

## **Влияние зазора в роликовых подшипниках на силовой контакт между его элементами**

**Нахатакян Ф.Г.**

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН,  
ИМАШ РАН, Малый Харитоньевский пер., 4, Москва, 101000, Россия*

*e-mail: [filnahat7@mail.ru](mailto:filnahat7@mail.ru)*

**Статья поступила 05.12.2020**

### **Аннотация**

Предложен метод и на его основе аналитически решена задача о контактном взаимодействии между кольцами роликовых подшипников и телами качения. Исследовано влияние радиального зазора в подшипнике на параметры силового контакта между элементами подшипника и определены параметры нагруженности при различных схемах нагружения, когда внешняя сила проходит по центру максимально нагруженного ролика и, когда – между ними. Получены функции зависимости параметров нагруженности подшипника от величины радиального зазора.

**Ключевые слова:** роликовый подшипник, зазор в подшипнике, жесткость подшипника, упругая податливость подшипника, количество нагруженных роликов.

При решении задач динамики роторных систем большое значение имеет точность расчета жесткостных характеристик опор ротора. Одним из самых распространенных элементов опор является роликовый подшипник, моделирование которого связано с

необходимостью учета контактных взаимодействий между телами качения и кольцами [1].

Задача в работе [2] решена на основе контактной теории Герца [3], однако полученная зависимость между перемещением и внешней силой неудобна для использования в практических расчетах. В работе [4] эта же зависимость описывается с помощью эмпирически полученной формулы Пальмгрена [5].

Как показали результаты исследований и опыт эксплуатации подшипников качения, на их износ и работоспособность оказывает большое влияние величина радиального зазора [5, 6]. Недостаточный зазор ведет к тому, что при каждом совпадении максимальных овальностей колец и тел качения происходит их жесткое заклинивание и резкое увеличение местных деформаций. Большой зазор исключает возможность защемления, но увеличивает напряжение в зоне максимального нагружения и ухудшает динамику подшипника, что также снижает его работоспособность.

Поэтому, при прочностных расчетах важное значение имеет правильное определение параметров нагруженности в опорах качения [5-7].

Вопросу влияния радиального зазора в подшипниках качения на их характеристики уделяется большое внимание [8-15]. В работе [8] проведено аналитическое исследование и установлено, что отрицательный зазор (преднатяг) уменьшает шум и увеличивает их жесткость. Также здесь проведено исследование влияния зазора на срок службы подшипника. В работе [9] показано, что отрицательный зазор улучшает распределение нагрузки между телами качения и может увеличить срок службы подшипника. Подшипники качения исследованы

также в работах [16- 19], например, в работе [19] исследованы подшипники из керамики.

Однако в существующих исследованиях не получено аналитических формул, устанавливающих связь между максимальной нагрузкой, количеством воспринимающих нагрузку роликов и зазором при различных схемах нагружения, когда внешняя сила проходит по центру максимально нагруженного ролика и, когда она проходит между ними, что очень важно для исследования изменения жесткости во время вращения подшипника.

Для решения проблемы достаточно рассмотреть два характерных случая расположения тел качения относительно линии действия внешней нагрузки на подшипник, когда она проходит по центру максимально нагруженного ролика - схема 1 и, когда она проходит между максимально нагруженными роликами - схема 2 (рис.1). При этом обе схемы нагружения необходимо исследовать как при отсутствии радиального зазора, так и при его наличии.

Приближенное решение задачи по схеме 1 приведено в работах [20, 21]. В данной работе рассмотрены обе схемы нагружения и приведено уточненное аналитическое решение задачи. Несложно увидеть, что жесткости подшипников этих схем разные, и этот факт является источником, в том числе, колебаний в роторных системах.

В расчетных методиках [22], в основном применяются полуэмпирические зависимости, например, в роликовом подшипнике, работающем под радиальной нагрузкой, максимальная сила определяется как  $P_0 = kF_r/Z$ , где  $k$  – коэффициент;  $F_r$  - радиальная сила в подшипнике;  $Z$  – количество роликов в нем. При  $Z = 10 \div 20$ , коэффициент  $k=4,0$ , если зазор в подшипнике равен нулю, и  $k=4,6$  при

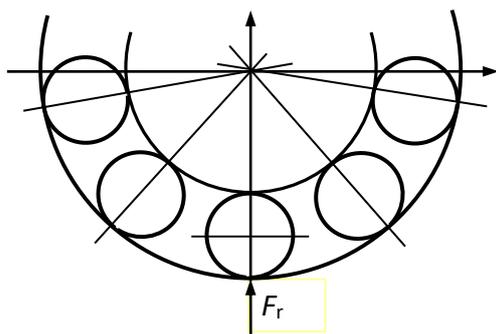


Рис.1а. Расположение роликов с одним (схема 1) максимально нагруженным роликом

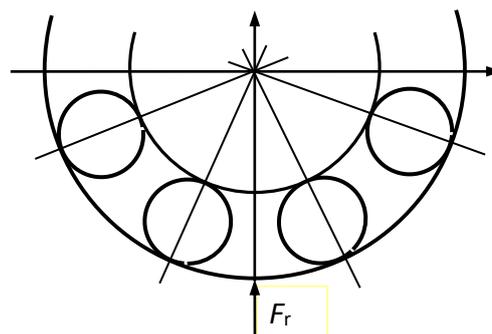


Рис.1б. Расположение роликов с двумя (схема 2) наиболее нагруженными роликами

зазоре больше нуля [22]. Очевидно, что чем больше зазор, тем больше неравномерность распределения нагрузки между телами качения.

Рассмотрим случай расположения роликов, когда внешняя радиальная сила проходит по центру максимально нагруженного ролика, схема 1 (рис.1а).

В настоящей работе предлагается иной подход, для аналитического решения, которое сводится к решению системы уравнений: совместности деформаций, зазоров и перемещений

$$W_i = \alpha_i - S_i, \quad i=0, 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где  $W_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $S_i$  – упругая деформация, перемещение и зазор на  $i$  – ом элементе;

$$N = (N_0 - 1) / 2, \quad (2)$$

$N_0$  - количество воспринимающих нагрузку тел качения, и уравнения равновесия (рис.2) ,

$$P_0 + 2 \sum_{i=0}^N P_i \cos \gamma_i = F_r, \quad (3)$$

где  $P_i$ ,  $F_r$  – нагрузка на  $i$  – ом элементе и внешняя сила на подшипник

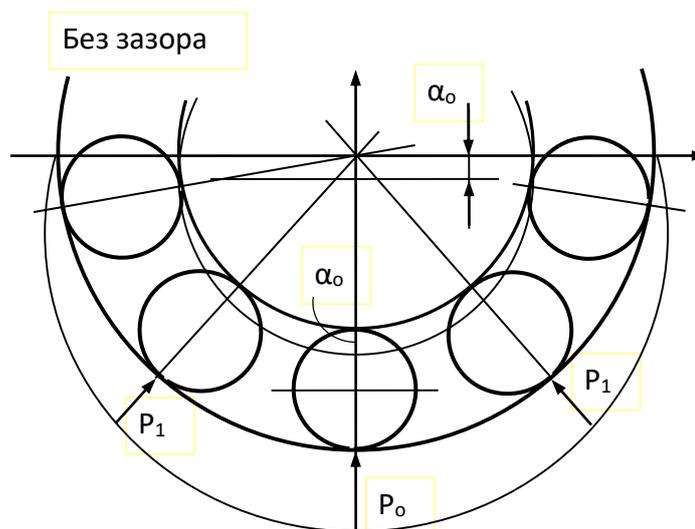


Рис.2. Схема нагружения роликового подшипника при отсутствии зазора

соответственно;  $\gamma_i$ – угол  $i$  – го подшипника относительно вертикали.

Упругая деформация  $i$  – го элемента в роликовом подшипнике в формуле (1) определяется

$$W_i = \delta P_i, \quad i=0, 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

где  $\delta$ – податливость с одним роликом (рис.3), согласно работе [23] определяется как

$$\delta = 4\theta \ln(3,393Ec_n / q),$$

где  $\theta = \frac{\lambda + 2\mu}{4\pi\mu(\lambda + \mu)}$ , здесь постоянные Ламе  $\lambda$  и  $\mu$  определяются  $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$  ;

$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ; из последних выражений следует, в частности,

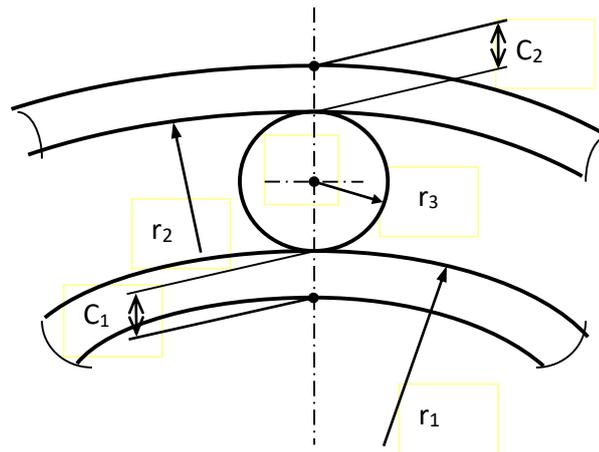


Рис.3 Ролик между кольцами подшипника

$\theta = \frac{1-\nu^2}{\pi E}$ ;  $E, \nu$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона материалов;  $q$  –

распределенное по длине ролика усилие;  $c_n = \sqrt{c_1 c_2}$  – обобщенная толщина колец.

Силовой контакт при начальном касании упругих тел по линии подробно исследован в работах [24 -27].

**При отсутствии зазоров**  $S_i=0$ , формула (1) упрощается

$$W_i = \alpha_i, \quad i=0, 1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

где  $\alpha_i$  определяется как

$$\alpha_i = \alpha_0 \cos \gamma_i, \quad i=0, 1, 2, \dots, N, \quad (6)$$

здесь для рассматриваемой схемы  $\gamma_i = i \frac{2\pi}{Z}$ .

Из формул (3), (4), (5), (6) для максимальной силы на ролик получено соотношение

$$P_0 = \frac{F_r}{k}, \quad (7)$$

где

$$\bar{k} = 1 + 2 \sum_{i=1}^N \cos^2 i\gamma, \quad (8)$$

здесь  $\gamma = \frac{2\pi}{Z}$ .

Следует отметить, что конечная сумма в формуле (8) существует и определяется

$$\sum_{i=1}^N \cos^2 i\gamma = \frac{N}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sin(2\pi N / Z)}{\sin(2\pi / Z)} \cos(2\pi(N+1) / Z).$$

Таким образом для коэффициента в (8) получаем выражение

$$\bar{k} = 1 + N + \bar{N}_1, \quad (9)$$

где  $\bar{N}_1 = \frac{\sin(2\pi N / Z)}{\sin(2\pi / Z)} \times \cos(2\pi(N+1) / Z)$ .

При отсутствии зазора в подшипнике зависимость (9) упрощается  $\bar{N}_1 \approx -1/2$  и  $\bar{k} \approx Z/4$ . Следовательно, максимальная нагрузка в этом случае будет

$$P_0 = \frac{F_r}{1 + N + \bar{N}_1} = 4 \frac{F_r}{Z}, \quad (10)$$

что согласуется с известными данными.

Максимальное смещение  $\alpha_0$  определяется из формул (4), (5), (6) в виде

$$\alpha_0 = P_0 \delta = \frac{F_r}{1 + N + \bar{N}_1} = 4\delta \frac{F_r}{Z},$$

а распределение нагрузки по телам качения определяется как

$$P_i = P_0 \cos \gamma_i = \frac{F_r}{1 + N + \bar{N}_1} \cos \gamma_i = 4 \frac{F_r}{Z} \cos \left( i \frac{2\pi}{Z} \right).$$

Жесткость  $C$  всего подшипника определяется из соотношения  $F_r = C \alpha_0$ , с

учетом формулы (7) получаем

$$C = \frac{1 + N + \bar{N}_1}{\delta} = \frac{Z}{4\delta}. \quad (11)$$

Входящий в последние формулы для определения величин  $P_0$ ,  $P_i$ ,  $\alpha_0$  и  $C$  - параметр  $N$ , определяется по (2).

Далее рассмотрим эту же схему при наличии радиального зазора  $2e$  (рис.4) в подшипнике. Сначала установим связь между  $e$  и  $S_i$  в (1). В работе [6] из геометрических соотношений для величины зазора  $S_i$  между роликом и кольцом получена зависимость

$$S = \left\{ [(r_2 - r_3) \cos \gamma - e]^2 + [(r_2 - r_3) \sin \gamma]^2 \right\}^{1/2} - r_1 - r_3, \quad (12)$$

где  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  - радиусы внутреннего и наружного колец и роликов

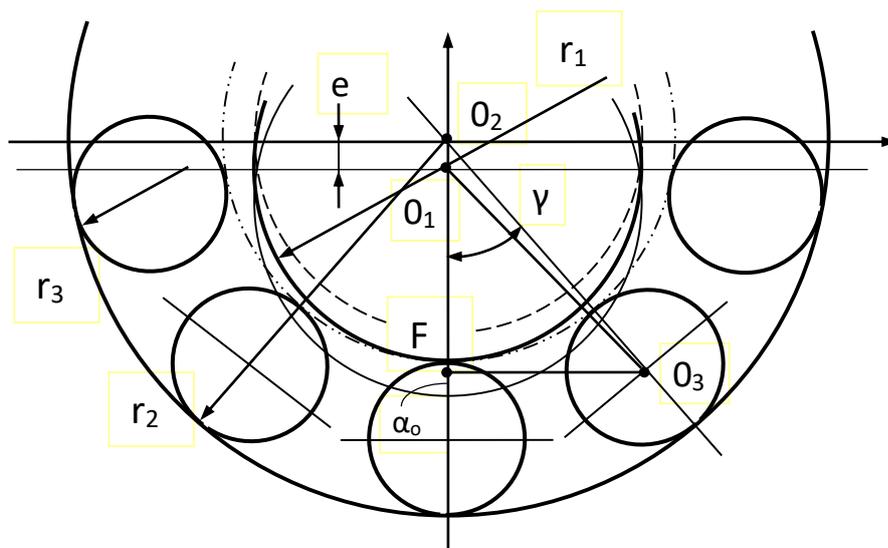


Рис.4. Схема нагружения роликового подшипника при наличии радиального зазора

подшипника. При условии  $e^2 / r_2^2 \ll 1$  и  $er_3 / r_2^2 \ll 1$ , соотношение (12) существенно упрощается. Действительно, при этих условиях из (12) получаем

$$S = r_2 \left( 1 - 2 \frac{r_3}{r_2} - 2 \frac{e}{r_2} \cos \gamma \right)^{1/2} - r_1 - r_3,$$

или, с учетом соотношения

$$r_2 - 2r_3 - r_1 = e,$$

получаем

$$S = e - e \cos \gamma.$$

Следовательно, зависимость между радиальным зазором  $e$  в подшипнике и зазором  $S_i$  в его  $i$ -ом элементе будет

$$S_i = e(1 - \cos \gamma_i). \quad (13)$$

Таким образом, при наличии зазора в подшипнике задача сводится к решению системы уравнений (1), (3), (4) и (13). Из формулы (1) с учетом (6) и (13) имеем:

$$W_i = \alpha_0 \cos \gamma_i - e(1 - \cos \gamma_i), \quad i=0, 1, 2, \dots, N,$$

а из условия  $W_N=0$ , (когда  $N$ -й элемент только вошел в контакт, но нагрузку еще не воспринимает), получаем

$$e = \alpha_0 \bar{N}_3, \quad (14)$$

$$\text{где } \gamma_N = N \frac{2\pi}{Z}; \quad \bar{N}_3 = \frac{\cos(2\pi N / Z)}{1 - \cos(2\pi N / Z)}.$$

Для установления связи  $e-N$  в аналитическом виде, поступим следующим образом. Перепишем систему уравнений упругой деформации (4) в виде

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{\delta} W_0 \\ 2 \cos \gamma_1 P_1 &= 2 \frac{1}{\delta} \cos \gamma_1 W_1 \\ 2 \cos \gamma_2 P_2 &= 2 \frac{1}{\delta} \cos \gamma_2 W_2 \end{aligned} \quad (15)$$

$$2 \cos \gamma_N P_N = \frac{2}{\delta} \cos \gamma_N W_N,$$

а систему уравнений совместности (1) в виде

$$W_i = \alpha_0 \cos \gamma_i - S_i, \quad i=0, 1, 2, \dots, N, \quad (16)$$

тогда подставляя (16) в (15) и суммируя полученную систему, получаем

$$F_r \delta = \alpha_0 + 2\alpha_0 \sum_{i=1}^N \cos^2 \gamma_i - 2 \sum_{i=1}^N S_i \cos \gamma_i. \quad (17)$$

Подставляя в (17) значения зазоров  $S_i$  из (13), получаем

$$\frac{F_r \delta}{\alpha_0} - \frac{e}{\alpha_0} (2 + N + \bar{N}_1 - \bar{N}_2) = 1 + N + \bar{N}_1, \quad (18)$$

где  $\bar{N}_2 = 2 \frac{\sin(\pi(N+1)/Z)}{\sin(\pi/Z)} \cos(\pi N/Z)$ .

Из формул (4) и (5) следует, что  $\alpha_0 = W_0 = \delta P_0$ , следовательно, из (18) получаем величину максимальной нагрузки в долях внешней силы в виде

$$\frac{P_0}{F_r} = \frac{1 + \frac{e}{F_r \delta} (\bar{N}_2 - 2 - N - \bar{N}_1)}{1 + N + \bar{N}_1}. \quad (19)$$

Из (14) следует, что

$$e = \delta \cdot P_0 \bar{N}_3,$$

отсюда для максимальной нагрузки в безразмерном виде получаем

$$\frac{P_0}{F_r} = \frac{e}{F_r \delta} \frac{1}{\bar{N}_3}. \quad (20)$$

Для получения зависимости  $e-N$ , из формул (19) и (20), необходимо приравнять их правые части.

$$e = F_r \delta \frac{1}{\frac{1 + N + \bar{N}_1}{\bar{N}_3} + 2 + N + \bar{N}_1 - \bar{N}_2}. \quad (21)$$

Следует отметить, что формула (21) служит для определения зависимости количества воспринимающих нагрузку роликов  $N_0$  от радиального зазора  $e$  в подшипнике ( $e - N_0$ ).

Распределение нагрузки по телам качения  $P_i$  можно найти из системы уравнений (1), (4), (6) и (13):

$$P_i = P_0 \cos \gamma_i - \frac{e}{\delta} (1 - \cos \gamma_i).$$

Максимальное смещение определяется из (7) и (19)

$$\alpha_0 = P_0 \delta = F_r \delta \frac{1 + \frac{e}{F_r \delta} (\bar{N}_2 - 2 - N - \bar{N}_1)}{1 + N + \bar{N}_1}. \quad (22)$$

Жесткость подшипника для рассматриваемого случая с учетом (22) определяется как

$$C = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{1 + N + \bar{N}_1}{1 + \frac{e}{F_r \delta} (\bar{N}_2 - 2 - N - \bar{N}_1)}.$$

При определении величин  $P_0$ ,  $P_i$ ,  $\alpha_0$ ,  $C$ , параметр  $N$  определяется по формуле (2).

Рассмотрим случай расположения роликов по второй схеме (рис1б), когда внешняя радиальная сила проходит между максимально нагруженными роликами.

В этом случае уравнение равновесия видоизменяется, принимая вид

$$2 \sum_{i=1}^N P_i \cos \gamma_i = F_r, \quad (23)$$

где

$$\gamma_i = (2i - 1) \frac{\pi}{Z}, \text{ и } N = N_0 / 2, \quad (24)$$

$N_0$  – количество воспринимающих внешнюю нагрузку роликов.

Рассмотрим случай, когда зазор в подшипнике отсутствует. Тогда из уравнения (6) получаем смещение под максимально нагруженный ролик по направлению действия силы  $P_1$  в виде

$$\alpha_1 = \alpha_0 \cdot \cos \gamma_1, \quad (25)$$

откуда максимальное смещение будет

$$\alpha_0 = \alpha_1 / \cos \gamma_1 = \frac{P_1 \delta}{\cos \gamma_1} = \frac{\delta F_r}{N_4 + N}. \quad (26)$$

С помощью изложенного выше подхода определена максимальная сила на первом ролике подшипника

$$P_1 = \frac{F_r \cos(\pi / z)}{N + \bar{N}_4}, \quad (27)$$

где

$$\bar{N}_4 = \frac{\sin \frac{2\pi}{z} (N + 1)}{\sin \frac{2\pi}{z}} \cos \frac{2\pi}{z} (N - 1) - \cos \frac{2\pi}{z}.$$

Так как для этой схемы нагружения  $N = N_0 / 2$ , то можно показать, что при отсутствии зазора в подшипнике  $\bar{N}_4 = 0$ , тогда формулу (27) для максимальной нагрузки можно переписать в виде

$$P_1 = \frac{4F_r}{z} \cos \frac{\pi}{z}. \quad (28)$$

Определены также жесткость всего подшипника, которая в рассматриваемом случае вычисляется из соотношения  $F_r = C \alpha_0$  с учетом зависимостей (26) и (27)

$$C = \frac{F_r}{\alpha_0} = \frac{F_r}{F_r \delta \frac{1}{N + \bar{N}_4}} = \frac{N + \bar{N}_4}{\delta} \approx \frac{1}{\delta} \frac{z}{4}, \quad (29)$$

и распределение нагрузки между роликами, что определяется по формулам (4), (5), (6), (23), (27) как

$$P_i = \frac{F_r}{N + \bar{N}_4} \cos\left(\frac{\pi}{z}(2i-1)\right) = \frac{4F_r}{z} \cos\left(\frac{\pi}{z}(2i-1)\right), \quad i=1, 2, \dots, N.$$

Аналогичным образом, с помощью данного метода, можно также решить задачу при наличии радиального зазора в подшипнике. Получены результаты:

- максимальная сила на ролике

$$P_1 = F_r \frac{1 + \frac{e}{F_r \delta} (2\bar{N}_7 - N - \bar{N}_6)}{(N + \bar{N}_6)} \cos \frac{\pi}{z},$$

где обозначены

$$\bar{N}_6 = \frac{\sin[2\pi(N+1)/z]}{\sin 2\pi/z} \cos[2\pi(N-1)/z] - \cos 2\pi/z,$$

$$\bar{N}_7 = \frac{\sin[\pi(N+1)/z]}{\sin \pi/z} \cos[\pi(N-1)/z] - \cos \pi/z,$$

- зависимость  $N$ -  $e$

$$\frac{e}{F_r \delta} = \frac{1}{(N + \bar{N}_6) \left(1 + \frac{1}{\bar{N}_5 \cdot \cos(\pi/z)}\right) - 2\bar{N}_7},$$

где

$$\bar{N}_5 = \frac{\cos(\pi(2N-1)/z)}{\cos(\pi/z)(1 - \cos[\pi(2N-1)/z])},$$

- распределение нагрузки между роликами при наличии зазора

$$P_i \delta = \frac{\alpha_1}{\cos \gamma_1} \cdot \cos \gamma_i - e(1 - \cos \gamma_i),$$

- смещение  $\alpha_0$  кольца подшипника

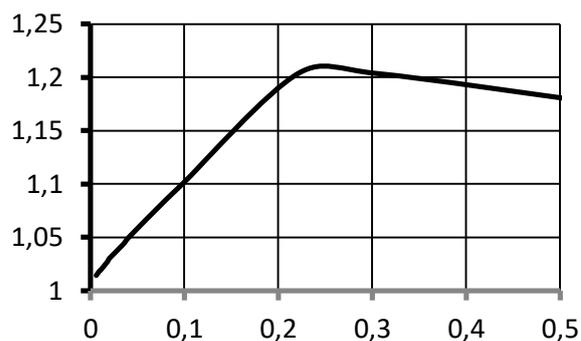
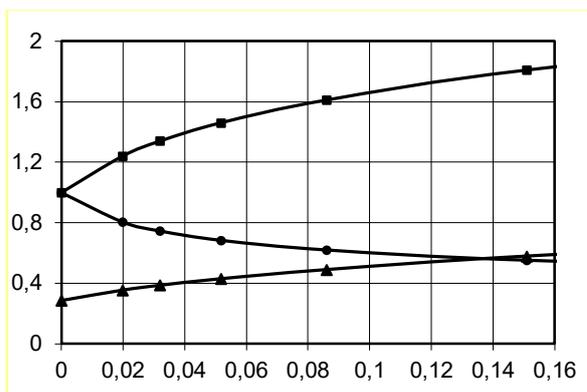
$$\alpha_0 = \frac{\alpha_1}{\cos \gamma_1} = \frac{\delta P_1}{\cos \pi/z} = F_r \delta \left[ \frac{1 + \frac{e}{F_r \delta} (2\bar{N}_7 - N - \bar{N}_6)}{(N + \bar{N}_6)} \right],$$

- жесткость подшипника определяется как

$$C = \frac{F_r}{\alpha_0} = \frac{(N + \bar{N}_6)}{\delta \left( 1 + \frac{e}{F_r \delta} (2\bar{N}_7 - N - \bar{N}_6) \right)}.$$

Ниже на рис.5., по полученным в работе формулам, построены зависимости относительных величин (в долях аналогичных величин при отсутствии зазора в подшипнике) подшипника при наличии зазора: жесткости - ●, максимальной силы на ролик - ▲, перемещения колец - ■ (рис.5а- при первой схеме нагружения) для рассмотренных схем нагружения от радиального зазора  $e$  мм при  $F_r \delta = 0,03261$  мм;  $Z=18$ .

Анализ полученных зависимостей показал, что жесткость подшипника для указанных схем при отсутствии радиального зазора практически постоянна, что вытекает из формул (13) и (39). Из рис.5б следует, что при наличии радиального зазора жесткость подшипника при второй схеме нагружения меньше, что может стать причиной колебаний роторных систем.



а) относительная жесткость-●  
 максимальная сила на ролик-▲  
 перемещения колец-■

б) отношение жесткости первой  
 схемы нагружения к второй

Рис.5. Зависимости относительных величин подшипника от радиального зазора  $e$ , мм при  $F_r \delta = 0,03261$ , мм и  $Z = 18$

Таким образом, определены все параметры роликовых подшипников и влияние на них радиального зазора, которые могут быть использованы в авиационных роторных системах при расчете их прочности, нагруженности и долговечности.

### Библиографический список

1. Пинегин С.В., Фролов К.В. Вибрации и шум подшипников качения // Машиноведение. 1966. № 2. С. 36 – 45.
2. Lundberg G., Sjoval H. Stress and deformation in elastic Contacts, Pub. 4, Division of Solid Mechanics, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 1958, 47 p.
3. Hertz H. Uber die Berührung fester elastischer Körper und über die Härte. Verhandlungen des Vereines zur Beforderung des Geverbefeisses, Berlin, 1882, pp. 49.
4. Harris T.A. Rolling bearing analysis, 5-th edition, Wiley-Interscience Publication, USA, 2006, 258 p.

5. Пальмгрен А. Шариковые и роликовые подшипники. - М.: Машиностроение, 1969. - 632 с.
6. Орлов А.В. Влияние износа на работоспособность подшипников опор качения // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2007. № 5. С. 71 - 79.
7. Нахатакян Ф.Г. Напряженно-деформированное состояние упругих элементов зубчатых механизмов и сооружений при их линейном и кромочном контакте. Дисс... докт. техн. наук. - М: ИМАШ РАН, 2014. - 213 с.
8. Elmidany T. et al. Optimal Interference in Radial Cylindrical Roller Bearings // Journal Engineering Applied Science, 2007, vol. 54, no. 2, pp. 189 - 204.
9. Harris T.A., Kotzalas M.N. Rolling Bearing Analysis. Vol. 1, CRC Press, Boca Raton, FL, 2007, 360 p.
10. ANSI/ABMA-9:1990 (R2000). Load Ratings and Fatigue Life for Ball Bearings. American Bearing Manufacturers Association, Washington, DC, 2000. URL: <https://webstore.ansi.org/standards/abma/ansiabma1990r2000>
11. Sadeghi F. et al. A Review of Rolling Contact Fatigue, *Journal Tribology*, 2009, vol. 131, no. 4. URL: <https://doi.org/10.1115/1.3209132>
12. Houpert L. An Engineering Approach to Hertzian Contact Elasticity—Part I // *Journal Tribology*, 2001, vol. 123, pp. 582 - 588. DOI: [10.1115/1.1308043](https://doi.org/10.1115/1.1308043)
13. Poplawski J.V. et al. Advanced Analysis Package for High Speed Multibearing Shaft Systems: COBRA-AHS. Final report, NASA Contract NAS3-00018, 2002.
14. Timken Aerospace Design Guide for Precision Metric Ball and Cylindrical Roller Bearings, 2011. URL: [http://www.timken.com/en-us/products/bearings/productlist/aerospace/Documents/aerospace\\_product\\_design\\_guide.pdf](http://www.timken.com/en-us/products/bearings/productlist/aerospace/Documents/aerospace_product_design_guide.pdf) Accessed

15. Oswald F.B., Zaretsky E.V., Poplawski J.V. Interference Fit Life Factors for Ball Bearings // Tribology Transactions, 2011, vol. 54, no. 1, pp. 1 – 20. DOI:

[10.1080/10402004.2010.512428](https://doi.org/10.1080/10402004.2010.512428)

16. Сорокин Ф.Д., Чжан Х., Попов В.В., Иванников В.В. Экспериментальная верификация энергетической модели роликового подшипника для моделирования опорных узлов авиационных двигателей. Часть 1. Нагружение подшипника радиальной силой и поперечным моментом на специальном стенде, предотвращающем изгиб колец // Труды МАИ. 2018. № 103. URL:

<http://trudymai.ru/published.php?ID=100582>

17. Сорокин Ф.Д., Чжан Х., Попов В.В., Иванников В.В. Экспериментальная верификация энергетической модели роликового подшипника для моделирования опорных узлов авиационных двигателей. Часть 2. Исследование влияния изгиба колец на нагрузочную характеристику в случае не закрепленного в обойме подшипника // Труды МАИ. 2019. № 104. URL:

<http://trudymai.ru/published.php?ID=102114>

18. Хаустов А.И., Шашкин И.Н., Мальгичев В.А., Невзоров А.М. Конструктивные особенности проектирования подшипниковых узлов для осевых насосов систем терморегуляции летательных аппаратов // Труды МАИ. 2012. № 50. URL:

<http://trudymai.ru/published.php?ID=28697>

19. Зубко А.И., Донцов С.Н. Исследование условий работоспособности и разработка диагностики керамических подшипников нового поколения // Труды МАИ. 2014. №

74. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=49296>

20. Нахатакян Ф.Г. Контактное взаимодействие в роликовых опорах качения с учетом геометрии сопряжения // Вестник машиностроения. 2016. № 10. С. 21 - 24.

21. Нахатакян Ф.Г. Нагруженность роликовых подшипников при наличии зазоров // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2017. № 4. С. 87 - 91.
22. Решетов Д.Н. Детали машин. - М.: Машиностроение, 1989. - 496 с.
23. Нахатакян Ф.Г. Расчетное определение упругой податливости роликовых подшипников на основе теории Герца // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 1. С. 28 - 32.
24. Нахатакян Ф.Г. Сближение упругих тел конечных размеров при начальном касании по линии // Вестник машиностроения. 2014. № 2. С. 24 - 27.
25. Нахатакян Ф.Г. Решение плоской контактной задачи теории упругости с помощью модели упругого полупространства // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 5. С. 63 - 67.
26. Матлин М.М., Мозгунова А.И., Сотникова А.И., Костюков В.А. Жесткость первоначально линейного контакта деталей машин // Известия Волгоградского государственного технического университета. 2015. № 12 (175). С. 80 – 83.
27. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. - М.: Мир, 1989. - 510 с.

## **The impact of clearance in roller bearings on the power contact between its elements**

**Nakhatakyan F.G.**

*Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences,  
4, M. Kharitonyevskiy per., Moscow, 101990, Russia  
e-mail: filnahat7@mail.ru*

### **Abstract**

The presented work studied thoroughly the problem of radial clearance impact on a number of roller bearing loading parameters. It is indicated herewith that the source of the clearance is of no importance. It forms as the result of wearing, or it is a preliminary, i.e. deliberate clearance from technical considerations. The problem was solved analytically, based on the proposed method, employing herewith the author's technique for determining the pliancy of a “bearing” with a single rolling body.

Two characteristic schemes for a bearing loading with a radial force were considered. The first scheme describes an option, in which the radial force passes through the center of the maximally loaded roller, and the second one touches upon the case when the radial force passes between such rollers.

The problem has been solved with both absence of a radial clearance and its presence. The following parameters were determined: the bearing stiffness (pliancy); the number of load-bearing rollers; the maximum load on the roller, as well as the functions of these parameters on the radial clearance.

The main results of the work are as follows:

- bearing stiffness in the absence of radial clearance in both loading schemes is almost constant;

- with the clearance increase, the stiffness in the second loading scheme decreases more rapidly than in the first scheme, which can cause fluctuations in the rotor systems.

The obtained results can be employed while solving a number of problems, for example, when designing and studying the dynamics of the aircraft turbine mechanisms, or when evaluating the wear and performance of rolling bearings, as well as their durability.

**Keywords:** roller bearing, bearing clearance, bearing stiffness, elastic compliance of the bearing, number of loaded rollers.

### References

1. Pinegin S.V., Frolov K.V. *Mashinovedenie*, 1966, no. 2, pp. 36 – 45.
2. Lundberg G., Sjoval H. *Stress and deformation in elastic Contacts*, Pub. 4, Division of Solid Mechanics, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 1958, 47 p.
3. Hertz H. *Über die Berührung fester elastischer Körper und über die Härte. Verhandlungen des Vereines zur Beforderung des Geverbefleisses*, Berlin, 1882, pp. 49.
4. Harris T.A. *Rolling bearing analysis*, 5-th edition, Wiley-Interscience Publication, USA, 2006, 258 p.
5. Pal'mgren A. *Sharikovye i rolikovye podshipniki* (Ball and roller bearings), Moscow, Mashinostroenie, 1969, 632 p.
6. Orlov A.V. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2007, no. 5, pp. 71 - 79.

7. Nakhatakyan F.G. *Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie uprugikh elementov zubchatykh mekhanizmov i sooruzhenii pri ikh lineinom i kromochnom kontakte* (Stress-strain state of elastic elements of gear mechanisms and structures at their linear and edge contact), Doctor's thesis, Moscow, IMASh RAN, 2014, 213 p.
8. Elmidany T. et al. Optimal Interference in Radial Cylindrical Roller Bearings, *Journal Engineering Applied Science*, 2007, vol. 54, no. 2, pp. 189 - 204.
9. Harris T.A., Kotzalas M.N. *Rolling Bearing Analysis*. Vol. 1, CRC Press, Boca Raton, FL, 2007, 360 p.
10. *ANSI/ABMA-9:1990 (R2000). Load Ratings and Fatigue Life for Ball Bearings*. American Bearing Manufacturers Association, Washington, DC, 2000. URL: <https://webstore.ansi.org/standards/abma/ansiabma1990r2000>
11. Sadeghi F. et al. A Review of Rolling Contact Fatigue, *Journal Tribology*, 2009, vol. 131, no. 4. URL: <https://doi.org/10.1115/1.3209132>
12. Houpert L. An Engineering Approach to Hertzian Contact Elasticity—Part I, *Journal Tribology*, 2001, vol. 123, pp. 582 - 588. DOI: [10.1115/1.1308043](https://doi.org/10.1115/1.1308043)
13. Poplawski J.V. et al. *Advanced Analysis Package for High Speed Multibearing Shaft Systems: COBRA-AHS*. Final report, NASA Contract NAS3-00018, 2002.
14. *Timken Aerospace Design Guide for Precision Metric Ball and Cylindrical Roller Bearings*, 2011. URL: [http://www.timken.com/en-us/products/bearings/productlist/aerospace/Documents/aerospace product design guide.pdf](http://www.timken.com/en-us/products/bearings/productlist/aerospace/Documents/aerospace%20product%20design%20guide.pdf) Accessed
15. Oswald F.B., Zaretsky E.V., Poplawski J.V. Interference Fit Life Factors for Ball Bearings // *Tribology Transactions*, 2011, vol. 54, no. 1, pp. 1–20. DOI: [10.1080/10402004.2010.512428](https://doi.org/10.1080/10402004.2010.512428)

16. Sorokin F.D., Chzhan Kh., Popov V.V., Ivannikov V.V. *Trudy MAI*, 2018, no. 103.  
URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=100582>
17. Sorokin F.D., Chzhan Kh., Popov V.V., Ivannikov V.V. *Trudy MAI*, 2019, no. 104.  
URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=102114>
18. Khaustov A.I., Shashkin I.N., Mal'gichev V.A., Nevzorov A.M. *Trudy MAI*, 2012, no. 50.  
URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=28697>
19. Zubko A.I., Dontsov S.N. *Trudy MAI*, 2014, no. 74. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=49296>
20. Nakhatakyan F.G. *Vestnik mashinostroeniya*, 2016, no. 10, pp. 21 - 24.
21. Nakhatakyan F.G. *Problemy mashinostroeniya i avtomatizatsii*, 2017, no. 4, pp. 87 - 91.
22. Reshetov D.N. *Detali mashin* (Machine Parts), Moscow, Mashinostroenie, 1989, 496 p.
23. Nakhatakyan F.G. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2011, no. 1, pp. 28 - 32.
24. Nakhatakyan F.G. *Vestnik mashinostroeniya*, 2014, no. 2, pp. 24 - 27.
25. Nakhatakyan F.G. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2011, no. 5, pp. 63 - 67.
26. Matlin M.M., Mozgunova A.I., Sotnikova A.I., Kostyukov V.A. *Izvestiya volgogradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2015, no. 12 (175), pp. 80 – 83.
27. Dzhonson K. *Mekhanika kontaktnogo vzaimodeistviya* (Mechanics of contact interaction), Moscow, Mir, 1989, 510 p.