

УДК 681.518.5

Вейвлет-анализ в задачах контроля и диагностики линейных динамических систем

Коньшева В.Ю.^{*}, Максимов Н.А.^{}, Шаронов А.В.^{***}**

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

**e-mail: konysheva.vict@gmail.com*

***e-mail: N-A-Maximov47@yandex.ru*

****e-mail: anatoly.sharonov@yandex.ru*

Аннотация

В работе рассматривается один из возможных подходов к решению задачи контроля и диагностики бортовых систем летательных аппаратов. Анализ доступных публикаций [2, 4, 9] по теме работы показал, что постановка задачи диагностики предполагает знание текущих значений вектора состояния динамических систем. Однако, измерение всех координат вектора состояния не всегда является возможным. Во-первых, такая ситуация может возникнуть из-за отсутствия “точек доступа”. Во-вторых, если результаты измерения некоторых координат вектора состояния содержат “недопустимые” ошибки, не позволяющие их использовать для решения задач контроля и диагностики объектов.

Предложенный подход предполагает наличие дефицита точек контроля, но требует выполнения условий наблюдаемости Р. Калмана, позволяющего восстанавливать все координаты вектора состояния. В этой связи поставленная задача объединяет три задачи: задачу оценки координат вектора состояния, задачу

определения изменившихся параметров объекта и задачу определения моментов возникновения этих изменений (моментов “разладки”). Решение первой задачи традиционно связано с построением фильтра Р. Калмана. Для решения второй задачи предлагается использовать уравнения параметрической чувствительности, а для локализации моментов времени наступления таких “разладок” использовать разложение функций параметрической чувствительности в ряды Фурье по ортонормированному вейвлет-базису.

Результаты математического моделирования решения задачи контроля и диагностики простейших линейных динамических систем подтвердили работоспособность предложенного подхода.

Ключевые слова: линейная динамическая система, точки контроля, уравнения параметрической чувствительности, функции параметрической чувствительности, вейвлет-анализ.

Введение

Диагностика линейных динамических систем, к которым относятся бортовые системы летательных аппаратов, остаётся актуальной задачей на сегодняшний день. Однако, большинство реальных систем являются нелинейными. Можно назвать ряд причин сохраняющегося интереса к вопросам диагностирования динамических систем в целом и линейных динамических систем в частности, но, прежде всего, это принципиальная возможность линеаризации большого класса нелинейных систем и

перенесения результатов их решения на задачи диагностирования исходных систем.
[19]

Процесс функционирования динамических систем неотделим от процессов старения элементов и выхода их из строя. В этой связи оперативное выявление моментов сбоя и определение параметров, приводящих к ним, является необходимым для принятия мер к сохранению работоспособности систем.
[5, 13, 15, 17]

Основная проблема, возникающая в задачах диагностирования сложных динамических систем, состоит в том, что для её решения необходимо проводить измерения всех координат их вектора состояния, в которых может содержаться информация о значениях параметров математических моделей, адекватно описывающих их свойства. Однако, измерение всех координат вектора состояния по разным причинам, одной из которых является отсутствие «точек доступа», не всегда возможно.

В основу предложенного подхода, свободного от указанного недостатка, положены результаты теории динамической фильтрации, позволяющие при соблюдении условий наблюдаемости Р. Калмана, восстанавливать неизмеряемые координаты вектора состояния с последующим их вейвлет-преобразованием. [3, 14]

Такое преобразование, отличается от классического преобразования Фурье тем, что использует набор базисных функций (вейвлетов), которые не только определяют факт изменения свойств систем, но и локализуют моменты возникновения изменений значений тех или иных параметров математических моделей систем. [20]

Постановка задачи

В процессе функционирования линейных динамических объектов (бортовых систем летательных аппаратов), необходимо оперативно выявлять моменты сбоя или изменений значений параметров, приводящих к изменению свойств объектов. Такая задача может быть решена созданием алгоритмов функционирования систем автоматического контроля и диагностики (АСК). [10]

Анализируя состав и характер функций, реализуемых с помощью АСК, можно говорить об основных (узловых) задачах автоматического контроля и диагностики:

- определение технического состояния объекта контроля в текущий момент времени (прогнозирование отказов);
- определение места и причины возникновения отказа (задача технической диагностики);
- устранение неисправностей (в общем плане – принятие решения о необходимости резервирования, ремонта, регулировки и других мер по обслуживанию объекта);
- накопление и обработка статистических данных о влиянии условий эксплуатации, конструкции и технологии производства на технические характеристики объекта.

В зависимости от назначения АСК и особенностей их построения, не все из перечисленных задач контроля должны ставиться и решаться в одинаковом объёме.

В предлагаемой статье рассматриваются решения только первых двух задач.

В настоящее время существует большое число методов контроля и диагностики динамических объектов, границы использования которых зависят от

объема априори известной информации, например, от конструктивных особенностей реального объекта (наличие необходимого количества точек доступа). Однако, в сложных динамических объектах измерение всех координат вектора состояния не всегда представляется возможным. Поэтому разработка методов и алгоритмов для разрешения проблемы контроля и диагностики динамических объектов при отсутствии необходимых “точек доступа” является актуальной задачей.

В этой связи рассматриваемая задача разбивается на две подзадачи: задачу восстановления неизмеряемых координат вектора состояния и традиционную задачу диагностики по известным или восстанавливаемым входам и выходам функциональных элементов.

Предполагается, что математическая модель линейной динамической системы, состоящей из двух последовательно соединенных функциональных элементов, задана и имеет вид:

$$\begin{cases} T_1 \dot{y}_1 + y_1 = k_1 x(t) \\ T_2 \dot{y}_2 + y_2 = k_2 y_1 \end{cases}$$

Структурная схема системы приведена на рисунке. 1. При этом измерению доступен только выход функционального элемента II, т.е. координата y_2 , а координата y_1 вектора состояния является неизмеряемой. На рисунке точка М является недоступной для контроля.

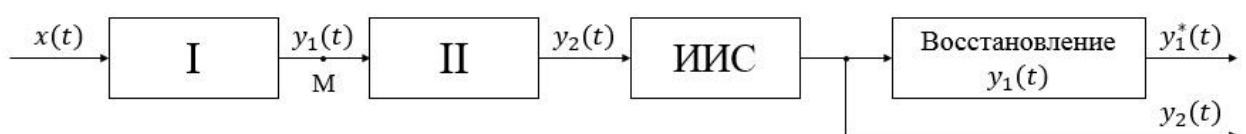


Рис. 1. Структурная схема функциональных элементов, соединенных последовательно

Исходная математическая модель линейной динамической системы в векторно-матричной форме записи задается следующим образом:

$$\dot{y} = Ay + Bx, \quad y(t = 0) = y(0), \quad (1)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 \\ \frac{k_2}{T_2} & -\frac{1}{T_2} \end{pmatrix} - \text{матрица размером } (2 \times 2), \text{ характеризующая динамические}$$

свойства модели объекта;

$y^T = (y_1, y_2)$ – вектор состояния;

$B^T = \left(\frac{k_1}{T_1}, 0\right)$ – вектор коэффициентов усиления;

$x(t)$ – входное воздействие;

T_1 и T_2 – постоянные времени функциональных элементов I и II соответственно;

k_1 и k_2 – коэффициенты усиления функциональных элементов I и II соответственно.

Математическая модель, связывающая результаты измерений и вектор состояния:

$$z(t) = c^T y(t), \quad c^T = (0, 1).$$

В работе рассматривается так же линейная динамическая система, состоящая из тех же двух функциональных элементов, но соединенных по принципу обратной связи. Ее математическая модель задана следующим образом

$$\begin{cases} T_1 \dot{y}_1 + y_1 = k_1 x_1, \\ T_2 \dot{y}_2 + y_2 = k_2 y_1; \end{cases}$$

где $x_1 = x - y_2$, тогда

$$\begin{cases} T_1 \dot{y}_1 + y_1 = k_1(x - y_2), \\ T_2 \dot{y}_2 + y_2 = k_2 y_1. \end{cases}$$

Структурная схема системы представлена на рисунке 2. Координата y_1 вектора состояния измеряется, а координата y_2 не доступна для измерения.

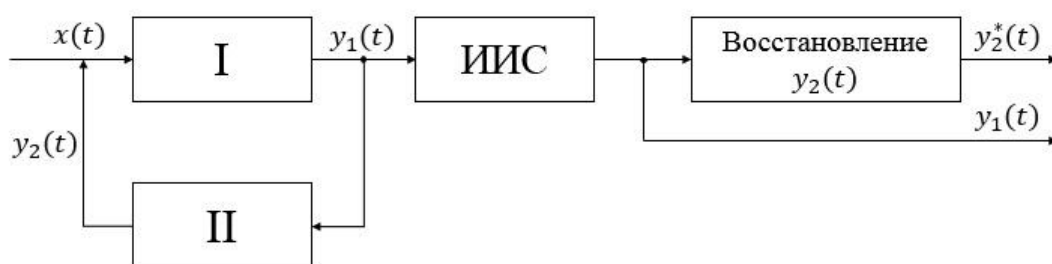


Рис. 2. Структурная схема функциональных элементов, соединенных по принципу обратной связи

В векторно-матричной форме записи имеет вид

$$\dot{y} = Ay + Bx, \quad y(t = 0) = y(0), \quad (2)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_1} & -\frac{k_1}{T_1} \\ \frac{k_2}{T_2} & -\frac{1}{T_2} \end{pmatrix} - \text{матрица, характеризующая динамические свойства}$$

модели объекта;

$y^T = (y_1, y_2)$ – вектор состояния;

$B^T = \left(\frac{k_1}{T_1}, 0\right)$ – вектор коэффициентов усиления;

$x(t)$ – входное воздействие;

T_1 и T_2 – постоянные времени функциональных элементов I и II соответственно;

k_1 и k_2 – коэффициенты усиления функциональных элементов I и II соответственно.

Математическая модель, связывающая результаты измерений и вектор состояния:

$$z(t) = c^T y(t), \quad c^T = (1, 0).$$

Решение первой подзадачи возможно, при выполнении условий наблюдаемости пары (A, c) . Условие наблюдаемости Калмана заключается в том, чтобы ранг матрицы наблюдаемости S равнялся размеру вектора состояния

$$\text{rank} S = n,$$

где

$S = (c^T : A^T c^T : \dots : (A^T)^{l-1} c^T)$ – матрица наблюдаемости Калмана;

l – степень минимального полинома матрицы A . [19]

Для исследуемых линейных динамических систем условие наблюдаемости выполняется, и неизмеряемые координаты векторов состояний могут быть восстановлены.

Предполагается, что параметры моделей (1) и (2) изменяют свои значения в случайные моменты времени. В этих условиях необходимо сформировать алгоритмы обработки результатов измерений локализирующие моменты времени возникновения этих изменений и фиксирующие изменившиеся параметры.

Решение задачи контроля и диагностики линейных динамических систем

Поскольку условие наблюдаемости выполняется, то очевидно можно сконструировать алгоритм, восстанавливающий неизмеряемые координаты вектора состояния, а потому предполагаются известными все координаты векторов состояний моделей (1) и (2).

В этой связи в работе основное внимание уделяется решению задачи определения моментов времени изменения значений параметров математических моделей динамических объектов.

Ясно, что изменение значений их параметров приводит к изменению спектра измеренных или восстановленных процессов. Появление новой спектральной составляющей будет сигнализировать о изменении параметров моделей. Такое изменение спектра отражается в разложении Фурье по системе базисных тригонометрических функций, которое, однако, не дает представления о моменте изменения значения параметра, поскольку оно обладает хорошей локализацией по частоте, но не обладает хорошей локализацией моментов наступления этих изменений. [1]

В качестве иллюстрации рассмотрим эти особенности преобразования на следующем примере. Пусть исходный сигнал задается функцией:

$$y(t) = \sin(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t) + \cos(\omega_3 t) \cdot u(t - t_i),$$

где

$$\omega_1 = 0.37, \omega_2 = 0.57, \omega_3 = 1.26;$$

$$u(t - t_i) = \begin{cases} 1 & t \geq t_i \\ 0 & t < t_i \end{cases}, t_i = 150 \text{ с.}$$

До момента времени $t_i = 150 \text{ с.}$ составляющая $\cos(\omega_3 t)$ отсутствовала, а после этого момента стала отличной от нуля. Фурье-спектр имеет три явных максимума, но не позволяет определить, в какой момент появляется третья частота (рисунок 3).

[11] В то время, как вейвлет-преобразование локализует этот момент $t_i = 150 \text{ с.}$ (рисунок 4). [6, 7, 8]

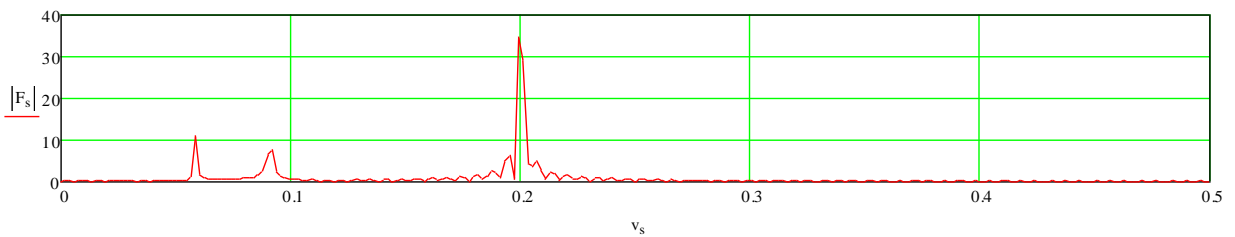


Рис. 3. Результаты преобразования Фурье для исходного сигнала

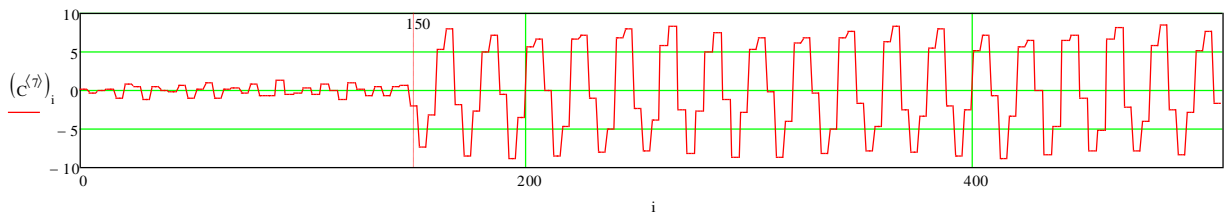


Рис. 4. Результаты вейвлет-преобразования для исходного сигнала

Это свойство вейвлетов будет использовано при анализе функций параметрической чувствительности, которые удовлетворяют системам линейных дифференциальных уравнений чувствительности, непрерывно зависящих от параметров математических моделей объектов, а их вейвлет-преобразования будут локализовать моменты изменения свойств динамических объектов.

Для решения первых двух задач контроля и диагностики линейных динамических объектов предлагается сформировать алгоритмы функционирования АСК, структурная схема ее фрагмента представлена на рисунке 5.

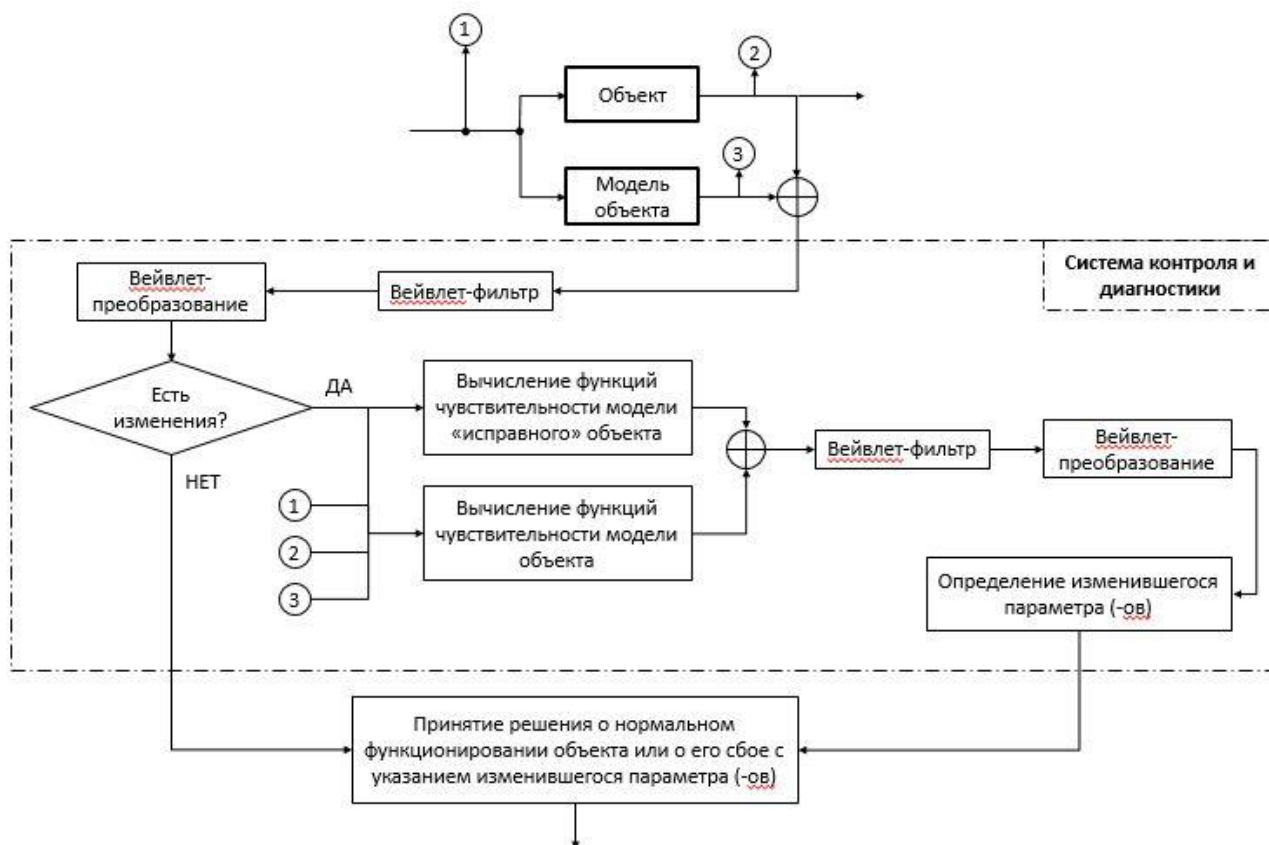


Рис. 5. Структурная схема фрагмента АСК,

1 – входное возмущение, 2 – результаты измерения одной координаты вектора состояния динамического объекта, 3 – восстановленная неизмеряемая другая координата вектора состояния динамического объекта.

Необходимые для решения поставленной задачи функции параметрической чувствительности, например, для модели (1) удовлетворяют системе уравнений параметрической чувствительности [18] дополненной уравнениями математической модели динамического объекта (1):

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{T11} \dot{=} -\frac{1}{T_{10}} u_{T11} + \frac{1}{T_{10}^2} y_1^* - \frac{k_1}{T_{10}^2} x(t), \\ u_{k11} \dot{=} -\frac{1}{T_{10}} u_{k11} + \frac{1}{T_{10}} x(t), \\ u_{T22} \dot{=} \frac{k_{20}}{T_{20}} u_{T22} - \frac{1}{T_{20}} u_{T12} - \frac{k_{20}}{T_{20}^2} y_1^* + \frac{1}{T_{20}^2} y_2, \\ u_{k22} \dot{=} \frac{k_{20}}{T_{20}} u_{k12} - \frac{1}{T_{20}} u_{k22} + \frac{1}{T_{20}} y_1^*, \\ u_{T12} \dot{=} -\frac{1}{T_{10}} u_{T12}, \\ u_{k12} \dot{=} -\frac{1}{T_{10}} u_{k12}, \\ u_{T11}(t=0) = u_{k11}(t=0) = u_{T22}(t=0) = \\ = u_{k22}(t=0) = u_{T12}(t=0) = u_{k12}(t=0) = 0, \end{array} \right.$$

где

$x(t)$ – вход системы,

y_1^* и y_2 – восстановленная и измеренная координаты системы соответственно,

$$u_{T11} = \frac{\partial y_1}{\partial T_1}, u_{k11} = \frac{\partial y_1}{\partial k_1}, u_{T22} = \frac{\partial y_2}{\partial T_2}, u_{k22} = \frac{\partial y_2}{\partial k_2}, u_{T12} = \frac{\partial y_1}{\partial T_2}, u_{k12} = \frac{\partial y_1}{\partial k_2} \quad -$$

соответствующие функции параметрической чувствительности,

$T_{10}, k_{10}, T_{20}, k_{20}$ – номинальные (расчетные) величины значений

соответствующих параметров.

Системы уравнений параметрической чувствительности, для модели (2) не приводятся.

Результаты исследования

При математическом моделировании решения задачи контроля и диагностики динамической системы, состоящей из двух последовательно соединенных функциональных элементов номинальные (расчетные) значения параметров

задавались следующим образом $T_{10} = T_{20} = 1$, $k_{10} = k_{20} = 1$, которые до моментов времени $t_1 = 1$ с., $t_2 = 2$ с., $t_3 = 3$ с. и $t_4 = 4$ с сохраняли свои значения и изменяли их соответственно только в указанные моменты до значений $T_1 = 0.05$, $k_1 = 10$, $T_2 = 0.1$, $k_2 = 12$ соответственно. Входное воздействие $x(t)$ задавалось функцией единичного скачка.

Математическое моделирование процесса решение задачи проводилось в системе Mathcad, которая имеет две встроенных функции для расчета вейвлет-преобразования на основе вейвлетообразующей функции Добеши (Daubechies). [12, 16]

Количество элементов вектора значений y в случае вейвлет-преобразования, аналогично преобразованию Фурье, должно равняться 2^n (где n – целое положительное число больше 2). [11]

На рисунках 6 и 7 представлены результаты вейвлет-преобразований разности функций параметрической чувствительности по параметрам T_1 и T_2 , вычисленных при номинальных и измененных параметрах объекта.

Анализ графиков вейвлет-преобразований, представленных на рисунках 6 и 7, позволяет сделать вывод о том, что в моменты времени $t_1 = 1$ с. и $t_2 = 2$ с. изменились значения параметров либо T_1 , либо k_1 функционального элемента I, а в момент времени $t_4 = 4$ с. – параметра k_2 функционального элемента II.

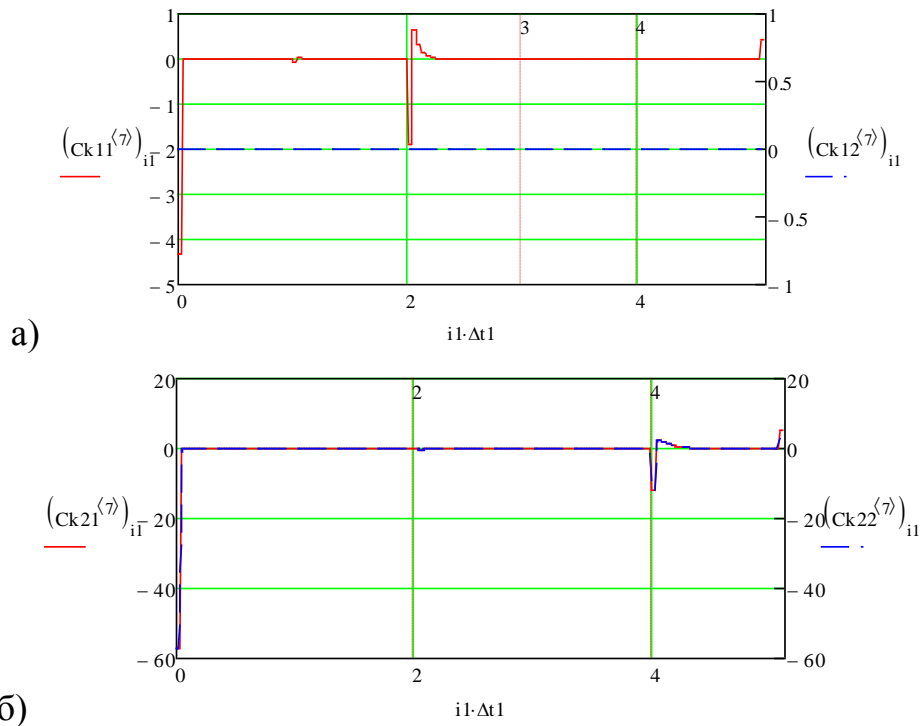


Рис. 6. Результат применения вейвлет-преобразования к разностям функций чувствительности для параметров k_1 и k_2 : а) элемента I; б) элемента II

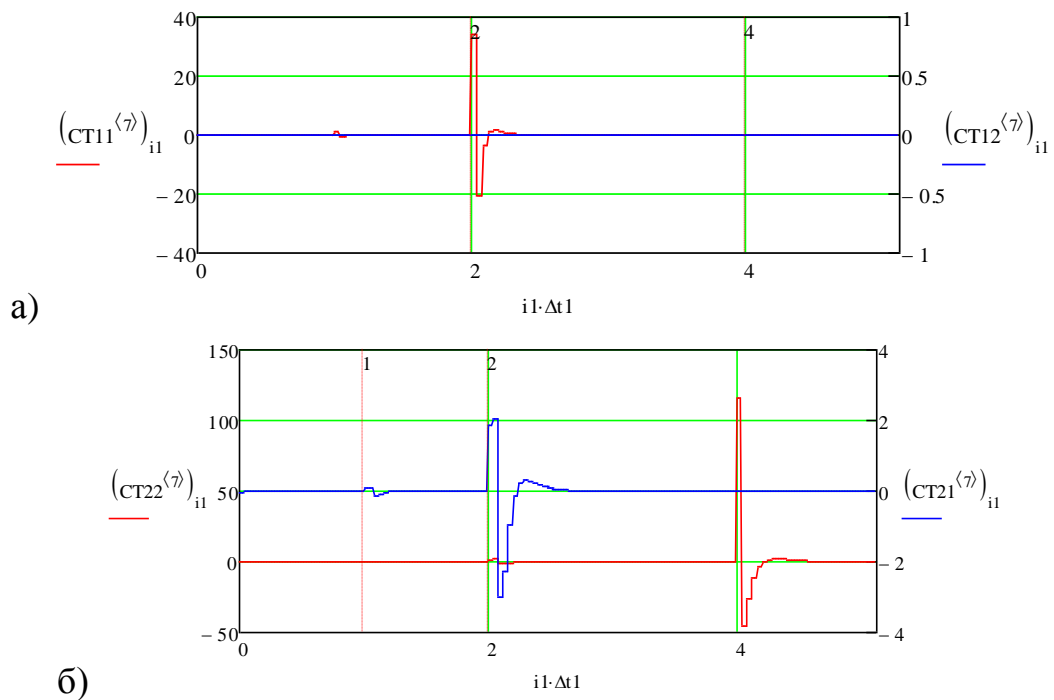


Рис. 7. Результат применения вейвлет-преобразования к разностям функций чувствительности для параметров T_1 и T_2 : а) элемента I; б) элемента II

Моделирование решения задачи контроля и диагностики динамической системы, состоящей из двух функциональных элементов, соединенных по принципу

обратной связи осуществлялось так же в начальный момент времени при значениях параметров $T_{10} = T_{20} = 1$, $k_{10} = k_{20} = 1$. Параметры функциональных элементов I и II последовательно изменяются в моменты времени $t_1 = 1$ с., $t_2 = 2$ с., $t_3 = 3$ с. и $t_4 = 4$ с. и принимают следующие значения $T_1 = 15, k_1 = 3, T_2 = 6, k_2 = 5$ соответственно. Входное воздействие задавалось так же функцией единичного скачка.

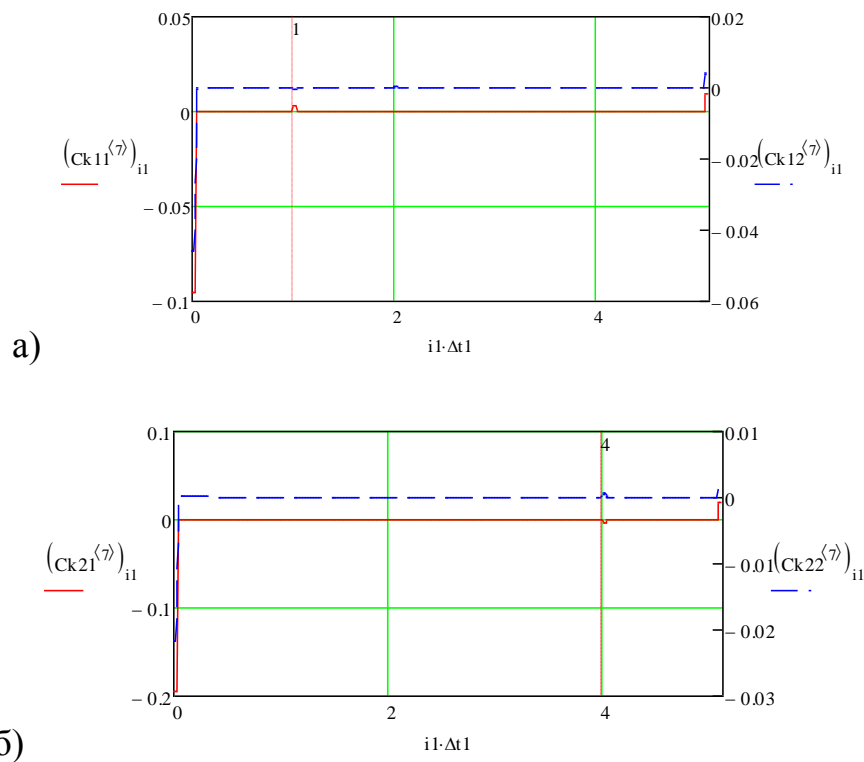


Рис. 8. Результат применения вейвлет-преобразования к разностям функций чувствительности для параметров k_1 и k_2 : а) элемента I; б) элемента II

Результат применения вейвлет-преобразования к полученной разности приведен на рисунках 8 и 9.

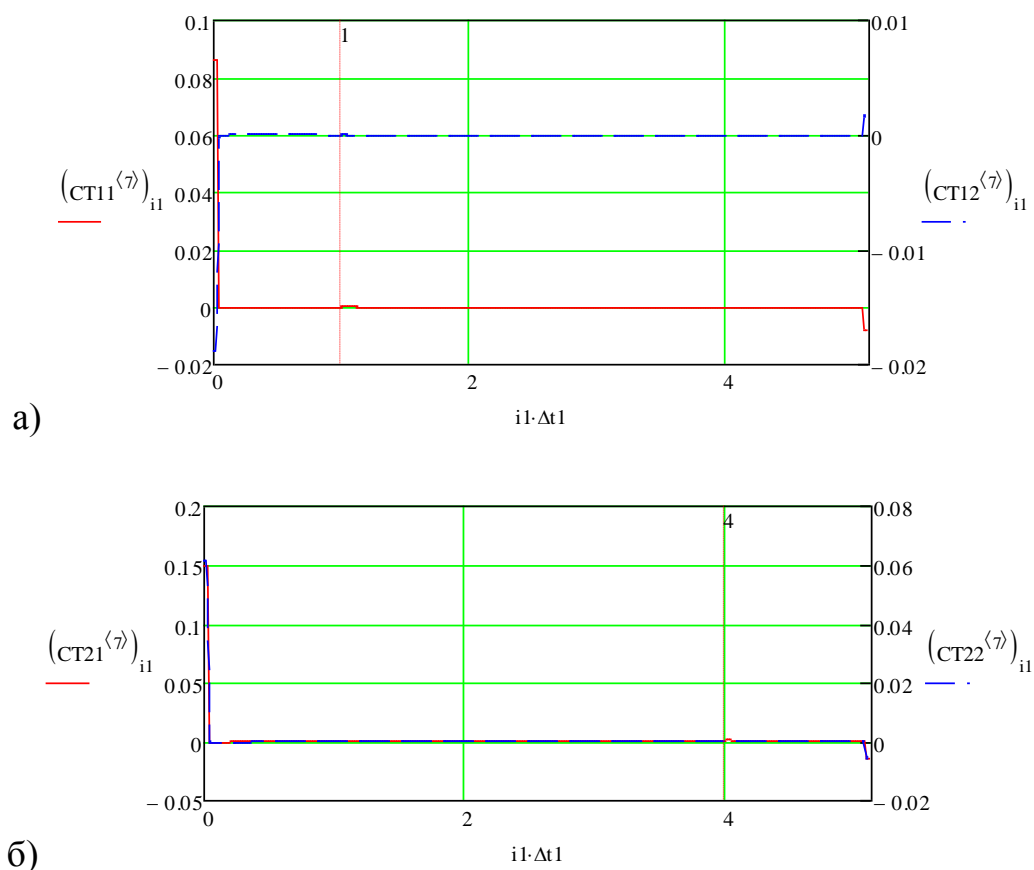


Рис. 9. Результат применения вейвлет-преобразования к разностям функций чувствительности для параметров T_1 и T_2 : а), г) – элемента I; б), в) – элемента II

Анализ графиков вейвлет-преобразований, представленных на рисунках 8 и 9, позволяет сделать вывод о том, что в моменты времени $t_1 = 1$ с., $t_2 = 2$ с. изменились значения параметров либо T_1 , либо k_1 функционального элемента I, а в момент времени $t_4 = 4$ с. - параметра k_2 функционального элемента II.

Заключение

В работе предложен один из возможных подходов к решению задачи контроля и диагностики линейных динамических объектов при дефиците точек доступа. Эта задача решалась в предположении о выполнении условия наблюдаемости Калмана, которое позволяет обойти ограничения связанные с дефицитом точек доступа.

Измеренные и восстановленные координаты вектора состояния математической модели динамической системы использовались для формирования функций параметрической чувствительности локализуемых функциональных элементов, в которых изменились значения их параметров. При решении же задачи локализации моментов времени наступления этих событий использовались результаты теории рядов Фурье, в которых в качестве набора базисных функций были выбраны вейвлеты.

Результаты математического моделирования решения поставленной задачи для простейших фрагментов линейных динамических систем подтвердили работоспособность предложенного подхода.

Библиографический список

1. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. 1996. Т. 166. № 11. С. 1145 - 1170.
2. Безмен Г.В., Колесов Н.В. Функциональное диагностирование линейных динамических систем с использованием нечеткого анализа // Информационно-управляющие системы. 2009. № 5. С. 67 - 73.
3. Блаттер К. Вейвлет-анализ. Основы теории. - М.: Техносфера, 2004. - 273 с.
4. Бобышев В.В., Чье Ен Ун, Шалобанов С.В. Диагностирование цифровых систем методами теории чувствительности // Техническая диагностика. 2001. № 2. С. 78 - 82.

5. Бушуева М.Е., Беляков В.В. Диагностика сложных технических систем // Труды 1-го совещания по проекту НАТО SfP-973799 Semiconductors, Нижний Новгород, 2001. С. 63 - 98.
6. Вадутов О.С. Математические основы обработки сигналов. - Томск: Томский политехнический университет, 2014. – 100 с.
7. Варнавский А.Н. Макетирование манипулятора с биоэлектрическим управлением // Автоматизация в промышленности. 2016. № 10. С. 61 - 64.
8. Рахманкулов В.З., Ахрем А.А., Герасимов В.В., Лебедев В.В. Вейвлет-анализ изображений промышленных деталей // Труды ИСА РАН. 2007. Т. 29. С. 289 - 301.
9. Воронин В.В., Шалобанов С.В., Шалобанов С.С. Диагностирование непрерывных динамических систем с использованием параметрических функций чувствительности // Научный вестник НГТУ. 2016. Т. 63. № 2. С. 24 - 34.
10. Воскобойников Ю.Е., Гочаков А.В., Колкер А.Б. Фильтрации сигналов и изображений: Фурье и Вейвлет алгоритмы (с примерами в Mathcad). – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2010. – 188 с.
11. Гурский Д. А., Турбин Е. С. Вычисления в Mathcad 12. – СПб.: Питер, 2006. – 544 с.
12. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике.– М.: СОЛОН-Пресс, 2010. – 400 с.
13. Закиров Р.Г. Прогнозирование технического состояния бортового радиоэлектронного оборудования // Труды МАИ. 2016. № 85. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=67515>

14. Захарова Т.В., Шестаков О.В. Вейвлет-анализ и его приложения. – М.: Инфра-М, 2012. – 157 с.
15. Мироновский Л.А. Функциональное диагностирование динамических систем. – СПб.: МГУ, 1998. – 256 с.
16. Пупков К.А., Егупов Н.Д. Нестационарные системы автоматического управления. Анализ, синтез, оптимизация. - М: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. - 631 с.
17. Пархоменко П.П. Основы технической диагностики. Модели объектов, методы и алгоритмы диагноза. - М.: Энергия, 1976. Кн. I. - 464 с.
18. Розенвассер Е.Н., Юсупов Р.М. Чувствительность систем управления. – М: Наука, 1981. – 464 с.
19. Шаронов А.В. Методы и алгоритмы обработки результатов экспериментальных исследований. – М.: Изд-во МАИ, 2004. – 243 с.
20. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования. – Новосибирск: НГТУ, 2003. - 104 с.