

Труды МАИ. 2025. № 143  
Trudy MAI. 2025. No. 143. (In Russ.)

Научная статья  
УДК 681.51:629.735  
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=185659>  
EDN: <https://www.elibrary.ru/TKYLSM>

## **ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МАЛОГАБАРИТНОГО САМОЛЕТА НА УЧАСТКАХ ВЗЛЕТА И ПОСАДКИ В УСЛОВИЯХ ВЕТРОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ**

**Артем Владимирович Третьяков<sup>1</sup>✉, Оксана Ивановна Пискунова<sup>2</sup>**

<sup>1,2</sup>Государственный университет «Дубна»,

Дубна, Московская область, Россия

<sup>1</sup>[treav@mail.ru](mailto:treav@mail.ru)✉

*Аннотация.* В работе исследуются контуры стабилизации и управления малогабаритного самолета в продольной плоскости на участках взлета и посадки в условиях воздействия ветрового возмущения с интенсивностью, характерной для приземного слоя атмосферы. Исследование проведено с помощью методик: частотного синтеза и моделирования численным методом, с использованием моделей ветрового воздействия: ветрового угла атаки и линейной скорости ветра, полученной на основе экспериментальных измерений ветра приземного слоя. Приводятся рекомендации по выбору параметров системы управления самолета.

Предложенные методики могут быть использованы при исследовании характеристик устойчивости и управления процессами балансировки самолета на участках взлета и посадки в проектных и учебных целях.

**Ключевые слова:** стабилизация самолета, модель ветра, запасы устойчивости, метод Д-разбиения, фильтр Калмана, быстрое преобразование Фурье

**Для цитирования:** Третьяков А.В., Пискунова О.И. Построение системы управления малогабаритного самолета на участках взлета и посадки в условиях ветрового воздействия // Труды МАИ. 2025. № 143. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=185659>

Original article

## **BUILDING A CONTROL SYSTEM OF A SMALL-SIZED AIRCRAFT IN THE TAKE-OFF AND LANDING AREAS UNDER WIND CONDITIONS**

**Artem V. Tretyakov<sup>1</sup>, Oksana I. Piskunova<sup>2</sup>,**

<sup>1,2</sup>Moscow region State Institute of Higher Education "Dubna University",  
Dubna, Moscow region, Russia

<sup>1</sup>[treav@mail.ru](mailto:treav@mail.ru)

**Abstract.** The paper examines the stabilization contour (SC) and control systems (CS) of a small-sized aircraft (SSA) in the longitudinal plane at the take-off and landing sites under the influence of wind disturbances with an intensity characteristic of the surface layer.

The study of SC was carried out on a mathematical model based on the SSA equations of motion linearized by the method of small perturbations. The aerodynamic and mass-inertia parameters of the SSA are defined as dynamic coefficients of the linearized SC.

The investigation was conducted by the method of frequency synthesis. The D-partitioning method was used to construct the stability range of the aircraft at the stage of preliminary assessment of its flight performance. This method has been completed by calculating the

stability subdomains of margins in amplitude and phase, obtained by using of the logarithmic form of the Nyquist stability criterion. The influence of the dynamic characteristics of the steering drives and the angular velocity sensors on the formation of the stability region is taken into account.

The proposed method makes it possible to estimate the stability margins in a specified range of frequency domain functioning of the investigated systems. For performing of calculations the programs have been compiled in the language of the MATLAB software environment.

The wind disturbance is made by increasing the SSA angle of attack by a value proportional to the wind effect. The wind effect near the ground is taken into account primarily due to the low values of the air flow pressures acting on the SSA in this section of the flight. Real measurements collected on the ground, in height and relief corresponding to the conditions of the SSA launch, were used as the initial data for the wind model formation. The approximation of the wind effect is performed by using the fast Fourier transform method.

In order for the calculation results to reflect the nature of wind flow variability in the area under consideration as realistically as possible the obtained approximation got complacent with the initial data using the Kalman filter.

Recommendations on the choice of gain coefficients for SC and CS parameters are given. The proposed techniques can be used to study the stability characteristics and control the SSA balancing processes at the take-off and landing sites.

**Keywords:** angular stabilization system, small-sized aircraft, aircraft stabilization, wind model, stability reserves, D-partitioning method, Kalman filter, fast Fourier transform

*For citation:* Tretyakov A.V., Piskunova O.I. Building a control system of a small-sized aircraft in the take-off and landing areas under wind conditions. *Trudy MAI*. 2025. No. 143. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=185659>

## Введение

Для реализации заданной траектории полета малогабаритный самолет (МС) должен стабилизировать свое положение в пространстве, как по отношению к вектору скорости центра масс, так и по отношению к возникающим в процессе старта опрокидывающим моментам, вызываемым в том числе неожиданными порывами встречного ветра. При этом управление движением относительно центра масс МС происходит через управление угловыми движениями, которое обеспечивает система стабилизации углового положения МС. В этой системе входным сигналом является заданное угловое положение МС, выходным – его фактическое угловое положение. Так как МС по отношению к угловым движениям является системой с тремя степенями свободы, то для управления этими движениями система автоматической стабилизации должна иметь не менее трех каналов управления. В общем случае эти каналы могут быть связаны между собой. Расчет уравнений модели движения МС в пространстве возможен только численными методами. При этом необходимо иметь информацию о высотно-скоростных характеристиках двигателя, массово-инерционных параметрах и аэродинамических коэффициентах самолета. Однако, при исследовании контура стабилизации (КС) решение может быть найдено путем

интегрирования параметров движения МС, находящегося в состоянии установившегося горизонтального полета.

В настоящей статье, в продолжение и развитие уже выполненной ранее работы [1], рассматривается методика расчета параметров КС с помощью элементов теории частотного синтеза и моделирования контура управления (КУ) численным методом с использованием моделей ветрового воздействия: ветрового угла атаки [1, 2, 3] и линейной скорости ветра. Эти модели получены на основе экспериментальных измерений ветра приземного слоя. В работе рассмотрен только один – вертикальный канал, но при воздействии дополнительного опрокидывающего момента, вызванного ветровым возмущением. Учет ветрового воздействия на участках взлета и посадки важен в первую очередь из-за низких скоростных параметров МС вблизи поверхности земли.

### Модель контура стабилизации

Структурная схема математической модели контура стабилизации в продольном канале представлена на рисунке 1.

Контур состоит из двух обратных связей (ОС), работающих по сигналам: свободного гироскопа (СГ) и датчика угловых скоростей (ДУС) [4], причем ДУС,

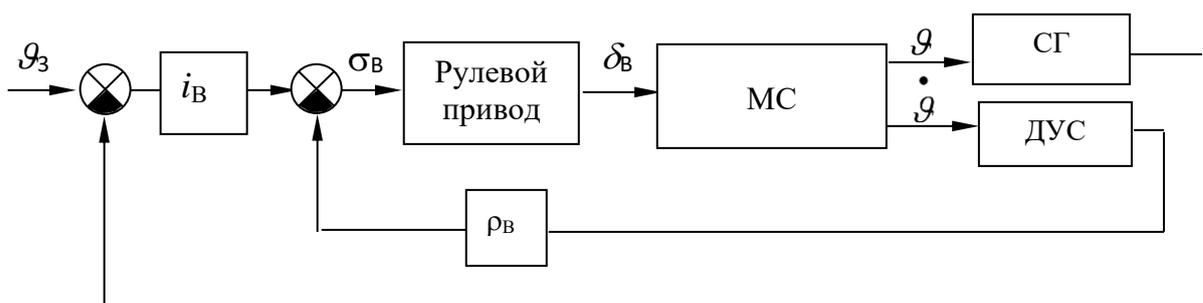


Рисунок 1 – Структурная схема контура стабилизации МС

помимо измерения угловой скорости в продольном канале, выполняет демпфирующую функцию в контуре стабилизации. Процесс стабилизации угла тангажа  $\vartheta$  состоит в следующем.

Под действием сигнала управления  $\sigma_B$  руль высоты отклоняется на угол  $\delta_B$ , создавая при этом момент, который отклоняет строительную ось МС, приближая угол тангажа  $\vartheta$  к его заданному значению  $\vartheta_3$ . Это достигается формированием закона стабилизации в виде:

$$\sigma_B = i_B(\vartheta - \vartheta_3) + \rho_B \dot{\vartheta},$$

где  $\vartheta$ ,  $\dot{\vartheta}$  – соответственно угол и угловая скорость МС по тангажу;  $i_B$ ,  $\rho_B$  – передаточные числа по углу и угловой скорости.

Такое формирование управляющего сигнала приводит к уменьшению рассогласования  $(\vartheta - \vartheta_3)$  между углом тангажа МС, измеренным свободным гироскопом, и его заданным значением. Введение в состав управления сигнала  $\rho_B \dot{\vartheta}$ , пропорционального угловой скорости тангажа, позволяет улучшить качество процесса стабилизации.

При управлении МС производится не только стабилизация его относительно центра масс, но и управление углом тангажа, например на режимах набора высоты, поддержании заданной высоты, снижения. Но так как управление движением по траектории и стабилизация относительно центра масс являются разнотемповыми процессами [5], то исследование устойчивости произведено для динамики процессов

углового движения по тангажу, а движение по траектории при этом «замораживается».

Передаточная функция МС как объекта управления, полученная из системы уравнений [1] с параметрами  $T_{\text{РП}} = 0,03$  с;  $\tau_{\text{РП}} = 0,0125$  с  $T_{\text{ДУС}} = 0,0035$  с;  $\xi_{\text{ДУС}} = 0,185$ , линеаризованных по методу малых возмущений [6], с учетом того, что по стр. 178 [7] ОС канала ДУС:

$$\dot{\vartheta}(p) = -pa_3 + a_3a_4 - a_2a_5,$$

а характеристическое уравнение МС:

$$D_{\text{МС}}(p) = p^2 + (a_1 + a_4)p + a_1a_4 + a_2.$$

Таким образом, передаточная функция МС как объекта управления имеет вид:

$$W_{\text{МС}}(p) = -\frac{1}{p} \cdot \frac{a_3(p + a_4) - a_2a_5}{p^2 + (a_1 + a_4)p + a_1a_4 + a_2},$$

где  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  – динамические коэффициенты, определяемые по данным аэродинамических коэффициентов, массово-инерционных параметров и параметров двигателя МС [8]:  $a_1 = 0,03$ ;  $a_2 = 200$ ;  $a_3 = 300$ ;  $a_4 = 1,5$ ;  $a_5 = 0,3$ .

### **Расчет области устойчивости с запасами по амплитуде и фазе**

Целью расчета является определение значений коэффициентов усиления или передаточных чисел  $i_B$  и  $\rho_B$  в обратных связях по СГ и по ДУС, соответственно, путем построения области устойчивости исследуемой модели МС в плоскости этих параметров, т.е. границы Д-разбиения, а также построения зон запасов в логарифмической шкале по амплитуде и фазе внутри этой области.

Для определения значений запасов использован критерий устойчивости Найквиста, который основан на построении годографа частотной передаточной функции  $W(j\omega)$  разомкнутой системы. Логарифмическая форма критерия Найквиста позволяет оценивать запасы устойчивости в частотной области функционирования исследуемой системы [1, 9, 10].

Передаточная функция контура стабилизации МС в разомкнутом виде, с учетом преобразования структурной схемы рисунка 1 и учета влияния на формирование области устойчивости рулевого привода с информационным запаздыванием и датчика угловых скоростей [11], в соответствии с п. 3.4.1 [12] имеет вид:

$$W_{\text{КС.раз}}(p) = W_{\text{РП}}(p) \cdot W_{\text{МС}}(p) \cdot \frac{1}{p} \cdot i_{\text{В}} + W_{\text{ДУС}}(p) \cdot W_{\text{РП}}(p) \cdot W_{\text{МС}}(p) \cdot \rho_{\text{В}}, \quad (1)$$

$$W_{\text{КС}}(p) = \frac{e^{-p\tau_{\text{РП}}}}{T_{\text{РП}}p + 1} \times \frac{a_3p + a_3a_4 - a_2a_5}{p^2 + (a_1 + a_4)p + a_1a_4 + a_2} \times \frac{1}{p} i_{\text{В}} + \\ + \frac{1}{T_{\text{ДУС}}^2 p^2 + 2\xi_{\text{ДУС}} T_{\text{ДУС}} p + 1} \times \frac{e^{-p\tau_{\text{РП}}}}{T_{\text{РП}}p + 1} \times \frac{a_3p + a_3a_4 - a_2a_5}{p^2 + (a_1 + a_4)p + a_1a_4 + a_2} \rho_{\text{В}}.$$

Для построения годографа разделим функцию КС на две части, относящиеся к каждому из коэффициентов  $i_{\text{В}}$  и  $\rho_{\text{В}}$ :

$$W_{i_{\text{В}}}(p) = - W_{\text{РП}}(p) \cdot W_{\text{МС}}(p) \cdot \frac{1}{p},$$

$$W_{\rho_{\text{В}}}(p) = - W_{\text{РП}}(p) \cdot W_{\text{ДУС}}(p) \cdot W_{\text{МС}}(p).$$

Преобразуем передаточные функции в частотные передаточные функции, заменив  $p = j\omega$ :

$$W_{i_{\text{В}}}(j\omega) = - W_{\text{РП}}(j\omega) \cdot W_{\text{МС}}(j\omega) \cdot \frac{1}{j\omega},$$

$$W_{pB}(j\omega) = - W_{pП}(j\omega) \cdot W_{дУС}(j\omega) \cdot W_{mС}(j\omega).$$

С помощью функций `real` и `imag` программной среды MATLAB можно выделить для каждой из полученных функций действительную и мнимую части [13]:

$$W1\_re(iw) = \text{real}(W1(iw));$$

$$W1\_im(iw) = \text{imag}(W1(iw));$$

$$W2\_re(iw) = \text{real}(W2(iw));$$

$$W2\_im(iw) = \text{imag}(W2(iw));$$

Уравнение границы D-разбиения:

$$i_B = \frac{W_{2im}}{W_{2re} W_{1im} - W_{2im} W_{1re}},$$

$$\rho_B = -\frac{W_{1re} i_B + 1}{W_{2re}},$$

где  $W_{1re}$ ,  $W_{2re}$  – действительные части частотных функций;  $W_{1im}$ ,  $W_{2im}$  – мнимые части частотных функций.

В соответствии с рекомендациями стр. 156 [14], рекомендуемые запасы в частотной области по амплитуде  $\Delta L = 5$  дБ, по фазе  $\Delta\varphi = 30^\circ$ . В работе для наглядности определены три подобласти запасов по амплитуде и три подобласти запасов по фазе:  $\Delta L = 5, 10, 15$  дБ;  $\Delta\varphi = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ .

С помощью критерия устойчивости Найквиста в логарифмической форме можно выразить искомые коэффициенты усиления, определяющие уравнения подобласти запаса по амплитуде:

$$i_{BL} = \frac{W_{2im} 10^{\frac{\Delta L}{20}}}{W_{2re} W_{1im} - W_{2im} W_{1re}}, \quad \rho_{BL} = -\frac{W_{1re} i_{BL} + 10^{-\frac{\Delta L}{20}}}{W_{2re}}.$$

Представим уравнения границы устойчивости в тригонометрической форме, в соответствии с формулой Эйлера

$$e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t.$$

Для того чтобы исследуемая система имела запас по фазе необходимо прибавить к аргументам тригонометрических функций положительный угол  $\Delta\varphi$ . В результате несложных преобразований получим уравнения расчета подбласти запаса по фазе:

$$i_{B\varphi} = \frac{W_{2im} \cos(\Delta\varphi - \pi) - W_{2re} \sin(\Delta\varphi - \pi)}{W_{1re} W_{2im} - W_{2re} W_{1im}},$$

$$\rho_{B\varphi} = \frac{-W_{1re} i_{B\varphi} + \cos(\Delta\varphi - \pi)}{W_{2re}}.$$

На рисунке 2 построена полученная кривая D-разбиения с запасами. Выбранная точка отмечена звездочкой. Значения ее координат ( $i_B = 0,15$  и  $\rho_B = 0,025$ ).

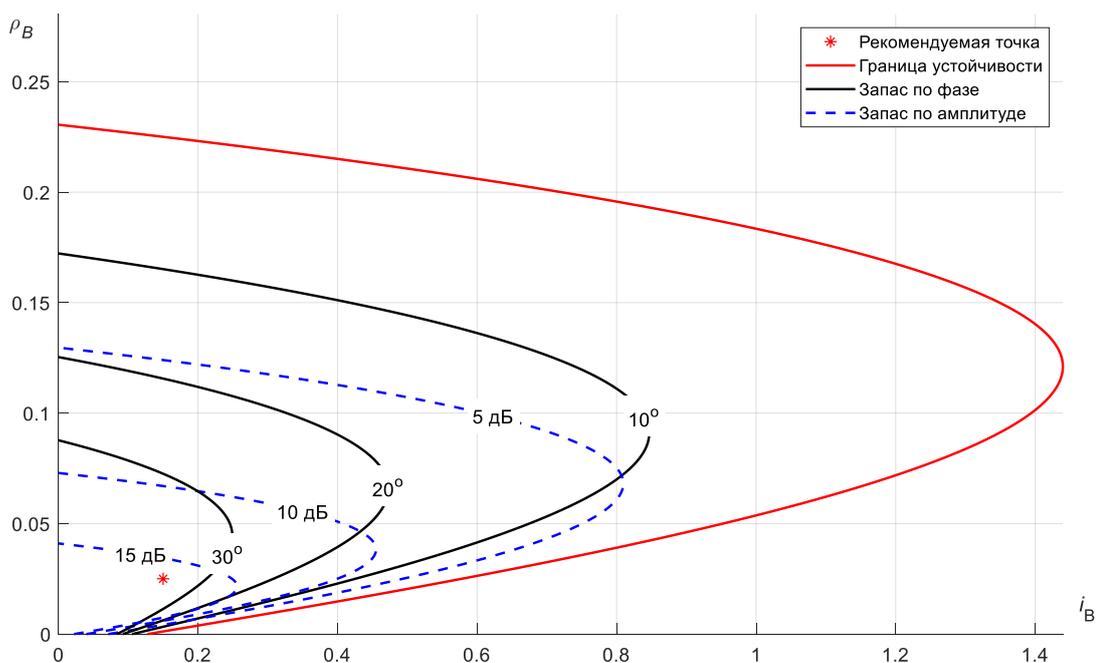


Рисунок 2 - Область устойчивости МС с запасами по амплитуде и фазе

С помощью построения логарифмических характеристик устанавливаем величины фактических запасов для системы, описанной уравнением (1). Определим значения ЛАЧХ и ФЧХ с помощью функций среды MATLAB:

$$L = 20 * \log_{10}(\text{abs}(W_{\text{раз}}));$$

$$f_i = \text{imag}(\log(W_{\text{раз}})) * 180 / \pi;$$

Результат расчета логарифмических характеристик приведен на рисунке 3.

По рисунку 3 определены фактические запасы устойчивости для данной конфигурации КС (с выбранными значениями коэффициентов усиления). Запасы по амплитуде  $\Delta L = 17$  дБ и по фазе  $\Delta \varphi = 40^\circ$ . На рисунке также хорошо заметно

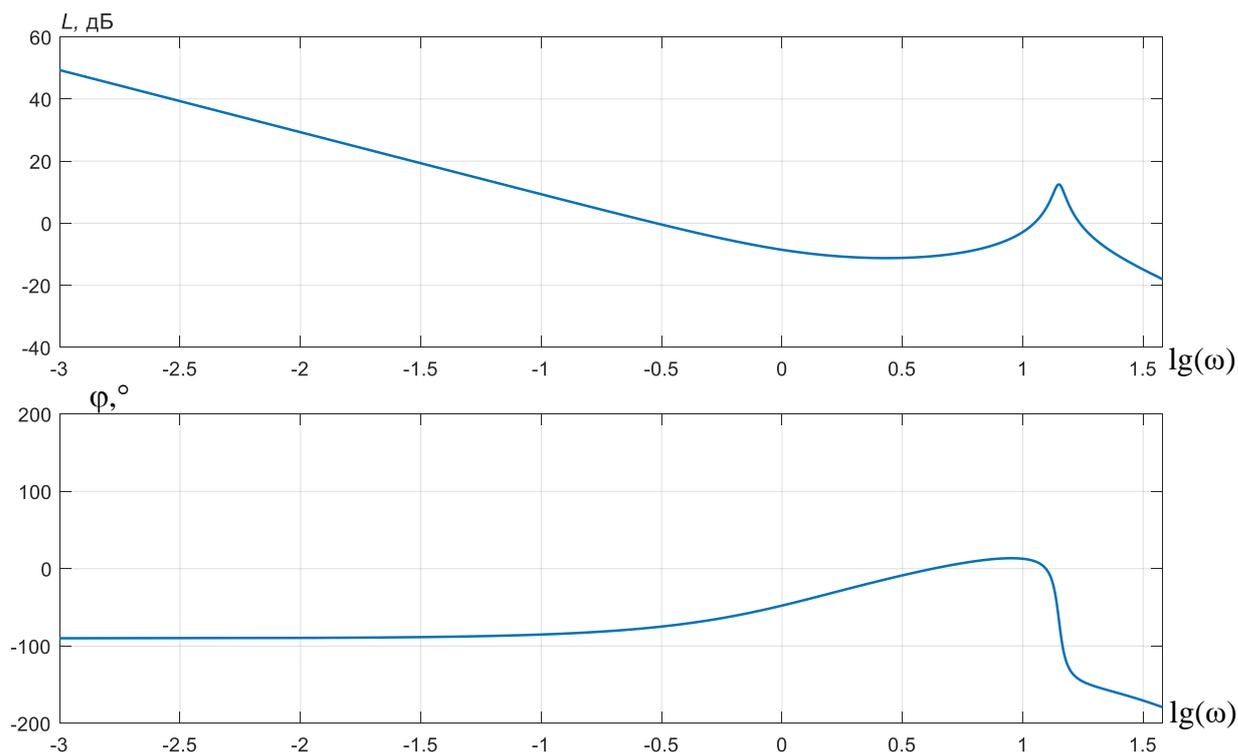


Рисунок 3 - ЛАЧХ и ФЧХ в продольном канале стабилизации МС

ослабление выходного сигнала, возникшее из-за заниженных значений коэффициентов усиления. Для усиления выходного сигнала в соответствии с

методикой необходимо увеличить значения передаточных чисел, примем  $i_B = 0,45$  и  $\rho_B = 0,08$ . В результате значения запасов уменьшатся до  $\Delta L = 7$  дБ и  $\Delta\varphi = 20^\circ$ .

### **Построение переходных процессов в контуре стабилизации**

Завершающим этапом исследования контура стабилизации МС частотным методом служит проверка выбранных значений коэффициентов усиления. Для этого построены переходные процессы по параметрам состояния контура: угловой скорости и углу тангажа. Расчеты производились путем интегрирования уравнений исходной системы [1] численным методом Эйлера, в течение времени существования переходного процесса. При этом задавались нулевые начальные условия по управлению ( $\vartheta_{зад} = 0$ ) и возмущение с амплитудой один градус ( $\vartheta_{возм} = 1^\circ$ ). Также был выполнен расчет при воздействии на модель МС ветрового возмущения. Учет ветрового возмущения, в соответствии с рекомендациями ЦАГИ [3], произведен путем увеличения угла атаки на значение, пропорциональное возмущению. Результаты этих расчетов приведены в [1]. Полученные возмущения параметров КС от амплитуд ветрового воздействия соответствуют практике эксплуатации авиационной техники, которая показала, что внешние возмущения приводят к небольшим (по сравнению с моментами самого МС) отклонениям кинематических параметров [15].

### **Траектории подъема и снижения**

Моделирование полета МС в продольной плоскости как материальной точки производилось численным методом Рунге-Кутты, путем решения системы дифференциальных уравнений движения твердого тела в программной среде MATLAB:

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{1}{m}(P \cos \alpha - X_a - G \sin \Theta), \\ \dot{H} = V \sin \Theta, \\ \dot{L} = V \cos \Theta, \\ \dot{\Theta} = \frac{1}{mV}(P \sin \alpha + Y_a - G \cos \Theta), \end{cases} \quad (2)$$

где  $V, H, L, \Theta$  – траекторные параметры (скорость, высота, дальность и угол наклона траектории, соответственно);  $P$  – сила тяг двигателей;  $G$  – вес МС;  $m$  – масса МС;  $X_a, Y_a$  – подъемная сила и сила аэродинамического сопротивления, соответственно.

Полет МС может проходить по различным траекториям. Самые распространенные режимы – это полет по «потолкам» и по «эшелону» [16]. Режим полета по «потолкам» является аварийным режимом, реализуемым в случаях отказа элементов системы управления или части двигателей. Траектория полета МС по «эшелону» формируется путем чередования участков набора высоты и участков снижения.

Полет в режиме набора высоты от  $H_0 = H_{\min} \dots H_{\text{зад}}$  с выходом на горизонтальный участок траектории, стабилизация высоты на котором осуществляется с помощью ПД-регулятора с параметрами  $k_{\text{П}}$  и  $k_{\text{Д}}$  [7] задается управляющим сигналом:

$$g_{\text{упр}} = \begin{cases} \theta_{\text{зад}}, & (H < H_{\text{зад}}) \wedge (\text{ПР}(H_{\text{ГП}}) = 0), \\ - \left[ k_{\text{П}} (H - H_{\text{зад}}) + k_{\text{Д}} \dot{H} \right], & (H \geq H_{\text{зад}}) \wedge (\text{ПР}(H_{\text{ГП}}) = 1), \end{cases}$$

здесь  $H$  – текущая высота полета;  $\text{ПР}(H_{\text{ГП}})$  – признак достижения заданной высоты полета. Значения параметров  $k_{\text{П}}$  и  $k_{\text{Д}}$  могут быть определены методами Д-разбиения с построением подобластей запасов методом «замораживания» параметров траекторного движения. В работе значения коэффициентов принимались:  $k_{\text{П}} = 0,5 \dots 0,05$ ;  $k_{\text{Д}} = 0,5 \dots 0,05$ . Признак  $\text{ПР}(H_{\text{ГП}})$  необходим, чтобы система не могла переключаться на разные ветки алгоритма более одного раза, такой алгоритм устраняет одну из причин возможных колебаний высоты относительно заданной.

С увеличением высоты снижается скорость полета ( $V_1 = V_{\text{max}} \dots V_2$ ), проходя точку минимума скорости  $V_{\text{min}}$  (рисунок 4 б)). В некоторых исследованиях текущую скорость изменяют по искусственному алгоритму, вычислительно несвязанному с законом изменения текущей высоты полета:

$$V = \begin{cases} V_1 - k_V t, & \text{если } V > V_{\text{max}}, \\ V_2, & \text{если } V \leq V_{\text{max}}, \end{cases}$$

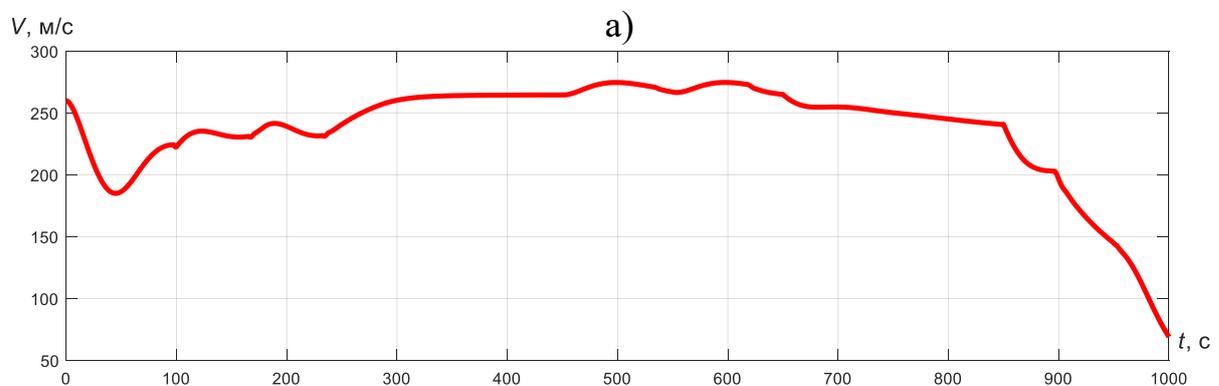
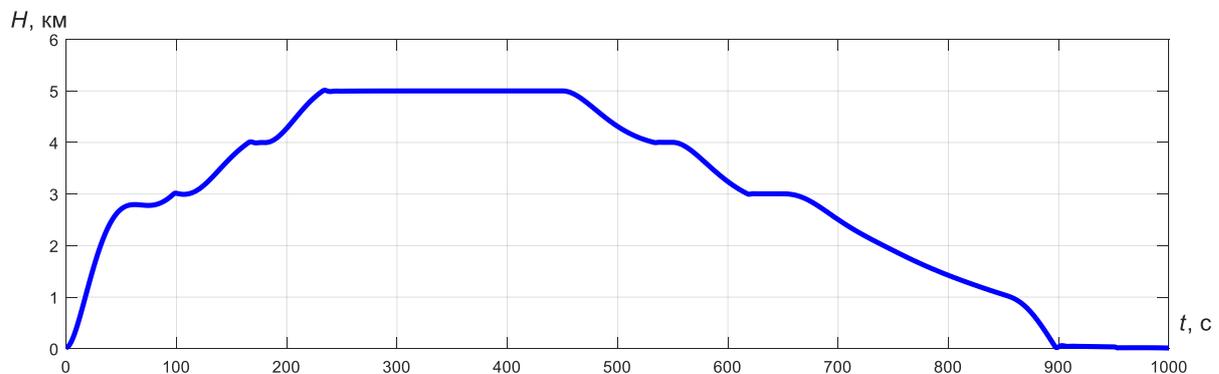
где  $V$  – текущая скорость полета. Это делают для искусственного воссоздания условий полета, близких к экстремальным, в условиях которых проверяются проектируемые законы стабилизации и управления. При достижении значения  $V_{\text{min}}$  существует вероятность потери устойчивости и сваливания МС, поэтому закладывался запас по скорости  $\Delta V$ .

Полет в режиме снижения и выхода на горизонтальный полет ( $H_0 = H_{\text{max}} \dots H_{\text{ГП}}$ ), при  $H_{\text{ГП}} = H_{\text{зад}}$  ( $\text{ПР}(H_{\text{ГП}}) = 1$ ), реализуется за счет управляющего сигнала:

$$g_{\text{упр}} = \begin{cases} -\theta_{\text{зад}}, & (H > H_{\text{зад}}) \wedge (\text{ПР}(H_{\text{ГП}}) = 0), \\ -\left[ k_{\text{П}}(H - H_{\text{зад}}) + k_{\text{Д}} \dot{H} \right], & (H \leq H_{\text{зад}}) \wedge (\text{ПР}(H_{\text{ГП}}) = 1), \end{cases}$$

при этом с уменьшением высоты увеличивается скорость полета от  $V_1 = V_{\text{min}}$ , до  $V_2 = V_{\text{max}}$ . Также скорость в целях исследования допустимо изменять по отдельному закону:

$$V = \begin{cases} V_1 + k_V t, & \text{если } V < V_{\text{max}}, \\ V_2, & \text{если } V \geq V_{\text{max}}. \end{cases}$$



а)  
б)  
Рисунок 4 – Траектория полета МС: а) зависимость  $H = f(t)$ ,  
б) зависимость  $V = f(t)$

Предположим, что проектируемый МС будет совершать полет по «эшелону». Траектория полета самолета будет состоять из участков набора высоты, горизонтального полета и снижения. Снижение будет производиться после пролета крейсерской дистанции и при приближении к району конечной точки маршрута.

После достижения заданного района все будет происходить в обратном порядке: участки снижения будут чередоваться с участками горизонтального полета (рисунок 4 а)). Такая конфигурация траектории позволяет экономично расходовать топливо, так как на участках набора высоты двигатель работает в режиме максимального форсажа, а на участках горизонтального полета самолет набирает скорость для осуществления следующего подъема. На участке взлета применен закон управления с постоянным значением угла наклона траектории  $\Theta = 15^\circ$ . Значения этого угла с одной стороны должны обеспечивать эффективный подъем, с другой – должны выполняться ограничения по максимальному значению угла атаки и ограничение по минимальной скорости при подъеме. Количество участков набора высоты определялось экспериментально, при выполнении всех траекторных ограничений.

На участке приземления  $\Theta = -5^\circ$  тяга двигателей снижается путем изменения коэффициента дросселирования  $k_{fu}$ :

$$P_{расп} = k_{fu} n P_{ДУ},$$

здесь  $P_{ДУ}$  – тяга одного двигателя;  $n$  – количество двигателей, установленных на самолете. Коэффициент  $k_{fu}$  изменяли в диапазоне от 1 до 0 (на участке приземления двигателя уже можно выключить). При этом учитывалось изменение расхода топлива. Также снижали коэффициент аэродинамической подъемной силы (переход на посадочную поляру) путем ввода коэффициента

$$C_{Ya} = k_C C_{Ya}.$$

Таким образом имитировалось использование механизации крыла (работа спойлеров).

## **Модель ветрового воздействия на линейную скорость**

Известно, самолет можно отправить в полет не в любую погоду, необходимо дождаться подходящих метеоусловий. Все дело во влиянии силы ветра на аэродинамику самолета. Ветер может быть как попутным, так и встречным, так и создающим боковую нагрузку, которая будет прогибать траекторию по курсу [17]. Из-за чего увеличивается нагрузка на фюзеляж, рули и систему правления в целом, заставляя самолет постоянно балансировать. Таким образом ветер влияет как на параметры движения МС, так и на параметры его угловой стабилизации. Особенно сложно бороться с ветром на участке старта, когда скоростные параметры МС еще не достигли своих номинальных значений. Для получения данных по скорости ветра достаточно поставить измеритель на стартовой площадке МС и собрать с него данные за интересующий нас период. Но собранные данные окажутся дискретными, например, измеритель передает данные раз в минуту. Такие данные необходимо как-то аппроксимировать. Если аппроксимировать такие данные обычным способом, то



Рисунок 5 - Данные по скорости ветра на дамбе  
Иваньковского водохранилища

получим пилообразный график (рисунок 4). Если использовать более сложные способы, например, преобразование Фурье, т.к. ветер величина периодическая, то результат может получиться слишком формальным и не связанным с физической природой изменения скорости ветра и, что самое главное, такая модель может оказаться слишком жесткой для разгоняющегося МС, т.е. заметно уменьшит вероятность его успешного старта.

В работе предлагается использовать алгоритм Калмановской фильтрации данных. Предлагается комплексировать с помощью фильтра Калмана информацию, полученную с измерителя скорости ветра, и результаты аппроксимации в виде разложения в ряд Фурье. Таким образом, скорость полученного ветра с одной стороны будет непрерывной величиной, с другой – будет максимально сохранена физика процесса, и не будет необоснованных нагрузок на систему управления МС. Конечно, многое зависит от ширины выборки скорости ветра. Чем больше количество

измерений, тем точнее будет посчитано математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение.

Комплексирование информации – важный процесс обработки данных для определения или прогнозирования состояния объекта [18]. Фильтр Калмана – это мощнейший инструмент фильтрации и комплексирования данных. Основным его достоинством является то, что при фильтрации используется информация о физической природе явления [19, 20]. Таким образом, характеристика приземного ветра по амплитудным значениям и параметрам изменчивости должна воспроизводиться максимально точно, в отличие от использования стохастического фильтра Драйдена, динамика которого представлена распределением силы и величины изменчивости ветра по синусоидальному и нормальному законам, соответственно [21].

Методика построения модели ветра состоит из следующих этапов [22]:

1. получение данных измерителя скорости ветра (анемометра) в дискретной форме;
2. аппроксимация полученных данных методом преобразования Фурье;
3. комплексирование данных анемометра и аппроксимации по Фурье с помощью фильтра Калмана.

Часто для построения более сложной, не периодической модели ветра с учетом порывов и флуктуаций прибегают к разложению измеренной датчиком ветра последовательности данных в ряд Фурье. Преобразование Фурье выявляет элементарную периодичность сигнала, раскладывая этот сигнал на составляющие его

синусоидальные частоты и определяя амплитуды и фазы этих составляющих частот. Существует несколько видов преобразования Фурье. В работе использован вид быстрого преобразования Фурье (БПФ). Под БПФ понимается один из алгоритмов, называемый алгоритмом прореживания по частоте-времени, алгоритм Кули-Тьюки [23]. Будем строить математическую модель случайного ветра на основе полученных данных (рисунок 5), статистические характеристики которого приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Статистические характеристики ветра

$t_k$ , мин	$T$ , мин	$V_{ср}$ , м/с	$D(V_i)$	$\sigma(V_i)$
167	5	2,6	0,315	0,561

Для вычисления характеристик порывистости ветра использована программная среда MATLAB. В работе использована гипотеза, что скорость ветра в приземном слое состоит из набора синусоидальных гармоник с разными частотами. Необходимо определить частоты этих гармоник. В MATLAB алгоритм БПФ реализован при помощи дискретной функции  $fft$ . На рисунке 6 показан спектр скорости ветра в

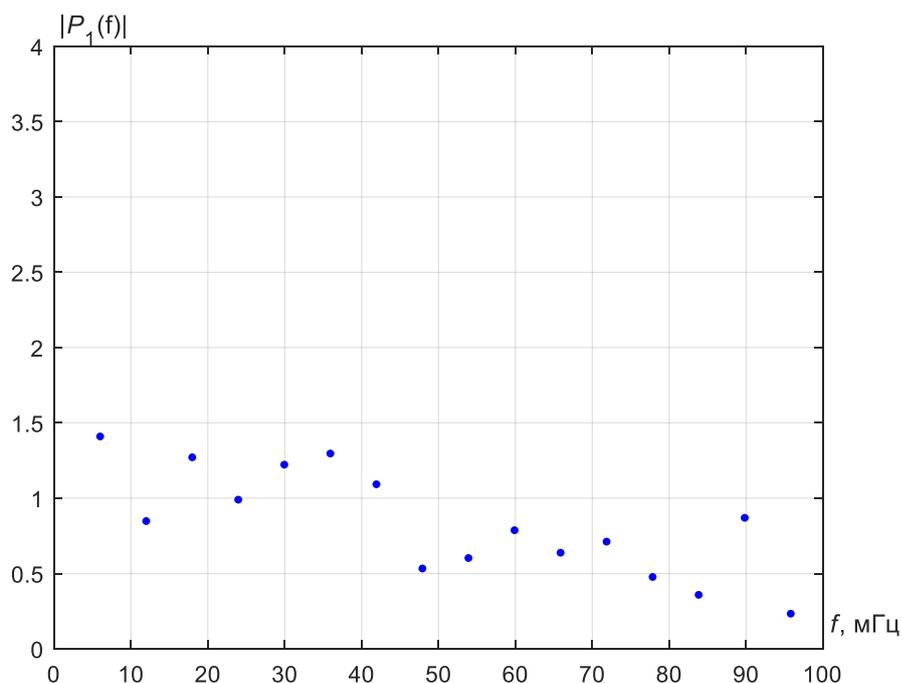


Рисунок 6 - Односторонний амплитудный спектр

диапазоне частот от 0 до 100 мГц. Из спектра выбраны шесть максимальных пиков с частотами, расположенными в порядке возрастания (таблица 2).

Таблица 2 Параметры выбранных синусоид

Синусоида	1	2	3	4	5	6
$A_i$	1,409	1,271	1,222	1,296	1,092	0,869
$f_i$ , мГц	5,988	17,961	29,964	35,928	41,916	89,820

Используя данные частоты можно построить функцию ветра:

$$V(t) = V_{cp} + A_1/10 \cdot \cos(2\pi f_1) + A_2/10 \cdot \sin(2\pi f_2) + A_3/10 \cdot \cos(2\pi f_3) + A_4/10 \cdot \sin(2\pi f_4) + A_5/10 \cdot \cos(2\pi f_5) + A_6/10 \cdot \sin(2\pi f_6).$$

На рисунке 7 показано сравнение полученной модели скорости ветра с исходными данными. Видно, что математическая модель скорости ветра состоит из порывов, качественно и количественно воспроизводящих первоначальную картину.

Для комплексирования данных датчика скорости ветра и модели ветрового воздействия использован фильтр Калмана. Для работы фильтра необходимо как минимум два массива данных: модельные данные и данные с датчика, измеряющего

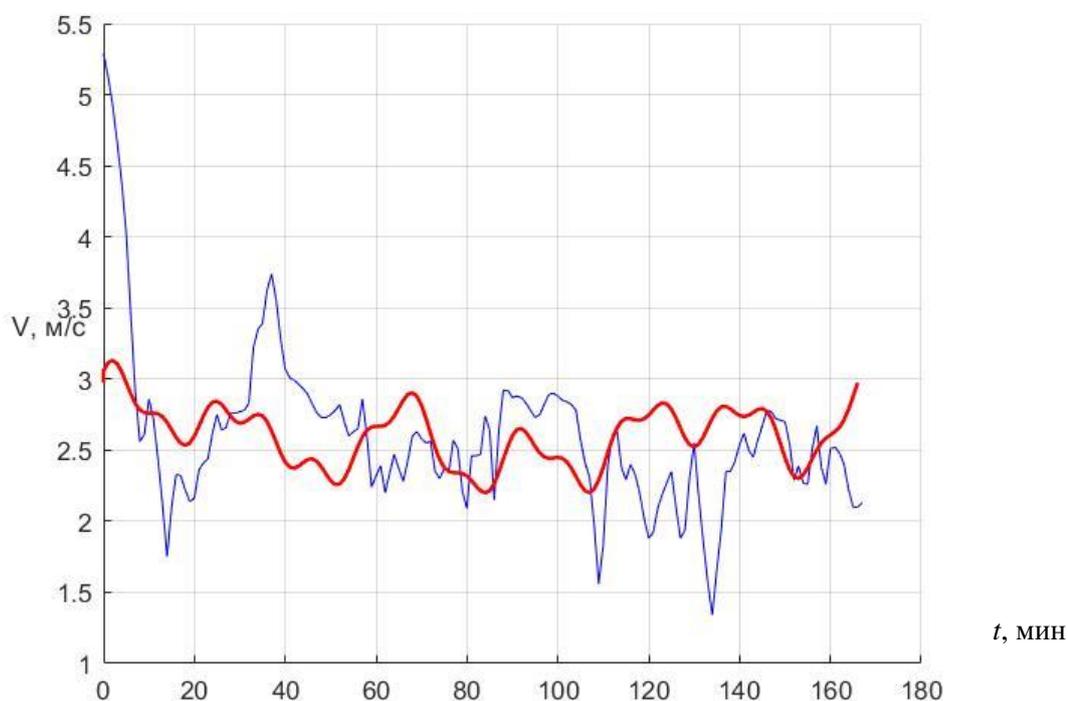


Рисунок 7 – Сравнение модели скорости ветра с исходными данными

тот же параметр, который моделируется. Конечно, фильтр Калмана логично использовать только в том случае, если идет работа с «живыми» датчиками, которые могут давать периодические или стохастические сбои в своих показаниях. Поэтому в качестве показаний датчика использованы данные рисунка 5, а в качестве данных модели представлена аппроксимация показаний датчика методом БПФ (рисунок 7).

Итерационная формула для вычисления минимума среднеквадратичной ошибки (математического ожидания) фильтра  $M(e_{k+1}^2)$  на  $i+1$  шаге имеет вид:

$$M(e_{i+1}^2) = \frac{\sigma_{\eta}^2 (M(e_i^2) + \sigma_{\xi}^2)}{M(e_i^2) + \sigma_{\xi}^2 + \sigma_{\eta}^2},$$

здесь  $\sigma_{\eta}^2$  – дисперсия ошибки показаний измерителя скорости ветра (анемометра);  $\sigma_{\xi}^2$

– дисперсия ошибки математической модели данных после БПФ.

Итерационная формула, для вычисления коэффициента Калмана на  $i+1$  шаге:

$$K_{i+1} = \frac{M(e_{i+1}^2)}{\sigma_{\eta}^2}.$$

Итерационная формула для вычисления отфильтрованного значения:

$$x_{i+1}^{\text{опт}} = K_{i+1} \cdot z_{i+1} + (1 - K_{i+1}) \cdot (x_i^{\text{опт}} + u_i),$$

здесь  $z_{i+1}$  – результаты измерения ветра;  $u_i$  – результаты расчета по модели данных после БПФ. На рисунке 8 приведено сравнение результатов фильтрации скорости ветра с помощью фильтра Калмана с исходными данными и с данными моделирования по аппроксимации методом БПФ. Результат сравнения показывает достаточно точное воспроизведение показаний анемометра и качественное повторение физики процесса изменчивости скорости ветра.

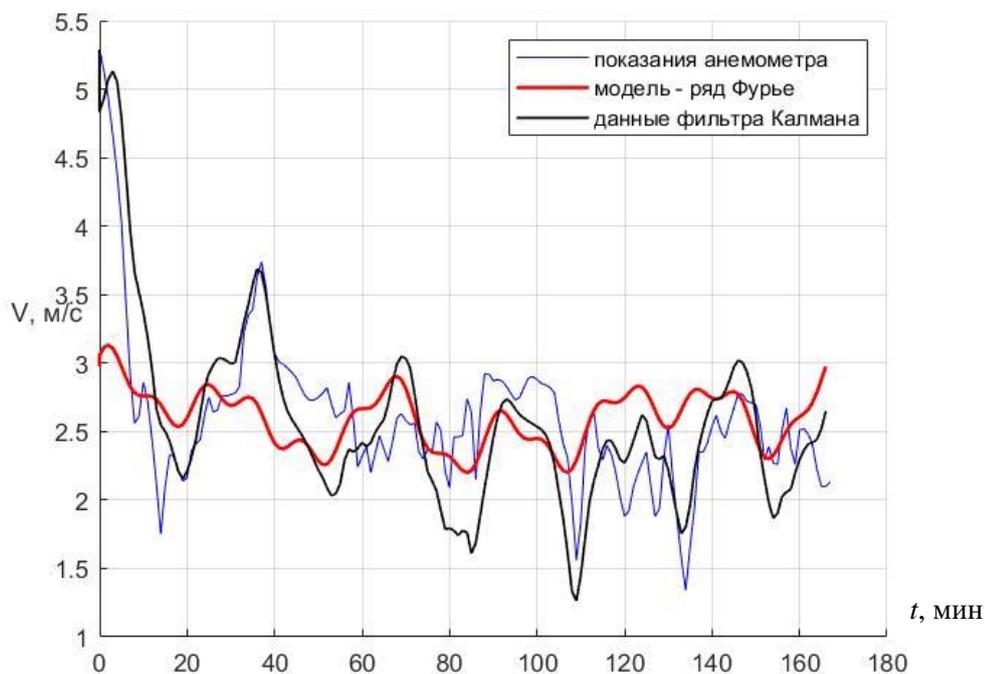


Рисунок 8 - Демонстрация работы фильтра Калмана при комплексировании данных анемометра и модели

### Расчет траектории полета МС при воздействии ветра

Учет влияния ветра произведен путем вычитания из значения текущей скорости МС, вычисляемой по формулам (2), линейной скорости ветра за соответствующий шагу интегрирования временной интервал (рисунок 8). Рассматривался наиболее нагруженный вариант эксплуатации МС при постоянно действующем встречном ветре на участках взлета и посадки. В работе в отличие от [24] была жестко задана конечная точка маршрута, таким образом проверялись энергетические возможности МС и его систем.

В результате, при добавлении в модель системы МС встречного ветра потребовалось незначительное уточнение параметров силы тяги двигателя и коэффициентов контура управления МС (рисунок 9). Таким образом удалось

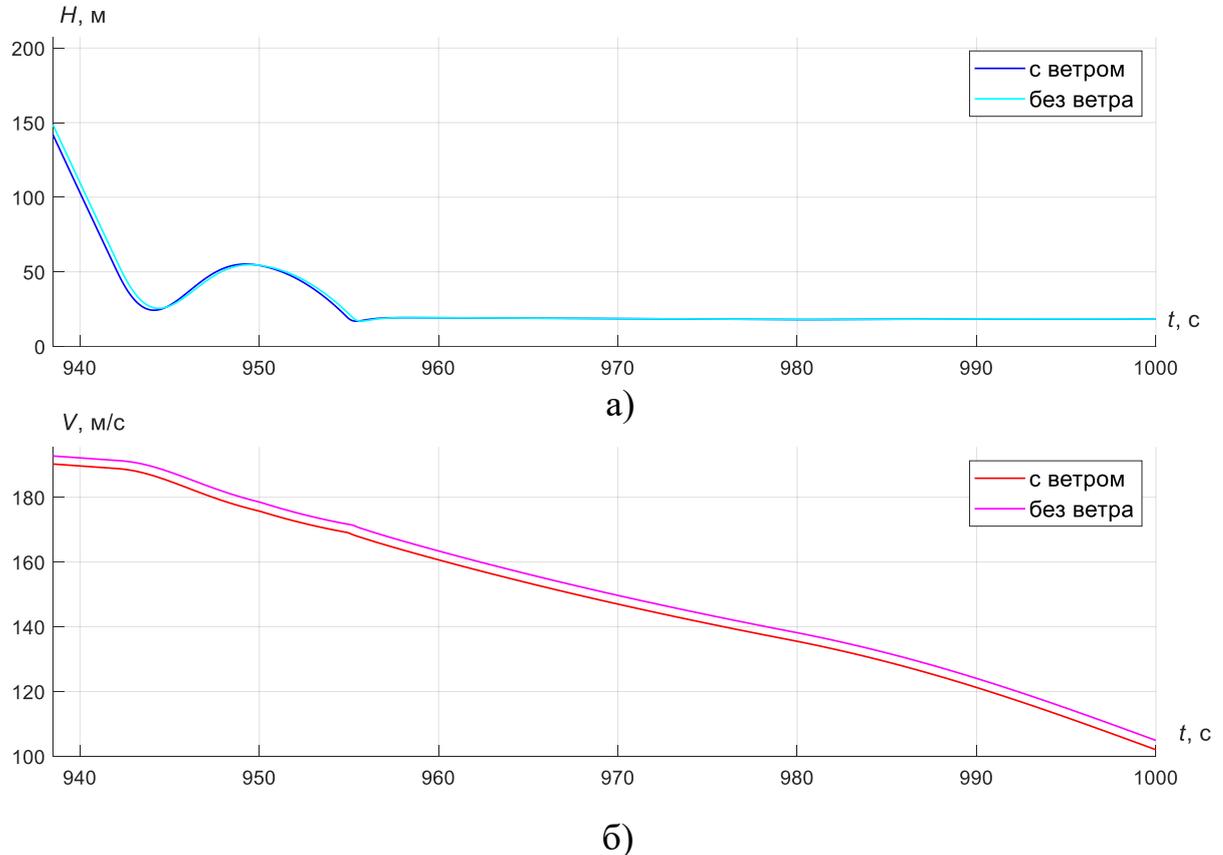


Рисунок 9 – Траектория приземления МС: а) зависимость  $H = f(t)$ , б) зависимость  $V = f(t)$

показать, что внешние возмущения от линейной скорости ветра приземного слоя приводят к небольшим отклонениям кинематических параметров самолета на участках взлета и посадки [25].

## Выводы

Предложена методика проектирования контура стабилизации системы управления МС методом Д-разбиения с построением подобластей запасов по амплитуде и фазе. Данная методика позволяет на этапе предварительного расчета

определить значения коэффициентов усиления (передаточных чисел) системы, состоящей из двух обратных связей: по свободному гироскопу и датчику угловой скорости.

Сформирована методика получения расчетных траекторий движения МС в продольном канале с возможностью имитации наиболее нагружающих систему управления условий полета.

Получена математическая модель ветрового воздействия на стартовом участке траектории полета МС, характеристики которой приближены к реальным условиям эксплуатации. Проведена идентификация модели ветра, путем сравнения с данными измерителя и аппроксимацией БПФ.

Проведено исследование контура управления движением по траектории МС при воздействии смоделированного ветрового воздействия.

Описанные методики могут быть применены в проектных и учебных целях при исследовании характеристик устойчивости и управления процессами балансировки различных летательных аппаратов.

### **Список источников**

1. Абадеев Э.М., Пискунова О.И., Третьяков А.В. Способ адаптивного управления продольным движением малогабаритного самолета с ограничением сигнала интегральной компоненты // Труды МАИ. 2022. № 124. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=167101>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-18](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-18)

2. Парычева Г.В., Ярошевский В.А. Проблема формирования расчетных ветровых возмущений для задач динамики полета // Ученые записки ЦАГИ. 2001. Т. XXXII, № 1-2. С. 102-118.
3. Авиация общего назначения рекомендации для конструкторов / под ред. В.Г. Микеладзе. – Жуковский: ЦАГИ, 1996. – 300 с.
4. Матвеев В.В., Распопов В.Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – СПб.: ОАО «Концерн ЦНИИ «Электроприбор», 2009. – 280 с.
5. Востриков А.С., Французова Г.А. Теория автоматического регулирования. – М.: Юрайт, 2019. – 279 с.
6. Чепурных И.В. Динамика полета самолетов. - Комсомольск-на-Амуре: КНАГТУ, 2014. – 112 с.
7. Абадеев Э.М., Ляпунов В.В. Динамическое проектирование систем автономного управления беспилотными летательными аппаратами. Монография. – Дубна: Государственный университет Дубна, 2017, – 265 с.
8. Розанова У.А., Третьяков А.В. Методика формирования алгоритма стабилизации малогабаритного самолета // Сборник аннотаций конкурсных работ XV Всероссийского межотраслевого молодежного конкурса научно-технических работ и проектов «Молодёжь и будущее авиации и космонавтики». – М.: Издательство Перо, 2023. С. 76-77.
9. Гайдук А.Р., Беляев В.Е., Пьявченко Т.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB. – СПб.: Лань, 2019. – 464 с.

10. Федосов Б.Т., Клиначев Н.В. О методе синтеза линейных систем, основанном на построении областей D-разбиения для контурного коэффициента усиления. URL: <https://klinachevvnv.ru/index-i.htm>
11. Сеница С.П., Третьяков А.В. Исследование и отработка цифро-аналоговой адаптивной системы управления беспилотного летательного аппарата // Труды МАИ. 2011. № 45. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=25521>
12. Ким Д.П. Теория автоматического управления. – М.: Юрайт, 2023. – 276 с.
13. Бондаренко В.Ф., Дубовец В.Д. Тропа в MATLAB. – Минск: Харвест, 2008. – 219 с.
14. Гусейнов А.Б., Ляпунов В.В., Трусов В.Н. Проектирование систем управления крылатыми ракетами. – М.: Изд-во МАИ, 2020. – 192 с.
15. Ефремов А.В., Захарченко В.Ф., Овчаренко В.Н. и др. Динамика полета. – М.: Машиностроение, 2011. – 776 с.
16. Балакин В.Л., Лазарев Ю.Н. Динамика полета самолета. Расчет траекторий и летных характеристик. – Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет, 2002. – 56 с.
17. Рыбников С.И., Нгуен Т.Ш. Повышение точности управления боковым движением среднемагистрального самолета с использованием калмановского наблюдателя знакопеременного ветрового возмущения // Труды МАИ. 2018. № 98. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=90450>

18. Фролова О.А. Помехозащищенный комплексный измеритель высоты беспилотного летательного аппарата // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2010. № 4 (1). С. 146–152.
19. Пупков К.А., Егупов Н.Д., Баркин А.И. и др. Методы классической и современной теории автоматического управления. Том 2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления. – М.: МГТУ им. Баумана, 2004. – 642 с.
20. Иванов Д.С., Карпенко С.О., Овчинников М.Ю. Алгоритм оценки параметров ориентации малого космического аппарата с использованием фильтра Калмана // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2009. № 48. 32 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2009-48>
21. Хрусталева М.М., Халина А.С. Идентификаторы пониженной размерности в задаче стабилизации беспилотного летательного аппарата в неспокойной атмосфере // Труды МАИ. 2018. № 102. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=99065>
22. Ковалева А.Р., Третьяков А.В. Проектирование модели ветрового воздействия на стартующий БПЛА // Сборник аннотаций конкурсных работ XVI Всероссийского межотраслевого молодёжного конкурса научно-технических работ и проектов «Молодёжь и будущее авиации и космонавтики». – М.: Издательство Перо, 2024. С. 77-78.
23. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1989. – 448 с.

24. Бебешко А.С., Иванов П.И. Моделирование полета системы «объект-управляемый планирующий парашют» с учетом рельефа местности и ветрового воздействия // Труды МАИ. 2024. № 137. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=181888>
25. Рыбин А.В. Исследование динамики посадки пассажирского самолета // Труды МАИ. 2014. № 74. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=49196>

## References

1. Abadeev E.M., Piskunova O.I., Tret'yakov A.V. Method for adaptive control of the longitudinal movement of a small-sized aircraft with a signal limitation of the integral component. *Trudy MAI*. 2022. No. 124. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=167101>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-18](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-18)
2. Parycheva G., Yaroshevskii V.A. The Problem of Forming Calculated Wind Disturbances for Flight Dynamics Problems. *Uchenye zapiski TSAGI*. 2001. Vol. XXXII, No. 1-2. P. 102-118.
3. Mikeladze V.G. *Aviatsiya obshchego naznacheniya rekomendatsii dlya konstruktorov* (General Aviation: Recommendations for Designers). Zhukovskii: TSAGI Publ., 1996. 300 p.
4. Matveev V.V., Raspopov V.Ya. *Osnovy postroeniya besplatformennykh inertial'nykh navigatsionnykh sistem* (Fundamentals of Building Inertial Navigation Systems). Saint Petersburg: OAO «Kontsern TSNII «Elektropribor» Publ., 2009. 280 p.

5. Vostrikov A.S., Frantsuzova G.A. *Teoriya avtomaticheskogo regulirovaniya* (Theory of Automatic Control). Moscow: Yurait Publ., 2019. 279 p.
6. Chepurnykh I.V. *Dinamika poleta samoletov* (Dynamics of Aircraft Flight). Komsomol'sk-na-Amure: KnAGTU Publ., 2014. 112 p.
7. Abadeev E.M., Lyapunov V.V. *Dinamicheskoe proektirovanie sistem avtonomnogo upravleniya bespilotnymi letatel'nymi apparatami. Monografiya.* (Dynamic Design of Autonomous Control Systems for Unmanned Aerial Vehicles. Monograph.). Dubna: Gosudarstvennyi universitet Dubna Publ., 2017, 265 p.
8. Rozanova U.A., Tret'yakov A.V. Methodology for Forming an Algorithm for Stabilizing a Small-Sized Aircraft. *Sbornik annotatsii konkursnykh rabot XV Vserossiiskogo mezhotraslevogo molodezhnogo konkursa nauchno-tekhnicheskikh rabot i projektov «Molodezh' i budushchee aviatsii i kosmonavtiki».* Moscow: Izdatel'stvo Pero Publ., 2023. P. 76-77.
9. Gaiduk A.R., Belyaev V.E., P'yavchenko T.A. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya v primerakh i zadachakh s resheniyami v MATLAB* (Theory of Automatic Control in Examples and Problems with Solutions in MATLAB). Saint Petersburg: Lan' Publ., 2019. 464 p.
10. Fedosov B.T., Klinachev N.V. *On the method of synthesis of linear systems based on the construction of D-partitioning regions for the contour gain factor.* URL: <https://klinachevnm.ru/index-i.htm>

11. Sinitsa S.P., Tret'yakov A.V. Research and adjustment of adaptive digital-analog control system of the unmanned flying vehicles. *Trudy MAI*. 2011. No. 45. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=25521>
12. Kim D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya* (Theory of Automatic Control). Moscow: Yurait Publ., 2023. 276 p.
13. Bondarenko V.F., Dubovets V.D. *Tropa v MATLAB* (Tropy in MATLAB). Minsk: Kharvest Publ., 2008. 219 p.
14. Guseinov A.B., Lyapunov V.V., Trusov V.N. *Proektirovanie sistem upravleniya krylatykh raket* (Design of Control Systems for Cruise Missiles). Moscow: Izd-vo MAI Publ., 192 p.
15. Efremov A.V., Zakharchenko V.F., Ovcharenko V.N. et al. *Dinamika poleta* (Flight Dynamics). Moscow: Mashinostroenie Publ., 2011. 776 p.
16. Balakin V.L., Lazarev Yu.N. *Dinamika poleta samoleta. Raschet traektorii i letnykh kharakteristik* (Aircraft Flight Dynamics. Calculation of Trajectories and Flight Characteristics). Samara: Samarskii gosudarstvennyi aerokosmicheskii universitet Publ., 2002. 56 p.
17. Rybnikov S.I., Nguen T.Sh. Improving the accuracy of lateral movement control of the medium-haul aircraft using the Kalman observer of alternating wind disturbance. *Trudy MAI*. 2018. No. 98. (In Russ.). URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=90450>
18. Frolova O.A. Interference-protected complex altitude meter of an unmanned aerial vehicle. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo*. 2010. No. 4 (1). P. 146–152. (In Russ.)

19. Pupkov K.A., Egupov N.D., Barkin A.I. et al. *Metody klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravleniya. Tom 2: Statisticheskaya dinamika i identifikatsiya sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Methods of Classical and Modern Theory of Automatic Control. Volume 2: Statistical Dynamics and Identification of Automatic Control Systems). Moscow: MGTU im. Baumana Publ., 2004. 642 p.
20. Ivanov D.S., Karpenko S.O., Ovchinnikov M.Yu. Algorithm for Estimating the Orientation Parameters of a Small Spacecraft Using the Kalman Filter. *Preprinty IPM im. M.V. Keldysha*. 2009. No. 48. 32 p. (In Russ.). URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2009-48>
21. Khrustalev M.M., Khalina A.S. Identifiers of reduced dimension in the problem of the unmanned aerial vehicle stabilization in perturbed atmosphere. *Trudy MAI*. 2018. No. 102. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=99065>
22. Kovaleva A.R., Tret'yakov A.V. Design of a Wind Impact Model for a Launching UAV. *Sbornik annotatsii konkursnykh rabot XVI Vserossiiskogo mezhotraslevogo molodezhnogo konkursa nauchno-tekhnicheskikh rabot i proektov «Molodezh' i budushchee aviatsii i kosmonavtiki»*. Moscow: Izdatel'stvo Pero Publ., 2024. P. 77-78.
23. Bleikhut R. *Bystrye algoritmy tsifrovoi obrabotki signalov* (Fast Algorithms for Digital Signal Processing). Moscow: Mir Publ., 1989. 448 p.
24. Bebeshko A.S., Ivanov P.I. Flight simulation of the «object—controlled gliding parachute» system, taking into account the terrain and wind effects. *Trudy MAI*. 2024. No. 137. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=181888>

25. Rybin A.V. Investigation of the dynamics of passenger airplane landing. *Trudy MAI*. 2014. No. 74. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=49196>

Статья поступила в редакцию 01.04.2025

Одобрена после рецензирования 07.06.2025

Принята к публикации 25.08.2025

The article was submitted on 01.04.2025; approved after reviewing on 07.06.2025; accepted for publication on 25.08.2025