

Научная статья

УДК 623.612

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=179689>

РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ БИТОВОЙ ОШИБКИ ПРИ НЕКОГЕРЕНТНОМ ПРИЁМЕ СИГНАЛА С ЧЕТЫРЁХПОЗИЦИОННОЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ФАЗОВОЙ МАНИПУЛЯЦИЕЙ В ПРИСУТСТВИИ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ПОМЕХИ

**Виталий Валерьевич Звонарев^{1✉}, Алексей Владимирович Питрин²,
Александр Сергеевич Попов³**

^{1,2,3}Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского,

Санкт-Петербург, Россия

¹vka@mil.ru[✉]

Аннотация. В статье представлена методика расчета вероятностей битовых ошибок некогерентного приёма сигнала с четырехпозиционной относительной фазовой манипуляцией (ОФМ – 4) в присутствии гармонической помехи.

Методика позволяет с большей точностью и высокой степенью прогнозирования, рассчитывать достоверность передаваемой информации в каналах связи при условии воздействия гармонической помехи при обработке на двух тактах.

Представлены графики зависимостей вероятности битовой ошибки от уровня сигнала при разных уровнях помехи и величины сдвига несущей частоты помехи относительно несущей частоты сигнала.

Ключевые слова: дифференциальная (относительная) фазовая манипуляция, некогерентный приём, обработка на двух тактах, гармоническая помеха, помехоустойчивость

Для цитирования: Звонарев В.В., Питрин А.В., Попов А.С. Расчет вероятности битовой ошибки при некогерентном приёме сигнала с четырёхпозиционной относительной фазовой манипуляцией в присутствии гармонической помехи // Труды МАИ. 2024. No. 135. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=179689>

Original article

BIT ERROR PROBABILITY COMPUTING AT INCORRECT SIGNAL WITH BINARY RELATIVE PHASE MANIPULATION RECEPTION IN THE PRESENCE OF HARMONIC INTERFERENCE

Vitaly V. Zvonarev¹, **Alexey V. Pitrin²**, **Alexander S Popov³**

^{1,2,3}Military space Academy named after A.F. Mozhaisky,

Saint Petersburg, Russia

¹vka@mil.ru

Abstract. To ensure the stability of information transmission by a radio channel, the effect of noise and interference is of great importance. In the systems with relative (differential)

phase manipulation (OFM), the so-called “reverse operation” mode is excluded. These signals are not much inferior in noise immunity to the phase-manipulated (FM) signals.

Besides, incoherent reception (demodulation) is possible, which greatly simplifies the receiving device. Such signals application and incoherent reception is preferable in cases where the phase of the carrier oscillation changes dynamically and/or randomly, and its tracking is difficult, especially in the presence of structural interference of various types.

Let us determine both radio signal and interference models to compute the bit errors probabilities.

We derive formulas for computing the average probabilities of the bit errors of incoherent reception of a radio signal from OFM-2 in the presence of the linearly frequency-manipulated interference.

The graph of the bit error probability dependence on the signal-to-noise ratio at fixed values of frequency deviation and interference levels shows at what level the signal is ensured with the required values of the probability of a bit error.

The graph of the bit error probability dependence on the magnitude of the frequency deviation is symmetrical with respect to its zero value. The curve in each direction has a wave-like appearance with decreasing minimum and maximum extreme values. Analyzing the obtained graphs, it can be noted that for certain, well-defined values of frequency deviation, the influence of interference with the LFM is minimal, and the less this effect is, the lower the level of interference. On the other hand, for some values of frequency deviation, the interference effect in the bit error probability metric is 3-4 orders of magnitude higher than the minimum values.

The presence of interference leads to a dependence of the error probability on the value of the initial phases of both the signal and the interference, even under conditions of incoherent reception. To obtain a phase-averaged value of the bit error probability, statistical averaging over the initial phases is necessary.

The developed technique allows qualitatively or conditionally quantifying the effects of linearly frequency-manipulated interference on the reliability of transmitted information in the radio channel when the interference frequency is shifted.

Keywords: differential (relative) phase manipulation, incoherent reception, two-cycle processing, harmonic interference, noise immunity

For citation: Zvonarev V.V., Pitrin A.V., Popov A.S. Bit error probability computing at incorrect signal with binary relative phase manipulation reception in the presence of harmonic interference. *Trudy MAI*, 2024, no. 135. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=179689>

Введение

Активное использование беспилотных летательных аппаратов (БЛА) в военных конфликтах последних лет стало одним из новых направлений развития теории военного искусства. Комплексы на основе БЛА представляют собой сложную, многоуровневую группу (структуру) разнородных объектов со сложным механизмом взаимодействия и информационного обмена с использованием каналов управления, передачи данных. Возможности нарушения работоспособности БЛА вытекают непосредственно из условий его работы, заключающихся в распространении

радиосигналов в пространстве, возникновение многолучевости в приемном устройстве наземного пункта приема информации в результате многократного переотражения сигналов от зданий, сооружений, поверхностей различного характера. В связи с этим к радиоканалам предъявляются требования по достоверности, надежности и своевременности передачи информации. Для обеспечения помехоустойчивой передачи информации могут применяться сигналы с ОФМ–4 (DQPSK), обладающие рядом известных преимуществ, например, приведённых в статьях, и находят широкое применение в иностранных работах [1,2].

Задача расчета качества приема таких сигналов в присутствии помех различной структуры в настоящее время решена не в полной мере и является актуальной. Наряду с когерентным методом существуют два метода их приема (демодуляции), при которых не требуется точного знания фазы сигнала: автокорреляционный и оптимальный некогерентный. Именно последний и исследован в разработанной методике расчета вероятности битовой ошибки при некогерентном приёме сигнала с четырёхпозиционной относительной фазовой манипуляцией в присутствии гармонической помехи.

Для выполнения данных расчетов требуется вывести формулы, позволяющие получить численные значения помехоустойчивости оптимального некогерентного приема сигналов с ОФМ – 4 в присутствии гармонической помехи [3, 4].

Математическая постановка задачи

В качестве исходных данных рассмотрим модель сигнала на двухтактном интервале с ОФМ – 4, которая состоит из четырех позиций созвездия:

1) первая позиции созвездия:

$$s_{1c}(t) = \begin{cases} a \sin(\omega t + \varphi_c), & -T \leq t \leq 0; \\ a \sin(\omega t + \varphi_c), & 0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (1.1)$$

Выпишем синфазную и квадратурную – (*) составляющие:

$$s_1(t) = \begin{cases} \sin \omega t, & -T \leq t \leq 0; \\ \sin \omega t, & 0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad s_1^*(t) = \begin{cases} \cos \omega t, & -T \leq t \leq 0; \\ \cos \omega t, & 0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (1.2)$$

2) вторая позиция созвездия:

$$s_{2c}(t) = \begin{cases} a \sin(\omega t + \varphi_c), & -T \leq t \leq 0; \\ a \cos(\omega t + \varphi_c), & 0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (2.1)$$

Выпишем синфазную и квадратурную – (*) составляющие:

$$s_2(t) = \begin{cases} \sin \omega t, & -T \leq t \leq 0; \\ \cos \omega t, & 0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad s_2^*(t) = \begin{cases} \cos \omega t, & -T \leq t \leq 0; \\ -\sin \omega t, & 0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (2.2)$$

3) третья позиция созвездия:

$$s_{3c}(t) = \begin{cases} a \sin(\omega t + \varphi_c), & -T \leq t \leq 0; \\ -a \sin(\omega t + \varphi_c), & 0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (3.1)$$

Выпишем синфазную и квадратурную – (*) составляющие:

$$s_3(t) = \begin{cases} \sin \omega t, & -T \leq t \leq 0; \\ -\sin \omega t, & 0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad s_3^*(t) = \begin{cases} \cos \omega t, & -T \leq t \leq 0; \\ -\cos \omega t, & 0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (3.2)$$

4) четвертая позиция созвездия:

$$s_{4c}(t) = \begin{cases} a \sin(\omega t + \varphi_c), & -T \leq t \leq 0; \\ -a \cos(\omega t + \varphi_c), & 0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (4.1)$$

Выпишем синфазную и квадратурную – (*) составляющие:

$$s_4(t) = \begin{cases} \sin \omega t, & -T \leq t \leq 0; \\ -\cos \omega t, & 0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad s_4^*(t) = \begin{cases} \cos \omega t, & -T \leq t \leq 0; \\ \sin \omega t, & 0 \leq t \leq T; \end{cases} \quad (4.2)$$

где α , φ_c , T – амплитуда, фаза и длительность символа, соответственно.

Помеха $Q(t)$ представляет собой гармонический сигнал со сдвигом частоты относительно несущего колебания информационного сигнала:

$$Q(t) = b \sin[(\omega_0 + \Delta\omega)t + \varphi_n],$$

где b , ω_0 , $\Delta\omega$, φ_n – амплитуда, несущая частота, сдвиг частоты и фаза помехи, соответственно.

Модель принимаемой смеси сигнала, помехи и шума на входе демодулятора будет иметь вид:

$$Z_i(t) = s_i(t) + Q(t) + \eta(t), \quad i = 1, 2, 3, 4$$

где в качестве модели шума принят белый гауссовский шум (БГШ) $\eta(t)$ с автокорреляционной функцией стандартного вида $\langle \eta(t_1)\eta(t_2) \rangle = \frac{N_0}{2} \delta(t_1 - t_2)$, где δ – дельта-функция Дирака.

Необходимо вывести формулы для расчета вероятностей битовых ошибок некогерентного приема с ОФМ – 4 в присутствие гармонической помехи [5, 6].

Последовательность расчета средних вероятностей ошибок на бит некогерентного приема сигнала с ОФМ-4 в присутствие гармонической помехи

Демодулятор содержит четыре канала с общим входом, выходы которых подключены к соответствующим входам решающего устройства. Каждый канал демодулятора содержит корреляторы для синфазной и квадратурной составляющих

сигнала. На вход демодулятора на каждой паре тактов поступают сигналы созвездия и на каждом сигнале принимается решение о переданном информационном символе.

В соответствие с правилом общей теории оптимального некогерентного приема сигнала в белом гауссовском шуме, рассчитаем вероятности правильного приема на выходе демодулятора для каждой позиции отдельно. Для этого надо построить четырехмерную плотность вероятности для каждого сигнала созвездия, состоящую из произведения одномерных плотностей вероятности случайных откликов каналов демодулятора [6, 7].

Последовательность действий при расчете вероятности битовой ошибки в присутствии гармонической помехи

Рассчитаем плотность вероятности для первого сигнала (1.1) в 1 – ом канале демодулятора (1.2). Для этого вычисляем отклик (напряжение) $X_{n-1,1}$ на выходе первого коррелятора синфазной составляющей на предыдущем ($n-1$) такте при поступлении на его вход сигнала первой позиции созвездия:

$$X_{n-1,1} = \int_{-T}^0 Z_1(t) \sin \omega t dt = \int_{-T}^0 a \sin(\omega t + \varphi_c) \sin \omega t dt + \int_{-T}^0 Q(t) \sin \omega t dt + \int_{-T}^0 \eta(t) \sin \omega t dt = \frac{aT}{2} \cos \varphi_c + \frac{bT}{2} \left[\cos \varphi_n \frac{\sin \omega T}{\omega T} + \sin \varphi_n \frac{1 - \cos \omega T}{\omega T} \right] + I_{\xi, n-1}.$$

Вычисляем выход $X_{n,1}$ первого коррелятора синфазной составляющей на последующем n -ом такте:

$$X_{n,1} = \int_0^T Z_1(t) \sin \omega t dt = \int_0^T a \sin(\omega t + \varphi_c) \sin \omega t dt + \int_0^T Q(t) \sin \omega t dt + \\ + \int_0^T \eta(t) \sin \omega t dt = \frac{aT}{2} \cos \varphi_c + \frac{bT}{2} \left[\cos \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} - \sin \varphi_n \frac{1 - \cos \Delta \omega T}{\Delta \omega T} \right] + I_{\xi,n}.$$

Вычисляем сумму откликов корреляторов X_1 синфазной составляющей [8, 9].

$$X_1 = X_{n-1,1} + X_{n,1} = \frac{aT}{2} \cos \varphi_c + \frac{aT}{2} \cos \varphi_c + \frac{bT}{2} \left[\cos \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} + \sin \varphi_n \frac{1 - \cos \Delta \omega T}{\Delta \omega T} \right] + \\ + \frac{bT}{2} \left[\cos \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} - \sin \varphi_n \frac{1 - \cos \Delta \omega T}{\Delta \omega T} \right] + I_{\xi,n-1} + I_{\xi,n} = \quad \text{где} \\ = aT \cos \varphi_c + bT \cos \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} + I_{\xi,n-1} + I_{\xi,n},$$

$I_{\xi,n-1}$, $I_{\xi,n}$ – случайные составляющие, находящиеся на определенных интервалах и рассчитываемые по формулам [3]:

$$I_{\xi,n-1} = \int_{-T}^0 \eta(t) \sin \omega t dt, \quad I_{\xi,n} = \int_0^T \eta(t) \sin \omega t dt,$$

Вычисляем выход $Y_{n-1,1}$ первого коррелятора квадратурной составляющей на $(n-1)$

также при поступлении на его вход сигнала первой позиции созвездия:

$$Y_{n-1,1} = \int_{-T}^0 Z(t) \cos \omega t dt = \int_{-T}^0 a \sin(\omega t + \varphi_c) \cos \omega t dt + \int_{-T}^0 Q(t) \cos \omega t dt + \\ + \int_{-T}^0 \eta(t) \cos \omega t dt = \frac{aT}{2} \sin \varphi_c + \frac{bT}{2} \left[\sin \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} - \cos \varphi_n \frac{1 - \cos \Delta \omega T}{\Delta \omega T} \right] + I_{\xi,n-1}^*.$$

Вычисляем выход $Y_{n,1}$ первого коррелятора квадратурной составляющей на n -ом

такте:

$$Y_{n,1} = \int_0^T Z(t) \cos \omega t dt = \int_0^T a \sin(\omega t + \varphi_c) \cos \omega t dt + \int_0^T Q(t) \cos \omega t dt + \int_0^T \eta(t) \cos \omega t dt = \\ = \frac{aT}{2} \sin \varphi_c + \frac{bT}{2} \left[\sin \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} + \cos \varphi_n \frac{1 - \cos \Delta \omega T}{\Delta \omega T} \right] + I_{\xi,n}^*.$$

Вычисляем сумму выходов корреляторов Y_1 квадратурной составляющей:

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= Y_{n-1,1} + Y_{n,1} = \frac{aT}{2} \sin \varphi_c + \frac{aT}{2} \sin \varphi_c + \frac{bT}{2} \left[\sin \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} - \cos \varphi_n \frac{1 - \cos \Delta \omega T}{\Delta \omega T} \right] + \\
 &+ \frac{bT}{2} \left[\sin \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} + \cos \varphi_n \frac{1 - \cos \Delta \omega T}{\Delta \omega T} \right] + I_{\xi, n-1}^* + I_{\xi, n}^* = \\
 &= aT \sin \varphi_c + bT \sin \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} + I_{\xi, n-1}^* + I_{\xi, n}^*,
 \end{aligned}$$

где $I_{\xi, n}^*$ и $I_{\xi, n-1}^*$ – случайные составляющие, находящиеся на определенных интервалах и рассчитываемые по формулам [3]:

$$I_{\xi, n-1}^* = \int_{-T}^0 \eta(t) \cos \omega t dt, \quad I_{\xi, n}^* = \int_0^T \eta(t) \cos \omega t dt.$$

Тогда выходной сигнал в 1-ом канале демодулятора определяется по формуле:

$$V_1^2 = (X_{n-1} + X_n)^2 + (Y_{n-1} + Y_n)^2,$$

Находим математические ожидания:

$$m(X_1) = aT \cos \varphi_c + bT \cos \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T},$$

$$m(Y_1) = aT \sin \varphi_c + bT \sin \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T}.$$

В соответствии с методикой вычислим квадраты математических ожиданий случайной величины X_1 и Y_1 :

$$\begin{aligned}
 m^2(X_1) &= \left(aT \cos \varphi_c + bT \cos \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} \right)^2 = (aT)^2 (\cos \varphi_c)^2 + \left(bT \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} \right)^2 \times \\
 &\times (\cos \varphi_n)^2 + 2abT^2 \cos \varphi_c \cos \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T},
 \end{aligned}$$

$$m^2(Y_1) = \left(aT \sin \varphi_c + bT \sin \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} \right)^2 = (aT)^2 (\sin \varphi_c)^2 + \left(bT \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} \right)^2 \times \\ \times (\sin \varphi_n)^2 + 2abT^2 \sin \varphi_c \sin \varphi_n \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T}.$$

Определяем параметр плотности вероятности случайной величины на выходе первого канала демодулятора – V_1 :

$$B_1^2 = m^2(X_1) + m^2(Y_1) = (aT)^2 + \left(bT \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} \right)^2 + 2abT^2 \cos(\varphi_c - \varphi_n) \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T}.$$

Получаем плотность вероятности случайной величины на выходе первого канала демодулятора – $W_1(V_1)$ с параметрами B_1^2 и D :

$$W_1(V_1) = \frac{V_1}{D} \exp\left(-\frac{V_1^2 + B_1^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{B_1 V_1}{D}\right),$$

где $I_0(*)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка, а

$D(*)$ – дисперсия случайных величин, равна следующим значениям:

$$D(I_{\xi, n-1}) = D(I_{\xi, n}) = D(I_{\xi, n-1}^*) = D(I_{\xi, n}^*) = \frac{N_0 T}{4},$$

$$D(I_{\xi, n-1} \pm I_{\xi, n}) = D(I_{\xi, n-1}^* \pm I_{\xi, n}^*) = \frac{N_0 T}{2}.$$

Введем обозначения:

$$\frac{B_1^2}{D} = 4h_c^2 + 4h_n^2 \left(\frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T} \right)^2 + 8h_c h_n \cos(\varphi_c - \varphi_n) \frac{\sin \Delta \omega T}{\Delta \omega T},$$

где $h_c^2 = \frac{E_b}{N_0} = \frac{P_c T}{N_0}$ и $h_n^2 = \frac{P_n T}{N_0}$ – отношения сигнал/шум и помеха/шум, соответственно;

$P_c = \frac{a^2}{2}$ и $P_n = \frac{b^2}{2}$ – мощности сигнала и помехи, соответственно [10–12].

Рассчитаем плотность вероятности для первого сигнала (1.1) во 2 – ом канале демодулятора (2.1). По той же методике рассчитаем (без промежуточных формул) плотность вероятности на выходе во 2-ом канале демодулятора – V_2 и получаем вид $W_1(V_2)$ с параметрами B_2^2 и D :

$$W_1(V_2) = \frac{V_2}{D} \exp\left(-\frac{V_2^2 + B_2^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{B_2 V_2}{D}\right),$$

$$\frac{B_2^2}{D} = 2h_c^2 + 2h_n^2 \left[\frac{\sin \Delta\omega T}{\Delta\omega T} + \frac{1 - \cos \Delta\omega T}{\Delta\omega T} \right]^2 + 4h_c h_n \cos(\varphi_c - \varphi_n) \left[\frac{\sin \Delta\omega T}{\Delta\omega T} + \frac{1 - \cos \Delta\omega T}{\Delta\omega T} \right].$$

Рассчитаем плотность вероятности для первого сигнала (1.1) в 3 – ом канале демодулятора используя копии сигналов синфазной и квадратурной составляющих (3.2).

По той же методике рассчитаем (без промежуточных формул) плотность вероятности на выходе в 3-м канале демодулятора – V_3 и получаем вид $W_1(V_3)$ с параметрами B_3^2 и D :

$$W_1(V_3) = \frac{V_3}{D} \exp\left(-\frac{V_3^2 + B_3^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{B_3 V_3}{D}\right),$$

$$\frac{B_3^2}{D} = 4h_n^2 \left(\frac{1 - \cos \Delta\omega T}{\Delta\omega T} \right)^2.$$

Рассчитаем плотность вероятности для первого сигнала в 4 – ом канале демодулятора используя копии сигналов синфазной и квадратурной составляющих.

По той же методике рассчитаем (без промежуточных формул) плотность вероятности на выходе в 4-ом канале демодулятора $-V_4$ и получаем вид $W_1(V_4)$ с параметрами B_4^2 и D :

$$W_1(V_4) = \frac{V_4}{D} \exp\left(-\frac{V_4^2 + B_4^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{B_4 V_4}{D}\right),$$

$$\frac{B_4^2}{D} = 2h_c^2 + 2h_n^2 \left[\frac{\sin \Delta\omega T}{\Delta\omega T} - \frac{1 - \cos \Delta\omega T}{\Delta\omega T} \right]^2 + 4h_c h_n \cos(\varphi_c - \varphi_n) \left[\frac{\sin \Delta\omega T}{\Delta\omega T} - \frac{1 - \cos \Delta\omega T}{\Delta\omega T} \right].$$

Общая формула вероятности правильного решения при приеме сигнала первой позиции имеет вид:

$$P_{np1} = \int_0^\infty W_1(V_1) dV_1 \int_0^{V_1} W_1(V_2) dV_2 \int_0^{V_1} W_1(V_3) dV_3 \int_0^{V_1} W_1(V_4) dV_4.$$

В более подробной форме:

$$P_{np1} = P(S_1 / S_1) = \int_0^\infty \frac{V_1}{D} \exp\left(-\frac{V_1^2 + B_1^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{B_1 V_1}{D}\right) dV_1 \int_0^{V_1} \frac{V_2}{D} \exp\left(-\frac{V_2^2 + B_2^2}{2D}\right) \times \\ \times I_0\left(\frac{B_2 V_2}{D}\right) dV_2 \int_0^{V_1} \frac{V_3}{D} \exp\left(-\frac{V_3^2 + B_3^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{B_3 V_3}{D}\right) dV_3 \int_0^{V_1} \frac{V_4}{D} \exp\left(-\frac{V_4^2 + B_4^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{B_4 V_4}{D}\right) dV_4.$$

Введем новые обозначения переменных, для упрощения расчетов:

$$x_i = \frac{V_i}{\sqrt{D}} : x_1 = \frac{V_1}{\sqrt{D}}, x_2 = \frac{V_2}{\sqrt{D}}, x_3 = \frac{V_3}{\sqrt{D}}, x_4 = \frac{V_4}{\sqrt{D}},$$

$$\frac{\sin \Delta\omega T}{\Delta\omega T} = \frac{\sin 2\pi k}{2\pi k}, \frac{1 - \cos \Delta\omega T}{\Delta\omega T} = \frac{(\sin \pi k)^2}{\pi k},$$

где k – параметр сдвига частоты длительности информационного символа к длительности периода колебаний сдвига частоты помех ($\Delta\omega$), которая имеет вид:

$$k = \frac{T}{T_{\Delta}},$$

где $T_{\Delta} = \frac{1}{\Delta\omega}$ – период частоты сдвига $-\Delta\omega$ [13,14].

В итоге получаем формулу для расчета вероятности правильного приема первого символа:

$$P_{np1} = P(S_1 / S_1) = \int_0^{\infty} x_1 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(x_1^2 + \frac{B_1^2}{D}\right)\right] I_0\left(\sqrt{\frac{B_1^2}{D}} x_1\right) dx_1 \int_0^{x_1} x_2 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(x_2^2 + \frac{B_2^2}{D}\right)\right] x_2 I_0\left(\sqrt{\frac{B_2^2}{D}} x_2\right) dx_2 \int_0^{x_1} x_3 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(x_3^2 + \frac{B_3^2}{D}\right)\right] I_0\left(\sqrt{\frac{B_3^2}{D}} x_3\right) dx_3 \int_0^{x_1} x_4 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(x_4^2 + \frac{B_4^2}{D}\right)\right] x_4 I_0\left(\sqrt{\frac{B_4^2}{D}} x_4\right) dx_4.$$

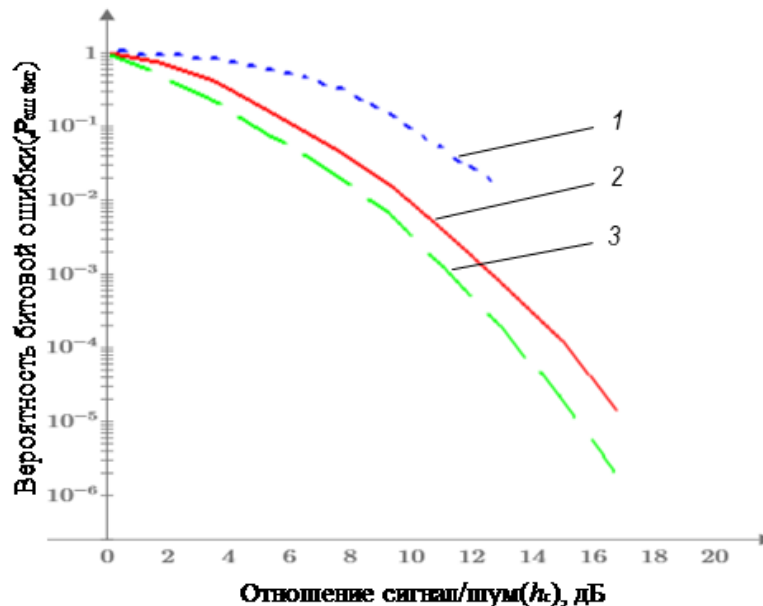
По той же методике рассчитаем вероятности правильного приема для второго – $P(S_2 / S_2)$, третьего – $P(S_3 / S_3)$ и четвертого – $P(S_4 / S_4)$ символов. Полученные результаты запишем в общую формулу расчета вероятности битовой ошибки оптимального некогерентного приема сигнала ОФМ – 4 в присутствии гармонической помехи, которая будет иметь вид:

$$P_{\text{ош бит}} = 1 - \sqrt{\frac{P(S_1 / S_1) + P(S_2 / S_2) + P(S_3 / S_3) + P(S_4 / S_4)}{4}}.$$

Примеры расчета вероятности битовой ошибки некогерентного приема с ОФМ-4 при наличии гармонической помехи

Пример 1. Расчёт вероятности битовых ошибок приема сигнала с ОФМ-4 в присутствии гармонической помехи от отношения сигнал/шум, для следующих условий (рисунок 1):

- уровень помехи $h_{п1} = 6$ дБ; 12 дБ; без помех;
- частоты несущих колебаний сигнала и помехи совпадают ($k = 0$);
- фазы сигнала и помехи: $\varphi_c = 0$, $\varphi_{п} = 0$.



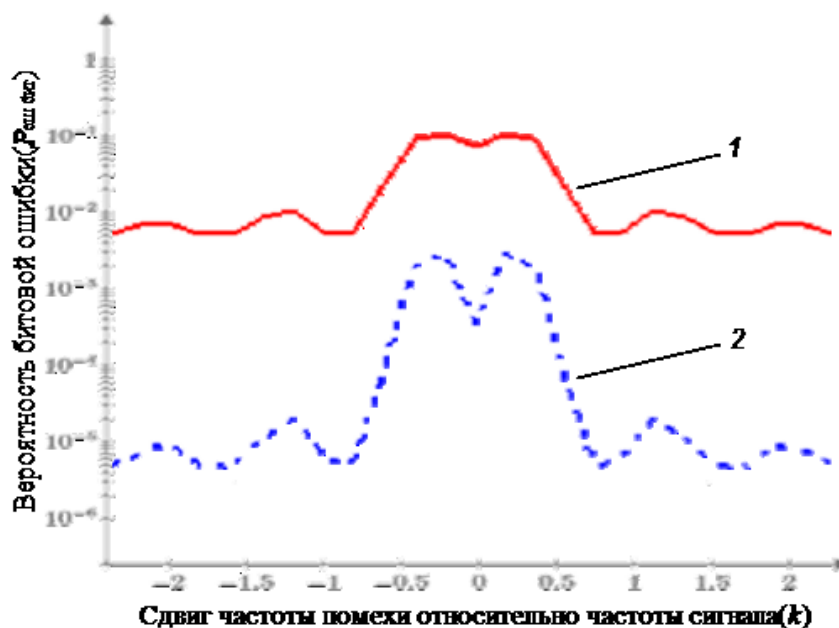
- 1 (синяя пунктирная линия) – для $h_{п1} = 12$ дБ; 2 (красная линия) – для $h_{п2} = 6$ дБ и
3 (зеленая пунктирная линия) – без помех

Рис.1. Зависимость вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум (h_c) при фиксированном значении девиации частоты (k) и уровнях сигнал/шум ($h_{п}$)

Графики зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум при фиксированных значениях девиации частоты и уровнях помех показывают, при каком уровне сигнал/шум будут выполняться требуемые значения вероятности битовой ошибки [15-17].

Пример 2. Расчёт вероятности битовых ошибок приема сигнала с ОФМ-4 от величины сдвига частоты гармонической помехи относительно частоты сигнала при фиксированных уровнях помехи и сигнала, при следующих условиях (рисунок 2):

- уровень сигнала $h_c=12$ дБ и помехи $h_{п}=9$ дБ;
- уровни сигнала $h_c=16$ дБ и помехи $h_{п}=10$ дБ;
- значения сдвига частоты помехи относительно сигнала при фиксированных уровнях помехи и сигнала.



1 (красная линия) – для $h_c=12$ дБ и помехи $h_{п}=9$ дБ;

2 (синяя пунктирная линия) – для $h_c=16$ дБ и помехи $h_{п}=10$ дБ

Рис.2. Зависимость вероятности битовых ошибок от величины сдвига частоты помехи относительно частоты сигнала (k) при фиксированных уровнях h_c и h_n

Графики симметричны относительно нулевого сдвига частоты помехи ($k = 0$). При значении параметра k , равного целому числу и при существенном отклонении от частоты сигнала, влияние помехи практически отсутствует.

Расчеты вероятностей битовых ошибок из предыдущих работ показали, что сигнал с ОФМ-2 выше по помехоустойчивости по сравнению с ОФМ-4, но при определенном уровне помехи, показанном на графиках, результаты удовлетворяются требования по помехоустойчивости [18, 19].

Заключение

Полученные результаты расчетов помехоустойчивости некогерентного приёма сигнала с ОФМ-4 в присутствии гармонической помехи показали, что:

- влияние гармонической помехи на достоверность приёма сигнала тем выше, чем выше уровень помехи, и чем меньше величина сдвига частоты помехи.
- для максимального ущерба процессу передачи информации в канале совсем не обязательно совпадение частоты помехи с частотой сигнала, и отклонение частот может быть достаточно большим.

Полученные результаты могут быть использованы, например, для качественной или условно количественной оценки влияния гармонических помех на достоверность передаваемой информации в радиоканале при смещении частоты помехи [20].

Список источников

1. Питрин А.В., Попов А.С., Ворона М.С., Ковальский А.А. Методика расчета помехоустойчивости некогерентного приёма сигналов с двоичной относительной фазовой манипуляцией при гармонической помехе // Нелинейный мир. 2023. Т. 21. № 1. С. 5–13.
2. Окунев Ю.Б. Цифровая передача информации фазоманипулированными сигналами. - М.: Советское радио, 1991. – 296 с.
3. Звонарев В.В., Попов А.С., Питрин А.В. Методика расчета помехоустойчивости некогерентного приема сигналов с двоичной относительной фазовой манипуляцией при линейно-частотно манипулированной помехе // Труды МАИ. 2023. № 130. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=174610>. DOI: [10.34759/trd-2023-130-13](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-13)
4. Simon M.K. On the Bit-Error Probability of Differentially Encoded QPSK and Offset QPSK in the Presence of Carrier Synchronization // IEEE Transactions on Communications, 2006, vol. 54, no. 5, pp. 806–812. DOI: [10.1109/TCOMM.2006.874002](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2006.874002)
5. Куликов Г.В., Нгуен Ван Зунг, До Чунг Тиен. Помехоустойчивость автокорреляционного демодулятора сигналов с дифференциальной фазовой манипуляцией при наличии релеевских замираний и гармонической помехи // Российский технологический журнал. 2020. Т. 8 (3). С. 48–58.
6. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. – М.: Советское радио, 1970. – 728 с.

7. Борисов В.И., Зинчук В.М. Помехозащищенность систем радиосвязи. Вероятностно-временной подход. – М.: Радио Софт, 2008. – 260 с.
8. Палий А.И. Радиоэлектронная борьба: Средства и способы подавления и защиты радиоэлектронных систем. – М.: Воениздат, 1981. – 320 с.
9. Звонарев В.В., Попов А.С., Питрин А.В. Методика расчета вероятностей битовых ошибок приема радиосигналов с QPSK-модуляцией при нескольких гармонических помехах // Радиотехника. 2022. Т. 86. № 8. С. 84–95.
10. Бродский М.С., Звонарев В.В., Попов А.С. Метод построения вероятностного пространства на множестве совместных событий для расчета вероятностей битовых ошибок приема радиосигналов с QPSK-модуляцией при наличии помех // Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского, 2021. № 678. С. 43–50.
11. Хворостенко Н.П. Статистическая теория демодуляции дискретных сигналов. - М.: Связь, 1968. – 336 с.
12. Звонарев В.В., Пименов В.Ф., Попов А.С. Методика вычисления вероятностей символьных и битовых ошибок для QPSK сигналов при наличии гармонической помехи со сдвигом частоты // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2021. № 677. С. 50–61.
13. Прокис Дж. Цифровая связь. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
14. Звонарев В.В., Попов А.С. Потенциальная помехоустойчивость когерентного приема четырехпозиционного фазоманипулированного радиосигнала в присутствии когерентной гармонической помехи // Информационно-управляющие системы. 2021. № 1. С. 45–54.

15. Лихачев В.П., Сидоренко С.В. Помехоустойчивость алгоритма автофокусировки изображений по минимуму энтропии при сложной фоновой обстановке // Труды МАИ. 2018. № 99. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=92074>
16. Звонарёв В.В., Карабельников И.Ф., Попов А.С. Методика расчета влияния сканирующей по частоте помехи на достоверность приема сигнала с QPSK модуляцией // Труды МАИ. 2022. № 124. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=167068>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-13](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-13)
17. Звонарев В.В., Попов А.С. Методика расчета вероятностей битовых ошибок приема радиосигналов с QPSK-модуляцией при наличии помехи с линейной частотной модуляцией // Радиотехника и электроника. 2023. Т. 68. № 11. С. 1090 – 1098. DOI: [10.31857/S0033849423110098](https://doi.org/10.31857/S0033849423110098)
18. Бучинский Д.И., Вознюк В.В., Фомин А.В. Исследование помехоустойчивости приемника сигналов с многопозиционной фазовой манипуляцией к воздействию помех с различной структурой // Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского. 2019. № 671. С. 120–127.
19. Вознюк В.В., Куценко Е.В. Помехоустойчивость систем радиосвязи с бинарными фазоманипулированными шумоподобными сигналами при воздействии ретранслированных компенсационных помех типа инверсии, огибающей сигнала // Журнал радиоэлектроники. 2018. № 2. С. 1–16.
20. Агеев Ф.И., Вознюк В.В. Методика расчета вероятности битовой ошибки оптимального посимвольного когерентного приема двоичных противоположных

фазоманипулированных сигналов при наличии в канале радиосвязи узкополосной шумовой помехи // Труды МАИ. 2022. № 124. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=167070>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-15](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-15)

References

1. Pitrin A.V., Popov A.S., Vorona M.S., Koval'skii A.A. *Nelineinyi mir*, 2023, vol. 21, no. 1, pp. 5–13.
2. Okunev Yu.B. *Tsifrovaya peredacha informatsii fazomanipulirovannymi signalami* (Digital transmission of information by phase-manipulated signals), Moscow, Sovetskoe radio, 1991, 296 p.
3. Zvonarev V.V., Popov A.S., Pitrin A.V. *Trudy MAI*, 2023, no. 130. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=174610>. DOI: [10.34759/trd-2023-130-13](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-13)
4. Simon M.K. On the Bit-Error Probability of Differentially Encoded QPSK and Offset QPSK in the Presence of Carrier Synchronization, *IEEE Transactions on Communications*, 2006, vol. 54, no. 5, pp. 806–812. DOI: [10.1109/TCOMM.2006.874002](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2006.874002)
5. Kulikov G.V., Nguen Van Zung, Do Chung Tien. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal*, 2020, vol. 8 (3), pp. 48–58.
6. Fink L.M. *Teoriya peredachi diskretnykh soobshchenii* (Theory of transmission of discrete messages), Moscow, Sovetskoe radio, 1970, 728 p.
7. Borisov V.I., Zinchuk V.M. *Pomekhozashchishchennost' sistem radiosvyazi. Veroyatnostno-vremennoi podkhod* (Interference immunity of radio communication systems. Probabilistic-temporal approach), Moscow, Radio Soft, 2008, 260 p.

8. Palii A.I. *Radioelektronnaya bor'ba: Sredstva i sposoby podavleniya i zashchity radioelektronnykh sistem* (Electronic warfare: Means and methods of suppression and protection of electronic systems), Moscow, Voenizdat, 1981, 320 p.
9. Zvonarev V.V., Popov A.S., Pitrin A.V. *Radiotekhnika*, 2022, vol. 86, no. 8, pp. 84–95.
10. Brodskii M.S., Zvonarev V.V., Popov A.S. *Trudy Voenno-kosmicheskoi akademii im. A.F. Mozhaiskogo*, 2021, no. 678, pp. 43–50.
11. Khvorostenko N.P. *Statisticheskaya teoriya demodulyatsii diskretnykh signalov* (Statistical theory of demodulation of discrete signals), Moscow, Svyaz', 1968, 336 p.
12. Zvonarev V.V., Pimenov V.F., Popov A.S. *Trudy Voenno-kosmicheskoi akademii imeni A.F. Mozhaiskogo*, 2021, no. 677, pp. 50–61.
13. Prokis Dzh. *Tsifrovaya svyaz'* (Digital communication), Moscow, Radio i svyaz', 2000, 800 p.
14. Zvonarev V.V., Popov A.S. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy*, 2021, no. 1, pp. 45–54.
15. Likhachev V.P., Sidorenko S.V. *Trudy MAI*, 2018, no. 99. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=92074>
16. Zvonarev V.V., Karabel'nikov I.F., Popov A.S. *Trudy MAI*, 2022, no. 124. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=167068>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-13](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-13)
17. Zvonarev V.V., Popov A.S. *Radiotekhnika i elektronika*, 2023, vol. 68, no. 11, pp. 1090–1098. DOI: [10.31857/S0033849423110098](https://doi.org/10.31857/S0033849423110098)
18. Buchinskii D.I., Voznyuk V.V., Fomin A.V. *Trudy Voenno-kosmicheskoi akademii im. A.F. Mozhaiskogo*, 2019, no. 671, pp. 120–127.

19. Voznyuk V.V., Kutsenko E.V. *Zhurnal radioelektroniki*, 2018, no. 2, pp. 1–16.
20. Ageev F.I., Voznyuk V.V. *Trudy MAI*, 2022, no. 124. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=167070>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-15](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-15)

Статья поступила в редакцию 26.02.2024

Одобрена после рецензирования 03.03.2024

Принята к публикации 26.04.2024

The article was submitted on 26.02.2024; approved after reviewing on 03.03.2024; accepted for publication on 26.04.2024