

Научная статья
УДК 551.4:623.7
DOI: [10.34759/trd-2022-126-26](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-26)

О ТОЧНОСТИ ПРЯМОГО ГЕОРЕФЕРЕНЦИРОВАНИЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ЗОНАХ С РАЗЛИЧНЫМИ КЛИМАТИЧЕСКИМИ УСЛОВИЯМИ

Гусейнов Гасан Ахмед оглы¹, Зульфугарлы Пери Расим гызы²,
Абдуррахманова Ирада Гамид гызы³

^{1,2}Азербайджанский технический университет,
Баку, Азербайджанская Республика

³Национальное аэрокосмическое агентство,
Баку, Азербайджанская Республика

¹tk_xt2001@mail.ru

²Peri.rzayeva30@gmail.com

³irada.abdurahmanova@mail.ru

Аннотация. Задачи проведения измерений с относительно высоким временным и пространственным разрешением с помощью БПЛА могут быть успешно выполнены при осуществлении точного геореференцирования их положения, т. е. привязки фотограмметрических приборов к какой-либо координатной системе. Различают не прямое и прямое геореференцирование. При не прямом геореференцировании учитываются реальные координаты наземных контрольных точек (GCP) и они сравниваются с результатами измерения этих точек на изображениях. При прямом геореференцировании осуществляется непосредственное использование известных

объектов на изображении. Однозначное определение оптимальной плотности размещения GCP в RTK GPS системах не представляется обоснованным, т. к. при этом учитывается суммарное влияние как технических факторов, так и метеорологических факторов (водяные пары, давление, температура). В настоящей статье предлагается способ учета влияния такого общего фактора. Определение такого обобщенного фактора и предположение о том, что величина этого фактора непостоянна в пространстве позволяет сформулировать и решать оптимизационную задачу вычисления оптимальной зависимости плотности размещения GCP от указанного обобщенного показателя. Проанализирована точность прямого геореференцирования БПЛА в зонах с различными климатическими условиями. Сформулирована и решена оптимизационная задача нахождения таких показателей геореференцирования измерительных приборов по x и по y как плотность размещения GCP (контрольных точек) и пьедестал экспоненциальной зависимости погрешность геореференцирования от количества установленных контрольных точек. Показано, что если допустить наличие аналитической зависимости количества контрольных точек по трассе полета от величины указанного пьедестала то минимум среднеинтегральной величины относительной погрешности референцирования достигается при наличие обратной логарифмической зависимости количества контрольных точек от высоты вышеотмеченного пьедестала.

Ключевые слова: геореференцирование, беспилотный летательный аппарат, измерения, оптимизация, контрольные точки

Для цитирования: Гусейнов Г.А., Зульфугарлы П.Р., Абдуррахманова И.Г. О точности прямого геореференцирования беспилотного летательного аппарата в зонах с различными климатическими условиями // Труды МАИ. 2022. № 126. DOI: [10.34759/trd-2022-126-26](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-26)

Original article

ON THE ACCURACY OF DIRECT GEOREFERENTIATION OF UAVS IN AREAS WITH DIFFERENT CLIMATIC CONDITIONS

Huseynov Hasan Ahmed oglu¹, Zulfugarly Peri Rasim gizi²,

Abdurrakhmanova Irada Hamid gizi³

^{1,2}Azerbaijan Technical University,

Baku, Azerbaijan

³National Aerospace Agency,

Baku, Azerbaijan

¹tk_xt2001@mail.ru

²Peri.rzayeva30@gmail.com

³irada.abdurahmanova@mail.ru

Abstract. The tasks of carrying out measurements with relatively high temporal and spatial resolution using UAVs can be successfully performed when carrying out accurate georeferentiation of their position, i.e. linking photogrammetric devices to any coordinate system. There are indirect and direct georeferentiation. With indirect georeferencing, the real coordinates of ground control points (GCP) are taken into account and they are compared with the measurement results of these points in the images. With direct

georeferentiation, the direct use of known objects in the image is carried out. An unambiguous determination of the optimal density of GCP placement in RTK GPS systems does not seem to be justified, since the total influence of both technical factors and meteorological factors (water vapor, pressure, temperature) is taken into account. This article suggests a way to account for the influence of such a common factor. The definition of such a generalized factor and the assumption that the magnitude of this factor is not constant in space allows us to formulate and solve the optimization problem of calculating the optimal dependence of the GCP placement density on the specified generalized indicator. The accuracy of direct georeferencing of UAVs in zones with different climatic conditions is analyzed. The optimization problem of finding such indicators of georeferentiation of measuring instruments in x and y as the density of GCP placement (control points) and the pedestal of exponential dependence of the error of georeferentiation on the number of established control points is formulated and solved. It is shown that if we assume the presence of an analytical dependence of the number of control points along the flight path on the value of the specified pedestal, then the minimum of the average integral value of the relative error of referencing is achieved with the presence of an inverse logarithmic dependence of the number of control points on the height of the above-marked pedestal.

Keywords: georeferentiation, unmanned aerial vehicle, measurements, optimization, control points

For citation: Huseynov H.A., Zulfugarly P.R., Abdurrakhmanova I.H. On the accuracy of direct georeferentiation of UAVs in areas with different climatic conditions. *Trudy MAI*, 2022, no. 126. DOI: [10.34759/trd-2022-126-26](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-26)

Введение

По сравнению со спутниковыми и самолетными платформами размещение измерительной аппаратуры в беспилотных летательных аппаратах (БПЛА) позволяет достичь результатов измерений с относительно высоким временным и пространственным разрешением [1]. Это свойство БПЛА, оснащенных с фотограмметрической аппаратурой, широко используется при решении различных вопросов в точном сельском хозяйстве, при осуществлении мониторинга зон возникновения различных природных бедствий и быстротечных природных процессов [2-6]. При этом указанные задачи могут быть успешно выполнены при осуществлении точного определения положения БПЛА. Например, в работе [7] задача БПЛА в режиме горизонтального полета определена по положению экстремумов сигналов электростатических датчиков путем вывода функциональной зависимости сигналов датчиков от параметров пролета. В работе [8] отмечено, что задачи контроля, оценки положения летательного аппарата на больших расстояниях решаются, в основном, в радиодиапазоне (радиолокация), а на малых дальностях весьма эффективны методы оптического диапазона, поскольку длина волны на несколько порядков меньше и позволяет достичь высокой точности измеряемых параметров. Согласно работе [9], повышение точности и надежности информационно-управляющего комплекса БПЛА может быть осуществлено с использованием данных имитационного моделирования инерциально-измерительного комплекса и навигационных алгоритмов. В работе [10] отмечается, что методы математического моделирования позволяют исследовать отказоустойчивость оптико-электронной навигационной системы летательного

аппарата. При этом существует возможность нейросетевой реализации оперативного планирования маршрутного полета группы беспилотных летательных аппаратов при наблюдении наземных объектов, когда необходимо скорректировать сформированное полетное задание [11]. Например, для решения задачи планирования и оптимизации маршрутов движения модели летательного аппарата при наличии препятствий разрабатывается оптимальный по быстродействию маршрут непрерывно-дискретного движения по заданной карте в обход имеющихся препятствий. В общем случае привязка фотограмметрических приборов к какой-либо координатной системе осуществляются методами непрямого и прямого геоференцирования. При непрямом геоференцировании учитываются реальные координаты наземных контрольных точек (GCP) и они сравниваются с результатами измерения этих точек на изображениях. При прямом геоференцировании осуществляется непосредственное использование известных объектов на изображении. Как было показано в [13], погрешность при прямом методе геоференцирования может достигать 30 см. Согласно [14], для достижения более высокой точности следует использовать GCP. Как указывается в [15], в целом точность геоференцирования зависит от таких показателей как точность используемой камеры, плотность размещения GCP, показатели полета БПЛА, исследуемая местность, и т. д. Согласно [16,17], с увеличением плотности размещения GCP также растет точность геоференцирования. Вопрос о достижении минимума погрешности геоференцирования был рассмотрен в работе [18], согласно которой оптимальная плотность размещения равна 0,5-1 GCP на га (гектар). Согласно [19], этот показатель равен 1,8 GCP/га.

Вместе с тем, такое однозначное определение оптимальной плотности размещения GCP в RTK GPS системах не представляется обоснованным, т. к. при этом учитывается суммарное влияние как технических факторов, так и метеорологических факторов (водяные пары, давление, температура). Далее, в настоящей статье предлагается способ учета влияния такого общего фактора. Определение такого обобщенного фактора и предположение о том, что величина этого фактора непостоянна в пространстве позволяет сформулировать и решать оптимизационную задачу вычисления оптимальной зависимости плотности размещения GCP от указанного обобщенного показателя.

Предлагаемый метод

Для решения вышеуказанной задачи воспользуемся результатами модельных исследований, проведенных в [15]. Как показано в этой работе, в результате проведенных исследований получена экспоненциальная модельная зависимость погрешностей по координатам x и y от плотности размещения GCP (рис. 1).

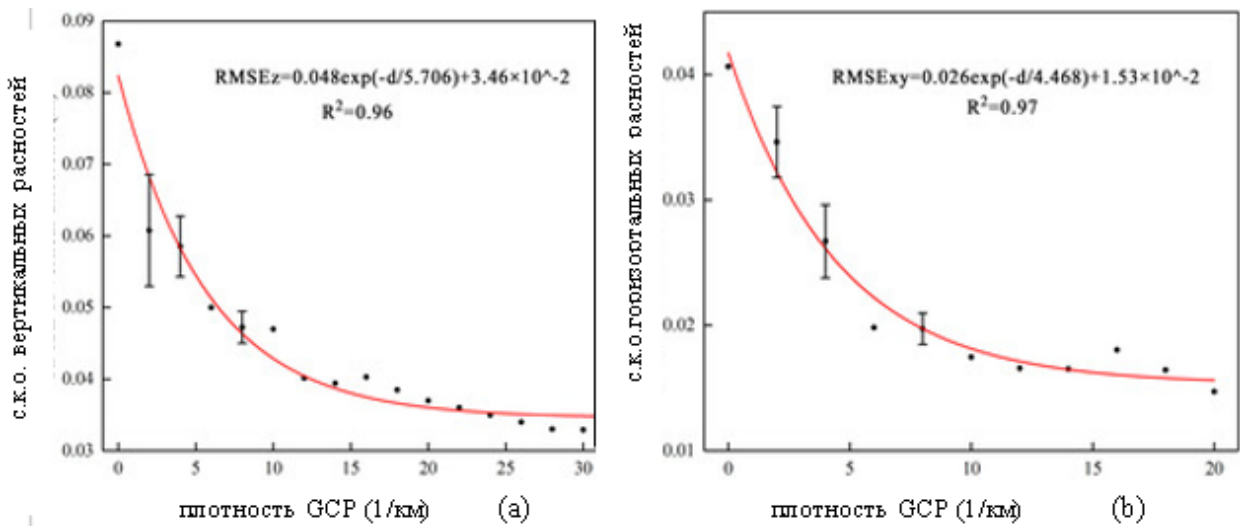


Рис. 1. Зависимость погрешности по вертикали (а) и по горизонтали модели геореференцирования от плотности размещения GCP в $1/\text{км}^2$

Как видно из кривых, представленных на рис. 1 экспоненциальное уменьшение погрешностей происходит только в некоторой части диапазона изменения плотности GCP. Для кривой на рис. 1 а при $d > 12$ GCP/ км^2 , где d плотность размещения происходит стабилизация погрешности, а для кривой на рис. 1 б стабилизация наступает при $d > 10$ GCP/ км^2 . Согласно [15] погрешность по вертикали аппроксимируется следующим выражением

$$\sigma_y = A_1 \cdot \exp\left(-\frac{d}{b_1}\right) + c_1 \quad (1)$$

d -плотность размещения GCP, где: $A_1, b_1, c_1 = \text{const}$.

Погрешность по горизонтали аппроксимируется выражением

$$\sigma_y = A_2 \cdot \exp\left(-\frac{d}{b_2}\right) + c_2 \quad (2)$$

где: $A_2, b_2, c_2 = \text{const}$.

При этом, согласно [15], используемая цифровая модель поверхности при неиспользовании GCP показала хорошее совпадение с показаниями RTK измерений.

Как было отмечено выше, погрешности геореференцирования по x и y с увеличением d не уменьшаются до нуля и стабилизируются на определенном уровне. Если сравнить данные b_1 и b_2 а также c_1 и c_2 , приведенные в [15], где $b_1 = 5,706$; $b_2 = 4,468$; $c_1 = 3,46 \cdot 10^{-2}$; $c_2 = 1,53 \cdot 10^{-2}$, то можно увидеть, что показатели экспоненты отличаются приблизительно на 20%, а постоянные c_1 и c_2 на более, чем 100%. Этот факт косвенно указывает на то, что когда как экспоненциальное изменение однозначно задается плотностью размещения GCP, то постоянные c_1 и c_2 в основном определяются большим количеством вышеуказанных факторов, включая метеопараметры. Для формирования оптимизационной задачи определения оптимальной закономерности выбора значения d примем наличие множества

$$C = \{C_i\}; i = \overline{1, n} \quad (3)$$

где: n - количество тестовых участков, расположенных на достаточно обширном регионе, включающей разные климатические и др. воздействующие факторы.

Далее, вводим на рассмотрение функциональную зависимость

$$d_i = f(C_i) \quad (4)$$

оптимальный вид которой подлежит определению. С учетом идентичности (1) и (2), для конкретности выберем выражение (1) и условно допустим наличие непрерывного аналога дискретной функции (4) в виде

$$d = f(C) \quad (5)$$

Из выражения (1) при $d = 0$ получим

$$\sigma_y(0) = A_1 + c_1 \quad (6)$$

Введем на рассмотрение показатель

$$\gamma = \frac{\sigma_y}{\sigma_y(0)} \quad (7)$$

С учетом (1), (5), (6), (7) получим

$$\gamma = \frac{A_1}{A_1+c} \exp\left[-\frac{f(c)}{b_1}\right] + \frac{c_1}{A_1+c_1} \quad (8)$$

Вычислим среднеинтегральную величину $\gamma_{\text{ср.ин}}$.

$$\gamma_{\text{ср.ин}} = \frac{1}{c_{\text{max}}} \int_0^{c_{\text{max}}} \left[\frac{A_1}{A_1+c} \exp\left[-\frac{f(c)}{b_1}\right] + \frac{c_1}{A_1+c_1} \right] dc \quad (9)$$

Для вычисления оптимальной функции $f(c)_{\text{опт}}$, при которой γ уменьшился бы до минимума, примем следующее ограничительное условие

$$\int_0^{c_{\text{max}}} f(c)dc = c_0 \quad (10)$$

где $c_0 = \text{const}$

Физический смысл задачи вычисления $f(c)_{\text{опт}}$ с учетом (9) и (10) заключается в следующем.

1. Следует сформировать из множества непрерывных и дважды дифференцируемых функций такое подмножество этих же функций, при которых удовлетворяется условие (10).
2. С учетом (9) и (10) следует определить такую оптимальную функцию $f(c)_{\text{опт}}$ при которой $\gamma_{\text{ср.ин}}$ достиг бы минимального значения.

Решение вышеуказанной оптимизационной задачи может быть осуществлено согласно неоклассической задаче Лагранжа, используя метод Эйлера, согласно которому подынтегральное выражение следующего целевого функционала [20].

$$F = \frac{1}{c_{max}} \int_0^{c_{max}} \left[\frac{A_1}{A_1+c} \exp \left[-\frac{f(c)}{b_1} \right] + \frac{c}{A_1+c} \right] dc + \lambda \left[\int_0^{c_{max}} f(c) dc - c_0 \right], \quad (11)$$

где: λ - множитель Лагранжа, должна иметь равное нулю производную по искомой функции, т.е.

$$\frac{d \left\{ \frac{A_1}{A_1+c} \exp \left[-\frac{f(c)}{b_1} \right] + \frac{c}{A_1+c} + \lambda f(c) \right\}}{df(c)} = 0 \quad (12)$$

Из (12) получаем

$$-\frac{b_1 A_1}{A_1+c} \cdot \exp \left[-\frac{f(c)}{b_1} \right] + \lambda = 0 \quad (13)$$

Из (13) находим

$$f(c) = b_1 \cdot \ln \frac{b_1 A_1}{\lambda(A_1+c)} \quad (14)$$

Очевидно, что при решении (14) F достигает минимума, т.к. повторная производная (13) по $f(c)$ дает положительную величину. Вычислим значение множителя Лагранжа. С учетом (10) и (14) получим

$$\int_0^{c_{max}} b_1 \cdot \ln \frac{b_1 A_1}{\lambda(A_1+c)} dc = c_0 \quad (15)$$

Из (15) находим:

$$\lambda = \exp \left[\frac{b_1 \cdot c_{max}}{c_0 - \int_0^{c_{max}} b_1 \cdot \ln \frac{b_1 A_1}{(A_1+c)} dc} \right] \quad (16)$$

С учетом (14) и (16) получим

$$f(c)_{\text{опт}} = b_1 \cdot \ln \frac{b_1 A_1}{(A_1+c)} + b_1 \cdot \ln \frac{1}{\lambda} = b_1 \cdot \ln \frac{b_1 A_1}{(A_1+c)} + \frac{c_0 - \int_0^{c_{max}} b_1 \cdot \ln \frac{b_1 A_1}{(A_1+c)} dc}{c_{max}} \quad (17)$$

С учетом (17) имеем

$$f(c)_{\text{опт}} = b_1 \cdot \ln \frac{b_1 A_1}{(A_1 + c)} + c_2 \quad (18)$$

где:

$$c_2 = \frac{c_0 - \int_0^{c_{\max}} b_1 \cdot \ln \frac{b_1 A_1}{(A_1 + c)} dc}{c_{\max}} \quad (19)$$

Как следует из полученного решения (18) с ростом показателя c следует уменьшить величину d , что приведет к минимальной величине F . Этот результат можно отнести к точности референцирования как по оси x , так и по y .

Заключение

Сформулирована и решена оптимизационная задача нахождения таких показателей геореференцирования измерительных приборов по x и по y как плотность размещения GCP (контрольных точек) и пьедестал экспоненциальной зависимости погрешность геореференцирования от количества установленных контрольных точек. Показано, что если допустить наличие аналитической зависимости количества контрольных точек по трассе полета от величины указанного пьедестала то минимум среднеинтегральной величины относительной погрешности референцирования достигается при наличие обратной логарифмической зависимости количества контрольных точек от высоты вышеотмеченного пьедестала.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Zhang H., Aldana-Jague E., Clapuyt F., Wilken F., Vanacker V., Van Oost K. Evaluating the potential of post-processing kinematic (PPK) georeferencing for UAV-based structure-from-motion (SfM) photogrammetry and surface change detection // Earth Surface Dynamics, 2019, vol. 7, pp. 807-827. DOI:[10.5194/esurf-7-807-2019](https://doi.org/10.5194/esurf-7-807-2019)
2. Eltner A., Kaiser A., Castillo C., Rock G., Neugirg F., Abellan A. Image-based surface reconstruction in geomorphometry-merits, limits and developments // Earth Surface Dynamics, 2016, vol. 4. Pp. 359-389. DOI:[10.5194/esurf-4-359-2016](https://doi.org/10.5194/esurf-4-359-2016)
3. Kim D.W., Yun H.S., Jeong S.J., Kwon Y.S., Kim S.G., Lee W.S., Kim H.J. Modeling and testing of growth status for Chinese cabbage and white radish with UAV-based RGB imagery // Remote Sensing, 2018, vol. 10, pp. 563. DOI:[10.3390/rs10040563](https://doi.org/10.3390/rs10040563)
4. Lian X., Li Z., Yuan H., Hu H., Cai Y., Liu X. Determination of the stability of high-steep slopes by global navigation satellite system (GNSS) real time monitoring in Long Wall Mining // Applied Sciences, 2020, vol. 10, pp. 1952. DOI:[10.3390/app10061952](https://doi.org/10.3390/app10061952)
5. Long N., Millescamp B., Guillot B., Pouget F., Dumon A., Lachaussee N., Bertin X. Monitoring the topography of a dynamic tidal inlet using UAV imagery // Remote Sensing, 2016, vol. 8, pp. 387. DOI:[10.5194/isprs-archives-XLI-B1-1127-2016](https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLI-B1-1127-2016)
6. Immerzeel W.W., Kraaijenbrink P.D.A., Shea J., Shrestha A., Pellicciotti F., Bierkens M.F.P., De Jong S.M. High-resolution monitoring of Himalayan glacier dynamics using unmanned aerial vehicles // Remote Sensing Environ, 2014, vol. 150, pp. 93-103. DOI:[10.1016/J.RSE.2014.04.025](https://doi.org/10.1016/J.RSE.2014.04.025)

7. Скрябин Ю.М., Потехин Д.С. Определение траектории горизонтального пролета беспилотного летательного аппарата через линию электростатических датчиков // Труды МАИ. 2019. № 106. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=105747>
8. Картуков А.В., Меркишин Г.В., Назаров А.Н., Егоров В.В. Использование изображений объектов для анализа параметров воздушной среды в окрестности движущихся объектов // Труды МАИ. 2020. № 112. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=116371>. DOI: [10.34759/TRD-2020-112-12](https://doi.org/10.34759/TRD-2020-112-12)
9. Ермаков П.Г., Гоголев А.А. Сравнительный анализ схем комплексирования информации бесплатформенных инерциальных навигационных систем беспилотных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2021. № 117. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=156253>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-11](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-11)
10. Корнилов А.В., Корчагин К.С., Лосев В.В. Разработка алгоритмов комплексной измерительной навигационной системы авиационного применения на отечественной элементной базе // Труды МАИ. 2021. № 117. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=156235>. DOI: [10.34759/TRD-2021-117-09](https://doi.org/10.34759/TRD-2021-117-09)
11. Ивашова Н.Д., Михайлин Д.А., Чернякова М.Е., Шаныгин С.В. Нейросетевое решение задачи оперативного планирования маршрутного полета беспилотных летательных аппаратов и назначение времени наблюдения наземных объектов с помощью нечеткой логики при отображении этих результатов на экране компьютера до вылета // Труды МАИ. 2019. № 104. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=102223>.

12. Бортакoвский А.С., Урюпин И.В. Оптимизация маршрутов непрерывно-дискретного движения управляемых объектов при наличии препятствий // Труды МАИ. 2020. № 113. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=118185>. DOI:[10.34759/trd-2020-113-17](https://doi.org/10.34759/trd-2020-113-17)
13. Nolan M., Larsen C., Sturm M. Mapping snow depth from manned aircraft on landspace scales at centimeter resolution using structure-from-motion photogrammetry // Cryosphere, 2015, vol. 9, pp. 1445-1463. DOI: [10.594/tc-9-1445-2015](https://doi.org/10.594/tc-9-1445-2015)
14. Hugenholtz C., Brown O., Walker J., Barchyn T. E., Nesbit P., Kucharczyk M., Myshak S. Spatial accuracy of UAV-derived orthoimagery and topography: comparing photogrammetric models processed with direct geo-referencing and ground control points // Geomatica, 2016, vol. 70, pp/ 21-30. DOI:[10.5623/cig2016-102](https://doi.org/10.5623/cig2016-102)
15. Liu X., Lian X., Yang W., Wang F., Han Y., Zhang Y. Accuracy assessment of a UAV direct georeferencing method and impact of the configuration of ground control points // Drones, 2022, vol. 6, pp. 30. URL: <https://doi.org/10.3390/drones6020030>
16. Aguera-Vega F., Carvajal-Ramirez F., Martinez-Carricondo P. Assessment of photogrammetric mapping accuracy based on variation ground control points number using unmanned aerial vehicle // Measurement, 2017, vol. 98, pp. 221-227. DOI:[10.1016/j.measurement.2016.12.002](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2016.12.002)
17. Tahar K.N. An evaluation on different number of ground control points in unmanned aerial vehicle photogrammetric block // The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing, 2013, vol. 40, pp. 93-98. URL: <https://doi.org/10.5194/isprsarchives-XL-2-W2-93-2013>

18. Martinez-Carricondo P., Aguera Vega F., Carvajal-Ramirez F., Mesas-Carrascosa F., Garcia-Ferrer A., Perez-Porras F. Assessment of UAV-photogrammetric mapping accuracy based on variation of ground control points // *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 2018, vol. 72. DOI:[10.1016/j.jag.2018.05.015](https://doi.org/10.1016/j.jag.2018.05.015)
19. Reshetyuk Y., Martensson S.G. Generation of highly accurate digital elevation models with unmanned aerial vehicles // *Photogrammetric Record*, 2016, no. 31, no. 143-165. DOI:[10.1111/phor.12143](https://doi.org/10.1111/phor.12143)
20. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М. Наука, 1974. – 432 с.

References

1. Zhang H., Aldana-Jague E., Clapuyt F., Wilken F., Vanacker V., Van Oost K. Evaluating the potential of post-processing kinematic (PPK) georeferencing for UAV-based structure-from-motion (SfM) photogrammetry and surface change detection, *Earth Surface Dynamics*, 2019, vol. 7, pp. 807-827. DOI:[10.5194/esurf-7-807-2019](https://doi.org/10.5194/esurf-7-807-2019)
2. Eltner A., Kaiser A., Castillo C., Rock G., Neugirg F., Abellan A. Image-based surface reconstruction in geomorphometry-merits, limits and developments, *Earth Surface Dynamics*, 2016, vol. 4. Pp. 359-389. DOI:[10.5194/esurf-4-359-2016](https://doi.org/10.5194/esurf-4-359-2016)
3. Kim D.W., Yun H.S., Jeong S.J., Kwon Y.S., Kim S.G., Lee W.S., Kim H.J. Modeling and testing of growth status for Chinese cabbage and white radish with UAV-based RGB imagery, *Remote Sensing*, 2018, vol. 10, pp. 563. DOI:[10.3390/rs10040563](https://doi.org/10.3390/rs10040563)

4. Lian X., Li Z., Yuan H., Hu H., Cai Y., Liu X. Determination of the stability of high-steep slopes by global navigation satellite system (GNSS) real time monitoring in Long Wall Mining, *Applied Sciences*, 2020, vol. 10, pp. 1952. DOI:[10.3390/app10061952](https://doi.org/10.3390/app10061952)
5. Long N., Millescamps B., Guillot B., Pouget F., Dumon A., Lachaussee N., Bertin X. Monitoring the topography of a dynamic tidal inlet using UAV imagery, *Remote Sensing*, 2016, vol. 8, pp. 387. DOI:[10.5194/isprs-archives-XLI-B1-1127-2016](https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLI-B1-1127-2016)
6. Immerzeel W.W., Kraaijenbrink P.D.A., Shea J., Shrestha A., Pellicciotti F., Bierkens M.F.P., De Jong S.M. High-resolution monitoring of Himalayan glacier dynamics using unmanned aerial vehicles, *Remote Sensing Environ*, 2014, vol. 150, pp. 93-103. DOI:[10.1016/J.RSE.2014.04.025](https://doi.org/10.1016/J.RSE.2014.04.025)
7. Skryabin Yu.M., Potekhin D.S. *Trudy MAI*, 2019, no. 106. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=105747>
8. Kartukov A.V., Merkishin G.V., Nazarov A.N., Egorov V.V. *Trudy MAI*, 2020, no. 112. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=116371>. DOI: [10.34759/TRD-2020-112-12](https://doi.org/10.34759/TRD-2020-112-12)
9. Ermakov P.G., Gogolev A.A. *Trudy MAI*, 2021, no. 117. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=156253>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-11](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-11)
10. Kornilov A.V., Korchagin K.S., Losev V.V. *Trudy MAI*, 2021, no. 117. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=156235>. DOI:[10.34759/TRD-2021-117-09](https://doi.org/10.34759/TRD-2021-117-09)
11. Ivashova N.D., Mikhailin D.A., Chernyakova M.E., Shanygin S.V. *Trudy MAI*, 2019, no. 104. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=102223>
12. Bortakovskii A.S., Uryupin I.V. *Trudy MAI*, 2020, no. 113. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=118185>. DOI:[10.34759/trd-2020-113-17](https://doi.org/10.34759/trd-2020-113-17)

13. Nolan M., Larsen C., Sturm M. Mapping snow depth from manned aircraft on landscape scales at centimeter resolution using structure-from-motion photogrammetry, *Cryosphere*, 2015, vol. 9, pp. 1445-1463. DOI: [10.594/tc-9-1445-2015](https://doi.org/10.594/tc-9-1445-2015)
14. Hugenholtz C., Brown O., Walker J., Barchyn T. E., Nesbit P., Kucharczyk M., Myshak S. Spatial accuracy of UAV-derived orthoimagery and topography: comparing photogrammetric models processed with direct geo-referencing and ground control points, *Geomatica*, 2016, vol. 70, pp/ 21-30. DOI:[10.5623/cig2016-102](https://doi.org/10.5623/cig2016-102)
15. Liu X., Lian X., Yang W., Wang F., Han Y., Zhang Y. Accuracy assessment of a UAV direct georeferencing method and impact of the configuration of ground control points, *Drones*, 2022, vol. 6, pp. 30. URL: <https://doi.org/10.3390/drones6020030>
16. Aguera-Vega F., Carvajal-Ramirez F., Martinez-Carricondo P. Assessment of photogrammetric mapping accuracy based on variation ground control points number using unmanned aerial vehicle, *Measurement*, 2017, vol. 98, pp. 221-227. DOI:[10.1016/j.measurement.2016.12.002](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2016.12.002)
17. Tahar K.N. An evaluation on different number of ground control points in unmanned aerial vehicle photogrammetric block, *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing*, 2013, vol. 40, pp. 93-98. URL: <https://doi.org/10.5194/isprsarchives-XL-2-W2-93-2013>
18. Martinez-Carricondo P., Aguera Vega F., Carvajal-Ramirez F., Mesas-Carrascosa F., Garcia-Ferrer A., Perez-Porras F. Assessment of UAV-photogrammetric mapping accuracy based on variation of ground control points, *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 2018, vol. 72. DOI:[10.1016/j.jag.2018.05.015](https://doi.org/10.1016/j.jag.2018.05.015)

19. Reshetyuk Y., Martensson S.G. Generation of highly accurate digital elevation models with unmanned aerial vehicles, *Photogrammetric Record*, 2016, no. 31, no. 143-165.

DOI:[10.1111/phor.12143](https://doi.org/10.1111/phor.12143)

20. El'sgol'ts L.E. *Differentsial'nye uravneniya i variatsionnoe ischislenie* (Differential equations and calculus of variations), Moscow, Nauka, 1974, 432 p.

Статья поступила в редакцию 12.09.2022

Статья после доработки 14.09.2022

Одобрена после рецензирования 25.09.2022

Принята к публикации 12.10.2022

The article was submitted on 12.09.2022; approved after reviewing on 25.09.2022; accepted for publication on 12.10.2022