

Оптимальное управление маневром лунного аппарата на выбранную точку мягкой посадки между зависаниями

Хуан Ичун

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

e-mail: huanyiqun@mail.ru

Аннотация

Работа посвящена проблеме оптимального управления маневром лунного аппарата для посадки на выбранную точку после этапа основного торможения при мягкой посадке на поверхность Луны с использованием схемы «с зависаниями». Разработана методика выбора программ управления углом тангажа и дросселирования тяги двигателя на этапе поступательного спуска между зависаниями, обеспечивающих обнуление скорости и вертикальную ориентацию аппарата в начале и в конце этапа.

Ключевые слова: лунный аппарат, мягкая посадка, зависание, оптимальное управление.

Введение и постановка задачи

Объектом исследования в работе является космический аппарат, совершающий мягкую посадку (МП) на поверхность Луны, который в дальнейшем в работе для краткости называется лунным аппаратом (ЛА). В современных условиях круг задач, подлежащих решению с помощью ЛА, расширяется, в результате чего условия реализации МП становятся более сложными из-за необходимости посадки ЛА на поверхность Луны не только в относительно гладких лунных морях, но также в приполярных областях со сложным рельефом поверхности (возвышенностями и горами).

В этих условиях к традиционным требованиям, предъявляемым к ЛА, его двигательной установке (ДУ), системе управления движением (СУ) и другим системам ЛА, таким как точность посадки и вертикальная ориентация ЛА в момент посадки, массово-энергетическая эффективность ЛА, надежность реализации МП, предъявляются дополнительные требования, такие как:

- безопасность осуществления МП при наличии препятствий (возвышенностей и гор) в ходе реализации отдельных этапов МП;
- функциональная «гибкость» СУ ЛА, предусматривающая возможность оперативного изменения выбранной ранее точки посадки в процессе реализации МП и другие.

Для выполнения указанных дополнительных требований возникает необходимость применять более сложные схемы реализации МП, предусматривающие применение двух или нескольких последовательно

выполняемых этапов торможения, каждый из которых завершается «зависанием» ЛА [1-3].

Например, в работе [2] описана схема МП с зависаниями, основные этапы которой указаны в таблице. При этой схеме предполагается использование двух зависаний ЛА для предварительного («грубого») и окончательного («высокоточного») выбора точки посадки путем наблюдения лунной поверхности с помощью бортовой аппаратуры наблюдения (этапы 4 и 6 в таблице). За этими этапами следуют два этапа управляемого спуска (ЭУС) с торможением ЛА в точках зависания на заданных высотах над предварительно и окончательно выбранными точками посадки (в таблице этапы 5 грубого и 7 высокоточного наведения на точки зависания). Использование данной схемы повышает безопасность мягкой посадки на лунную поверхность.

Для применения бортовой аппаратуры наблюдения в ходе реализации этапов 4 и 6 необходимо дополнительно к зависанию обеспечить вертикальную ориентацию («вертикализацию») продольной оси ЛА относительно местной гравитационной вертикали.

Этапы процесса мягкой посадки ЛА на лунную поверхность с круговой селеноцентрической орбиты

Этап	Высота	Характеристика этапа
1	$H_1=100 \text{ км}$	Переход на орбиту $H_1 \times H_2$
2	с H_1 до $H_2=15 \text{ км}$	Пассивное движение по эллиптической орбите
3	с H_2 до $H_3=2,4 \text{ км}$	Основное торможение
4	H_3	Зависание и предварительный («грубый») выбор точки посадки
5	с H_3 до $H_4=100 \text{ м}$	Грубое наведение на точку зависания над точкой посадки
6	H_4	Зависание и окончательный («высокоточный») выбор точки посадки
7	с H_4 до $H_5=4 \text{ м}$	Медленное высокоточное наведение на точку зависания над точкой посадки
8	H_5	Зависание над точкой посадки и выключение ДУ
9	с H_5 до поверхности Луны	Посадка

Вертикализацию ЛА можно обеспечить, по крайней мере, двумя способами:

- путем разворота ЛА относительно центра масс при его свободном падении из состояния зависания, достигнутого при торможении ЛА, с последующим дополнительным торможением для устранения скорости, накопившейся во время свободного падения [1];

- непосредственно на этапе торможения ЛА совместно с управлением вектором тяги ЛА [3].

Первый способ позволяет использовать более простую программу управления вектором тяги двигателя торможения, хотя, возможно, является энергетически менее эффективным по сравнению со вторым способом. Кроме того, использование данного способа увеличивает общее число этапов в общей схеме реализации МП, что может быть причиной снижения надежности МП.

Второй способ сокращает общее число этапов МП, но для его применения необходимо использовать на этапе торможения более сложный алгоритм управления вектором тяги ДУ.

Методика решения задачи выполнения условий зависания и вертикализации ЛА в ходе реализации этапа основного торможения (ЭОТ) была рассмотрена в работе [3]. При этом оптимальные программы управления углом тангажа и тягой ДУ определялись при отсутствии ограничения на угол тангажа ЛА в момент начала ЭОТ. Совместно с программами оптимизировалась относительная масса ДУ в целом, состоящей из массы «сухой» ДУ и суммарного топлива, затрачиваемого на реализацию всех этапов МП.

Целью данной работы является описание методики приближенного решения задачи управления вектором тяги ДУ на этапах управляемого спуска ЛА (грубого и высокоточного) при выполнении заданных граничных условий (нулевая скорость и вертикальная ориентация оси ЛА в моменты начала и окончания этапа). В качестве минимизируемого критерия оптимальности рассматривается суммарное количество топлива, необходимого для реализации этапа.

Модель движения ЛА

Уравнения движения. Движение ЛА на ЭУС в плоскости движения моделируется в инерциальной системе координат (ИСК). Начало этой системы совпадает с точкой зависания ЛА в момент окончания предшествующего этапа, ось x направлена горизонтально в направлении точки посадки, ось y - вертикально вверх от центра Луны (рис. 1).

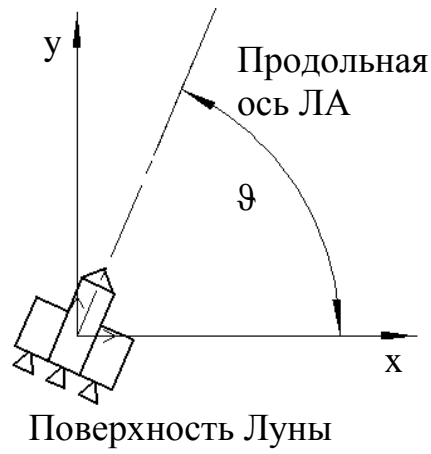


Рис. 1. Инерциальная система координат

При использовании предположения о том, что гравитационное поле Луны является однородным, движение ЛА в проекциях на оси ИСК описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = V_x \\ \dot{V}_x = \frac{P_x}{m} = \frac{n_1 \cdot g_e \cdot p_t \cdot P_{уд}}{p_{уд} - n_1 \cdot t_m} \cdot \cos \vartheta \\ \dot{y} = V_y \\ \dot{V}_y = -g_l + \frac{P_y}{m} = -g_l + \frac{n_1 \cdot g_e \cdot p_t \cdot P_{уд}}{p_{уд} - n_1 \cdot t_m} \cdot \sin \vartheta \\ \dot{t}_m = p_t \\ \dot{\vartheta} = \omega_z \\ \dot{\omega}_z = \alpha \end{array} \right. \quad (1)$$

где m – масса ЛА; P – тяга двигателя; $P_{уд}$ – удельная тяга двигателя в вакууме; g_l – ускорение свободного падения на лунной поверхности; g_e – ускорение свободного падения на земной поверхности; m_1 – масса ЛА в начале ЭУС; β_1 – полный секундный расход топлива; $n_1 = p_{уд} \beta_1 / m_1$ – начальная тяговооруженность ЛА; p_t – функция дросселирования тяги ДУ; $t_m = \frac{1}{\beta_1} \cdot \int_{t_0}^t \beta dt = \int_{t_0}^t p_t dt$ – эквивалентное время

полной работы двигателя; ω_z - угловая скорость вращения ЛА относительно поперечной оси z_1 ; \mathcal{G} - угол тангажа ЛА относительно оси x ИСК; $\alpha = \dot{\omega}_z$ - угловое ускорение ЛА.

Для получения результатов в универсальном виде, позволяющем решать задачу для относительных масс, ускорение ЛА $a_{\text{ду}}$, создаваемое ДУ, записано в системе (1) с использованием безразмерных параметров, в том числе тяговооруженности $n = p_{\text{уд}}\beta/m$ и параметра дросселирования двигателя $p_t = \beta/\beta_1$, согласно преобразованию [3]

$$a_{\text{ду}} = \frac{p_{\text{уд}}g_e\beta}{m} = \frac{p_{\text{уд}}g_e\beta}{m_1 - \int \beta dt} = \frac{p_{\text{уд}}g_e\beta_1 p_t}{m_1 - \beta_1 t_m} = \frac{p_{\text{уд}}\beta_1 g_e p_t / m_1}{1 - \beta_1 t_m / m_1} = \frac{n_1 g_e p_t p_{\text{уд}}}{p_{\text{уд}} - n_1 t_m}.$$

Граничные условия. В соответствии с таблицей грубый ЭУС (этап 5 в таблице 1) начинается при высоте $H_3 \cong 2,4$ км, а высокоточный (этап 7) - на высоте $H_4 \cong 100$ м. При больших значениях H_3 и H_4 ухудшается качество изображений зоны посадки, получаемых с помощью бортовой аппаратуры ЛА, а при меньших - снижается площадь наблюдения. Компоненты скорости ЛА и угловая скорость аппарата в начале и в конце ЭУС равны нулю, а продольная ось ЛА должна быть направлена вдоль местной гравитационной вертикали, т.е. $\mathcal{G}_{\text{end}} = \pi/2$. Если, например, предположить, что выбранная точка посадки ЛА смещена относительно начальной точки зависания на расстояние $x_{\text{end}} = 1,6$ км, то совместно граничные (начальные и конечные) условия в задаче управления движением ЛА на ЭУС записываются следующим образом:

$$\begin{cases} x_0 = 0, V_{x0} = 0, y_0 = 0, V_{y0} = 0, t_{m0} = 0, \vartheta_0 = \pi / 2, \omega_{z0} = 0, \\ x_{end} = 1,6 \text{ км}, V_{x_{end}} = 0, y_{end} = -2,3 \text{ км}, V_{y_{end}} = 0, \vartheta_{end} = \pi / 2, \omega_{z_{end}} = 0 \end{cases}$$

Задача оптимального управления

Исходная формулировка задачи. В качестве критерия оптимальности управления движением ЛА на ЭУС целесообразно рассматривать относительную массу топлива, необходимого для реализации этапа:

$$\mu_T = \int \beta dt / m_1 = \beta_1 \int p_t dt / m_1 = n_1 t_m (t_{end}) / p_{уд},$$

где t_{end} - момент окончания ЭУС.

Для решения задачи можно воспользоваться принципом максимума Л.С.

Понтрягина [4]. Системе (1) соответствует гамильтониан:

$$\begin{aligned} H &= \psi_1 V_x + \psi_2 \frac{n_1 g_e p_t p_{уд}}{p_{уд} - n_1 t_m} \cos \vartheta + \psi_3 V_y + \psi_4 \left(-g_l + \frac{n_1 g_e p_t p_{уд}}{p_{уд} - n_1 t_m} \sin \vartheta \right) + \psi_5 p_t + \psi_6 \omega + \psi_7 \alpha \\ &= \left[(\psi_2 \cos \vartheta + \psi_4 \sin \vartheta) \frac{n_1 g_e p_{уд}}{p_{уд} - n_1 t_m} + \psi_5 \right] p_t + \psi_7 \alpha - \psi_4 g_l + \psi_1 V_x + \psi_3 V_y + \psi_6 \omega = \\ &= H_p p_t + \psi_7 \alpha - \psi_4 g_l + \psi_1 V_x + \psi_3 V_y + \psi_6 \omega, \end{aligned}$$

где $H_p = (\psi_2 \cos \vartheta + \psi_4 \sin \vartheta) n_1 g_e p_{уд} / (p_{уд} - n_1 t_m) + \psi_5$ - функция переключения тяги ДУ.

Для анализа знака этой функции можно использовать тригонометрические преобразования:

$$\begin{aligned} \psi_2 \cos \vartheta + \psi_4 \sin \vartheta &= \sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2} \left(\frac{\psi_2}{\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2}} \cos \vartheta + \frac{\psi_4}{\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2}} \sin \vartheta \right) \\ &= \sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2} (-\cos \vartheta_\psi \cos \vartheta - \sin \vartheta_\psi \sin \vartheta) = -\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2} \cos(\vartheta - \vartheta_\psi) \geq -\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2}, \end{aligned} \quad \text{где}$$

ϑ_ψ – вспомогательный угол, для которого

$$\cos \vartheta_\psi = -\frac{\psi_2}{\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2}}; \quad \sin \vartheta_\psi = -\frac{\psi_4}{\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2}}.$$

В результате для оценки характера изменений сопряжённых переменных можно построить сопряжённую систему уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\psi}_1 = 0 \\ \dot{\psi}_2 = -\psi_1 \\ \dot{\psi}_3 = 0 \\ \dot{\psi}_4 = -\psi_3 \\ \dot{\psi}_5 = -(\psi_2 \cos \vartheta + \psi_4 \sin \vartheta) \frac{g_e P_t P_{уд}}{(P_{уд}/n_1 - t_m)^2} = \sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2} \cos(\vartheta - \vartheta_\psi) \frac{g_e P_t P_{уд}}{(P_{уд}/n_1 - t_m)^2} \\ \dot{\psi}_6 = -(-\psi_2 \sin \vartheta + \psi_4 \cos \vartheta) \frac{n_1 g_e P_t P_{уд}}{P_{уд} - n_1 t_m} = -\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2} \sin(\vartheta - \vartheta_\psi) \frac{n_1 g_e P_t P_{уд}}{P_{уд} - n_1 t_m} \\ \dot{\psi}_7 = -\psi_6 \end{array} \right.$$

Очевидно, для первых четырех сопряжённых переменных в этой системе

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_1 = c_1 \\ \psi_2 = c_2 - c_1 t \\ \psi_3 = c_3 \\ \psi_4 = c_4 - c_3 t \end{array} \right.$$

Оптимальное управление реализуется при законах управления

$$p_t = \begin{cases} 1, & \text{если } H_p < 0 \\ p_{t.min}, & \text{если } H_p > 0; \\ \text{особые,} & \text{если } H_p = 0 \end{cases}; \quad \alpha = \begin{cases} \alpha_{max}, & \text{если } \psi_7 < 0 \\ -\alpha_{max}, & \text{если } \psi_7 > 0 \\ \text{особые,} & \text{если } \psi_7 = 0 \end{cases}.$$

Как показано в [4], если поле тяготения является однородным, а начальные и конечные значения переменных состояния, описывающих угловое движение ЛА (угловая скорость ω_z и угловое ускорение α), не ограничены, то оптимальную программу управления углом тангажа можно представить в виде рациональной дроби:

$$\tan \mathcal{G}^*(t) = \tan \mathcal{G}_\psi(t) = \frac{\psi_4}{\psi_2} = \frac{c_4 - c_3 t}{c_2 - c_1 t}. \quad (2)$$

Поэтому

$$\alpha^* = \frac{d\omega_z^*}{dt} = \frac{d^2 \mathcal{G}^*}{dt^2} = \frac{2 \cdot (c_2 - c_1 \cdot c_4) \cdot [(c_2^2 + c_4^2) \cdot t - c_1 \cdot c_2 - c_4]}{[(c_1 - c_2 \cdot t)^2 + (1 - c_4 \cdot t)^2]^2},$$

причем α_{\max} должно быть достаточно большим, чтобы α^* не превышало $\pm \alpha_{\max}$.

Следовательно, $\psi_7 = 0$ и $\psi_6 = 0$. В то же время, если в какой-то момент времени реальное угловое ускорение ЛА α отличается от оптимального α^* на некоторую малую положительную величину $\Delta\alpha$, т.е. $\alpha = \alpha^* + \Delta\alpha$, то в последующий момент времени

$$\mathcal{G} > \mathcal{G}_\psi \Rightarrow \dot{\psi}_6 < 0 \Rightarrow \dot{\psi}_7 > 0 \Rightarrow \alpha = -\alpha_{\max}.$$

Наоборот, малое отрицательное угловое ускорение $\Delta\alpha$ уменьшает разность между \mathcal{G} и \mathcal{G}_ψ . В конечном итоге достигается устойчивое состояние, при котором

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}^* = \mathcal{G}_\psi, \quad \psi_6 = 0, \quad \psi_7 = 0, \quad \alpha = \alpha^*.$$

Таким образом, при ограниченном угле тангажа оптимальное управление реализуется при программах управления

$$\text{а) } p_t(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } H_p < 0 \\ p_{t.\min}, & \text{если } H_p > 0 \end{cases}; \quad \text{б) } \alpha(t) = \begin{cases} \alpha_{\max}, & \text{если } \psi_7 < 0 \\ -\alpha_{\max}, & \text{если } \psi_7 > 0 \\ \alpha^*, & \text{если } \psi_7 = 0 \end{cases}. \quad (3)$$

Соотношению (3б) для программы изменения углового ускорения ЛА $\alpha(t)$ может быть поставлена в соответствие оптимальная программа управления углом тангажа $\mathcal{G}(t)$

$$\mathcal{G}(t) = \begin{cases} \pi/2 - \alpha_{\max} t^2 / 2, & \text{если } t \leq t_1 \\ \pi/2 + \alpha_{\max} \left[(t_2 - t)^2 / 2 - t_1^2 \right], & \text{если } t_1 < t \leq t_3 \\ \mathcal{G}^*(t; c_1, c_2, c_3, c_4), & \text{если } t_3 < t \leq t_4 \\ \pi/2 - \alpha_{\max} \left[(t_5 - t)^2 / 2 - (t_7 - t_6)^2 \right], & \text{если } t_4 < t \leq t_6 \\ \pi/2 + \alpha_{\max} (t_7 - t)^2 / 2, & \text{если } t_6 < t \leq t_7 \end{cases}$$

где \mathcal{G}^* задается в соответствии с (2); t_1 и t_6 – моменты переключения углового ускорения; t_2 и t_5 – моменты достижения экстремума угла тангажа $\mathcal{G}(t)$; t_3 – момент схождения $\mathcal{G}(t)$ с $\mathcal{G}^*(t)$; t_4 – момент расхождения $\mathcal{G}(t)$ и $\mathcal{G}^*(t)$.

Моменты $t_1 \dots t_6$ для типовой траектории ЛА на ЭУС показаны на рис. 2. Они определяются из условий непрерывности угла тангажа и угловой скорости вращения аппарата и других. Например, из условий симметричности следует, что $t_2 = 2t_1$, а момент t_3 определяется из условия непрерывности:

$$\pi/2 + \alpha_{\max} \left[(t_2 - t_3)^2 / 2 - t_1^2 \right] = \mathcal{G}^*(t_3; c_1, c_2, c_3, c_4).$$

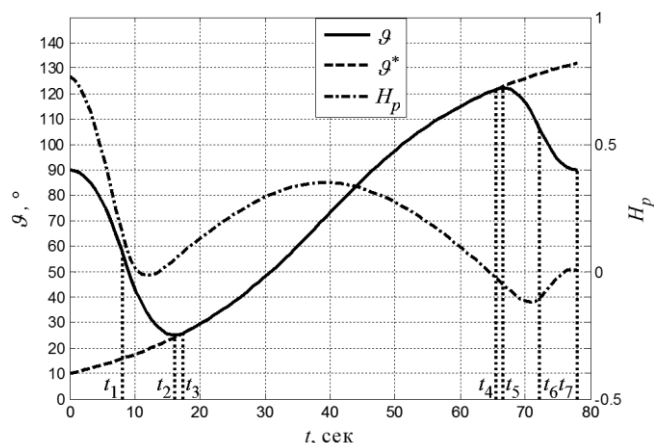


Рис. 2. Программа управления углом тангажа и функция переключения

Следует отметить, что в отличие от ситуации $\psi_7 = 0$, ситуация $H_p = 0$ может возникать только в дискретные моменты времени, но не длится непрерывно, поэтому условие $H_p = 0$ в (3а) не рассматривается.

Упрощение задачи. Для сформулированной выше задачи трудно обеспечить сходимость ее решения, поскольку константы $c_1 \dots c_4$ влияют как на функцию переключения $H_p(t)$, так и на программу управления углом тангажа $\mathcal{G}(t)$, т.е. эти две функции взаимосвязаны друг с другом. Поэтому для обеспечения сходимости решения, повышения скорости решения и упрощения реализации полученного решения целесообразно перейти к упрощенной формулировке задачи.

Вид возможной функции переключения $H_p(t)$ и связанной с ней программы $\mathcal{G}(t)$ для приближённого варианта решения задачи показаны на рис. 2. Как видно из графиков, представленных на этом рисунке, в данном варианте тяга ДУ регулируется до максимума при $H_p < 0$ в двух ситуациях:

а) вначале при малом угле тангажа для создания горизонтальной скорости движения ЛА;

б) в конце ЭУС - для обнуления скорости ЛА.

На интервале $[t_3, t_4]$ программа управления углом тангажа $\mathcal{G}(t)$ содержит прямолинейный участок, так как двигатель управления угловым ускорением ЛА остается выключенным.

С учетом указанных особенностей решаемую задачу оптимизации предлагается решать приближенно в соответствии со следующим алгоритмом:

1. Тяга ДУ поддерживается на максимальном уровне P_{\max} в период выполнения условия $\mathcal{G}(t) < \pi/2 - k(\pi/2 - \mathcal{G}_{\min})$, $0 < k < 1$, где k - параметр управления, подлежащий оптимизации.

2. Вторично тяга ДУ включается до P_{\max} при $t > t_7 - t_p$.

3. В остальные периоды времени поддерживается минимальная тяга ДУ P_{\min} , величина которой определяется допустимой глубиной дросселирования $P_{t,\min}$.

3. На интервале $t \in [t_3, t_4]$ двигатели управления ориентацией ЛА выключены, а программа управления углом тангажа $\mathcal{G}(t)$ является линейной функцией времени.

В целом в упрощенной постановке задача оптимального управления движением ЛА на ЭУС в целом формулируется следующим образом:

1. Движение ЛА описывается уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = V_x \\ \dot{V}_x = \frac{P_x}{m} = n_1 g_e p_t p_{уд} \cos \mathcal{G} / (p_{уд} - n_1 \cdot t_m) \\ \dot{y} = V_y \\ \dot{V}_y = -g_l + P_y / m = -g_l + n_1 g_e p_t p_{уд} \sin \mathcal{G} / (p_{уд} - n_1 \cdot t_m) \\ \dot{t}_m = P_t \end{array} \right. \quad (4)$$

2. Задача решается при заданных граничных условиях

$$\begin{cases} x_0 = 0, V_{x0} = 0, y_0 = 0, V_{y0} = 0, t_{m0} = 0 \\ x_{end} = 1,6 \text{ км}, V_{x_{end}} = 0, y_{end} = -2,3 \text{ км}, V_{y_{end}} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

3. Угол тангажа управляется с помощью программы

$$\mathcal{G}(t) = \begin{cases} \pi/2 - \alpha_{\max} t^2 / 2, & \text{если } t \leq t_1 \\ \pi/2 + \alpha_{\max} \left[(t_2 - t)^2 / 2 - t_1^2 \right], & \text{если } t_1 < t \leq t_2 \\ \mathcal{G}(t_3) + (\mathcal{G}(t_4) - \mathcal{G}(t_3)) \frac{t - t_3}{t_4 - t_3}, & \text{если } t_3 < t \leq t_4, \\ \pi/2 - \alpha_{\max} \left[(t_5 - t)^2 / 2 - (t_7 - t_6)^2 \right], & \text{если } t_4 < t \leq t_5 \\ \pi/2 + \alpha_{\max} (t_7 - t)^2 / 2, & \text{если } t_6 < t \leq t_7 \end{cases}$$

в которой моменты t_1, t_3, t_4, t_6 определяются из условий непрерывности угла тангажа $\mathcal{G}(t)$ и угловой скорости $\omega_z(t)$, а моменты t_2, t_5, t_7 подлежат определению в результате решения задачи оптимизации.

4. Тяга ДУ управляется в соответствии с программой дросселирования

$$P_t(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{G}(t) < \pi/2 - k(\pi/2 - \mathcal{G}_{\min}), \text{ или } t > t_7 - t_p, \\ P_{t,\min}, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

причем параметры k и t_p также подлежат определению.

Конечной целью решения приближенной задачи оптимизации является нахождение значений параметров: t_2, t_5, t_7, k, t_p , при которых относительная масса топлива μ_T , затрачиваемого на реализацию ЭУС при заданных граничных условиях (5), является минимальной.

Методика и результаты решения задачи

Схема численного решения. Согласно (5) число граничных условий равно 9, а число дифференциальных уравнений движения ЛА (4) – 5. Для решения краевой задачи можно воспользоваться готовой программой *Матлаб* `bvp5c`, и с ее помощью определить 4 = 9 - 5 из 5 оптимизируемых параметров. Однако для использования этой программы суммарная продолжительность ЭУС t_7 должна быть задана.

Поэтому в предлагаемой методике и реализующей эту методику вычислительной программе задача оптимизации решается с помощью итерационного алгоритма, в котором время t_7 выступает в качестве оптимизируемого параметра во внешнем цикле, а параметры t_2, t_5, k, t_p определяются при каждой итерации путем решения краевой задачи с помощью программы `bvp5c`. В указанной программе краевая задача решается с использованием метода *Lobatto* [5], позволяющего интегрировать жесткие системы обыкновенных дифференциальных уравнений с высокой точностью.

Численный пример. В качестве конкретного численного примера, демонстрирующего работоспособность и эффективность разработанной методики, были проведены расчеты для варианта исходных данных, характеризуемого граничными условиями (5) и следующими значениями параметров ЛА и его ДУ:

$$p_{уд} = 300 \text{ с}; p_{t.min} = 1/15; \alpha_{max} = 1^\circ / c^2; n_1 = 0,8.$$

В результате решения оптимизационной задачи были получены следующие оптимальные значения относительной массы топлива и параметров программы управления вектором тяги:

$$t_2^* = 15,0444 \text{ с}, t_5^* = 63,7528 \text{ с}, k^* = 0,9748, t_p^* = 10,9621 \text{ с}, t_7^* = 78 \text{ с}, \mu_T^* = 0,0494. (6)$$

На рис. 3 показана зависимость параметра μ_T , характеризующего относительную массу топлива перед началом ЭУС, необходимого для реализации ЭУС, от длительности этого этапа t_7 в окрестности оптимального значения $t_7^* = 78 \text{ с}$. График демонстрирует чувствительность критерия оптимальности к реализуемой длительности ЭУС.

На рис. 4 показаны программы управления углом тангажа $\vartheta(t)$ и дросселированием тяги ДУ $p_t(t)$, рассчитанные при оптимальных значениях параметров (6). Изменение проекций скорости ЛА на оси ИСК во времени демонстрирует рис. 5. Профиль оптимальной траектории ЛА над лунной поверхностью в плоскости спуска на ЭУС $h(x)$ показан на рис. 6. Как видно из графиков, все начальные и конечные условия, указанные в (5), полностью выполняются.

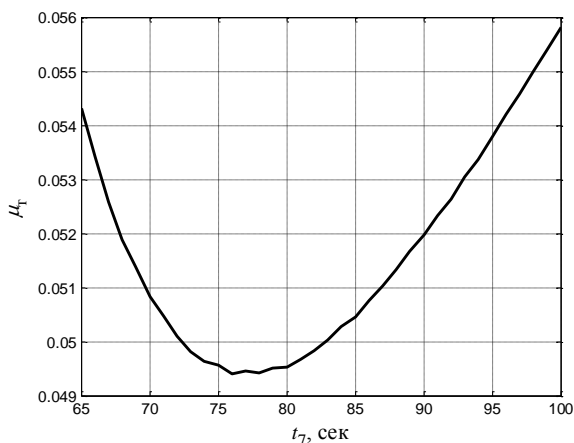


Рис. 3. Зависимость $\mu_T(t_7)$

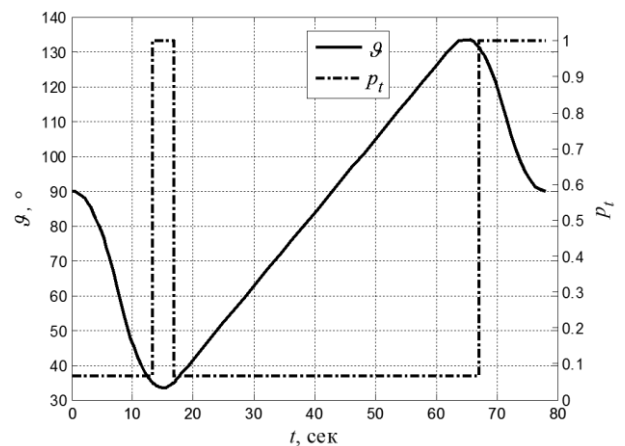


Рис. 4. Программы угла тангажа $\vartheta(t)$ и дросселирования тяги $p_t(t)$

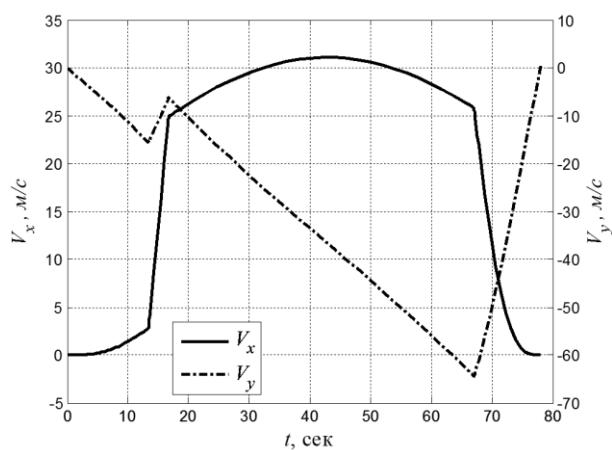


Рис. 5. Проекция скорости ЛА на оси ИСК

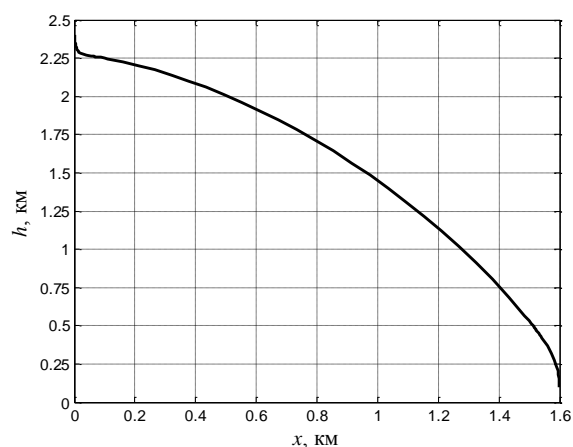


Рис. 6. Траектория ЛА на этапе управляемого спуска

Рис. 7 показывает зависимость относительной массы топлива, необходимого для реализации ЭУС, от радиальной дальности x_{end} между начальной и конечной точками зависания ЛА. Количество топлива, затрачиваемого на реализацию ЭУС при целевой точке зависания, расположенной на расстоянии 1,6 км от начальной точки, возрастает по сравнению с его количеством при вертикальном спуске на 29%, причем на расстояниях x_{end} , превышающих 700 м, зависимость $\mu_T(x_{end})$ становится практически линейной.

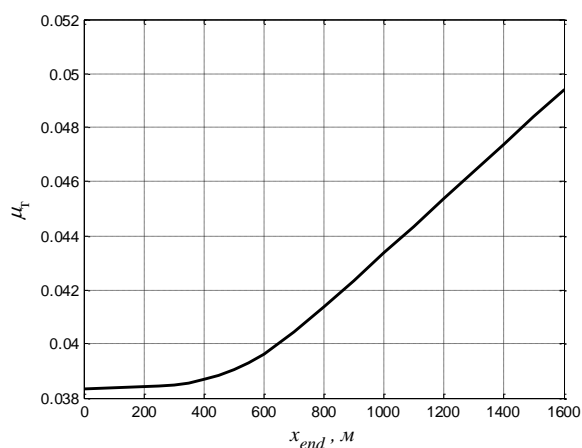


Рис. 7. Зависимость относительной массы топлива от радиальной дальности x_{end} между точками зависания ЛА в начале и в конце ЭУС

Заключение

В работе сформулирована и решена задача оптимизации программы управления вектором тяги ДУ на этапе управляемого спуска ЛА между зависаниями при реализации мягкой посадки ЛА на лунную поверхность в ситуациях, когда точка посадки не находится в надире по отношению к точке зависания ЛА, достигнутой в результате предшествующего этапа торможения ЛА.

Разработана методика приближенного решения оптимизационной задачи в виде двух программ: программы управления углом тангажа ЛА и программы дросселирования тяги ДУ ЛА. Использование этих программ обеспечивает совместное выполнение условий зависания и вертикализации ЛА в конце ЭУС при минимальных затратах топлива на реализацию этапа.

Разработан вычислительный алгоритм решения задачи и составлена программа, реализующая алгоритм на ЭВМ в среде программирования *Матлаб*. Проведены численные расчеты, демонстрирующие эффективность предложенной методики решения задачи и реализующей ее вычислительной программы.

Методика предназначена для использования при проектировании ЛА, реализующего мягкую посадку ЛА на лунную поверхность по схеме с зависаниями, а также при формировании бортовых алгоритмов управления движением ЛА ([6, 7]).

Библиографический список

1. Лихачев В.Н., Сихарулидзе Ю.Г., Федотов В.П. Заключительные этапы торможения и методика расчета параметров управления движением КА,

- совершающего мягкую посадку на Луну // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2013. №.1(70). С 3-10.
2. Zhang H H, Liang J, Huang X Y, et al. Autonomous hazard avoidance control for Chang'E-3 soft landing (in Chinese). Sci Sin Tech, 2014, vol. 44, 559-568, doi: 10.1360/092014-51.
 3. Бобронников В.Т., Хуан Ичун. Оптимальное управление движением лунного аппарата на этапе основного торможения с выбором параметров двигательной установки // Космонавтика и ракетостроение. 2016. № 6(91). С 33-41.
 4. Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. - 407 с.
 5. Kierzenka Ja., Lawrence F., Shampine A. BVP Solver based on Residual Control and the MATLAB PSE. ACM TOMS, 2011, vol. 27, No. 3, pp. 299-316.
 6. Крайнов А.М., Воронцов В.А. Результаты формирования схемно-технических решений перспективного космического аппарата для доставки и функционирования лунохода // Труды МАИ, 2015, № 82: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=58632>
 7. Бобронников В.Т., Кадочникова А.Р. Алгоритм комплексирования бесплатформенной инерциальной навигационной системы и магнитометрической системы для решения задачи навигации летательных аппаратов // Труды МАИ, 2013, № 71: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=47073>