

Научная статья

УДК 531.36

DOI: [10.34759/trd-2023-131-04](https://doi.org/10.34759/trd-2023-131-04)

ДИНАМИКА И УПРАВЛЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ КОСМИЧЕСКИМ МУСОРОМ ПРИ БЕСКОНТАКТНОЙ ТРАНСПОРТИРОВКЕ ИОННЫМ ПОТОКОМ

Александр Сергеевич Ледков

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

ledkov@inbox.ru

Аннотация: Космический мусор представляет серьезную угрозу для существующих и вновь выводимых космических аппаратов. Одним из перспективных способов решения этой проблемы является создание систем бесконтактной транспортировки, основанных на использовании ионного потока, генерируемого электрореактивным двигателем активного космического аппарата, для оказания силового воздействия на объект космического мусора. Целью работы является повышение эффективности метода ионной транспортировки космического мусора за счет учета особенностей его движения относительно центра масс. Разработаны математические модели, описывающие движение объекта космического мусора под действием гравитационных и ионных сил и моментов. Проведено исследование невозмущенного движения объекта космического мусора

на круговой орбите. Предложены законы управления ионным потоком, обеспечивающий стабилизацию космического мусора в положении равновесия и его перевод в требуемый угловой режим движения. Определены угловые режимы невозмущенного движения, при которых генерируемая ионная сила максимальна и минимальна. Проведено численное моделирование спуска объекта космического мусора с орбиты и дана оценка затрат топлива, необходимого для осуществления этой транспортной операции. Для рассматриваемого объекта космического мусора разница топлива для наиболее благоприятного и неблагоприятного углового режима движения составила 7.82%.

Ключевые слова: космический мусор, ионный поток, бесконтактная транспортировка, активная уборка, затраты топлива

Финансирование: исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (Проект №22-19-00160)

Для цитирования: Ледков А.С. *Динамика* и управление цилиндрическим космическим мусором при бесконтактной транспортировке ионным потоком // Труды МАИ. 2023. № 131. DOI: [10.34759/trd-2023-131-04](https://doi.org/10.34759/trd-2023-131-04)

Original article

**DYNAMICS AND CONTROL OF CYLINDRICAL SPACE DEBRIS
DURING CONTACTLESS ION BEAM ASSISTED
TRANSPORTATION**

Alexander S. Ledkov

Samara National Research University, Samara, Russia

ledkov@inbox.ru

Abstract. Space debris poses a serious threat to existing and newly launched spacecraft. One of the prospective ways to this problem solving consists in creation of contactless transportation systems based on the ion beam application generated by the electric thruster of an active spacecraft to affect a space debris object. The purpose of the work is efficiency increasing of the space debris ion beam assisted transportation by accounting for its motion relative to the center of mass specifics. The author developed mathematical models describing a space debris object motion under the impact of gravitational and ion forces, as well as torques for the plane and spatial cases. The study of the unperturbed motion of a space debris object in a circular orbit was performed. The author proposed the ion beam control laws ensuring the space debris stabilization in the equilibrium position and its transition to the required angular motion mode. Angular modes of the unperturbed motion, at which generated ion force was maximum and minimum were determined. Numerical modeling of the space debris object disorbiting was performed, and estimation of the fuel consuming necessary for this transportation operation accomplishing was given. For the space debris object being considered, the difference in fuel between the most favorable and unfavorable angular motion modes was 7.82%.

Keywords: space debris, ion beam, contactless transportation, active removal, fuel costs

Funding: this study was supported by the Russian Science Foundation (Project No.22-19-00160)

For citation: Ledkov A.S. Dynamics and control of cylindrical space debris during contactless ion beam assisted transportation. *Trudy MAI*, 2023, no. 131. DOI: [10.34759/trd-2023-131-04](https://doi.org/10.34759/trd-2023-131-04)

1. Введение

Одной из наиболее важных практических задач современной космонавтики является разработка эффективных систем уборки космического мусора. В настоящее время в околоземном пространстве находится огромное количество крупных объектов космического мусора, к которым относятся нефункционирующие спутники, ступени ракет, разгонные блоки и их фрагменты [1]. Столкновение крупных объектов космического мусора может запустить цепную реакцию, в результате которой вокруг Земли образуется облако мелких обломков, которое сделает невозможным практическое использование космоса [2]. К настоящему времени на орбите произошло несколько инцидентов, которые привели к фрагментации крупных объектов космического мусора. Список наиболее значимых из них может быть найден в [3]. Обсуждаемые в научной литературе меры по борьбе с космическим мусором включают управление космическим трафиком, посредством корректировки орбит спутников при обнаружении угрозы столкновения [4]; "just-in-time collision avoidance" меры, которые заключаются в кратковременном воздействии на объект космического мусора с целью изменения его траектории [5]; меры по уводу спутников и ступеней ракет с орбиты после завершения их основной

миссии [6]; активная уборка космического мусора, подразумевающая использование КА для спуска с орбиты космического мусора или его перемещения на орбиту захоронения [7, 8].

В настоящее время обсуждаются различные методы активной уборки космического мусора [9]. По способу транспортировки целевого объекта они могут быть разделены на три группы: подразумевающие жесткий захват, транспортировку на тросе либо бесконтактную транспортировку объекта. Методы третьей группы не подразумевают прямого механического контакта между КА и объектом космического мусора, что значительно уменьшает вероятность аварии. Кроме того, бесконтактные способы позволяют осуществлять транспортировку быстро вращающихся объектов. Бесконтактное воздействие на объект космического мусора может оказываться через гравитационные [10] и электромагнитные [11] поля, посредством лазеров [12] или потока частиц, генерируемого двигателем КА [13]. В данной работе рассматривается последний способ.

Для осуществления транспортировки КА подлетает на расстояние порядка десяти метров к объекту космического мусора и направляет на него струю своего "транспортировочного" электрореактивного двигателя. Сталкиваясь с поверхностью объекта, частицы струи генерируют силу, которую будем в дальнейшем называть ионной силой. В общем случае точка приложения ионной силы не совпадает с центром масс обдуваемого объекта, в результате чего возникает момент, который будем называть ионным моментом. Поскольку генерирующий ионный поток двигатель создает тягу, которая отдаляет КА от космического мусора, для

поддержания неизменного расстояния необходимо использовать еще один противоположно направленный "компенсационный" двигатель (рис. 1). Двойной расход топлива является основным недостатком ионного способа транспортировки. Описанная выше схема была предложена независимо друг от друга тремя группами авторов: S. Kitamura [14]; J. M. Ruault, M. C. Desjean, C. Bonnal, P. Bultel [15]; C. Bombardelli, J. Pelaez [13]. C. Bombardelli и J. Pelaez развили свой проект, получивший название "Ion Beam Shepherd", в рамках гранта FP7 [16]. Данная работа является дальнейшим развитием описанной схемы и заключается в учете особенностей движения транспортируемого объекта вокруг его центра масс для разработки законов и способов управления ионным потоком с целью сокращения затрат требуемого для реализации транспортной операции топлива. Идея необходимости учета движения объекта космического мусора относительно центра масс в задаче бесконтактной ионной транспортировки космического мусора была сформулирована профессором В.С. Аслановым в 2015 году.

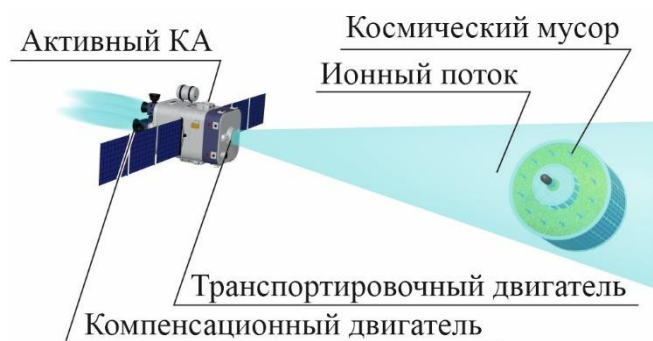


Рисунок. 1. Схема уборки космического мусора ионным потоком

Сложность моделирования движения космического объекта под действием ионного потока заключается в том, что величины и направления генерируемых ионных сил и моментов зависят от многих факторов, включая форму объекта, его

ориентацию в потоке, расстояния между объектом и КА, направления оси ионного потока и параметров самого потока. Для вычисления ионных сил и моментов будем использовать методику, описанную в [17], которая заключается в представлении поверхности тела в виде совокупности треугольников и расчете силового воздействия потока на каждый из них с последующим вычислением результирующей силы и момента. Для определения параметров потока в окрестности треугольника используется автоподобная модель распространения ионов и гипотеза о полном диффузном отражении частиц от поверхности. Сравнение различных автоподобных моделей распространения плазмы приведено в [18]. В работе [19] показано, что данные, полученные в результате использования автоподобной модели хорошо согласуются с результатами экспериментальных исследований. Более точная, но требующая больших вычислительных затрат, асимптотическая модель описана в [20]. Наиболее близкие к реально наблюдаемой картине результаты получаются при использовании конечно-элементных моделей [21]. Для грубых оценочных расчетов ионных сил и моментов может быть применена приближенная методика, основанная на использовании аэродинамических характеристик объекта [22].

К настоящему времени подробно исследована транспортировка объекта космического мусора ионным потоком без учета его движения относительно центра масс. Устойчивость положения сферического космического мусора относительно КА исследована в [23]. В работе [24] предложен закон управления компенсационным двигателем, обеспечивающий неизменное расстояние между КА

и объектом космического мусора на круговой орбите. Случай эллиптической орбиты рассмотрен в [25]. Закон управления двигателями КА при ионной транспортировке наноспутника предложен в [26]. В исследовании [27] предложен закон управления углом тангажа КА с целью демпфирования колебаний космического мусора в направлении перпендикулярном плоскости орбиты КА. Задача стабилизации положения КА относительно сферического объекта космического мусора рассмотрена в [28]. В работе [29] разработана методика предварительного выбора параметров КА для уборки космического мусора ионным потоком. Вопрос оптимизации параметров ионных двигателей для бесконтактной уборки космического мусора рассмотрен в [30]. В статье [31] предлагается использовать платформу Express-1000NV для осуществления последовательной уборки нескольких объектов космического мусора. Анализу технической реализуемости проектов ионной транспортировки космического мусора посвящена работа [32]. В работе [33] приводится методика исследования влияния плазмы электрического ракетного двигателя на поверхность солнечных батарей. Результаты приведенных выше исследований подтверждают техническую реализуемость технологии бесконтактной уборки космического мусора ионным потоком.

Ориентация объекта космического мусора в ионном потоке оказывает существенное влияние на величину и направление генерируемых ионной силы и момента. Поэтому при моделировании уборки космического мусора необходимо учитывать движение объекта относительно его центра масс. Математическая модель, описывающая движение КА и космического мусора как твердых тел приводится во

второй главе книги [34]. В статье [35] разработана математическая модель, описывающая орбитальное движение двух твердых тел при наличии бесконтактного взаимодействия между ними. Силы и момент бесконтактного взаимодействия заданы в общем виде. В статье [21] разрабатывается закон управления КА с целью остановки вращения и стабилизации движения объекта космического мусора относительно его центра масс. При этом ионная сила и момент рассчитываются заранее с помощью конечноэлементной модели, а на этапе моделирования движения системы производится интерполяция этих данных. Еще один алгоритм остановки вращения, когда КА движется вокруг космического мусора, предложен в [36]. Исследованию движения объекта космического мусора относительно центра масс под действием ионного потока посвящен цикл работ В.С. Асланова и А.С. Ледкова, расширенное описание которого приведено в [37].

Анализ литературы показывает, что несмотря на наличие интереса к теме бесконтактной уборки космического мусора ионным потоком вопросы разработки законов управления КА с учетом его движения относительно центра масс остаются слабоизученными. Целью работы является повышение эффективности метода ионной транспортировки космического мусора за счет учета особенностей его движения относительно центра масс.

2. Математические модели

Рассмотрим движение механической системы, состоящей из объекта космического мусора и КА. Активный космический аппарат рассматривается как материальная точка (точка А рис. 2, 3). Будем считать, что объект космического

мусора представляет собой динамически симметричный цилиндр, центр масс которого (точка В на рис. 2, 3) лежит на оси симметрии. Выбор такой формы обусловлен тем, что среди наиболее опасных объектов космического мусора большую часть составляют верхние ступени ракет [1], которые в первом приближении могут рассматриваться как цилиндр. Сравнению ионных моментов ступени ракеты и эквивалентного цилиндра посвящен раздел 3.5.5 монографии [37]. Движение механической системы происходит под действием ионных и гравитационных сил и моментов. Разработаем математические модели, описывающие пространственное и плоское движение механической системы.

2.1. Модель для плоского случая движения

Плоское движение механической системы, состоящей из пассивного тела и КА, можно описать пятью обобщенными координатами $\mathbf{q} = [r, f, \theta, x, y]^T$: расстоянием от центра масс тела до центра Земли r , углом истинной аномалии f , углом отклонения оси тела от местной вертикали θ и координатами КА в орбитальной системе координат x и y (рис. 2). Воздействие ионного потока на тело можно представить в виде ионной силы $\mathbf{F}_I^o = [F_{Ix}, F_{Iy}, 0]^T$ и ионного момента относительно центра масс $\mathbf{M}_I^o = [0, 0, M_{Iz}]^T$. Результирующая тяга двигателей КА обозначена вектором $\mathbf{P}^o = [P_x, P_y, 0]^T$. Здесь и ниже верхний индекс обозначает систему координат в которой заданы координаты вектора. Будем использовать инерциальную $OX_p Y_p Z_p$, орбитальную $BX_o Y_o Z_o$ и связанную $BX_b Y_b Z_b$ системы координат, обозначаемые индексами “p”, “o” и “b” соответственно. Ось OX_p

направлена в перицентр орбиты в начальный момент времени, а ось OZ_p перпендикулярна плоскости орбиты. Ось OX_o направлена вдоль вектора \overline{OB} , ось OY_o лежит в плоскости орбиты и направлена в сторону орбитального движения объекта. Оси $BX_bY_bZ_b$ являются главными центральными осями инерции объекта космического мусора.

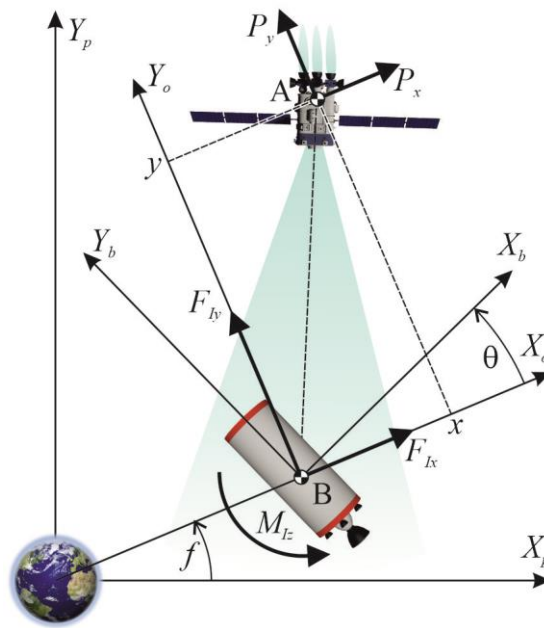


Рисунок. 2. Механическая система в плоском случае движения

Запишем функцию Лагранжа для рассматриваемой механической системы

$$L = \frac{m_A V_A^2}{2} + \frac{m_B V_B^2}{2} + \frac{I_z (\dot{f} + \dot{\theta})^2}{2} + \frac{\mu m_A}{r_A} + \frac{\mu m_B}{r} + \frac{\mu(I_x + I_y + I_z - 3I_x \cos^2 \theta - 3I_y \sin^2 \theta)}{2r^3}, \quad (1)$$

где m_A и m_B – массы КА и космического мусора соответственно, V_i – абсолютная скорость i -ой точки, I_x, I_y, I_z – моменты инерции объекта космического мусора, r_A – расстояние от центра Земли до точки А, μ – гравитационный параметр Земли.

Используя (1) для составления уравнений Лагранжа второго рода и выражая вторые производные, отбрасывая малые члены, запишем уравнения движения в виде

$$\ddot{r} = \dot{f}^2 r - \frac{\mu}{r^2} + \frac{F_{I_x}}{m_B}, \quad \ddot{f} = -\frac{2\dot{f}\dot{r}}{r} + \frac{F_{I_y}}{m_B r}, \quad (2)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{M_{I_z}}{I_z} + \frac{2\dot{f}\dot{r}}{r} - \frac{F_{I_y}}{m_B r} + \frac{3\mu(I_x - I_y)\sin\theta\cos\theta}{r^3 I_z}, \quad (3)$$

$$\ddot{x} = \ddot{f}y - \ddot{r} + \dot{f}^2(r+x) + 2\dot{f}\dot{y} + \frac{P_x}{m_A} - \frac{\mu(r+x)}{r_A^3}, \quad \ddot{y} = \dot{f}^2 y - \ddot{f}(r+x) - 2\dot{f}(\dot{r} + \dot{x}) + \frac{P_y}{m_A} - \frac{\mu y}{r_A^3} \quad (4)$$

Будем считать, что система управления КА обеспечивает его неизменное относительное положение ($x = const$, $y = const$), и что $1/r \ll 1$. Поскольку величина ионной силы мала (она имеет порядок 10 мН [13, 37]), будем считать, что центр масс объекта движется по Кеплеровой орбите. В этом случае модуль радиус вектора определяется выражением $r = p(1 + e \cos f)^{-1}$, где p – параметр орбиты, e – эксцентриситет. Зафиксируем значения p и e , и введем независимую переменную

$$\tau = f\Omega = f \sqrt{\frac{3|I_x - I_y|}{2I_z}}, \quad (5)$$

Уравнение (3) после отбрасывания малых членов и переходу к новой независимой переменной принимает вид

$$\theta'' = \frac{p^3 M_{I_z}}{\mu \Omega^2 I_z (1 + e \cos(\tau \Omega^{-1}))^4} + \frac{2e(\Omega\theta' + 1)\sin(\tau \Omega^{-1})}{\Omega^2 (1 + e \cos(\tau \Omega^{-1}))} + \frac{\delta \sin 2\theta}{(1 + e \cos(\tau \Omega^{-1}))}, \quad (6)$$

где штрих обозначает производную по новой переменной τ , $\delta = \text{sign}(I_x - I_y)$.

Появление этого коэффициента в уравнении (6) связано с наличием модуля под корнем в замене (5). Для круговой орбиты ($e = 0$) уравнение (6) принимает вид

$$\theta'' - \frac{M_{I_z} p^3}{\Omega^2 I_z \mu} - \delta \sin 2\theta = 0. \quad (7)$$

и может рассматриваться как уравнение невозмущенного движения при изучении движения объекта относительно центра масс под действием ионного момента.

2.2. Модель для пространственного случая движения

В случае пространственного движения положение системы описывается девятью обобщенными координатами $\mathbf{q} = [\vartheta, \nu, r, x, y, z, \gamma, \theta, \varphi]^T$. Углы ϑ , ν и расстояние r определяют положение центра масс тела. Координаты x , y , z определяют положение КА относительно объекта в орбитальной сферической системе координат $BX_oY_oZ_o$. Три угла Эйлера γ , θ , φ определяют ориентацию связанной системы координат $BX_bY_bZ_b$ относительно орбитальной $BX_oY_oZ_o$ (рис. 3).

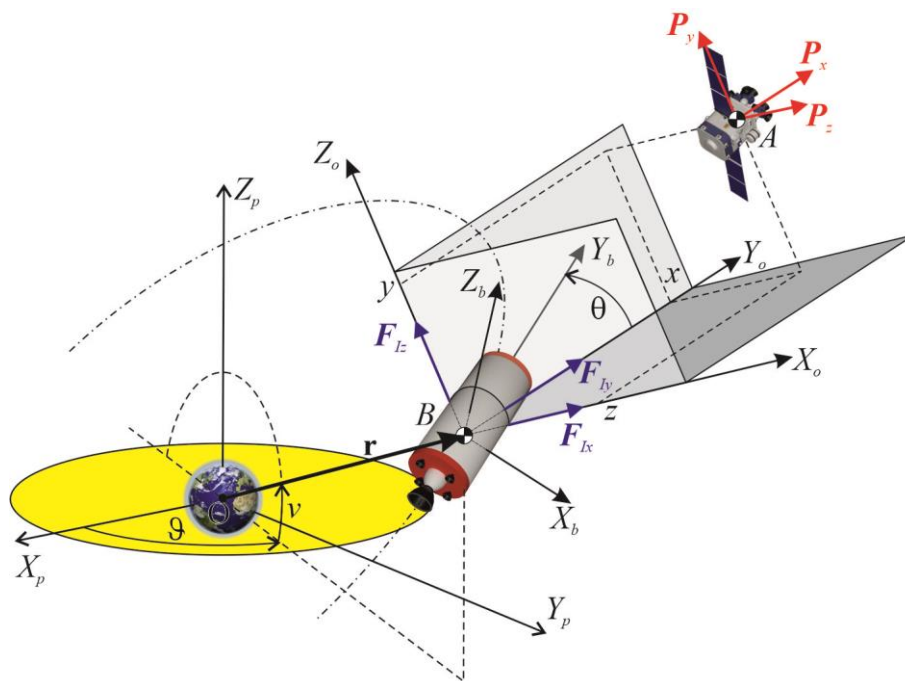


Рисунок. 3. Механическая система в пространственном случае движения

Для получения уравнений движения КА и центра масс объекта космического мусора воспользуемся вторым законом Ньютона

$$m_A \ddot{\mathbf{r}}_A^p = -\frac{\mu m_A}{r_A^3} \mathbf{r}_A^p + \mathbf{P}^p, \quad m_B \ddot{\mathbf{r}}^p = -\frac{\mu m_B}{r^3} \mathbf{r}^p + \mathbf{F}_I^p, \quad (8)$$

где \mathbf{r}_j - радиус вектор j -ой точки. Сила тяги двигателей КА \mathbf{P} и ионная сила \mathbf{F}_I заданы в орбитальной системе координат $\mathbf{P}^o = [P_x, P_y, P_z]^T$, $\mathbf{F}_I^o = [F_{Ix}, F_{Iy}, F_{Iz}]^T$. Радиус вектор КА может быть записан как $\mathbf{r}_A^p = \mathbf{r}^p + \boldsymbol{\rho}^p$, где $\boldsymbol{\rho}$ - радиус вектор точки А, заданный в орбитальной системе координат $\boldsymbol{\rho}^o = [x, y, z]^T$.

Уравнение движения объекта космического мусора относительно центра масс можно получить с помощью теоремы об изменении момента количества движения

$$\frac{d\mathbf{K}_B^b}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{bp}^b \times \mathbf{K}_B^b = \mathbf{M}_G^b + \mathbf{M}_I^b, \quad (9)$$

где $\mathbf{K}_B^b = [\mathbf{I}]\boldsymbol{\omega}_{bp}^b$ - вектор момента количества движения объекта относительно его центра масс В, $[\mathbf{I}]$ - матрица тензора инерции объекта, $\mathbf{M}_G^b = \frac{3\mu}{r^5} \mathbf{r}^b \times [\mathbf{I}]\mathbf{r}^b$ - гравитационный момент, $\mathbf{M}_I^b = [M_{Ix}, M_{Iy}, M_{Iz}]^T$ - ионный момент, $\boldsymbol{\omega}_{bp}^b = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ - угловая скорость объекта космического мусора. Все вектора задаются своими компонентами в связанной с телом системе координат. Для рассматриваемой механической системы кинематические уравнения могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\theta} \cos \varphi + (\dot{\gamma} - \dot{\nu}) \sin \theta \sin \varphi + \dot{\gamma} (-\cos \nu (\sin \varphi \cos \theta \cos \gamma + \cos \varphi \sin \gamma) \\ &\quad + \sin \gamma (\cos \varphi \cos \gamma - \sin \varphi \cos \theta \sin \gamma)), \\ \omega_y &= \dot{\varphi} + (\dot{\gamma} - \dot{\nu}) \cos \theta + \dot{\gamma} (\cos \nu \sin \theta \cos \gamma + \sin \nu \sin \theta \sin \gamma), \\ \omega_z &= \dot{\theta} \sin \varphi - (\dot{\gamma} - \dot{\nu}) \cos \varphi \sin \theta + \dot{\gamma} (\cos \nu (\cos \varphi \cos \theta \cos \gamma - \sin \varphi \sin \gamma) \\ &\quad + \sin \nu (\sin \varphi \cos \gamma + \cos \varphi \cos \theta \sin \gamma)). \end{aligned} \quad (10)$$

Для случая динамически симметричного цилиндра ($I_x = I_z = I$), уравнения (9)

принимают вид

$$\dot{\omega}_x = (\bar{I}_y - 1) \left(\omega_y \omega_z - \frac{3\mu r_y r_z}{r^5} \right) + \frac{M_{I_x}}{I}, \quad \dot{\omega}_y = \frac{M_{I_y}}{I_y}, \quad \dot{\omega}_z = (1 - \bar{I}_y) \left(\omega_x \omega_y - \frac{3\mu r_x r_y}{r^5} \right) + \frac{M_{I_z}}{I}, \quad (11)$$

где r_x, r_y, r_z – проекции вектора \mathbf{r} на оси связанной системы координат, $\bar{I}_y = I_y I^{-1}$ – отношение моментов инерции. Введем замену переменных

$$R = \bar{I}_y \omega_y, \quad G = R \cos \theta + (\omega_x \sin \varphi - \omega_z \cos \varphi) \sin \theta \quad (12)$$

после чего запишем уравнения (10)-(11) в виде

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} + p(R - p \cos \theta) \sin \theta = 2\dot{\vartheta} p \cos(\nu - \gamma) - \dot{\vartheta}^2 \sin(\nu - \gamma) + \\ + \dot{\vartheta}^2 \cos^2(\nu - \gamma) \operatorname{ctg} \theta + M_{I_x}^\varphi(\theta) I^{-1} - 3\mu r^{-3} I^{-1} (I_y - I) \sin^2 \gamma \cos \theta \sin \theta, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\dot{R} = M_{I_y}^\varphi(\theta) I^{-1}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{G} = M_{I_z}^\varphi I^{-1} - 3\mu r^{-3} I^{-1} (I_y - I) \cos \gamma \sin \gamma \sin^2 \theta - \dot{\theta} \dot{\vartheta} \cos(\nu - \gamma) - \\ - \dot{\vartheta}^2 \sin(\nu - \gamma) \cos(\nu - \gamma) - \dot{\vartheta} \sin(\nu - \gamma) (G \cos \theta - R) \sin^{-1} \theta, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\dot{\gamma} = p + \dot{\nu} + \dot{\vartheta} \operatorname{ctg} \theta \cos(\nu - \gamma), \quad (16)$$

$$\dot{\varphi} = R \bar{I}_y^{-1} - p \cos \theta - \dot{\vartheta} \cos(\nu - \gamma) \sin^{-1} \theta, \quad (17)$$

где $M_{I_x}^\varphi = M_{I_z} \sin \varphi + M_{I_x} \cos \varphi$, $M_{I_y}^\varphi = M_{I_y}$, $M_{I_z}^\varphi = M_{I_z} \cos \varphi - M_{I_x} \sin \varphi$ проекции ионного момента на оси системы координат $BX_\gamma Y_b Z_\theta$, получаемой поворотом орбитальной системы $BX_o Y_o Z_o$ на угол γ вокруг BY_o (что переводит ее в $BX_\gamma Y_b Z_\theta$) и затем на угол θ вокруг BX_γ (рис. 4), $p = (G - R \cos \theta) \sin^{-2} \theta$. Расчеты показывают, что для цилиндра с осью симметрии BY_b проекции $M_{I_y}^\varphi$ и $M_{I_z}^\varphi$ равны нулю, а проекция $M_{I_x}^\varphi = M(I)$ является нечетной функцией угла θ .

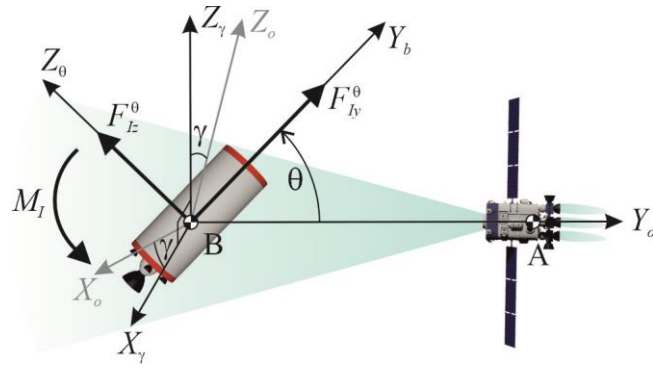


Рисунок. 4. Переход от орбитальной к вспомогательной системе координат $BX_\gamma Y_\gamma Z_\theta$.

Рассмотрим случай, когда центр масс космического мусора движется в плоскости $BX_o Y_o$ ($v = 0, \dot{v} = 0$). В этом случае движение центра масс описывается уравнениями (2) в которых $f = \vartheta$. В случае круговой орбиты $r = const$, $\dot{\vartheta} = n = \sqrt{\mu r^{-3}} = const$, и уравнения движения относительно центра масс (13)-(17) принимают вид

$$\ddot{\theta} + p(R - p \cos \theta) \sin \theta = \frac{M_I}{I} + n^2 \operatorname{ctg} \theta \cos^2 \gamma + 2np \cos \gamma - \frac{3}{2} n^2 (\bar{I}_y - 1) \sin 2\theta \sin^2 \gamma, \quad (18)$$

$$\dot{G} = -n\dot{\theta} \cos \gamma - n(R - G \cos \theta) \sin^{-1} \theta \sin \gamma + n^2 \sin \gamma \cos \gamma (1 - 3(\bar{I}_y - 1) \sin^2 \theta), \quad (19)$$

$$\dot{\gamma} = p + n \operatorname{ctg} \theta \cos \gamma, \quad (20)$$

$$\dot{\varphi} = R\bar{I}_y^{-1} - p \cos \theta - n \cos \gamma \sin^{-1} \theta, \quad (21)$$

где $R = const$. Отметим, что правая часть уравнений (18)-(20) не содержит угла φ и эти уравнения могут быть проинтегрированы независимо от (21). В частном случае медленного вращения объекта, когда угловые скорости ω_i являются величинами того же порядка что и n , а $M_I \gg n^2 I$, уравнения (18)-(21) существенно упрощаются. Такой режим движения может быть реализован, на геостационарной орбите.

$$\ddot{\theta} + \frac{(G - R \cos \theta)(R - G \cos \theta)}{\sin^3 \theta} = \frac{M_I}{I}, \quad \dot{\gamma} = \frac{G - R \cos \theta}{\sin^2 \theta}, \quad \dot{\phi} = \frac{R}{I_y} - \frac{(G - R \cos \theta) \cos \theta}{\sin^2 \theta}, \quad (22)$$

где R и G – константы, определяемые из начальных условий.

3. Невозмущенное движение на круговой орбите

Рассмотрим движение объекта космического мусора на круговой орбите, когда КА сохраняет в процессе движения неизменное относительное положение ($x = z = 0, y = y_A$). Получим выражения для определения положений равновесия и интегралы движения для плоского и пространственного случаев движения. Для удобства анализа представим модуль ионного момента в виде ряда Фурье

$$M_I(\theta) = M_I^{\max} \left(a_0 + \sum_{j=1}^k (a_j \cos j\theta + b_j \sin j\theta) \right) = M_I^{\max} \bar{M}_I(\theta), \quad (23)$$

где $\bar{M}_I(\theta) \leq 1$ - приведенный ионный момент. M_I^{\max} - амплитудное значение ионного момента. Для вычисления коэффициентов ряда a_j, b_j используется расчетная процедура описанная в третьей главе [37]. При расчете ионного момента мы пренебрегаем демпфирующей составляющей, считая его потенциальным.

3.1. Случай плоского движения

В случае плоского движения колебания объекта описываются уравнением (7).

С учетом (23) уравнение для определения положений равновесия θ_* имеют вид

$$\gamma_{IG} \bar{M}_I(\theta_*) + \delta \sin 2\theta_* = 0, \quad (24)$$

где параметр γ_{IG} определяется выражением

$$\gamma_{IG} = \frac{2M_I^{\max} p^3}{3\mu |I_x - I_y|}. \quad (25)$$

Поскольку параметр γ_{IG} пропорционален p , то его величина будет меняться в процессе транспортировки. По мере увеличения высоты орбиты влияние ионного момента возрастает по сравнению с влиянием гравитационного момента.

Для уравнения (7) может быть построен интеграл энергии в виде

$$E(\theta, \theta') = \frac{\theta'^2}{2} + \frac{\delta}{2} \cos 2\theta - \gamma_{IG} \int_0^\theta \bar{M}_I(\theta) d\theta = const. \quad (26)$$

Функция (26) сохраняет свое значение вдоль каждой фазовой траектории. Если фазовый портрет невозмущенной системы содержит сепаратрису, то одному значению энергии может соответствовать несколько фазовых траекторий, расположенных в разных областях колебаний. При отсутствии положений равновесия энергия однозначно определяет траекторию. Условие отсутствия положения равновесия для уравнения (24) можно записать в виде

$$2p^3 |M_I(\theta)| > 3\mu |I_x - I_y|. \quad (27)$$

Для миссий уборки космического мусора, подразумевающих спуск на Землю, в качестве параметра орбиты p в условии (27) целесообразно принять радиус границы атмосферы. В этом случае условие будет выполняться и для более высоких орбит.

3.2. Случай пространственного движения

В пространственном случае движение объекта космического мусора на круговой орбите описывается уравнениями (18)-(21). Приравнивание нулю угловых скоростей и ускорений позволяет определить положения равновесия: $R_* = 0$, $G_* = 0$, $\gamma_* = \pm\pi/2$, φ_* , θ_* , причем угол φ_* произволен, а θ_* является корнем уравнения

$$M_I(\theta_*) - 3n^2(I_y - I) \cos \theta_* \sin \theta_* = 0. \quad (28)$$

Также могут быть найдены стационарные движения, при которых объект совершает вращения вокруг оси симметрии с постоянной угловой скоростью $\dot{\varphi} = \omega_\varphi$.

$$\gamma_* = \arccos\left(\frac{R}{n(4-3\bar{I}_y)\sin\theta_*}\right), \quad G_* = \frac{3R(\bar{I}_y-1)\cos\theta_*}{3\bar{I}_y-4}, \quad \omega_\varphi = \frac{4R(\bar{I}_y-1)}{\bar{I}_y(3\bar{I}_y-4)}, \quad (29)$$

а угол θ_* является корнем нелинейного уравнения (28). Решение существует, если

$$|R| \leq n|(4-3\bar{I}_y)\sin\theta_*|. \quad (30)$$

Другим возможным стационарным движением является $\gamma_* = 0$ и $\gamma_* = \pi$, при которых

$$G_* = R\cos\theta_*(1 \mp n\sin\theta_*), \quad \omega_\varphi = R\bar{I}_y^{-1} \mp n\sin\theta_*, \quad M_I(\theta_*) - n(n\sin\theta_* \mp R)\cos\theta_* = 0, \quad (31)$$

причем знак минус в выражениях (31) соответствует $\gamma_* = 0$, а плюс - $\gamma_* = \pi$.

Для системы уравнений (18)-(21) может быть получен первый интеграл в форме обобщенного интеграла энергии [38]

$$E = \frac{I}{2} \left(\dot{\theta}^2 + (R - n\cos\gamma\sin\theta)^2 + \left(n\cos\gamma\cos\theta + \frac{G - R\cos\theta}{\sin\theta} \right)^2 \right) + \frac{3n^2(I_y - I)\sin^2\theta\sin^2\gamma}{2} - \int_0^\theta M_I(\theta) d\theta = const. \quad (32)$$

Функция (32) сохраняет свое значение в силу уравнений движения вдоль фазовых траекторий в фазовом пространстве $(\gamma, \theta, \varphi, G, \dot{\theta})$.

4. Управления ионным потоком

В работе [39] показано, что управление движением объекта космического мусора относительно центра масс может быть осуществлено за счет изменение

направления оси ионного потока или за счет изменения тяги генерирующего поток двигателя. Выделим три режима транспортировочного двигателя: $s = 0$ основной режим транспортировки, $s = 1$ воздействие ионного момента приводит к уменьшению энергии E , а при $s = 2$ - к ее увеличению. Рассмотрим вопрос о переводе системы в режим углового движения, характеризующийся энергией E_* , вычисляемой по уравнению (26) или (32) при $s = 0$. Обозначим $\theta'_*(\theta_*)$ – целевую фазовую траекторию. Фазовая траектория пересекает ось $\theta' = 0$ в точках θ_{*1} и θ_{*2} . Предполагается, что для состояний $s = 1$ и $s = 2$ условие (27) выполняется. Для перевода изображающей точки системы из произвольного положения на целевую траекторию предлагается переключать состояние системы в соответствии с таблицей 1 [40].

Таблица 1 – Схема управления ионным потоком

Угловая скорость, $\dot{\theta}$	Текущая энергия, $E(\theta, \dot{\theta}, s)$	Состояние, s
$\dot{\theta} \leq 0$	$E(\theta, \dot{\theta}, 1) < E(\theta_{*2}, 0, 1)$	2
$\dot{\theta} \leq 0$	$E(\theta, \dot{\theta}, 1) \geq E(\theta_{*2}, 0, 1)$	1
$\dot{\theta} > 0$	$E(\theta, \dot{\theta}, 2) < E(\theta_{*1}, 0, 2)$	1
$\dot{\theta} > 0$	$E(\theta, \dot{\theta}, 2) \geq E(\theta_{*1}, 0, 2)$	2
$\dot{\theta} \in (-\infty, \infty)$	$E(\theta, \dot{\theta}, 0) = E(\theta_{*1}, 0, 0)$	0
Другие случаи		0

Помимо основанного на вычислении энергии закона управления, предлагается закон управления тягой транспортировочного двигателя для перевода объекта

космического мусора в положение равновесия θ_* , G_* , γ_* . Ионный момент можно представить в виде

$$M_I = u(\theta, \dot{\theta}, G, \gamma) M_I^{u=1}(\theta), \quad (33)$$

где $u \in [0,1]$ - безразмерный управляющий параметр. Значение $u = 0$ соответствует выключенному двигателю, а значение $u = 1$ соответствует включенному на полную мощность двигателю, когда генерируемый ионный момент равен $M_I^{u=1}(\theta)$.

$$u = \begin{cases} 0, & \text{при } \bar{u} \leq 0; \\ \bar{u}, & \text{при } 0 < \bar{u} < 1; \\ 1, & \text{при } \bar{u} \geq 1; \end{cases} \quad (34)$$

где

$$\bar{u} = 1 + \left(k_\theta(\theta_* - \theta) - k_\Omega \dot{\theta} + k_\gamma(\gamma_* - \gamma) + k_G(G_* - G) \right) \frac{I}{M_I^{u=1}(\theta)}, \quad (35)$$

где k_j – параметры закона управления. Использование закона (35) позволяет решать задачу остановки вращения объекта космического мусора.

5. Определение режима движения относительно центра масс

Предложенный в предыдущем разделе закон управления позволяет перевести объект космического мусора в заданный режим движения относительно его центра масс. Под наиболее эффективным для транспортировки будем понимать режим движения, при котором осредненная ионная сила максимальна по модулю

$$\bar{F}_{Iy} = \frac{1}{T_\tau} \int_0^{T_\tau} F_{Iy}^o(\theta(\tau)) d\tau, \quad (36)$$

где T_τ – интервал времени, на котором производится осреднение. В случае, если движение по углу θ периодическое, то в качестве интервала T_τ целесообразно взять

период этого колебания, в противном случае берется довольно большой интервал времени, который выбирается на основе анализа результатов численного моделирования колебаний объекта. В случае плоского движения фазовое пространство является двумерным, и может быть построен график зависимости $\bar{F}_{ly}(\theta_0)$, где $\theta = \theta_0, \dot{\theta} = 0$ - начальная точка для рассматриваемой фазовой траектории, и затем найдена максимальная по модулю ионная сила. Расчеты показывают, что в случае вращения объекта осредненная сила лежит между максимумом и минимумом в режиме колебаний.

Для случая пространственного движения объекта космического мусора на круговой орбите фазовое пространство является четырехмерным $(\gamma, \theta, G, \dot{\theta})$. Угол θ совершает колебания. Это значит, что угловая скорость $\dot{\theta}$ периодически обращается в ноль и фазовая траектория пересекает поверхность $\dot{\theta} = 0$. Поскольку осредненная сила \bar{F}_{ly}^o рассматривается как характеристика всей фазовой траектории, будем рассматривать траектории, начинающиеся на поверхности $\dot{\theta} = 0$. Для поиска максимальной по модулю ионной силы проводится серия численных расчетов для начальных точек $P_{0i} = (\gamma_{0i}, \theta_{0i}, G_{0i})$ случайным образом расположенных в области

$$0 \leq \gamma \leq 2\pi, \quad 0 < \theta < \pi, \quad -\Omega_{\max} \leq G \leq \Omega_{\max}. \quad (37)$$

При выборе граничных угловых скоростей целесообразно ограничиться значением $\Omega_{\max} = 7$ рад/с, что соответствует данным наблюдений, приведенным в [41].

6. Численное моделирование

В качестве примера рассмотрим удаление с круговой орбиты высотой 750 км цилиндра, близкого по геометрическим размерам к ступени SL-8 Kosmos, масса которой 1440 кг, длина 6 м, радиус 1.2 м [42]. Предполагается, что ступень представляет собой цилиндр, центр масс которого расположен на расстоянии 2.5 м от нижнего торца. Моменты инерции примем равными $I_x = I_z = I = 1733 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $I_y = 2434 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Параметры ионного потока и относительное положение КА соответствуют приведенным в разделе 3 статьи [43]. На рис. 5а и 5б показаны зависимости проекций ионной силы и момента на оси $BX_\gamma Y_b Z_\theta$ (рис. 4). На рис. 6а показана бифуркационная диаграмма, построенная для случая плоского движения. Видно, что на рассматриваемом диапазоне высот бифуркаций не наблюдается и фазовый портрет имеет вид, показанный на рис. 6б.

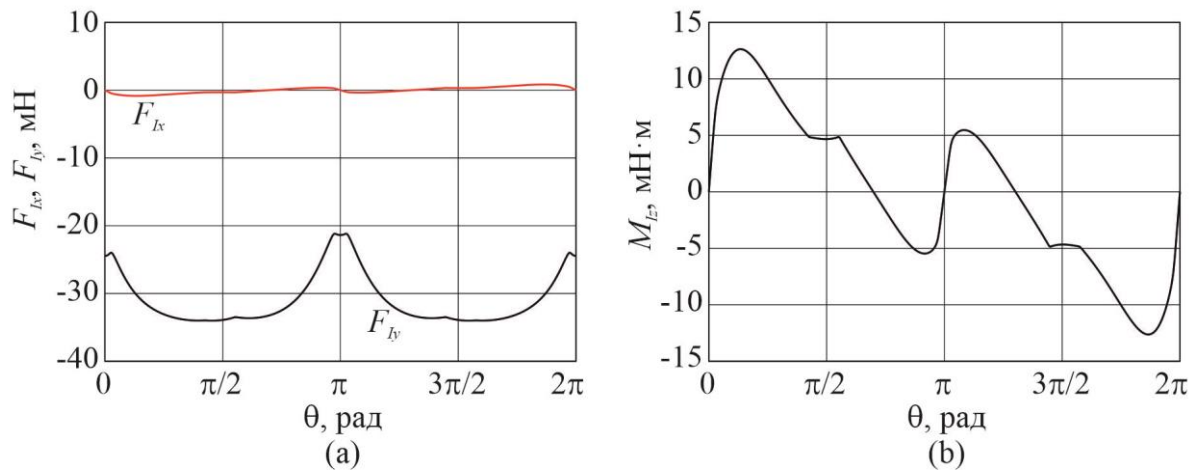


Рисунок. 5. Ионная сила и момент.

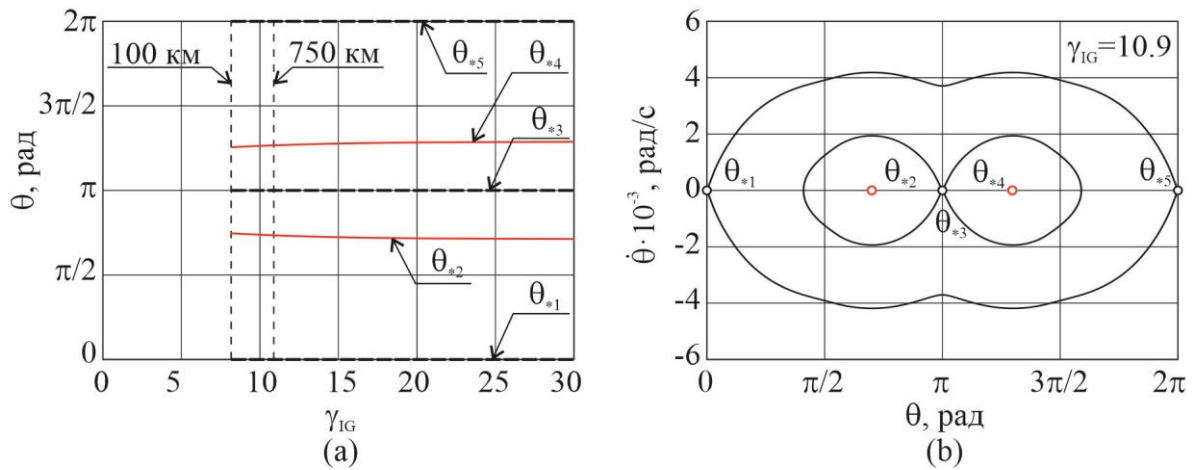


Рисунок. 6. Бифуркационная диаграмма и соответствующий фазовый портрет.

В случае пространственного движения по круговой орбите помимо положений равновесия соответствующих плоскому случаю ($R_* = 0$, $G_* = 0$, $\gamma_* = \pm\pi/2$, а θ_* приведены на рис. 6а), существуют стационарные движения, при которых углы θ и γ сохраняют свои значения, а угловая скорость $\dot{\varphi} = \omega_\varphi$ постоянна. При малых угловых скоростях, когда выполняется условие (30) возможны стационарные движения, соответствующие устойчивым положениям равновесия плоского случая θ_{*2} и θ_{*4} на рис. 6. При этом согласно (29) другие фазовые переменные зависят от R . На рис. 7а-7с показаны зависимости γ_* , G_* и ω_φ от R построенные для случая круговой орбиты высотой 750 км. Стационарные движения (31) показаны на рис. 8а-8с. Решения получены для $\gamma_{*6} = \gamma_{*8} = \gamma_{*9} = \pi$ и $\gamma_{*7} = 0$. Угловые скорости стационарных движений ω_φ очень близки.

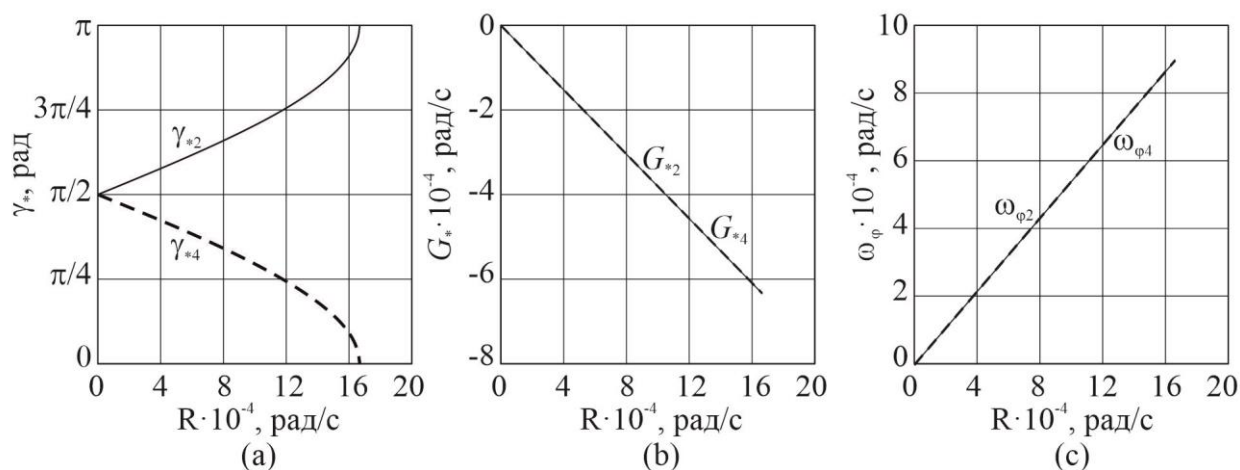


Рисунок. 7. Стационарные движения (29) для высоты 750 км.

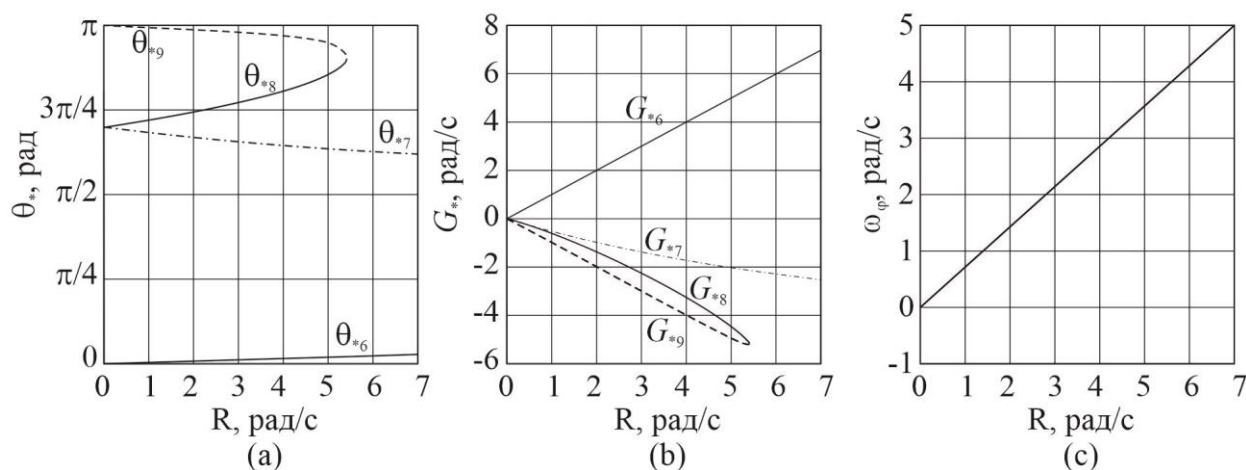


Рисунок. 8. Стационарные движения (31) для высоты 750 км.

Для случая пространственного движения на основании серии из 200000 численных расчетов для высоты 750 км были определены траектории, соответствующие максимальной и минимальной по модулю ионной силе. Максимальная сила $|\bar{F}_{I \max}| = 0.034 \text{ Н}$ наблюдается на траектории, начинающейся в точке $P_{\max} : \gamma_{\max} = 3.1416 \text{ рад}$, $\theta_{\max} = 1.3417 \text{ рад}$, $\dot{\theta}_{\max} = 0$, $G_{\max} = 0.0034 \text{ рад/с}$. Минимальная сила $|\bar{F}_{I \min}| = 0.0309 \text{ Н}$ наблюдается на траектории, начинающейся в точке $P_{\min} : \gamma_{\min} = 0.0063 \text{ рад}$, $\theta_{\max} = 3.1266 \text{ рад}$, $\dot{\theta}_{\max} = 0$, $G_{\max} = 0.0036 \text{ рад/с}$. На

рис. 9а и 9б показаны соответствующие фазовые траектории и траектория пересечения оси цилиндра $B\bar{Y}_b$ единичной сферы, построенная в орбитальной системе координат $BX_oY_oZ_o$.

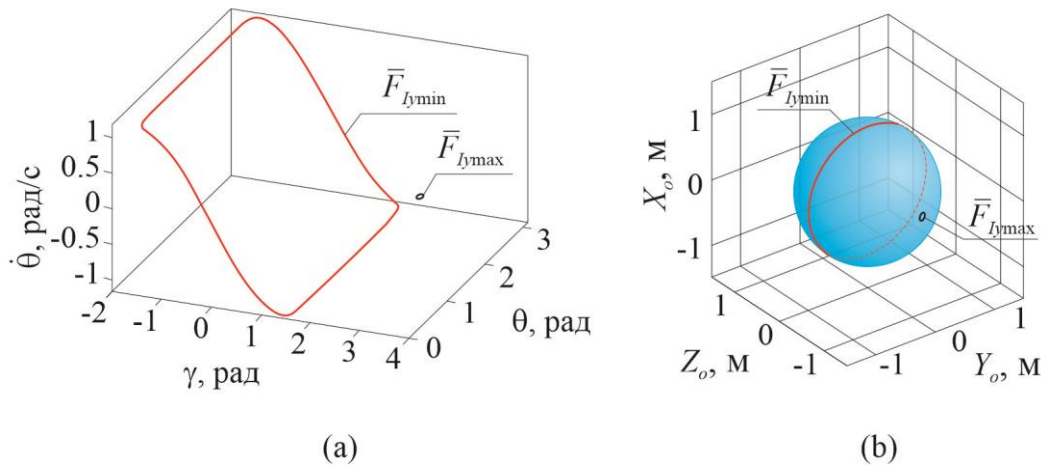


Рисунок. 9. Наиболее эффективная и неэффективная траектории.

Проведем численный расчет увода космического мусора с круговой орбиты высотой 750км с помощью систем уравнений (8), (13)-(16). Рассмотрим случаи, когда в начальный момент времени объект находится в точке P_{\max} и P_{\min} . Для расчета затрат топлива воспользуемся формулой

$$\dot{m}_f = \frac{F_T}{I_{sp} g_0} + \frac{|P_x| + |P_y|}{I_{sp} g_0}, \quad (38)$$

где $F_T = 0.2\text{Н}$ - тяга двигателя, $I_{sp} = 4042.4\text{с}$ - удельный импульс,

$$P_x = -k_x x - k_{v_x} \dot{x}, \quad P_y = P_{y0} + k_y (y_A - y) - k_{v_y} \dot{y}, \quad (39)$$

где $k_x = k_y = 1000\text{Н/м}$, $k_{v_x} = k_{v_y} = 1000\text{Нс/м}$ - коэффициенты закона управления,

$P_{y0} = -0.0333\text{Н}$ - тяга компенсационного двигателя. Расчеты показали, что в первом

случае спуск с орбиты занял 179 дней и 6657 часов при этом потребовалось 91.815кг

топлива. Во втором случае увод с орбиты занял 197 дней и 6177 часов и потребовал 99.601кг топлива. Разница в массе топлива составила 7.82%.

7. Заключение

В статье рассмотрена задача увода с орбиты объекта космического мусора с помощью генерируемого КА ионного потока. Разработаны математические модели, описывающие движение объекта космического мусора, рассматриваемого как динамически симметричный цилиндр, под действием гравитационных и ионных сил и моментов. Проведено исследование невозмущенного движения объекта космического мусора на круговой орбите. Для объекта космического мусора близкого по параметрам к SL-8 Kosmos численно определен наиболее благоприятный и неблагоприятный с точки зрения величины генерируемой ионной силы режим движения. Проведено численное моделирование спуска объекта космического мусора с орбиты и дана оценка затрат топлива, необходимого для осуществления этой транспортной операции. Разница топлива для наиболее благоприятного и неблагоприятного углового режима движения составила 7.82%.

Список источников

1. McKnight D. et al. Identifying the 50 statistically-most-concerning derelict objects in LEO // Acta Astronautica, 2021, vol. 181, no. January, pp. 282–291. DOI: [10.1016/j.actaastro.2021.01.021](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.01.021)

2. Kessler D.J., Cour-Palais B.G. Collision frequency of artificial satellites: The creation of a debris belt // Journal of Geophysical Research, 1978, vol. 83, № A6, pp. 2637–2646. DOI: [10.1029/JA083iA06p02637](https://doi.org/10.1029/JA083iA06p02637)
3. Баркова М.Е. К вопросу о построении трассы космического аппарата для утилизации космического мусора и объекта космического мусора // Труды МАИ. 2022. № 125. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=168147>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-01](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-01)
4. Bonnal C. et al. CNES technical considerations on space traffic management // Acta Astronautica, 2020, vol. 167, pp. 296–301. DOI: [10.1016/j.actaastro.2019.11.023](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.11.023)
5. Bonnal C. et al. Just in time collision avoidance – A review // Acta Astronautica, 2020, vol. 170, pp. 637–651. DOI: [10.1016/j.actaastro.2020.02.016](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.02.016)
6. Kawamoto S. et al. Impact on collision probability by post mission disposal and active debris removal // Journal of Space Safety Engineering, 2020, vol. 7, no. 3, pp. 178–191. DOI: [10.1016/j.jsse.2020.07.012](https://doi.org/10.1016/j.jsse.2020.07.012)
7. Пикалов Р.С., Юдинцев В.В. Обзор и выбор средств увода крупногабаритного космического мусора // Труды МАИ. 2018. № 100. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=93299>
8. Ledkov A., Aslanov V. Review of contact and contactless active space debris removal approaches // Progress in Aerospace Sciences, 2022, vol. 134, pp. 100858. DOI: [10.1016/j.paerosci.2022.100858](https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2022.100858)
9. Mark C.P., Kamath S. Review of Active Space Debris Removal Methods // Space Policy, 2019, vol. 47, pp. 194–206. DOI: [10.1016/j.spacepol.2018.12.005](https://doi.org/10.1016/j.spacepol.2018.12.005)

10. Aslanov V.S. Gravitational Trap for Space Debris in Geosynchronous Orbit // Journal of Spacecraft and Rockets, 2019, vol. 56, no. 4, pp. 1277–1281. DOI: [10.2514/1.A34384](https://doi.org/10.2514/1.A34384)
11. Aslanov V., Yudin V. Motion Control of Space Tug During Debris Removal by a Coulomb Force // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2018, vol. 41, no. 7, pp. 1476–1484. DOI: [10.2514/1.G003251](https://doi.org/10.2514/1.G003251)
12. Ледков А.С., Белов А.А., Тчаников И.А. Сравнение эффективности использования лазерной абляции и ионного потока для бесконтактной уборки космического мусора с квазикруговой орбиты // Труды МАИ. 2022. № 127. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=170321>. DOI: [10.34759/trd-2022-127-01](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-01)
13. Bombardelli C., Pelaez J. Ion Beam Shepherd for Contactless Space Debris Removal // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, vol. 34, no. 3, pp. 916–920. DOI: [10.2514/1.51832](https://doi.org/10.2514/1.51832)
14. Kitamura S. Large space debris reorbiter using ion beam irradiation // 61 st International Astronautical Congress, Prague, Czech Republic, 2010.
15. Ruault J.M. et al. Active Debris Removal (ADR): From identification of problematics to in flight demonstration preparation // 1st European Workshop On Active Debris Removal, Paris, June, 2010.
16. Ruiz M. et al. The FP7 LEOSWEEP project: Improving low earth orbit security with enhanced electric propulsion // Space Propulsion Conference, 2014, pp. 35–42.

17. Redka M.O., Khoroshylov S. V. Determination of the Force Impact of an Ion Thruster Plume on an Orbital Object Via Deep Learning // Space Science and Technology, 2022, vol. 28, no. 5, pp. 15–26. DOI: [10.15407/knit2022.05.015](https://doi.org/10.15407/knit2022.05.015)
18. Merino M. et al. Hypersonic Plasma Plume Expansion in Space // 32nd International Electric Propulsion Conference, 2011, pp. 1–14.
19. Dannenmayer K. et al. Hall Effect Thruster Plasma Plume Characterization with Probe Measurements and Self-Similar Fluid Models // 48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012, pp. 1–10. DOI: [10.2514/6.2012-4117](https://doi.org/10.2514/6.2012-4117)
20. Cichocki F., Merino M., Ahedo E. Modeling and simulation of EP plasma plume expansion into vacuum // 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, 2014, pp. 1–17. DOI: [10.2514/6.2014-3828](https://doi.org/10.2514/6.2014-3828)
21. Nakajima Y. et al. Contactless space debris detumbling: A database approach based on computational fluid dynamics // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2018, vol. 41, no. 9, pp. 1906–1918. DOI: [10.2514/1.G003451](https://doi.org/10.2514/1.G003451)
22. Рязанов В.В., Ледков А.С. Увод наноспутника с низкой орбиты с помощью ионного потока // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Математика. Механика. Информатика. 2019. vol. 19. № 1. pp. 82–93. DOI: [10.18500/1816-9791-2019-19-1-82-93](https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-1-82-93)
23. Bombardelli C. et al. Relative dynamics and control of an ion beam shepherd satellite // Advances in the Astronautical Sciences, 2012, vol. 143, pp. 2145–2157.

24. Alpatov A., Khoroshylov S., Bombardelli C. Relative control of an ion beam shepherd satellite using the impulse compensation thruster // Acta Astronautica, 2018, vol. 151, pp. 543–554. DOI: [10.1016/j.actaastro.2018.06.056](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.06.056)
25. Khoroshylov S. Relative control of an ion beam shepherd satellite in eccentric orbits // Acta Astronautica, 2020, vol. 176, pp. 89–98. DOI: [10.1016/j.actaastro.2020.06.027](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.06.027)
26. Рязанов В.В. Управление движением космического аппарата при бесконтактном уводе космического мусора // Труды МАИ. 2019. № 107. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=107837>
27. Khoroshylov S. Out-of-plane relative control of an ion beam shepherd satellite using yaw attitude deviations // Acta Astronautica, 2019, vol. 164, pp. 254–261. DOI: [10.1016/j.actaastro.2019.08.016](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.08.016)
28. Петухов В.Г., Рязанов В.В. Искусственные точки либрации в задаче буксировки космического мусора ионным потоком // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21. № 2. С. 202–212. DOI: [10.18500/1816-9791-2021-21-2-202-212](https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-2-202-212)
29. Urrutxua H., Bombardelli C., Hedo J.M. A preliminary design procedure for an ion-beam shepherd mission // Aerospace Science and Technology, 2019, vol. 88, pp. 421–435. DOI: [10.1016/j.ast.2019.03.038](https://doi.org/10.1016/j.ast.2019.03.038)
30. Cichocki F. et al. Electric propulsion subsystem optimization for "Ion Beam Shepherd" missions // Journal of Propulsion and Power, 2017, vol. 33, no. 2, pp. 370–378. DOI: [10.2514/1.B36105](https://doi.org/10.2514/1.B36105)

31. Obukhov V.A. et al. Problematic issues of spacecraft development for contactless removal of space debris by ion beam // *Acta Astronautica*, 2021, vol. 181, pp. 569–578. DOI: [10.1016/j.actaastro.2021.01.043](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.01.043)
32. Colpari R. et al. Conceptual analysis for a technology demonstration mission of the ion beam shepherds // *CEAS Space Journal*, 2023, vol. 15, no. 4, pp. 567-584. DOI: [10.1007/s12567-022-00464-x](https://doi.org/10.1007/s12567-022-00464-x)
33. Гончаров П.С., Копейка А.Л., Бабин А.М. Методика экспериментального моделирования воздействия излучения плазмы электрического ракетного двигателя на солнечные элементы // *Труды МАИ*. 2022. № 126. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=168995>. DOI: [10.34759/trd-2022-126-09](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-09)
34. Алпатов А.П., Маслова А.И., Хорошилов С.В. Бесконтактное удаление космического мусора ионным лучом. *Динамика и управление*. Mauritius: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018, 345 p.
35. Li H., Li J., Jiang F. Dynamics and control for contactless interaction between spacecraft and tumbling debris // *Advances in Space Research*, 2018, vol. 61, no. 1, pp. 154–166. DOI: [10.1016/j.asr.2017.10.008](https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.10.008)
36. Nakajima Y. et al. Efficiency Improving Guidance for Detumbling of Space Debris Using Thruster Plume Impingement // *IEEE Aerospace Conference Proceedings*, 2020, pp. 1–12. DOI: [10.1109/AERO47225.2020.9172511](https://doi.org/10.1109/AERO47225.2020.9172511)
37. Aslanov V., Ledkov A. *Attitude Dynamics and Control of Space Debris During Ion Beam Transportation*, Cambridge: Elsevier, 2022, 320 p.

38. Маркеев А.П. Теоретическая механика. Учебник для высших учебных заведений. - Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2007. - 592 p.
39. Aslanov V.S., Ledkov A.S. Space debris attitude control during contactless transportation in planar case // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2020, vol. 43, no. 3, pp. 451–461. DOI: [10.2514/1.G004686](https://doi.org/10.2514/1.G004686)
40. Ledkov A.S., Aslanov V.S. Active space debris removal by ion multi-beam shepherd spacecraft // *Acta Astronautica*, 2023, vol. 205, pp. 247–257. DOI: [10.1016/j.actaastro.2023.02.003](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2023.02.003)
41. Šilha J. et al. Apparent rotation properties of space debris extracted from photometric measurements // *Advances in Space Research*, 2018, vol. 61, no. 3, pp. 844–861. DOI: [10.1016/j.asr.2017.10.048](https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.10.048)
42. Pardini C., Anselmo L. Evaluating the environmental criticality of massive objects in LEO for debris mitigation and remediation // *Acta Astronautica*, 2018, vol. 145, pp. 51–75. DOI: [10.1016/j.actaastro.2018.01.028](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.01.028)
43. Aslanov V.S., Ledkov A.S. Fuel costs estimation for ion beam assisted space debris removal mission with and without attitude control // *Acta Astronautica*, 2021, vol. 187, pp. 123–132. DOI: [10.1016/j.actaastro.2021.06.028](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.06.028)

References

1. McKnight D. et al. Identifying the 50 statistically-most-concerning derelict objects in LEO, *Acta Astronautica*, 2021, vol. 181, no. January, pp. 282–291. DOI: [10.1016/j.actaastro.2021.01.021](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.01.021)

2. Kessler D.J., Cour-Palais B.G. Collision frequency of artificial satellites: The creation of a debris belt, *Journal of Geophysical Research*, 1978, vol. 83, № A6, pp. 2637–2646. DOI: [10.1029/JA083iA06p02637](https://doi.org/10.1029/JA083iA06p02637)
3. Barkova M.E. *Trudy MAI*, 2022, no. 125. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=168147>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-01](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-01)
4. Bonnal C. et al. CNES technical considerations on space traffic management, *Acta Astronautica*, 2020, vol. 167, pp. 296–301. DOI: [10.1016/j.actaastro.2019.11.023](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.11.023)
5. Bonnal C. et al. Just in time collision avoidance – A review, *Acta Astronautica*, 2020, vol. 170, pp. 637–651. DOI: [10.1016/j.actaastro.2020.02.016](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.02.016)
6. Kawamoto S. et al. Impact on collision probability by post mission disposal and active debris removal, *Journal of Space Safety Engineering*, 2020, vol. 7, no. 3, pp. 178–191. DOI: [10.1016/j.jsse.2020.07.012](https://doi.org/10.1016/j.jsse.2020.07.012)
7. Pikalov R.S., Yudintsev V.V. *Trudy MAI*, 2018, no 100. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=93299>
8. Ledkov A., Aslanov V. Review of contact and contactless active space debris removal approaches, *Progress in Aerospace Sciences*, 2022, vol. 134, pp. 100858. DOI: [10.1016/j.paerosci.2022.100858](https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2022.100858)
9. Mark C.P., Kamath S. Review of Active Space Debris Removal Methods, *Space Policy*, 2019, vol. 47, pp. 194–206. DOI: [10.1016/j.spacepol.2018.12.005](https://doi.org/10.1016/j.spacepol.2018.12.005)
10. Aslanov V.S. Gravitational Trap for Space Debris in Geosynchronous Orbit, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2019, vol. 56, no. 4, pp. 1277–1281. DOI: [10.2514/1.A34384](https://doi.org/10.2514/1.A34384)

11. Aslanov V., Yudintsev V. Motion Control of Space Tug During Debris Removal by a Coulomb Force, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2018, vol. 41, no. 7, pp. 1476–1484. DOI: [10.2514/1.G003251](https://doi.org/10.2514/1.G003251)
12. Ledkov A.S., Belov A.A., Tchanikov I.A. *Trudy MAI*, 2022, no. 127. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=170321>. DOI: [10.34759/trd-2022-127-01](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-01)
13. Bombardelli C., Pelaez J. Ion Beam Shepherd for Contactless Space Debris Removal, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, vol. 34, no. 3, pp. 916–920. DOI: [10.2514/1.51832](https://doi.org/10.2514/1.51832)
14. Kitamura S. Large space debris reorbiter using ion beam irradiation, *61 st International Astronautical Congress*, Prague, Czech Republic, 2010.
15. Ruault J.M. et al. Active Debris Removal (ADR): From identification of problematics to in flight demonstration preparation, *1st European Workshop On Active Debris Removal*, Paris, June, 2010.
16. Ruiz M. et al. The FP7 LEOSWEEP project: Improving low earth orbit security with enhanced electric propulsion, *Space Propulsion Conference*, 2014, pp. 35–42.
17. Redka M.O., Khoroshylov S. V. Determination of the Force Impact of an Ion Thruster Plume on an Orbital Object Via Deep Learning, *Space Science and Technology*, 2022, vol. 28, no. 5, pp. 15–26. DOI: [10.15407/knit2022.05.015](https://doi.org/10.15407/knit2022.05.015)
18. Merino M. et al. Hypersonic Plasma Plume Expansion in Space, *32nd International Electric Propulsion Conference*, 2011, pp. 1–14.
19. Dannenmayer K. et al. Hall Effect Thruster Plasma Plume Characterization with Probe Measurements and Self-Similar Fluid Models, *48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint*

- Propulsion Conference*, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012, pp. 1–10. DOI: [10.2514/6.2012-4117](https://doi.org/10.2514/6.2012-4117)
20. Cichocki F., Merino M., Ahedo E. Modeling and simulation of EP plasma plume expansion into vacuum, *50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, 2014, pp. 1–17. DOI: [10.2514/6.2014-3828](https://doi.org/10.2514/6.2014-3828)
21. Nakajima Y. et al. Contactless space debris detumbling: A database approach based on computational fluid dynamics, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2018, vol. 41, no. 9, pp. 1906–1918. DOI: [10.2514/1.G003451](https://doi.org/10.2514/1.G003451)
22. Ryazanov V.V., Ledkov A.S. *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Seriya Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2019, vol. 19, no. 1, pp. 82–93. DOI: [10.18500/1816-9791-2019-19-1-82-93](https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-1-82-93)
23. Bombardelli C. et al. Relative dynamics and control of an ion beam shepherd satellite, *Advances in the Astronautical Sciences*, 2012, vol. 143, pp. 2145–2157.
24. Alpatov A., Khoroshylov S., Bombardelli C. Relative control of an ion beam shepherd satellite using the impulse compensation thruster, *Acta Astronautica*, 2018, vol. 151, pp. 543–554. DOI: [10.1016/j.actaastro.2018.06.056](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.06.056)
25. Khoroshylov S. Relative control of an ion beam shepherd satellite in eccentric orbits, *Acta Astronautica*, 2020, vol. 176, pp. 89–98. DOI: [10.1016/j.actaastro.2020.06.027](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.06.027)
26. Ryazanov V.V. *Trudy MAI*, 2019, no. 107. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=107837>

27. Khoroshylov S. Out-of-plane relative control of an ion beam shepherd satellite using yaw attitude deviations, *Acta Astronautica*, 2019, vol. 164, pp. 254–261. DOI: [10.1016/j.actaastro.2019.08.016](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.08.016)
28. Petukhov V.G., Ryazanov V.V. *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Seriya: Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2021, vol. 21, no. 2, pp. 202–212. DOI: [10.18500/1816-9791-2021-21-2-202-212](https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-2-202-212)
29. Urrutxua H., Bombardelli C., Hedo J.M. A preliminary design procedure for an ion-beam shepherd mission, *Aerospace Science and Technology*, 2019, vol. 88, pp. 421–435. DOI: [10.1016/j.ast.2019.03.038](https://doi.org/10.1016/j.ast.2019.03.038)
30. Cichocki F. et al. Electric propulsion subsystem optimization for "Ion Beam Shepherd" missions, *Journal of Propulsion and Power*, 2017, vol. 33, no. 2, pp. 370–378. DOI: [10.2514/1.B36105](https://doi.org/10.2514/1.B36105)
31. Obukhov V.A. et al. Problematic issues of spacecraft development for contactless removal of space debris by ion beam, *Acta Astronautica*, 2021, vol. 181, pp. 569–578. DOI: [10.1016/j.actaastro.2021.01.043](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.01.043)
32. Colpari R. et al. Conceptual analysis for a technology demonstration mission of the ion beam shepherds, *CEAS Space Journal*, 2023, vol. 15, no. 4, pp. 567-584. DOI: [10.1007/s12567-022-00464-x](https://doi.org/10.1007/s12567-022-00464-x)
33. Goncharov P.S., Kopeika A.L., Babin A.M. *Trudy MAI*, 2022, no. 126. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=168995>. DOI: [10.34759/trd-2022-126-09](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-09)

34. Alpatov A.P., Maslova A.I., Khoroshilov S.V. *Beskontaktnoe udalenie kosmicheskogo musora ionnym luchom. Dinamika i upravlenie*, Mauritius: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018, 345 p.
35. Li H., Li J., Jiang F. Dynamics and control for contactless interaction between spacecraft and tumbling debris, *Advances in Space Research*, 2018, vol. 61, no. 1, pp. 154–166. DOI: [10.1016/j.asr.2017.10.008](https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.10.008)
36. Nakajima Y. et al. Efficiency Improving Guidance for Detumbling of Space Debris Using Thruster Plume Impingement, *IEEE Aerospace Conference Proceedings*, 2020, pp. 1–12. DOI: [10.1109/AERO47225.2020.9172511](https://doi.org/10.1109/AERO47225.2020.9172511)
37. Aslanov V., Ledkov A. *Attitude Dynamics and Control of Space Debris During Ion Beam Transportation*, Cambridge: Elsevier, 2022. 320 p.
38. Markeev A.P. *Teoreticheskaya mekhanika* (Theoretical mechanics), Moscow-Izhevsk, Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika, 2007, 592 p.
39. Aslanov V.S., Ledkov A.S. Space debris attitude control during contactless transportation in planar case, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2020, vol. 43, no. 3, pp. 451–461. DOI: [10.2514/1.G004686](https://doi.org/10.2514/1.G004686)
40. Ledkov A.S., Aslanov V.S. Active space debris removal by ion multi-beam shepherd spacecraft, *Acta Astronautica*, 2023, vol. 205, pp. 247–257. DOI: [10.1016/j.actaastro.2023.02.003](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2023.02.003)
41. Šilha J. et al. Apparent rotation properties of space debris extracted from photometric measurements, *Advances in Space Research*, 2018, vol. 61, no. 3, pp. 844–861. DOI: [10.1016/j.asr.2017.10.048](https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.10.048)

42. Pardini C., Anselmo L. Evaluating the environmental criticality of massive objects in LEO for debris mitigation and remediation, *Acta Astronautica*, 2018, vol. 145, pp. 51–75.

DOI: [10.1016/j.actaastro.2018.01.028](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.01.028)

43. Aslanov V.S., Ledkov A.S. Fuel costs estimation for ion beam assisted space debris removal mission with and without attitude control, *Acta Astronautica*, 2021, vol. 187, pp.

123–132. DOI: [10.1016/j.actaastro.2021.06.028](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.06.028)

Статья поступила в редакцию 15.07.2023

Одобрена после рецензирования 24.07.2023

Принята к публикации 28.08.2023

The article was submitted on 15.07.2023; approved after reviewing on 24.07.2023; accepted for publication on 28.08.2023