосистем КА такие, например, как оценка электромагнитной совместимости ЭРД и бортовых радиосистем, оценка помехоустойчивости, дальности действия, скорости передачи информации в условиях функционирования ЭРД и т.п. Разработка феноменологических моделей, как правило,

осуществляется как на основе результатов экспериментальных исследований, так и с использованием данных, полученных в рамках электродинамического подхода.

Ниже рассматриваются феноменологические модели собственного электромагнитного излучения ЭРД различного уровня детализации. Конечной целью создания таких моделей является разработка математических и имитационных моделей излучения ЭРД, которые могли бы найти применение в задачах аналитического проектирования и имитационного моделирования радиосистем космической связи.

Как показали последние исследования тонкой временной структуры излучения ЭРД [2], [3] данный случайный процесс кроме чисто тепловой компоненты имеет нетепловую компоненту, представляющую собой случайную последовательность радиоимпульсов, обладающих сложной внутренней структурой, например, имеющих случайную амплитуду, длительность и частоту заполнения и следующих друг за другом со случайным интервалом. Поэтому более адекватной моделью излучения ЭРД является модель в виде комбинации аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ) и случайной импульсной помехи (СИП).

В работе [1] рассмотрены простейшие эмпирические модели, описывающие различные законы распределения негауссовских помех, которые в принципе могут найти применение для описания импульсных помех от стационарных плазменных двигателей (СПД). Однако данные модели зачастую трудно напрямую использовать для моделирования и анализа воздействия помех на радиосистемы, поскольку они слишком обобщенно описывают временную структуру сигналов. Ниже рассматриваются феноменологические модели, конкретизирующие структуру сигналов, и проводится их сопоставление с результатами экспериментальных измерений.

2. Феноменологические (функциональные) модели импульсных помех

Характерной особенностью данных моделей является то, что все они в той или иной степени на функциональном уровне рассматривают механизм формирования помех.

Модель в виде последовательности импульсов (Filtered-Impulse Model)

Данная модель является, возможно, одной из первых и наиболее простых моделей СИП [4]. Предполагается, что СИП представляет собой последовательность импульсов заданной формы, приходящих в определенные моменты времени и имеющих случайные амплитуды,

$$z(t) = \sum_{n=1}^N a_n u(t - t_n), \quad (1)$$

где a_n - амплитуда n -го импульса, для всех импульсов амплитуды являются независимыми случайными величинами с одинаковым законом распределения (ЗР), $u(t)$ - форма отдельного импульса помехи, t_n - момент прихода n -го импульса, N - общее количество импульсов на интервале наблюдения.

Несмотря на кажущуюся простоту, в общем случае получение законченных аналитических выражения для закона распределения СИП связано со значительными математическими трудностями. Соответственно при этом сложно получить оптимальные алгоритмы приема и оценить характеристики их помехоустойчивости.

Кроме того, как показали эксперименты, предположение о статистической независимости отдельных импульсов приемлемо далеко не всегда.

Модель Фурутсу и Ишида (Furutsu and Ishida)

В рамках данной модели СИП представляется в виде случайной последовательности радиоимпульсов, каждый из которых может быть описан как:

$$z(t) = r(t, a) \cos(\omega t + \psi). \quad (2)$$

Рассматривается два частных случая: пуассоновская модель, представляющая последовательность импульсов, распределенных по пуассоновскому ЗР, и пуассон-пуассоновская модель, отличающаяся тем, что каждый импульс, сформированный в соответствии с первой моделью, порождает случайную последовательность (пакет) импульсов, которые также распределены по пуассоновскому ЗР.

ЗР огибающей для первой модели может быть описан выражением [5]:

$$w(|\dot{Z}|) = \int_0^{\infty} \lambda |\dot{Z}| J_0(\lambda |\dot{Z}|) f(\lambda, T) d\lambda, \quad (3)$$

где характеристическая функция

$$f(\lambda, T) = \exp \left\{ \nu \int_0^T \int_0^{\infty} w(a) (J_0(\lambda a) - 1) da dt \right\}, \quad (4)$$

T – время наблюдения, ν - средняя частота появления импульсов в пуассоновском ЗР, $w(a)$ - плотность вероятности параметра a .

Модель Бекмана (Beckmann)

Предполагается, что каждый импульс СИП, максимум которого связан с моментом t_0 , имеет вид [6]

$$|\dot{Z}_0(t)| = \begin{cases} E_p \exp\left[-\frac{t-t_0}{a}\right], & t > t_0, \\ E_p \exp\left[-\frac{t-t_0}{b}\right], & t < t_0, \end{cases} \quad (5)$$

то есть имеет разные длительности переднего и заднего фронтов, описываемые параметрами a и b .

Импульсы во времени распределены по закону Пуассона и имеют равномерное и независимое распределение начальной фазы. Пиковое значение амплитуды импульса E_p подчиняется логонормальному закону распределения, то есть

$$E_p = \exp(\Delta), \quad (6)$$

где Δ - случайная величина с гауссовским ЗР, математическим ожиданием μ и дисперсией σ^2 , характеризующая полное ослабление в канале. При этом СКО огибающей будет равно

$$\sigma_{|z|} \approx \sqrt{N c \ln(1/N c)} \exp(\sigma^2 + \mu), \quad (7)$$

где N – среднее количество импульсов в единицу времени, $c = \frac{a+b}{2}$.

Интегральный ЗР нормированной огибающей при этом будет иметь вид

$$W\left(\frac{|\dot{Z}|}{\sigma_{|z|}} > z_0\right) = \frac{2}{N \cdot c \cdot \sigma \sqrt{2\pi}} \int_{z_0}^{\infty} dx \int_0^{\infty} dy \frac{x}{y} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{N \cdot c} - \frac{\ln y + \sigma^2}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{2xy}{N \cdot c}\right), \quad (8)$$

Данная модель не учитывает влияние линейной части приемника (ЛЧП) на СИП. Аналогичные модели использовались для описания промышленных помех в работе [7].

Модель Холла (Hall) или обобщенная t -модель

Данная модель предполагает, что СИП формируется путем умножения узкополосного гауссовского случайного процесса (СП) $n(t)$, имеющего нулевое математическое ожидание и корреляционную функцию $R_n(\tau)$, на весовую функцию $a(t)$, представляющую импульсный случайный процесс некоррелированный с $n(t)$, свойства которого могут меняться во времени [4], [16], [17]:

$$z(t) = a(t)n(t). \quad (9)$$

Характеристики случайного процесса $a(t)$ выбираются так, чтобы его интегральный закон распределения (ИЗР) совпадал с ЗР СИП, полученным на основе экспериментальных измерений.

В качестве дифференциального ЗР (ДЗР) $a(t)$ предложено использовать двухстороннее χ -распределение

$$w(a) = \frac{(m/2)^{m/2}}{\sigma_a^m \Gamma(m/2)} \frac{1}{|a|^{m+1}} \exp\left\{-\frac{m}{2a^2 \sigma_a^2}\right\}, \quad (10)$$

а ЗР СП $n(t)$ имеет вид:

$$w(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \exp\left\{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}\right\}. \quad (11)$$

С учетом (10) и (11) было получено выражение для ЗР процесса $z(t)$:

$$w(z) = \frac{\Gamma\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\theta-1}{2}\right)} \frac{\gamma^{\theta-1}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(z^2 + \gamma^2)^{\theta/2}}, \quad (12)$$

здесь $\gamma = m^{1/2} \sigma_n / \sigma_a$ и $\theta = m + 1$ параметры ЗР, зависящие от соответствующих параметров ЗР процессов $a(t)$ и $n(t)$.

Вид закона распределения мгновенных значений ИП для модели Холла приведен на рисунке 1.

При $\sigma_n = \sigma_a$ ЗР будет совпадать с t -распределением Стьюдента, поэтому выражение (12) может рассматриваться как обобщенное t -распределение с параметрами θ, γ .

При $2 < \theta \leq 4$ данное распределение хорошо аппроксимирует атмосферные шумы, в том числе при $\theta \approx 3$ VLF и LF диапазонах. К сожалению, для $2 < \theta \leq 3$ данная модель имеет бесконечное значение дисперсии и поэтому не может быть применена к реальным ИП.

Представляя СП (9) через огибающую и фазу

$$z(t) = |\dot{Z}(t)| \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) = \operatorname{Re}\{\dot{Z}(t) \exp(j\omega_0 t)\}, \quad (13)$$

где $\dot{Z}(t) = |\dot{Z}(t)| \exp(j\varphi(t))$ - комплексная огибающая СИП. Учитывая, что

$$|\dot{Z}| = \sqrt{z^2(t) + \tilde{z}^2}, \text{ где } \tilde{z} - \text{преобразование Гильберта от } z, \text{ было показано, что фаза}$$

имеет равномерный ЗР, а ДЗР и ИЗР огибающей описываются выражениями

$$w(|\dot{Z}|) = (\theta - 1) \gamma^{\theta-1} \frac{|\dot{Z}|}{\left(|\dot{Z}|^2 + \gamma^2\right)^{(\theta+1)/2}}, \quad (14)$$

$$W(|\dot{Z}| > z_0) = \frac{\gamma^{\theta-1}}{\left(z_0^2 + \gamma^2\right)^{(\theta-1)/2}}. \quad (15)$$

Вид ДЗР и ИЗР огибающей ИП для модели Холла приведен на рисунках 2 и 3.

При $\theta = 2$ законы распределения принимают вид

$$w(z) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{(z^2 + \gamma^2)}, \quad (16)$$

$$w(|\dot{Z}|) = \frac{\gamma |\dot{Z}|}{\left(|\dot{Z}|^2 + \gamma^2\right)^{3/2}}, \quad (17)$$

$$W(|\dot{Z}| > z_0) = \frac{\gamma}{(z_0^2 + \gamma^2)^{1/2}}. \quad (18)$$

и совпадают [16] с выражениями для модели класса В Миддлтона при $\gamma = \frac{A_\alpha \sqrt{\Omega}}{2}$.

Модель Омур (Omura)

Данная модель в определенном смысле похожа на модель Холла и предполагает, что СИП формируется путем модуляции гармонической несущей

$$n(t) = AX(t) \sin(\omega_0 t + \phi(t)), \quad (19)$$

где $X(t) = \exp\{b(t)\}$ - СП с логонормальным ЗР, $b(t)$ - стационарный гауссов СП с нулевым математическим ожиданием и автокорреляционной функцией (АКФ) $R_b(\tau)$, A - масштабный коэффициент, определяющий мощность помехи, $\phi(t)$ - имеет равномерный ЗР, а ЗР амплитудного множителя имеет вид

$$w(AX) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{\log(X/A)}{\sigma}\right]^2\right\}, \quad (20)$$

где $\sigma = \sigma_{\log X}$.

Данная модель показала хорошее совпадение с экспериментальными результатами, полученными для атмосферных шумов, при высоком уровне СИП.

Модель Джордано (Giordano)

Данная модель имеет ряд общих черт с моделью Фурутсу и Ишида. ЗР огибающей СИП описывается выражением [9]

$$w(|\dot{Z}|) = |\dot{Z}| \int_0^\infty H(\lambda) J_1(\lambda |\dot{Z}|) d\lambda, \quad (21)$$

где $H(\lambda) = \exp\left\{-\mu \int_0^\infty da_i w(a_i) \int_{t-T}^t dt_i \{1 - J_0[\lambda a_i b(t-t_i)]\}\right\}$, $b(t)$ - огибающая ИХ

приемника, a_i - амплитуда i -го входного импульса (случайная величина), t_i - время

появления i -го импульса, T – временной интервал наблюдения, t – текущее время, μ – средняя частота появления импульсов.

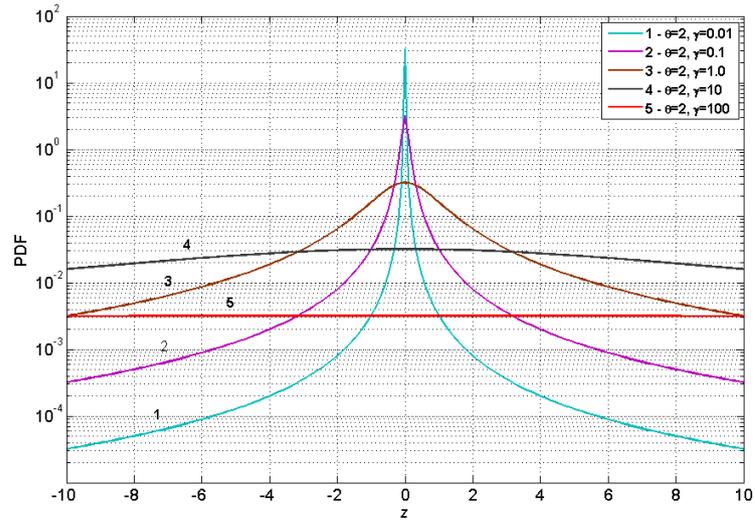


Рисунок 1

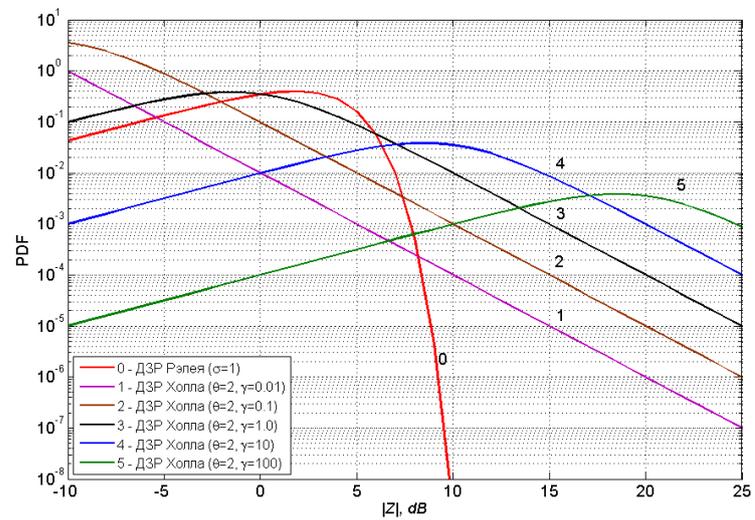


Рисунок 2

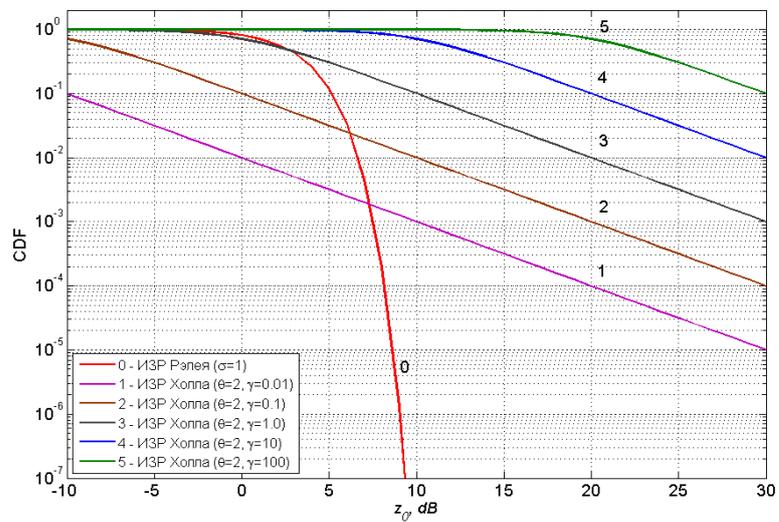


Рисунок 3

Для частного случая – равномерного распределения в пространстве источников помех, зависимости амплитуды импульса от расстояния до источника помех r_i вида $a_i = C/r_i$ и среднего расстояния до источников помех r_m показано, что ЗР огибающей имеет вид

$$w(|\dot{Z}|) = \frac{K}{\left(K^2 + |\dot{Z}|^2\right)^{1/2}}, \quad (22)$$

где $K = \frac{\mu C}{r_m} \int_0^T b(t) dt$. Видно, что данный ЗР совпадает с ЗР для модели Холла.

Модель Белло и Эспозито (Bello and Esposito)

В рамках модели ИП, предложенной Белло и Эспозито [10, 11], предполагается, что спектр ИП существенно шире полосы линейной части приемника (ЛЧП) и поэтому может считаться равномерным в пределах этой полосы. Тогда форма огибающей каждого импульса на выходе ЛЧП в первом приближении определяется только импульсной характеристикой ЛЧП. Соответственно комплексная огибающая ИП на выходе ЛЧП записывается в виде

$$\dot{x}(t) = \sum_{k=1}^L C_k h(t - t_k) \exp(j\varphi_k), \quad (23)$$

где L – число импульсов на интервале наблюдения, C_k , t_k , φ_k – амплитуда, момент появления и фаза k -го импульса соответственно, $h(t)$ – импульсная характеристика низкочастотного эквивалента ЛЧП. Предполагается, что параметры модели L , C_k , t_k , φ_k являются независимыми случайными величинами. При этом все C_k имеют одинаковое распределение, величины t_k имеют равновероятное распределение на интервале наблюдения, а величины φ_k равновероятно распределены на интервале $[0, 2\pi)$. Величина L предполагается распределенной по закону Пуассона с параметром γ , представляющим собой среднее число импульсов на интервале наблюдения.

При анализе помехоустойчивости Белло и Эспозито предполагали, что отдельные импульсы не перекрываются во времени. Случай, когда отдельные импульсы помехи перекрываются, но недостаточно часто, чтобы использовать аппроксимацию гауссовским СП, рассмотрены в [12, 13].

Модель Шейвера, Хэтфилда и Ханга (Shaver, Hatfield, and Hang)

Данная модель использует марковский подход к описанию промышленных шумов и представляет помеху в виде суммы [20]

$$z(t) = n(t) + \gamma(t), \quad (24)$$

где $n(t)$ - фоновый гауссов шум, $\gamma(t)$ - СП, описывающий импульсный шум, который представляется в виде цепи Марков с двумя состояниями "а" и "б":

$$\begin{aligned} \gamma(t) &= 0 && \text{с вероятностью } p(a), \\ \gamma(t) &= n_1(t) && \text{с вероятностью } p(b), \end{aligned} \tag{25}$$

здесь $n_1(t)$ - комплексный гауссов СП, дисперсия которого по сравнению с дисперсией фонового гауссового шума может быть достаточно большой, а вероятность $p(b)$ - относительно мала. Данная модель иногда называется «Little Gauss – Big Gauss» модель и достаточно часто используется при анализе систем передачи данных.

Модели Миддлтона (Middlton)

В работах [14-18] рассмотрена одна из наиболее общих ситуаций, учитывающая совместное действие взаимно независимых широкополосной шумовой гауссовской помехи и импульсной негауссовской. При этом для ИП используется следующая физическая модель: предполагается, что имеется неограниченное число потенциальных источников помех, случайно распределенных в пространстве по пуассоновскому закону и излучающих импульсы со случайными параметрами (амплитудами, длительностями, частотами заполнения и т.д.), причем моменты появления импульсов во времени также подчиняются пуассоновскому распределению. Физически это означает, что источники импульсных помех независимы как по пространству, так и по времени. Эта модель предлагается для описания ИП как естественного, так и искусственного происхождения.

В рамках данной модели были получены различные статистические характеристики суммарной помехи, ее огибающей и фазы на выходе ЛЧП для трех классов ИП:

- ИП класса А – создаваемые импульсами, ширина спектра которых не превышает полосу пропускания ЛЧП (narrowband interference), так что переходные процессы пренебрежимо малы, и форма импульсов практически не меняется при прохождении через ЛЧП;

- ИП класса В – создаваемые импульсами, ширина спектра которых больше полосы пропускания линейной части приемника (broadband interference), так что переходные процессы существенны, и форма импульсов существенно искажается при прохождении через ЛЧП;

- ИП класса С – сумма помех классов А и В.

Таким образом, рассматриваемая модель учитывает соотношение между характерными ширинами спектральных (корреляционных) характеристик ИП и частотных (временных) характеристик ЛЧП.

Одномерная плотность вероятностей суммарной помехи $z(t)$ на выходе ЛЧП при действии ИП класса А имеет вид [14-18]:

$$w(z) = e^{-A} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k^2}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_k^2}\right), \quad (26)$$

где $A = \bar{\tau}_p / \bar{T}_p$ – индекс перекрытия ИП, $\bar{\tau}_p$ – средняя длительность импульсов ИП, \bar{T}_p – средний период повторения импульсов ИП; $\sigma_k^2 = \sigma_x^2 \frac{(k/A)\Phi + 1}{\Phi + 1}$; $\sigma_x^2 = \Omega + \sigma_G^2$ – дисперсия (средняя интенсивность, мощность) суммарной помехи; Ω – средняя интенсивность импульсной компоненты; σ_G^2 – средняя интенсивность гауссовской шумовой компоненты; $\Phi = \Omega / \sigma_G^2$ – отношение средних интенсивностей импульсной и шумовой компонент.

В [14-18] использовался параметр $\Gamma' = \sigma_G^2 / \Omega$; здесь и далее используется параметр $\Phi = \Gamma'^{-1}$ во избежание работы с бесконечностью в предельном случае отсутствия импульсной компоненты во входной помехе.

Если ввести в рассмотрение отношение средней интенсивности одного импульса ИП к средней интенсивности шума $\Phi_p = \Phi / A$, то

$$\sigma_k^2 = \sigma_x^2 \frac{k\Phi_p + 1}{A\Phi_p + 1} = \sigma_G^2 (k\Phi_p + 1). \quad (27)$$

Видно, что распределение (26) представляет собой взвешенную сумму гауссовских распределений с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями σ_k^2 , увеличивающимися с ростом k .

Анализ распределения (9) показывает, что по мере уменьшения Φ_p или увеличения A статистика суммарной помехи стремится к гауссовской с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_x^2 . Физически это связано с тем, что возрастание индекса перекрытия A отражает наложение все большего числа импульсов (вследствие увеличения числа активных источников импульсных помех), что приводит к нормализации результирующей ИП согласно центральной предельной теореме теории вероятностей. Уменьшение же параметра Φ_p непосредственно увеличивает удельный вес гауссовского шума в суммарной помехе, что и объясняет наблюдаемую асимптотику.

Распределение фазы суммарной помехи в рассматриваемой модели является равновероятным, а распределение амплитуды описывается суммой рэлеевских распределений [14]:

$$W(|\dot{Z}| > z_0) = e^{-A} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!} e^{-\frac{z_0^2}{\sigma_k^2}}, \quad (28)$$

Вид ДЗР и ИЗР огибающей ИП для модели Миддлтона класса А приведен на рисунках 4 и 5 для различных значений параметров Φ_p и A при $\sigma_G^2=1$.

Аналитические выражения для статистических характеристик суммарной помехи применительно к модели В являются более сложными и приведены, например, в [14], [17]. Так плотность вероятностей суммарной помехи $z(t)$ на выходе ЛЧП при действии ИП класса В имеет вид:

$$w(z) = \frac{e^{-\frac{z^2}{\Omega}}}{\pi\sqrt{\Omega}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} A_{\alpha}^k \Gamma\left(\frac{k\alpha+1}{2}\right) F\left(\frac{-k\alpha}{2}; \frac{1}{2}; \frac{z^2}{\Omega}\right), \quad (29)$$

здесь закон распределения помехи зависит от трех параметров $\alpha, A_{\alpha}, \Omega$. Функция $F(\cdot)$ представляет собой обобщенную гипергеометрическую функцию [19]. Параметр Ω является нормирующим коэффициентом и $\Omega=1$, в случае, когда нормировка осуществляется к энергии компоненты АБГШ. Параметр α зависит как от характеристик источника импульсных помех, так и от характеристик ЛЧП. В свою очередь A_{α} зависит от A и α [16].

Соответственно интегральный ЗР огибающей для модели В имеет вид

$$W(|\dot{Z}| > z_0) = \exp\left(-\frac{z_0^2}{\Omega}\right) \left\{ 1 - \frac{z_0^2}{\Omega} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} A_{\alpha}^k \Gamma\left(1 + \frac{k\alpha}{2}\right) F\left(1 - \frac{k\alpha}{2}; 2; \frac{z_0^2}{\Omega}\right) \right\}, \quad (30)$$

и может быть использован для сравнения теоретических и экспериментальных результатов.

В частном случае, когда $\alpha = 1$, для модели класса В, в соответствии с [16]

$$w(z) \approx \frac{2A_{\alpha}\sqrt{\Omega}}{\pi(4z^2 + \Omega A_{\alpha}^2)}, \quad (31)$$

и

$$W(|\dot{Z}| > z_0) \approx \frac{1}{\sqrt{1 + 4z_0^2/(\Omega A_{\alpha}^2)}}. \quad (32)$$

Полученные результаты соответствуют модели Холла для $\theta = 2, \gamma = \frac{A_{\alpha}\sqrt{\Omega}}{2}$ и позволяют дать физическую трактовку данной модели. Выражения (31) и (32) обеспечивают хорошую аппроксимацию некоторых экспериментальных результатов при $A_{\alpha} \geq 1$.

Модель стробированного гауссовского шума (gated Gaussian' noise)

В [20] описана модель стробированного гауссовского шума, представляющая собой сумму дискретного АБГШ $n_g(l)$ с дисперсией σ_n^2 и шумовых гауссовых импульсов $n_p(l)$ с дисперсией $\sigma_p^2 \gg \sigma_n^2$:

$$n_{\Sigma}(l) = n_g(l) + n_p(l). \quad (33)$$

Основными параметрами, описывающими данный вид помехи являются: параметр μ , характеризующий относительное время, присутствия ИП и являющийся аналогом параметра A в модели Миддлтона, параметр $\alpha = \sigma_p^2 / \sigma_n^2$ и являющийся аналогом параметра $\Phi = \Gamma^{-1}$ в модели Миддлтона и дисперсии σ_n^2 и σ_p^2 .

Модели на основе SaS-процессов (Symmetric alfa-stable - SaS)

SaS-процессы определяются через характеристическую функцию, которая может быть представлена в виде [21, 22, 23]:

$$\phi(\omega) = \exp(j\omega\delta - \gamma|\omega|^\alpha), \quad (34)$$

где показатель экспоненты α характеризует уровень «хвостов» ЗР, γ - зависит от дисперсии, δ - определяет точку симметрии в ЗР. Основная проблема при использовании SaS-процессов заключается в том, что для ДЗР, определяемого выражением

$$w(x, \alpha, \gamma, \delta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{j\omega\delta - \gamma|\omega|^\alpha\} \exp\{-j\omega x\} d\omega, \quad (35)$$

в общем случае отсутствуют законченные аналитические решения. Исключение составляют частные случаи, когда $\alpha = 2$ (ЗР Гаусса), $\alpha = 1$ (ЗР Коши) и $\alpha = 0.5$ (ЗР Пирсона).

В случае, когда суммарная помеха представляет собой сумму АБГШ и импульсного SaS-процесса

$$n_{\Sigma}(l) = n_g(l) + n_{\alpha}(l), \quad (36)$$

характеристическая функция суммарного процесса может быть представлена в виде

$$\phi(\omega) = \exp\left(-\frac{\sigma_g^2 \omega^2}{2} - \gamma|\omega|^\alpha\right), \quad (37)$$

где σ_g^2 - дисперсия АБГШ.

Методы оценки параметров SaS-процессов рассмотрены, например, в [24].

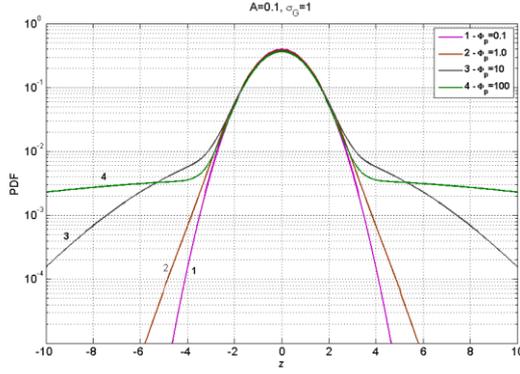


Рисунок 4

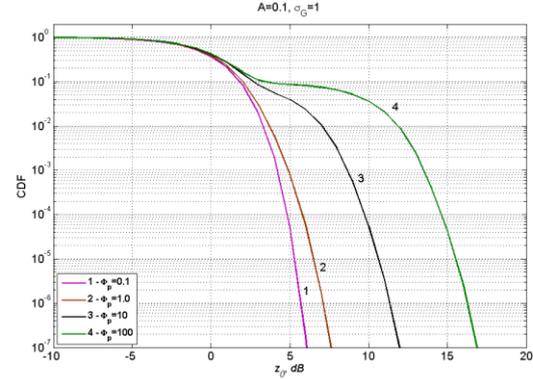


Рисунок 5

Модель Леммона (Lemmon)

В рамках данной модели суммарная помеха представляется в виде суммы трех компонент: белого гауссовского шума, узкополосных квазигармонических помех и широкополосных импульсных помех. При этом комплексная огибающая суммарной помехи может быть представлена в виде [24]

$$\dot{Z}(t) = \dot{G}(t) + \sum_{k=1}^{K_p} A_k \exp(j(\Delta\omega_k t + \varphi_k)) + \sum_{n=1}^{N_p} B_n \frac{\sin 2\pi\Delta F(t - t_n)}{(t - t_n)} \exp(j\omega_0 t_n), \quad (38)$$

где $\dot{G}(t)$ - комплексная огибающая эквивалентного белого гауссова шума на выходе линейной части приемника (ЛЧП); K_p - количество узкополосных помех на выходе ЛЧП, $\Delta\omega_k = \omega_k - \omega_0$ отстройка частоты k -ой узкополосной помехи от несущей частоты ω_0 , A_k и φ_k - амплитуда и фаза k -ой узкополосной помехи, N_p - количество импульсных помех на интервале наблюдения, t_n - время прихода n -го импульса, B_n - амплитуда n -го импульса, ΔF - полоса пропускания ЛЧП. Множитель $\sin(x)/x$ описывает реакцию (импульсную характеристику) ЛЧП на отдельный импульс помехи, который на входе ЛЧП представляется в виде дельта-функции.

Частота и фаза узкополосных помех статистически независимы и распределены равномерно. Амплитуда узкополосных помех описывается законом распределения Холла

$$w(A) = (\theta_A - 1) \gamma_A^{\theta_A - 1} \frac{A}{(A^2 + \gamma_A^2)^{(\theta_A + 1)/2}}, \quad (39)$$

$$W(A < A_0) = 1 - \frac{\gamma_A^{\theta_A - 1}}{(A_0^2 + \gamma_A^2)^{(\theta_A - 1)/2}}. \quad (40)$$

Здесь параметры γ_A , θ_A подбираются по результатам экспериментальных измерений.

Обратная функция

$$A(W) = \gamma_A \left[(1-W)^{2/(1-\theta_A)} - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (41)$$

позволяет формировать случайные величины с ЗР Холла на основе случайных величин W , имеющих равномерный ЗР в пределах от 0 до 1, что удобно при моделировании на ЭВМ.

Распределение пиковых значений импульсов также может быть описано с помощью выражений подобных ЗР Холла

$$w(B) = \begin{cases} \frac{1-\theta_B}{(B_{\max}^2 + \gamma_B^2)^{(1-\theta_B)/2} - \gamma_B^{(1-\theta_B)}} \frac{B}{(B^2 + \gamma_B^2)^{(\theta_B+1)/2}}, & 0 \leq B \leq B_{\max}, \\ 0, & B > B_{\max} \end{cases}, \quad (42)$$

$$W(B < B_0) = \frac{(B_0^2 + \gamma_B^2)^{(1-\theta_B)/2} - \gamma_B^{(1-\theta_B)}}{(B_{\max}^2 + \gamma_B^2)^{(1-\theta_B)/2} - \gamma_B^{(1-\theta_B)}}. \quad (43)$$

Параметры γ_B , θ_B также подбираются по результатам экспериментальных измерений.

Генерировать случайные величины с ЗР (42) и (43) можно используя обратную функцию

$$B(W) = \gamma_B \sqrt{\left\{ W \left[\left(\frac{B_{\max}^2}{\gamma_B^2} + 1 \right)^{(1-\theta_B)/2} - 1 \right] + 1 \right\}^{2/(1-\theta_B)} - 1}, \quad (44)$$

на основе случайных величин W , имеющих равномерный ЗР в пределах от 0 до 1.

В [25] приводится пример использования данных соотношений для моделирования ИП при $B_{\max} = 2 \cdot 10^{-5}$, $\gamma_B = 1 \cdot 10^{-8}$, $\theta_B = 1.2$, $\gamma_A = 0.3$, $\theta_A = 2$.

Средняя мощность для различных компонент суммарного сигнала может быть определена следующим образом: для компоненты в виде АБГШ

$$P_G = \frac{1}{T} \int_0^T |\dot{G}(t)|^2 dt = \sigma_{GI}^2 + \sigma_{GQ}^2 = 2\sigma^2, \quad (45)$$

для узкополосной помехи, в предположении ортогональности (статистической независимости) отдельных частотных компонент

$$P_{NB} = \sum_k A_k^2, \quad (46)$$

для импульсных помех, пренебрегая эффектами, связанными с перекрытием импульсов,

$$P_{IMP} \cong \frac{2\pi^2 \Delta F}{T} \sum_n B_n^2. \quad (47)$$

Корреляционная функция комплексной огибающей суммарной помехи на выходе ЛЧП имеет вид [24], [25]

$$R(\tau, T) = \frac{1}{T} \int_0^T Z^*(t) \dot{Z}(t + \tau) dt = \left(2\sigma^2 + \frac{2\pi^2 \Delta F}{T} \sum_{n=1}^{N_p} B_n^2 \right) \cdot \delta_0(\tau) + \sum_{k=1}^{K_p} A_k^2 \exp(-k\Delta\omega_k \tau), \quad (48)$$

$$\text{где } \delta_0(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau = 0, \\ 0, & \tau \neq 0. \end{cases}$$

Примеры использования рассмотренных соотношений для моделирования помех при следующих исходных данных: $\sigma = \sigma_{GI} = \sigma_{GQ} = 0.12$, $\sum A_k^2 = 28.13$, $\sum B_n^2 = 1.26 \cdot 10^{-9}$, $\Delta F = 400 \text{ кГц}$, $T = 4 \text{ мс}$. При этом $P_G = 0.0288$, $P_{NB} = 28.13$, $P_{IMP} = 2.52$, то есть отношение мощностей узкополосная помеха/гауссов шум $\frac{P_{NB}}{P_G} \cong 30 \text{ дБ}$, отношение мощностей импульсная помеха/гауссов шум $\frac{P_{IMP}}{P_G} \cong 19 \text{ дБ}$.

Модифицированная модель Левина

Математическое описание импульсного электромагнитного излучения ЭРД может основываться на его представлении в виде эквивалентного случайного импульсного процесса. Рассмотрим усеченную k -тую реализацию импульсного случайного процесса, состоящую из импульсов, расположенных по обе стороны от некоторого «нулевого» импульса, связанного с началом отсчета времени [25]. Будем считать, что случайными параметрами импульсной последовательности являются: амплитуда, длительность, частота заполнения импульса и интервал следования импульсов. Последовательность $2N + 1$ импульсов k -ой реализации может быть записана в виде

$$\xi_N(t) = \sum_{n=-N}^N A_n^{(k)} \nu \left(\frac{t - t_n^{(k)}}{\tau_n^{(k)}} \right) e^{-i\omega_n^{(k)} t}, \quad (49)$$

где $A_n^{(k)} = c_n^{(k)} + js_n^{(k)}$ - случайная комплексная амплитуда импульса;

$t_n^{(k)}$ - случайное время появления импульса (задержка относительно начала отсчета времени);

$\tau_n^{(k)}$ - случайная длительность импульса;

$\omega_n^{(k)}$ - случайная частота заполнения радиоимпульса;

$v(x)$ - финитная функция, описывающая форму импульса и тождественно равная нулю вне интервала $0 \leq x \leq 1$.

Разбивая диапазон возможного изменения частоты заполнения на отдельные поддиапазоны и считая, что в пределах каждого поддиапазона частота заполнения импульсов одинакова и равна средней частоте поддиапазона, можно записать

$$\xi_N(t) = \sum_{m=1}^M e^{-i\omega_m t} \sum_{n=-N}^N A_{nm}^{(k)} v\left(\frac{t - t_{nm}^{(k)}}{\tau_{nm}^{(k)}}\right) = \sum_{m=1}^M \xi_{Nm}(t) e^{-i\omega_m t}, \quad (50)$$

где $\xi_{Nm}(t)$ - случайная последовательность видеоимпульсов, описывающая огибающую радиоимпульсов и соответствующая m -ому частотному поддиапазону.

Спектральная плотность случайной последовательности импульсов в случае, когда случайные последовательности импульсов отдельных частотных поддиапазонов являются статистически независимыми, может быть представлена в виде

$$S_{\xi}(\omega) = \sum_{m=1}^M S_{\xi_m}(\omega - \omega_m), \quad (51)$$

где $S_{\xi_m}(\omega)$ - спектральная плотность случайной импульсной последовательности видеоимпульсов, соответствующих m -му частотному поддиапазону, которая в соответствии с [25] может быть определена как

$$S_{\xi_m}(\omega) = \frac{2}{T} \left[K_m(\omega) + 2 \sum_{p=1}^{\infty} \text{Re } h_{pm}(\omega) \right], \quad (52)$$

где T - среднее значение интервала между импульсами, а в случае независимых случайных параметров импульсного случайного процесса

$$K_m(\omega) = (a_m^2 + \sigma_m^2) K_0(\omega), \quad (53)$$

где a_m, σ_m^2 - соответственно среднее значение и дисперсия случайных амплитуд;

$$K_0(\omega) = \int_0^{\infty} x^2 |g(\omega x)|^2 w_{1\tau}(x) dx, \quad (54)$$

$$g(\omega) = \int_0^1 v(x) e^{-i\omega x} dx, \quad (55)$$

$$h_{pm}(\omega) = (\sigma_m^2 R_{pm} + a_m^2) K_{pm}(\omega) H_{pm}(\omega), \quad (56)$$

$$K_{pm}(\omega) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} xy g(\omega x) g^*(\omega y) w_{2\tau}(x, y; p) dx dy, \quad (57)$$

$$H_{pm}(\omega) = m_1 \left\{ \exp \left[-i\omega (t_{nm}^{(k)} - t_{jm}^{(k)}) \right] \right\}. \quad (58)$$

Выше использовались следующие обозначения: $p = n - j$, R_p - коэффициент корреляции амплитуд импульсов, отстоящих друг от друга на p , $w_{1r}(x), w_{2r}(x, y; p)$ - одномерная и двумерная функции распределения длительности импульсов.

Как следует из приведенных соотношений, спектр импульсного случайного процесса зависит от одномерного и двумерного законов распределения длительности импульсов, формы импульса, а также от среднего, дисперсии и коэффициента корреляции случайных амплитуд. При этом форма спектра не зависит от вида функции распределения этих амплитуд.

Марковские модели негауссовских помех

Математическая модель негауссовского случайного процесса $z(t)$ на основе марковского представления может быть записана в форме порождающего дифференциального уравнения, например, следующего вида [26]

$$\frac{dz(t)}{dt} = f(z(t)) + n_0(t), \quad (59)$$

где $n_0(t)$ - белый шум с корреляционной функцией $R(t, t') = K\delta(t - t')$, $f(z)$ - известная функция, в общем случае нелинейная. Для линейной функции $f(z)$ ЗР процесса $z(t)$ будет гауссов.

Взаимосвязь ДЗР $w(z)$ с видом функции $f(z)$ описывается соотношением

$$f(z) = \frac{K}{2} \frac{d}{dz} [\ln w(z)]. \quad (60)$$

3. Законы распределения интервала следования импульсов

Отдельные импульсы случайной импульсной помехи следуют друг за другом со случайным интервалом. Для описания статистических характеристик интервала следования импульсов могут быть использованы различные законы распределения. При этом данный интервал может быть описан как в непрерывном, так и в дискретном времени.

Геометрический ЗР

Одним из простейших способов описания случайных моментов появления импульсов помехи является использование геометрического ЗР. В этом случае предполагается, что происходят последовательные независимые статистические испытания, в каждом из которых некоторое событие A происходит с вероятностью p и не происходит с вероятностью $q = 1 - p$. При этом число проведенных испытаний X до появления события A является случайной величиной с геометрическим ЗР:

$$P(X = k) = (1 - p)^{k-1} p, \quad (61)$$

имеющей математическое ожидание $MO[X] = 1/p$ и дисперсию $D[X] = (1 - p)/p^2$.

Биномиальный ЗР (распределение Бернулли)

Описывает вероятность того, что при проведении n независимых статистических испытаний (с возвратом) событие A , имеющее вероятность p , произойдет X раз

$$P(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}, \quad (62)$$

при этом математическое ожидание $MO[X] = np$, а дисперсия $D[X] = np(1 - p)$.

Закон распределения Пуассона (Poisson)

ЗР Пуассона иногда называют законом редких событий, поскольку он может быть получен из биномиального ЗР при $n \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$, при условии, что $np = \lambda = const$,

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (63)$$

где λ - параметр ЗР Пуассона, характеризующий среднюю интенсивность событий.

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины равны $MO[X] = D[X] = \lambda$.

В случае непрерывного времени ДРЗ Пуассона принимает вид [27]

$$w(T_p) = \lambda e^{-\lambda T_p}, \quad T_p \geq 0, \quad (64)$$

где T_p - интервал следования импульсов.

Обобщенный закон распределения Пуассона

Логарифмическое представление обобщенного ЗР Пуассона для интервала следования импульсов имеет вид [28]

$$w(T_p) = \frac{10^{a_1}}{\ln(10)} T_p^{(a_4-1)} 10^{\frac{a_4}{\ln(a_2)} (a_2)^{\lg_{10}(T_p) - a_3}}, \quad (65)$$

где $T_p = \frac{t}{100 ns}$; a_1 - нормирующая константа, a_2 - определяет радиус кривизны ЗР в максимуме; a_3 - определяет положение максимума ЗР, a_4 - представляет собой наклон кривой ЗР в начале координат.

При этом среднее значение интервала следования импульсов будет равно

$$\bar{T}_p = \frac{\ln(10) \lg a_2}{10^{a_1} \Gamma\left(\frac{a_4+1}{\lg a_2}\right) \left[\ln\left(10^{\frac{a_4}{(a_2)^{a_3} \ln a_2}}\right)\right]^{\frac{a_4+1}{\lg a_2}}}. \quad (66)$$

Закон распределения Парето (Paréto)

ЗР Парето или гиперболический закон распределения имеет вид

$$w(T_p) = \begin{cases} \frac{kT_0^k}{T_p^{k+1}}, & T_p \geq T_0, \\ 0, & T_p < T_0, \end{cases} \quad T_0 > 0, \quad k > 0, \quad (67)$$

где T_0 - масштабный нормирующий параметр, k - параметр формы.

Интегральный ЗР интервала следования [28] в данном случае будет

$$W(T_p < T) = 1 - (T_0/T)^k, \quad \forall T \geq T_0, \quad (68)$$

а математическое ожидание и дисперсия интервала следования будут соответственно

$$MO[X] = \frac{kT_0}{k-1}, \quad D[X] = \left(\frac{T_0}{k-1}\right)^2 \frac{k}{k-2}.$$

Закон распределения в виде неполной зета-функции Римана (Riemann)

В этом случае ЗР интервала следования импульсов помехи описывается в виде суммы гипер-гармонических функций

$$w(T_p, N) = \sum_{n=1}^N n^{-T_p}. \quad (69)$$

Марковские модели для интервала следования импульсов

Для формирования временного интервала между отдельными импульсами при моделировании весь диапазон изменения интервала следования импульсов разбивают на отдельные поддиапазоны $T_i = [t_{i-1}, t_i)$, $i = 1, 2, \dots, N_s$ [27]. Каждому поддиапазону ставится в соответствие состояние дискретного марковского процесса, переходы между состояниями описываются с помощью диаграммы состояний (Рисунок 6) и вероятностной матрицы переходов

$$\mathbf{P} = \|p_{ij}\| = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1N_s} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2N_s} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{N_s 1} & p_{N_s 2} & \cdots & p_{N_s N_s} \end{vmatrix}, \quad (70)$$

где p_{ij} - вероятность перехода из состояния i в состояние j ,

$$p_{ij} \geq 0, \quad \sum_{j=1}^{N_s} p_{ij} = 1 \quad \forall i = \overline{1, N_s}.$$

Количество состояний N_s выбирается исходя из компромисса между требуемой точностью и сложностью моделирования. На практике обычно ограничиваются 2...4 состояниями.

Внутри каждого интервала T_i время появления импульса подчиняется ДЗР $f_{T_i}(t)$, в качестве которого могут использоваться равномерный ЗР, ЗР Парето или Пуассона.

В последнем случае в предположении, что за время t появляется один импульс, закон распределения Пуассона превращается в экспоненциальный ЗР

$$f_{T_i}(t) = \lambda \exp(-\lambda t), t \geq 0. \quad (71)$$

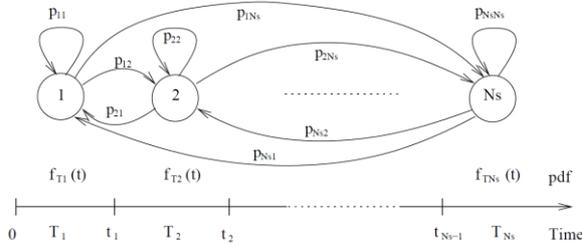
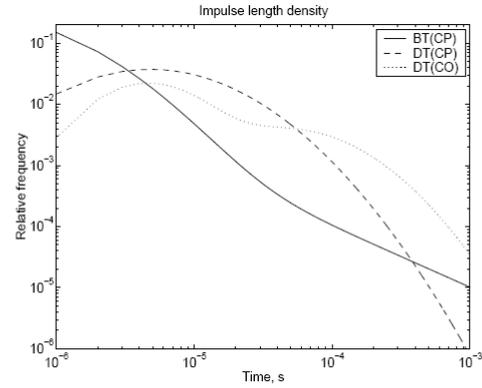


Рисунок 6



Two-component log-normal approximation of impulse length densities.

	B	s_1	τ_1	s_2	τ_2
BT(CP)	0.45	1.25	1.3 μs	21.5	129 μs
DT(CP)	1	1.15	18 μs	-	-
DT(CO)	0.25	0.75	8 μs	1.0	125 μs

Рисунок 7

4. Законы распределения длительности импульсов

Взвешенный логонормальный закон распределения

Как показали экспериментальные исследования [28] ДЗР длительности мпульсов ИП в ряде случаев может быть аппроксимирован взвешенной суммой двух логонормальных ЗР

$$w(\tau_p) = B \frac{1}{s_1 \tau_{p1} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\ln^2(\tau_p/\tau_{p1})}{2s_1^2}\right) + (1-B) \frac{1}{s_2 \tau_{p2} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\ln^2(\tau_p/\tau_{p2})}{2s_2^2}\right), \quad (72)$$

где τ_{p1}, τ_{p2} - медианные значения длительности импульсов, s_1, s_2 - параметры формы логонормальных ЗР.

Примеры аппроксимации экспериментальных данных с помощью данного закона распределения приведены на рисунке 7.

При этом средняя длительность импульсов может быть определена как

$$\bar{\tau}_p = B \exp\left(\mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{2}\right) + (1-B) \exp\left(\mu_2 + \frac{\sigma_2^2}{2}\right), \quad (73)$$

где $\mu_i = \ln(\tau_{pi} f_s)$, $\sigma_i = s_i / f_s$, $i = \overline{1, 2}$, а f_s - частота дискретизации.

5. Анализ результатов экспериментальных измерений

Измерения статистических характеристик излучения ЭРД во временной области проводились для различных типов ЭРД, как в «панорамном» режиме от 0.1 ГГц до 18 ГГц с шагом 80 или 140 МГц, так и для основных частотных диапазонов каналов Земля-КА систем космической связи: в S-диапазоне 2.072-2.1 ГГц и 2.55-2.6 ГГц, в C-диапазоне 5.9-6.4 ГГц, в X-диапазоне 7.145-7.235 ГГц.

Примеры экспериментально полученных ДЗР мгновенных значений синфазной компоненты излучения лабораторного макета ЭРД СПД-100-2 [3] для одного из режимов работы для частот 7.19 и 2.06 ГГц приведены соответственно на рисунках 8 и 10. На этих же графиках с учетом результатов, полученных в [1], приведены некоторые теоретические ЗР для параметров наиболее близких к параметрам экспериментально полученных реализаций.

Сравнение ИЗР амплитудной огибающей излучения ЭРД для тех же диапазонов частот приведено на рисунках 9 и 11.

Как видно из сравнения экспериментальных и теоретических результатов в диапазоне 7.19 ГГц наиболее близкими к экспериментальным результатам являются ДЗР мгновенных значений Миддлттона, Холла, Лапласа и Гильберта (рисунок 8).

Для ИЗР в этом диапазоне частот в области относительно больших значений сигнала с экспериментальными данными хорошо согласуются ЗР Лихтера, Вейбулла и Миддлттона, а в области малых уровней сигнала - ЗР Вейбулла (рисунок 9).

Для диапазона 2.06 ГГц наиболее близкими к ДЗР мгновенных значений синфазной составляющей излучения ЭРД являются ДЗР Миддлттона и Холла (рисунок 10). Причем в области малых значений сигнала оба закона распределения дают хорошее совпадение с экспериментальными результатами. В области средних значений сигналов ЗР Холла оказывается ближе к экспериментальным данным. А в области больших уровней сигнала данные ЗР достаточно сильно отличаются от результатов измерения, формируя верхнюю и нижнюю границы экспериментального ЗР.

В случае ИЗР амплитудной огибающей для диапазона 2.06 ГГц наиболее близкими к экспериментальным результатам оказываются: в области средних и больших уровней сигнала - ЗР Хорнера-Харвуда, Мерца и Вейбулла. Причем в области больших уровней сигнала ЗР Хорнера-Харвуда, Мерца и Вейбулла определяют соответственно верхнюю и

нижнюю границы значений экспериментальных данных. В области малых уровней сигнала наилучшее согласование обеспечивает ЗР Вейбулла. Для квадратурной компоненты мгновенных значений излучения ЭРД результаты в целом совпадают с результатами, полученными для синфазной компоненты.

6. Заключение

Таким образом, сравнение теоретических моделей законов распределения случайных импульсных процессов и экспериментальных результатов для излучения ЭРД показывает, что в настоящее время для описания не может быть рекомендована какая-то одна известная модель.

В зависимости от режима работы ЭРД и используемого частотного диапазона для описания статистических характеристик излучения ЭРД могут использоваться модели Миддлтона, Холла, Мерца, Вейбулла, Лапласа и Гильберта. Причем указанные модели обеспечивают различную точность описания реальных ЗР для различных уровней сигнала.

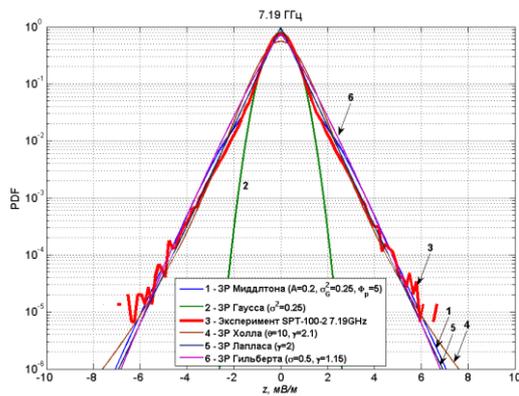


Рисунок 8

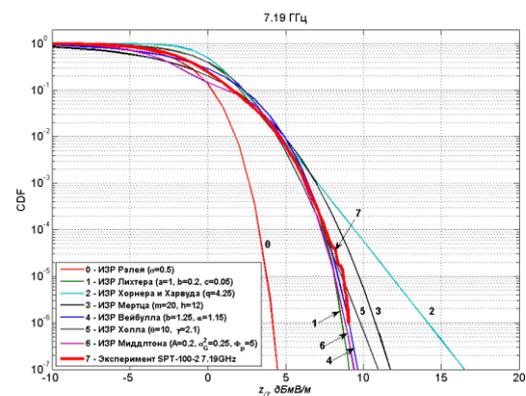


Рисунок 9

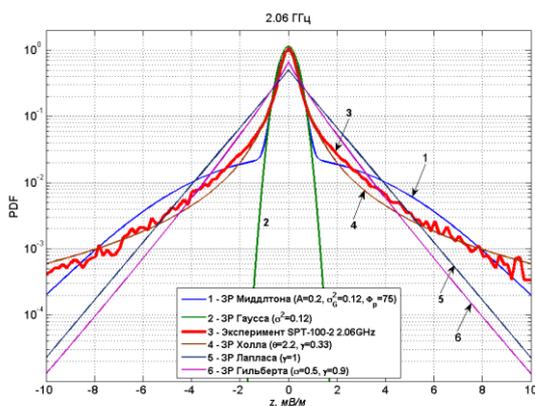


Рисунок 10

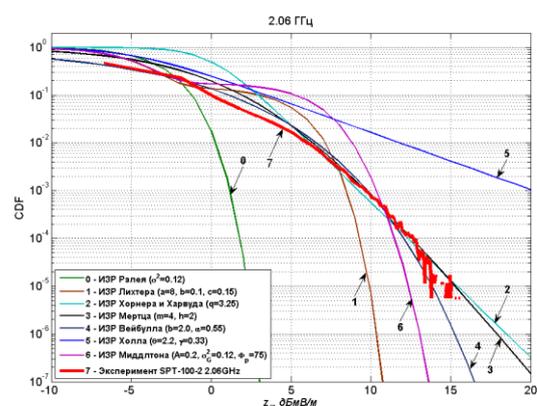


Рисунок 11

6. Библиографический список

1. Важенин Н.А. Эмпирические модели законов распределения импульсных помех от стационарных плазменных двигателей. Электронный журнал "Труды МАИ", 2012, № 59, 15 стр. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?eng=Y&ID=35248>
2. Важенин Н.А., Плохих А.П. Статистические характеристики помех стационарных плазменных двигателей // Тез. докл. "VIII Международного симпозиума по радиационной плазмодинамике РПД-2009", Москва, 8 - 11 декабря 2009 г., с. 24-28.
3. Plokhikh A.P., Vazhenin N.A., Kim V.P., Sidorenko E., Soganova G.V. Study for the Influence of Stationary Plasma Thruster Operating Modes on its Electromagnetic Emission. The 32nd International Electric Propulsion Conference, Wiesbaden, Germany. September 11 – 15, 2011, с.256-258, (695с.). IEPC-2011-094.
4. Hall, H.M., A new model for "impulsive" phenomena: Application to atmospheric-noise communications channels, Stanford University Electronics Laboratories Technical Report No. 3412-8 and 7050-7, 1966, 179 с., SU-SEL-66-052.
5. Furutsu, K., and T. Ishida, On the theory of amplitude distribution of impulsive random noise and its application to the atmospheric noise, Journal of the Radio research Laboratories (Japan), 1960, Vol. &, No. 32, 279-318.
6. Beckmann, P., Amplitude probability distribution of atmospheric radio noise, Radio Science, June 1964, Vol. 68D, 723-735.
7. Ottesen, H., Electromagnetic compatibility of random man-made noise sources, Ph.D. Thesis, Department of Electrical Engineering, Univ. of Colorado, Boulder, CO, 1968, 358 p.
8. Giordano, A.A., and P. Haber, Modeling of atmospheric noise, Radio Science, 1972, Vol. 7, No. 11, pp.1011-1023.
9. Bello P. A., Esposito R. A New Method for Calculating Probabilities of Error Due to Impulsive Noise // IEEE Trans. on Communication Technology, 1969, v. Com-17, № 3, p. 368—379.
10. Bello, P.A., and R. Esposito, Error probabilities due to impulsive noise in linear and hard-limited DPSK systems, IEEE Trans. Com. Tech. COM-19, 1971, 14-21.
11. Овчинников Л.М. Помехоустойчивость когерентных приемников ФТ и АТ при квазиимпульсных помехах. «Радиотехника», 1973, т. 28, №10, стр. 2-6.

12. Richer, W.J., and T.I. Smits, Numerical evaluation of Rice's integral representation of the probability density function for Poisson impulsive noise, *J. Acoust. Soc. Am.* 56. No. 2, 481-496.
13. Middleton D. Statistical-Physical Models of Electromagnetic Interference // *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 1977, v. EMC-19, № 3, p. 106— 127.
14. Middleton D. Procedures for Determining the Parameters of the First-Order Canonical Models of Class A and Class B Electromagnetic Interference // *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 1979, v. EMC-21, № 3, p. 190 - 208.
15. Middleton D. Canonical and Quasi-Canonical Probability Models of Class A Interference // *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 1983, v. EMC-25, № 2, p. 76 - 106.
16. Middleton D. Canonical Non-Gaussian Noise Models: Their Implications for Measurement and for Prediction of Receiver Performance // *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 1979, v. EMC-21, № 3, p. 209 - 220.
17. Волковский А.С., Важенин Н.А.. Помехоустойчивость систем цифровой передачи информации при совместном воздействии шумовых и импульсных помех. Вестник Московского авиационного института, № 6, 2010 г., т. 17. Издательство МАИ, стр. 109-119.
18. Abramowitz M., Stegun I.A., *Handbook of Mathematical Functions*, U.S. Dept. of Commerce, National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, No. 55, 1964, 344 с.
19. Suraweera H. A., Chai C., Shentu J., Armstrong J., "Analysis of Impulse Noise Mitigation techniques for Digital Television Systems", in *Proc. 8th International OFDM Workshop (InOWo '04)*, Hamburg, Germany, September 2003, pp. 172-176.
20. Shao M., Nikias C.L., Signal processing with fractional lower order moments: Stable processes and their applications, *Proc. IEEE*, July 1993, vol. 81, No. 7, pp. 986-1010.
21. Ambike S., Ilow J., Hatzinakos D., "Detection for Binary Transmission in a Mixture of Gaussisn Noise and Impulsive Noise Modeled as an Alpha-Stable Process", *IEEE Signal Processing Letters*, Vol.1, No.3, March 1994, 55-57.
22. Tsihrintzis G.A., Nikias C.L.. Fast estimation of the parameters of alfa-stable impulsive interference using asymptotic extreme value theory. 0-7803-2431-5/95. IEEE 1995. pp.1840-1843.
23. Lemmon J.J. Wideband model of man-made HF noise and interference. *Radio Science*, 1997, Vol. 32, No. 2, pp. 525-539.

24. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Радио и связь, 1989, 656 с.
25. Расчет помехоустойчивости систем передачи дискретных сообщений: Справочник/ Коржик В.И., Финк Л.М., Щелкунов К.Н.: Под ред. Л.М.Финка. -М., Радио и связь, 1981, 231с.
26. Nedev N.H.. Analysis of the Impact of Impulse Noise in Digital Subscriber Line Systems. A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy. The University of Edinburgh. March 2003.
27. Moeuyaert V., Mégret P., Froidure J.-C., Robette L., Blondel M., Analytical formulation of the error probability of a QPSK transmission impaired by the joint action of Gaussian and impulse noise, Second IASTED International Conference on Communication Systems and Networks, Benalmadena, Spain, August 2003, pp. 381-385.
28. Henkel W., Kesler T. A Wideband Impulsive Noise Survey in the German Telephone Network: Statistical Description and Modeling. AEU, 1994, Vol. 48, No. 6, p. 277-288.