

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЛЬСАЦИОННЫХ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ В ДИСКОВОМ ГЕНЕРАТОРЕ ГАРТМАНА

**А.И. Соколов, И.Э. Иванов**

*Представлено численное моделирование нестационарного течения идеального газа в дисковом генераторе Гартмана. Проведено исследование влияния глубины резонатора на амплитудные и частотные характеристики параметров течения. Проведено сравнение частотных характеристик полученных при численном моделировании двумерного течения газа с результатами, полученными в акустическом линейном приближении.*

Одним из интересных технических приложений, связанных с пульсациями давления, является газоструйный излучатель звука, впервые экспериментально исследованный Гартманом [1]. Им было обнаружено (1919г.), что если истекающая из сверхзвукового сопла стационарная струя натекает на преграду - трубку, открытый конец которой направлен навстречу струе, то наблюдаемое при этом течение может быть как стационарным, так и пульсирующим. При пульсирующем процессе в такой системе происходят сильные колебания давления, генерирующие звук большой интенсивности. Классический генератор Гартмана представляет собой конструкцию, состоящую из сверхзвукового осесимметричного сопла и полузамкнутой цилиндрической полости (резонатора), оси которых совпадают. Сверхзвуковая струя, втекающая в резонатор, в зависимости от внутренних размеров системы и параметров потока, реализует мощные автоколебания.

Кроме классического генератора Гартмана с цилиндрическим резонатором сейчас известны другие конструкции пульсирующих генераторов (ПГ), из которых наибольший интерес представляют генераторы с резонаторами, сужающимися в направлении дна. Привлекательность их связана с эффектом усиления ударной волны в таких резонаторах по мере её приближения к донной части [2-4]. В таких модифицированных генераторах Гартмана наблюдаются более высокие амплитуды колебаний давления в резонаторе. Для конусообразных резонаторов максимальное значение статического давления может в несколько раз превышать давление торможения струи. Интересным экспериментальным результатом является и то, что в донной части резонаторов зафиксировано превышение

среднего давления над давлением торможения струи. Наиболее высокие величины давлений и амплитуд колебаний давления были получены в конических (с полууглом раскрытия 5-10) резонаторах .

Аналогичными свойствами усиления ударной волны, как у ПГ с коническим резонатором обладает радиальный ПГ с дисковым резонатором. В таких ПГ источником энергии для возбуждения и поддержания пульсаций в полости резонатора, образованного двумя дисками, служит щелевая кольцевая струя, направленная радиально к центральной оси симметрии резонатора. Здесь также получено превышение среднего давления над давлением торможения струи и высокие величины амплитуд колебаний давления [5].

В последнее время благодаря развитию вычислительной техники и численных методов увеличивается количество расчётных работ, моделирующих нестационарные течения, и в том числе в генераторе Гартмана. Численное моделирование позволяет получить полную картину течения в рамках рассматриваемой модели и детально исследовать её структуру. Так в работе [6] получено, что и в области между выходным сечением сопла и срезом резонатора наблюдаются значительные пульсации давления. Сравнение частоты пульсаций в резонаторе полученных при расчете и по формуле линейного акустического приближения дает, что при численном моделировании частота несколько ниже. В работе [7] проведено численное моделирование вязкого газа в генераторе. Здесь также подтверждается, что при моделировании частота пульсаций несколько ниже, чем рассчитанная по формуле линейного акустического приближения. Эти расхождения уменьшаются при увеличении глубины резонатора. Подобные результаты получены и в эксперименте [8].

Расчётные исследования радиального ПГ, авторы ранее представляли в работах [9-11]. Подчеркнем, что тогда были получены в численном эксперименте режимы течения, когда пульсации возникают не только на основной моде колебаний, но и на высоких модах. Эти режимы наблюдались, когда срез резонатора был за третьей ячейкой нерасчетности струи. Тогда было показано, что возникновение пульсаций на высоких модах связано с подстройкой внутренних (внутри резонатора) колебаний и внешних (идуших от резонатора вдоль сверхзвуковой струи) колебаний струи. Имеются экспериментальные работы, где так же наблюдались пульсации на первой моде [12]. Интересно, что такой режим был получен в эксперименте, когда срез резонатора был так же расположен за третьей ячейкой нерасчетности струи.

Целью данной работы является исследование прохождения возмущений по внутреннему и внешнему каналу, и их влияния на характер (частоту и моду) и на интенсивность (амплитуду) колебаний в ПГ.

При моделировании течения в радиальном генераторе Гартмана применялась одна из таких схем: TVD-схема А.Хартена [13], в которой оператор сглаживания обеспечивает строгую монотонность.

Для моделирования двумерного нестационарного течения идеального газа рассматривались двумерные уравнения Эйлера:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = Q$$

$$f = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho + \rho^2 \\ \rho uv \\ \rho \left( e + \frac{p}{\rho} \right) \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho + \rho v^2 \\ \rho v \left( e + \frac{p}{\rho} \right) \end{bmatrix} \quad Q = -k \frac{\rho v}{y} \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ v \\ \left( e + \frac{p}{\rho} \right) \end{bmatrix}$$

(1)

где

$$e = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2}$$

(2)

Здесь  $\rho$  - плотность газа;  $p$  - его давление;  $u, v$  -  $x$ - и  $y$ - компоненты скорости;  $x, y$  - декартовы координаты;  $\gamma = c_p / c_v$  - отношение удельных теплоёмкостей.

Для расчёта на ортогональной сетке с разгонкой шага вводились преобразования:

$$t = t, x = x(x), h = h(y). \tag{3}$$

В координатах  $(x, h)$ , систему уравнений (1) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + x_x \frac{\partial F}{\partial x} + h_y \frac{\partial G}{\partial h} = Q$$

(4)

Решение системы уравнений (4) на временном шаге по времени записывается в следующем оперативном виде:

$$f^{n+2} = L_x L_h L_s L_s L_h L_x f^n, \tag{5}$$

где

$$L_x = f_{i,j}^{n+1/2} = f_{i,j}^n - \lambda_x \left( F_{i+1/2,j}^n - F_{i-1/2,j}^n \right), \tag{6a}$$

$$\hat{L}_n: f_{i,j}^{n+1/2} = f_{i,j}^{n-1/2} - \lambda_n (G_{i,j}^n - F_{i,j}^n) \quad (6b)$$

$$L_s: f_{i,j}^{***} = f_{i,j}^{**} - DtQ(f_{i,j}^{**}) \quad (6c)$$

$$f_{i,j}^{n+1} = [f_{i,j}^{**} + f_{i,j}^{***} - DtQ(f_{i,j}^{***})] / 2 \quad (6d)$$

где  $i, j$  - узел расчётной сетки,  $n$  - номер временного слоя,

$$\lambda_x = \frac{Dx}{Dt} \quad \lambda_h = \frac{Dh}{Dt}$$

, , - размер расчётной ячейки по направлениям  $x$  и  $h$  соответственно, а  $t$  - временной шаг интегрирования. Симметричный вид оператора выбирается для сохранения второго порядка точности по времени. Отметим, что в случае решения плоской двумерной задачи оператор  $L_s$  опускается.

Модифицированные потоки  $F_{i\pm 1/2,j}^l$  и  $G_{i\pm 1/2,j}^l$  определяются следующим образом:

$$\hat{F}_{i\pm 1/2,j}^l = \frac{1}{2} \left[ (a_x^l)_i [F_i + F_{i\pm 1}] + \sum_{l=1}^4 \left\{ g_i^l + g_{i\pm 1}^l - Q((a_x^l)_{i\pm 1/2}^l + g(a_{i\pm 1/2}^l) a_{i\pm 1/2}^l) \right\} (R_x^l)_{i\pm 1/2}^l \right] \quad (7a)$$

$$\hat{G}_{i\pm 1/2,j}^l = \frac{1}{2} \left[ (a_h^l)_i [G_i + G_{i\pm 1}] + \sum_{l=1}^4 \left\{ g_i^l + g_{i\pm 1}^l - Q((a_h^l)_{i\pm 1/2}^l + g(a_{i\pm 1/2}^l) a_{i\pm 1/2}^l) \right\} (R_h^l)_{i\pm 1/2}^l \right] \quad (7b)$$

где:  $(a^1, a^2, a^3, a^4) = (u-c, u, u+c, u)$  и  $(a^1, a^2, a^3, a^4) = (u-c, u, u+c, u)$  - собственные значения

Якобианов

$$A = \chi_x \frac{\partial F}{\partial f} \quad \text{и} \quad A = h_y \frac{\partial G}{\partial f} \quad (8)$$

соответственно. Индекс  $i$  соответствует  $x$  - координате,  $j$  -  $h$  - координате. Вторые нижние индексы в формулах опущены.

Матрицы перехода  $R$  и  $R^{-1}$  в системе координат  $(x, h)$  имеют следующий вид:

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ u-c & u & u+c & 0 \\ v & v & v & -1 \\ H-uc & (u^2+v^2)/2 & H+uc & -v \end{bmatrix}$$

(9a)

$$R_x^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(b_1+u/c) & -\frac{1}{2}(b_2u+c) & -\frac{1}{2}b_2u & \frac{1}{2}b_2 \\ 1-b_1 & b_2u & b_2v & -b_2 \\ \frac{1}{2}(b_1-u/c) & -\frac{1}{2}(b_2u-c) & -\frac{1}{2}b_2u & \frac{1}{2}b_2 \\ v & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (9b)$$

где  $H = c^2/(-1) + (u^2+v^2)/2$ ,

$b_1 = b_2(u^2+v^2)/2$ ,

$b_2 = (-1)/c^2$ ,

Аналогично выглядят и матрицы перехода  $R$  и  $R^{-1}$ , заменяя в (9) на .

Ограничения на шаг по времени определяется соотношением:

$$\tau \leq \min_{i,j} \left\{ \left( \frac{\xi_x \Delta \xi}{|u|+c} \right)_{i,j}, \left( \frac{\eta_y \Delta \eta}{|v|+c} \right)_{i,j} \right\} \quad (10)$$

Общая схема рассматриваемого радиального генератора представлена на рис.1. Генератор состоит из щелевого кольцевого сопла (1), радиального резонатора, состоящего из диска (2) и торцевого цилиндра (3). Ось симметрии резонатора перпендикулярна плоскости симметрии. Плоскости симметрии резонатора и сопла совпадают. Радиальный генератор, в целом, характеризуется следующими геометрическими параметрами: высота выходного сечения сопла -  $H$ ; радиус сопла -  $R$ ; ширина резонатора -  $h$ ; радиус диска -  $r_2$  и радиус торцевого цилиндра -  $r_1$ .

Величины  $H$  и  $R$  в расчётах не изменялись:  $H=1\text{мм}$ ,  $R=30\text{мм}$ ,  $h=1.25$ , а параметры резонатора принимали следующие значения:  $r_2 = 14, 16\text{мм}$ ;  $r_1 = \text{от } 0 \text{ до } r_2$ .

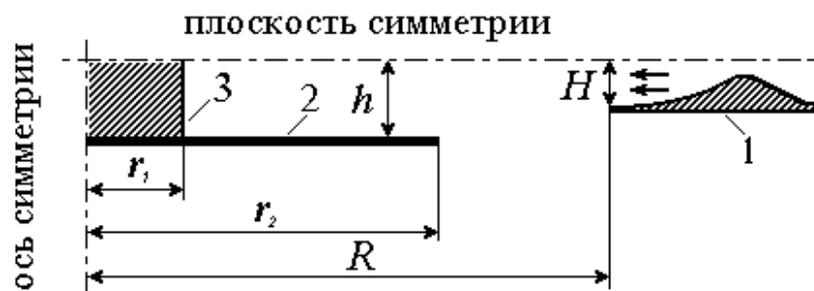


Рис.1 Схема радиального генератора.

Для моделирования газодинамического течения в представленном на рис.1 дисковом генераторе рассматривалась расчётная область, показанная на рис.2.



Рис.2 Схема расчётной области.

Во внутренней области генератора сетка бралась ортогональной и прямолинейной с постоянными шагами  $x$  и  $y$  по обеим осям. Шаг по оси  $X$  был в одних вариантах расчёта в 2, а в других в 4 раза меньше шага по оси  $Y$ :  $x=1/2y$  или  $x=1/4y$ . На рис.2 граница внутренней области обозначена пунктирной линией. Во внешней области шаг сетки увеличивался по обеим осям, с коэффициентом разгонки 1.1 и 1.2.

На рис.2 обозначена граница расчётной области **abcdefghga**. На границах **ab af cd gh hg** моделирующих плоскость симметрии, ось симметрии и твёрдые гладкие стенки ставились условия отражения. Так как все эти границы были прямолинейными постановка граничных условий на них наиболее простые и не вызывают никаких трудностей. Так, например, для границы **ab** условия задавались следующим образом:

$$\rho_{1,j} = \rho_{2,j} ; u_{1,j} = -u_{2,j} ; v_{1,j} = v_{2,j} ; p_{1,j} = p_{2,j}$$

Входная граница **bc** моделировала выходное сечение сверхзвукового сопла. Значения газодинамических параметров в этом сечении задавались постоянными не меняющимися на всём протяжении расчёта:

$$\rho_{i,M0} = \rho(P_0, T_0, n) ; u_{i,M0} = 0 ; v_{i,M0} = v(P_0, T_0, n) ; p_{i,M0} = p(P_0, T_0, n)$$

, где  $P_0$  и  $T_0$  - соответственно давление и температура торможения, а  $n$  - степень нерасчётности струи вытекающей из сопла.

На выходных границах внешней области **de** и **ef** ставились жёсткие условия задающие окружающую атмосферу, если число Маха в приграничной ячейке расчётной сетки было меньше 1 ( $M < 1$ ) или газодинамические параметры экстраполировались из расчётной области на границу, если число Маха было больше 1 ( $M > 1$ ). Например, для выходной границы **ef** условия записывались так:

$$\rho_{N,j} = \rho(P, T) ; u_{N,j} = 0 ; v_{N,j} = 0 ; p_{N,j} = P \quad , \text{если} \quad M_{N-1,j} < 1$$

$$\rho_{N,j} = \rho_{N-1,j} ; u_{N,j} = u_{N-1,j} ; v_{N,j} = v_{N-1,j} ; p_{N,j} = p_{N-1,j} \quad , \text{если} \quad M_{N-1,j} > 1$$

, где  $P_{атм}$  и  $T_{атм}$  - соответственно давление и температура окружающей атмосферы. Вторая строка представляет собой экстраполяцию нулевого порядка. Параметры на границе могли задаваться и экстраполяцией первого или второго порядков. Для большей надёжности правильности численного моделирования в ПГ, при проведении расчётов представленных ниже внешняя граница отдалялась от внутренней расчётной области на 3 калибра.

Известно, что во многих случаях интенсивные автоколебания в пульсирующем генераторе (П.Г.) реализуются на частотах близких к частотам собственных колебаний газа в резонаторе. Поэтому для анализа колебаний получаемых в численном эксперименте, а также для инженерных оценок работы генератора, полезно знать величины собственных частот резонатора. Для их определения проведем следующие математические выкладки.

Для решения задачи на собственные колебания решим волновое уравнение [14]:

$$\Delta\phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (11)$$

где  $\phi$  - потенциал скорости,  $c$  - скорость звука. Решение (11) должно удовлетворять определенным граничным условиям. В радиальном случае удобно перейти в цилиндрическую систему координат, в которой уравнение (11) имеет вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (12)$$

где  $r$  - радиальная координата. В монохроматической волне потенциал скорости имеет вид  $\phi = e^{-i\omega t} \cdot F(r)$ , и таким образом для функции  $F(r)$  получаем уравнение:

$$F'' + \frac{1}{r} F' + k^2 F = 0 \quad (13)$$

где  $k = \omega/c$  - волновое число ( $\omega$ - круговая частота). Заменой переменной  $r$  на  $z = k \cdot r$

уравнение (13) упрощается:

$$G'' + \frac{1}{z} G' + G = 0 \quad (14)$$

где  $G(z) = F(r)$ .

Общим решением этого дифференциального уравнения является линейная комбинация функций Бесселя  $J_0(z)$  и Неймана  $N_0(z)$  нулевых порядков [14]:

$$G(z) = aJ_0(z) + bN_0(z)$$

, откуда получаем:

$$F(r) = aJ_0(kr) + bN_0(kr) \quad (15)$$

Функция  $F(r)$ , как видно, имеет три свободных параметра  $a$ ,  $b$ ,  $k$  и для их определения требуется три условия.

Первое граничное условие берется из условия непротекания на дне резонатора  $v=0$ .

По определению функции потенциала скорости  $v = \partial\phi/\partial r$  получаем условие:

$$\frac{\partial F}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = 0$$

Второе граничное условие определяет узел по давлению на срезе резонатора:

$$\frac{\partial p'}{\partial t} \Big|_{r=r_{12}} = 0$$

где  $p'$  - отклонение величины давления от среднего значения. Откуда выражая  $p'$

через функцию  $\phi$  получаем:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \Big|_{r=r_{12}} = 0 \quad \text{или} \quad F(r_2) = 0$$

Третье условие - произвольное условие нормировки:

$$F(r_1) = 1$$

Окончательно получаем следующую систему для определения  $a$ ,  $b$

и  $k$ :

$$\begin{aligned} aJ_1(kr_1) + bN_0(kr_1) &= 0 \\ aJ_0(kr_2) + bN_0(kr_2) &= 0 \\ aJ_0(kr_1) + bN_0(kr_1) &= 1 \end{aligned} \quad (16)$$

Аналитическое решение этой системы получается в случае если  $r_1=0$ , тогда имеем  $b=0$  (т.к.  $N_0(0)=-\infty$ ),  $a=1$ ; и для определения  $k$  имеем уравнение:

$$J_0(kr_2) = 0 \quad (17)$$

которое в асимптотическом приближении функции Бесселя:

$$J_0(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{\cos(z) - \pi/4}{\sqrt{z}}$$

легко решается:

$$\cos(kr_2 - \pi/4) = 0,$$

$$kr_2 - \pi/4 = \pi/2 + \pi n, n = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

Откуда для частоты собственных колебаний  $f=kc/2\pi$  получаем:

$$f_n = \frac{3+4n}{8} \cdot \frac{c}{r} \quad ; n = 0, 1, 2, \dots \quad (19)$$

где  $n=0$  отвечает основной частоте (моде) собственных колебаний,  $n = 1$  - первой моде и т.д. Соответственно для 0-ой, 1-ой, 2-ой, и последующих мод числа Струхала  $Sh = fr_2 / c$  равны:

$$Sh = 3/8, 7/8, 11/8, 15/8, \text{ и т.д.} \quad (20)$$

В данной работе система (16) в общем случае решена численно для любого набора параметров  $r_1, r_2$  при использовании сервисной программы *MatCad* на персональном компьютере. В табл.1 представлены значения чисел Струхала

$$Sh = fl/c \quad (l = r_2 - r_1)$$

для первых 4-х мод собственных колебаний газа в резонаторе. Здесь же даны значения чисел Струхала определенные аналитически для  $r_1 = 0$  (19) и для сравнения приведены числа  $Sh$  для классического (плоский случай) резонатора.

Таблица 1 Значения числа Струхала для различных мод колебаний при разных соотношениях  $r_1$  и  $r_2$ .

		Радиальный резонатор					плоский рез.-ор	
		Аналит. решение	Численное решение				Аналит. решение	
$r_1/r_2$		0.0	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	$\forall$
n								
0		0.375	0.383	0.328	0.297	0.276	0.261	0.250
1		0.875	0.878	0.794	0.770	0.760	0.754	0.750
2		1.375	1.377	1.279	1.263	1.257	1.252	1.250
3		1.875	1.876	1.772	1.759	1.754	1.752	1.750

Отметим, что как и следовало ожидать, при стремлении соотношения  $r_1/r_2$  к 1.0

значения чисел Струхала для радиального резонатора стремятся к значениям чисел для классического (плоского) резонатора.

Из табл.1 можно определить частоту собственных колебаний газа в радиальном резонаторе, зная геометрические параметры  $r_1$  и  $r_2$ , по формуле:

$$f = Sh \cdot \frac{c}{r_2 - r_1} \quad (21)$$

Одним из основных вопросов, возникающих при изучении автоколебаний рассматриваемой газодинамической системы, является вопрос о путях прохождения возмущений.

Ранее в работе [9] были получены (на основе проведённых расчётов) два набора геометрических параметров генератора, соответствующих основной и первой моде колебаний, при расположении среза резонатора в третьей “бочке” натекающей струи. Это хорошо видно из рис.3а-б, где показаны амплитуды колебаний (форма стоячей волны) для этих вариантов. Вариант “В-а”  $H=1\text{мм}$ ,  $R=30\text{мм}$ ,  $h=1.25\text{мм}$ ,  $r_2=14\text{мм}$  (рис.1) относится к основной моде, а “В-б”  $H=1\text{мм}$ ,  $R=30\text{мм}$ ,  $h=1.25\text{мм}$ ,  $r_2=16\text{мм}$ , к первой.

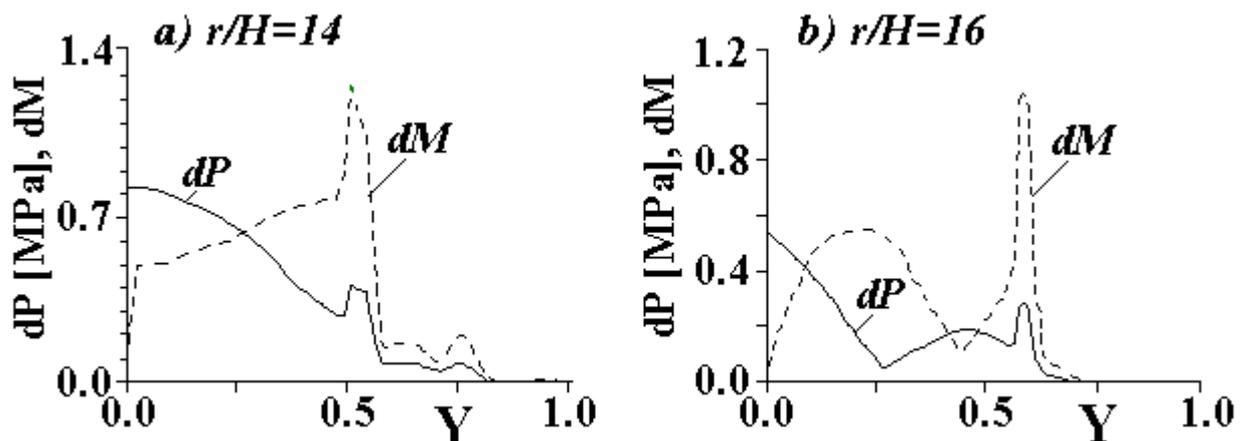


Рис.3а-б Амплитуды колебаний давления (сплошная линия) и скорости (пунктирная линия).

Источником, возмущающим поток, является тормозящий скачок (ТС) перед преградой в силу своей неустойчивости, и таким образом его можно считать за отправную и конечную точку прохождения возмущения. Тогда при определении частоты колебаний в

генераторе мы в уравнении (21) можем за длину канала (глубину резонатора) принять величину  $l = r_2 - r_1 + \Delta L$ , где  $\Delta L$  – длина от среза резонатора до среднего положения ТС.

Ранее рассмотрено движение волн сжатия и разрежения по резонатору. При движении скачка к резонатору возникает волна сжатия, распространяющаяся в глубь резонатора и после отражения от торца возвращающаяся к скачку, отдаляя его от среза резонатора. Далее, при движении скачка от резонатора возникает волна разрежения, также распространяющаяся вглубь резонатора и после отражения от торца также возвращающаяся к ТС. Тем самым мы рассматривали путь прохождения возмущения внутри резонатора (внутренний путь) на основной моде.

Очевидно, что когда колебания в резонаторе происходят на основной моде, то период колебаний складывается из времени прохождения волны сжатия и волны разрежения по этому пути. Большинство авторов, исследовавших течение в газоструйном излучателе Гартмана, рассматривали только этот путь. Другой путь, по которому возмущение, вышедшее из резонатора, движется по пограничному слою или по периферийному (по отношению к сверхзвуковой струе) невозмущенному газу вверх по потоку до среза сопла и воздействующее на струю, считался несущественным.

Однако, как было показано в [10-11] эти возмущения могут оказывать значительное влияние на частоту и моду колебаний в генераторе. Далее, в данной работе было проведено исследование влияния изменения длины внутреннего канала при неизменной длине внешнего канала на амплитудные и частотные характеристики пульсаций давления в резонаторе.

В двух сериях расчетов в данной работе при фиксированных параметрах, варьировался только один параметр – радиус торцевого цилиндра  $r_1$  в диапазоне от 0 до  $r_2$ . Исследование влияния этого параметра на режим работы генератора интересно тем, что при изменении радиуса меняется глубина резонатора при неизменном месте положения среза резонатора, и тем самым меняется длина внутреннего пути прохождения возмущений без изменения длины внешнего. Благодаря этому можно исследовать взаимодействие внутренней и внешней связи.

На рис.4 приведены результаты серии расчетов "В-а". Как видно размах колебаний в резонаторе меняется не монотонно при увеличении радиуса торцевого цилиндра. Частота же колебаний хотя и меняется монотонно, однако если сравнить предполагаемые теоретические (в акустическом линейном приближении) величины частот собственных колебаний на основной моде и полученные значения частот при расчете, видна неравномерность изменения расчетных величин частоты и ухудшение корреляции теоретических и расчетных значения частот с ростом  $r_1$ .

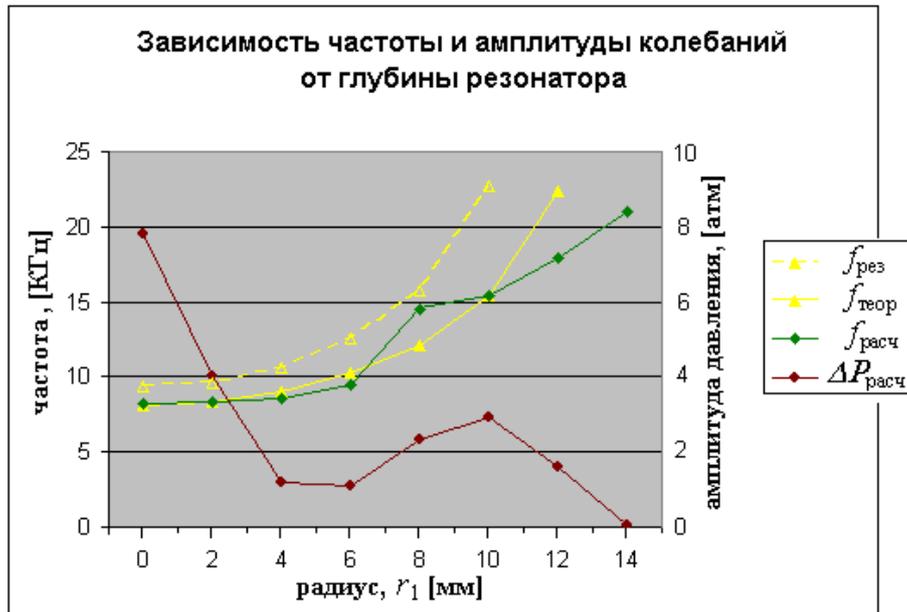


Рис.4 Амплитудные и частотные характеристики пульсаций давления в резонаторе (серия расчетов "В-а").

При изменении радиуса  $r_1$  от 0 до 6 мм в расчетах наблюдается медленное изменение частоты от 8.2 кГц до 9.4 кГц и резкое снижение амплитуды колебаний давления на торце с 7.8 атм до 1.1 атм. С дальнейшим увеличением  $r_1$  при  $r_1=8$  мм частота скачком меняется до  $f=14.5$  кГц и продолжает после этого медленно расти, а амплитуда по давлению растет, достигая максимума при  $r_1=10$  мм, а затем падает, и при  $r_1=r_2=14$  мм ее величина незначительна:  $\Delta P=0.05$  атм.

Рассмотрим теперь серию расчетов "В-б", результаты которой приведены на рис.5

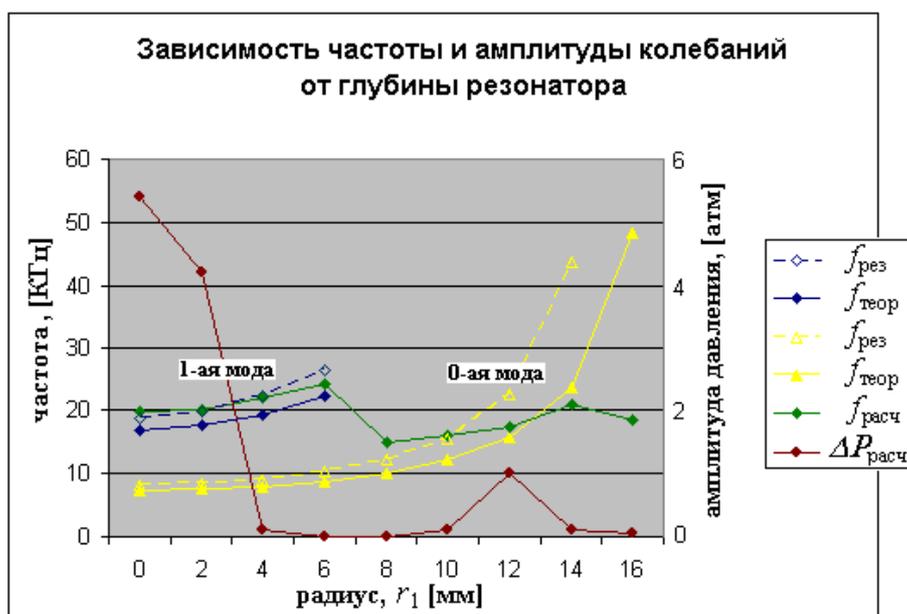


Рис.5 Амплитудные и частотные характеристики пульсаций давления в резонаторе (серия расчетов "В-б").

Как видно из рис5, в вариантах при изменении  $r_1$  от 0 до 6 мм наблюдается первая мода колебаний, на что указывает частота  $\sim 20$  кГц, а также сложный характер колебаний в резонаторе. В этих вариантах наблюдаются изгибные колебания струи (как следствие прохождения возмущений по каналу внешней связи), т.е. ширина струи в каждом сечении испытывает колебания. Так в момент, когда 3-я бочка струи увеличена в ширине, вторая уменьшена, и наоборот.

Все это указывает на тот факт, что в этих вариантах внутренние колебания, т.е. колебания в резонаторе и внешние - колебания струи синхронизированы. Таким образом, в результате совпадения одной из частот внешней связи с частотой первой моды колебаний в резонаторе произошла перестройка автоколебаний на первую гармонику.

Далее из рис.5 видно, что при уменьшении глубины резонатора и возрастании теоретической частоты колебаний на первой моде, возникает момент, когда предполагаемая частота становится больше частоты изгибных колебаний струи, величина которых  $\sim 20$  кГц. Таким образом, наступает момент, когда эти частоты значительно отличаются, а внутренняя и внешняя связи выходят из согласования. Видно, что начиная с варианта  $r_1=8$  мм наблюдается основная мода колебаний.

Если сравнить результаты колебаний на основной моде серии "В-а" с серией "В-б", то видно некоторое совпадение. А именно, при теоретических значениях частот  $\sim 10$  кГц в обеих сериях минимальные величины амплитуды колебаний давления, а при частотах

~15.8 кГц максимальные амплитуды, что указывает на аналогичные причины для обеих серий.

В заключении этого параграфа обратим внимание на результаты расчетов варианта "В-а" и "В-б", когда  $r_1 = r_2$  т.е. вариантов, где глубина резонаторов нулевая и натекание струи происходит на кольцевой торец шириной  $h=1.25$  мм. Здесь наблюдается большое отличие теоретических значений частоты внутренней связи от аналогичных значений полученных при расчете. Это объясняется тем, что теоретические значения частот приведены для внутренней цепи, включающей путь прохождения возмущения от тормозящего скачка к преграде и обратно. При отсутствии резонатора эта связь более слабая и поэтому на колебание газодинамической системы большее влияние оказывает внешняя связь. Таким образом, в данном случае частота определяется временем прохождения возмущения по цепи внешней связи. Так для варианта "В-а" получен спектр колебания тормозящего скачка на двух частотах  $f_1 \approx 10.4$  кГц и  $f_2 \approx 21.0$  кГц, а для варианта "В-б" –  $f \approx 19$  кГц, значения которых совпадают с частотами внешней связи.

Таким образом, данные результаты наглядно подтверждают существенное влияние механизма внешней связи, который многими исследователями не рассматривался, на характер и амплитуду автоколебаний рассматриваемой газодинамической системы: натекающей сверхзвуковой нерасчетной струи на преграду (резонатор).

По результатам, представленным в работе можно сделать следующие выводы:

1. Характер течения - частота и амплитуда пульсаций, определяется прохождением возмущений по внутреннему, а также по внешнему каналу.

2. При увеличении глубины резонатора наблюдается немонотонное нарастание амплитуды колебаний течения. В обеих сериях наблюдаются провалы по величине амплитуды давления при одинаковой глубине резонатора или когда частота собственных колебаний в резонаторе в два раза меньше частоты колебаний струи.

3. Колебания в резонаторе происходят на первой моде, когда частота собственных колебаний для первой моды в резонаторе соответствует частоте колебаний струи.

## Список литературы

1. Hartman J. and Troll B. One new method for the generation of Sound Waves // Physical Review, vol.20, Dec. 1922, p.719.
2. Антонов А.А., Купцов В.М., Комаров В.В. Пульсации давления при струйных и отрывных течениях. М.: Машиностроение, 1990, 272с.
3. ....Макэлеви Р.Ф., Павляк А. Конические резонансные трубы. Некоторые эксперименты // РТИК, 1973, т.2, №3, с.80-82.
4. Купцов В.М., Филипов К.Н. Пульсации давления и нагрев газа при втекании сверхзвуковой струи в коническую полость // Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, №3, с.167-170.
5. J.H.T. Wu, P.D. Ostrowski, R.A. Neemeh, P.H.W. Lee "Experimental Investigation of a Cylindrical Resonator" // AIAA Journal, vol. 12, №8, 1974.
6. A.Hamed, K.Das, D.Basu "Numerical Simulation of Unsteady Flow in Resonance Tube" // AIAA 2002-1118, 13 p.
7. A.Hamed, K.Das, D.Basu "Characterization of Powered Resonance Tube for High Frequency Actuator" // ASME FEDSM 2003-45472.
8. K.Kessaev, R.Vidal, M.Niwa "Gas jet heat release inside a cylindrical cavity" // International Journal of Heat and Mass Transfer Vol. 46, 2003, pp.1873-1878.
9. ....Васильев О.А., Минин С.Н., Пушкин Р.М., Смирнов С.С., Соколов А.И. Численное моделирование газодинамического течения в радиальном генераторе Гартмана // Препринт ТРИНИТИ - 0006-А, 1995 32 с.
10. Соколов А.И. Исследование влияния канала обратной связи на амплитуду и моду газодинамических колебаний в радиальном генераторе Гартмана // Препринт ТРИНИТИ - 0007-А, 1995, 37 с.
11. Соколов А.И. Исследование газодинамических колебаний в дисковом генераторе Гартмана // Математическое моделирование, том 8 №6, 1996, с. 109-114
12. D.J.Bouch, A.D.Cutler "Investigation of a Hartmann-Sprenger Tube for Passive Heating of Scramjet Injectant Gases" // AIAA 2003 -1275, 15 p.
13. Jee H.C., Warming R.F., Harten A. Implicit Total Variation Diminishing (TVD) Schemes for Steady-State Calculations // Journal of Computational Physics, vol. 25, №3, 1985, pp.327-360.
14. ....Г.Корн, К.Корн, "Справочник по математике", М.: Наука, 1973, 832 с.

### **Сведения об авторах**

Соколов Александр Игоревич, соискатель кафедры Вычислительной математики и программирования Московского авиационного института (государственного технического университета).

Иванов Игорь Эдуардович, доцент кафедры Вычислительной математики и программирования Московского авиационного института (государственного технического университета).