

Труды МАИ. 2025. № 140
Trudy MAI, 2025, no. 140. (In Russ.)

Научная статья

УДК 681.2.083

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184062>

EDN: <https://www.elibrary.ru/EXTCBG>

СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА СИГНАЛА С ПРИМЕНЕНИЕМ МИКРОКОНТРОЛЛЕРОВ

Василий Арифович Сафаралеев^{1✉}, Александр Александрович Гусаров²

^{1,2}Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского,

Санкт-Петербург, Российская Федерация

¹vka@mil.ru ✉

Аннотация. В данной работе предлагается способ оптимизации алгоритма вычисления спектра сигнала, который по сравнению с БПФ при той же производительности микроконтроллера позволит существенно увеличить количество определяемых спектральных составляющих или исследовать сигнал с более высокой верхней частотой спектра. Кроме того, предлагаемый способ позволяет произвольно выбирать анализируемые частоты, практически снимает ограничение на размер оконной функции и перекрытие окон. Предлагаемый способ требует большого объема оперативной памяти.

Ключевые слова: спектральный анализ, дискретное преобразование Фурье, быстродействие спектрального анализа, цифровая обработка сигналов

Для цитирования: Сафаралеев В.А., Гусаров А.А. Способ повышения быстродействия спектрального анализа сигнала с применением микроконтроллеров // Труды МАИ. 2025. № 140. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184062>

Original article

A METHOD FOR IMPROVING THE PERFORMANCE OF SPECTRAL SIGNAL ANALYSIS USING MICROCONTROLLERS

Vasily A. Safaraleev^{1✉}, Alexander A. Gusarov²

^{1,2}Military space academy of A.F.Mozhaysky,

Saint Petersburg, Russian Federation

¹vka@mil.ru ✉

Abstract. Various methods are used in signal processing. The most popular way to analyze signals is spectral analysis. However, the calculation of the spectral components of the signal requires high computational costs. The aim of the work is to develop a way to reduce the execution time of spectral analysis by optimizing the algorithm for calculating the discrete Fourier transform. The FFT algorithm is based on the application of an operator designated as W_N^{nk} . In the literature, its application is often called the "butterfly algorithm". To convert a signal (window) with a duration of 8192 (2^{13}) samples, $\approx 2 \cdot 10^6$ clock cycles will be required.

At the same time, the following aspects should be noted:

1. Reducing the size of the window function (N) leads to an increase in distortion of the calculated spectral components of the signal

2. In the FFT algorithm, when the size of the window function decreases, the interval between the analyzed frequencies increases

It is known that the spectrum of those parts of the signal that are located close to the boundaries of the window function is significantly distorted. In order not to lose information about the signal under study, it is recommended to ensure that the window functions overlap by 50-75%. The proposed method is based on the DFT algorithm. The proposed method for optimizing the algorithm for calculating the signal spectrum makes it possible to reduce the frequency sampling step with the possibility of selecting the analyzed frequencies, remove the restriction on the size of the window function and maximize window overlap. The use of tabular function assignment is a widely used way to improve performance. In the proposed method, the number of values in the tabular representation of the harmonic function requires equality of the length of the table $L = 2J$, where J is an integer. The tabular representation of the harmonic function allows you to obtain values corresponding to multiples of frequencies without significantly increasing the amount of calculations. Another bottleneck in the calculation of spectral components is the summation of the results of processing a large number of samples of the original signal – the "window". To solve this problem, it is proposed to store in RAM the results of multiplying each input sample by the cos and sin values of each frequency under study. The sums corresponding to the following window function (shifted by one count) differ from the original one in that:

- the product for the count with the number $n=N+1$ is added;
- there is no product for counting with the number $n=0$.

Thus, the calculation time of each spectral component becomes independent of the window size. At the same time, the need for RAM increases significantly. Let's compare the performance indicators of the spectrum calculation. For example, for a window function equal to 128 counts, 16`576 clock cycles of the microcontroller are required to perform the FFT. According to the proposed method, only 5`248 (41×128) clock cycles will be required, which gives a gain of 3.16 times. Similarly, for a window equal to 1024 counts, the gain will be 4.51 times, and for a window equal to 8192 counts – 5.87 times. There are ways to further increase productivity. Conditionally, they can be called software (algorithmic) and hardware. Moreover, they can be used simultaneously.

Keywords: spectral analysis, discrete Fourier transform, spectral analysis performance, digital signal processing

For citation: Safaraleev V.A., Gusarov A.A. A method for improving the performance of spectral signal analysis using microcontrollers. *Trudy MAI*. 2025. No. 140. (In Russ.).

URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=184062>

Введение

В настоящее время обработка сигналов является ключевой функцией не только в процессе передачи информации, но и в других областях науки и техники. При обработке сигналов применяются различные методы. Наиболее востребованным способом анализа сигналов является спектральный анализ [1,2]. При этом необходимо отметить, что спектральная обработка применяется не только к электрическим (электромагнитным) сигналам [3,4], но и к сигналам (результатам

измерений) другой физической природы [5,6,7] а даже в других областях науки [8,9,10,11,12].

В радиотехнике спектральные характеристики сигналов используется едва ли не чаще чем временные (в том числе – корреляционные) [13,14].

Основой преобразования временного представления сигнала в спектральное является преобразование Фурье. Однако расчёт спектральных составляющих сигнала требует больших вычислительных затрат: вычисления тригонометрических функций, а также операций умножения и сложения. А расчёт спектральных составляющих в реальном масштабе времени возможен только на ЭВМ с достаточно высокой производительностью¹.

В отдельных работах рассматриваются вопросы совершенствования спектрального анализа [15,16,17,18,19]. Так, в [20] показана возможность снижения объёма вычислений на 30÷40 %, а в [21] – повышения частотного разрешения. Однако не все возможности сокращения времени вычисления были использованы.

Цель работы – разработка способа уменьшения времени выполнения спектрального анализа путём оптимизации алгоритма вычисления дискретного преобразования Фурье.

Анализ возможностей дискретного преобразование Фурье

Математическая запись преобразования Фурье имеет вид:

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \exp(-j\omega t) dt$$

¹ Например, ПК на процессоре Intel Pentium P6200 2.13GHz для окна в 10`000 отсчётов может вычислить за секунду 650 спектральных составляющих.

Необходимо отметить, что этот универсальный и очень мощный инструмент, – тем не менее, имеет определённые недостатки. В первую очередь это практическая нереализуемость бесконечных пределов интегрирования. Во вторых – требование абсолютной интегрируемости исследуемых функций [22,23], которому многие сигналы, встречающиеся на практике, не удовлетворяют. Первая проблема решается применением оконной функции, т.е. ограничений по времени. Проблема интегрируемости функций решена в преобразовании Лапласа, частным случаем которого считается преобразование Фурье [23].

В случае обработки цифровых (дискретных) сигналов это выражение будет иметь вид:

$$S(k\Delta\omega) = \sum_{n=0}^N s(n\Delta t) \cdot (\cos(k\Delta\omega \cdot n\Delta t) - j \sin(k\Delta\omega \cdot n\Delta t)) \quad (1)$$

где k – номер гармоники (частоты), $\Delta\omega$ – шаг дискретизации по частоте, n – номер отсчёта времени, Δt – шаг дискретизации по времени, N – количество обрабатываемых отчётов (размер оконной функции).

Выражение (1) называется дискретным преобразованием Фурье (ДПФ) в тригонометрической форме. Для краткости принято обозначение $S(k\Delta\omega) \equiv S[k]$ и, соответственно $s(n\Delta t) \equiv s[n]$. А при записи тригонометрических функций произведение $\Delta\omega \cdot \Delta t$ также исключим из записи и будем обозначать $\cos(k\Delta\omega \cdot n\Delta t)$ как $\cos[k \cdot n]$ (\sin – аналогично). Для вычисления дискретного амплитудного спектра применяется формула:

$$|S[k]| = \sqrt{\left(\sum_{n=0}^N s[n] \cdot \cos[k \cdot n] \right)^2 + \left(\sum_{n=0}^N s[n] \cdot \sin[k \cdot n] \right)^2}, \quad (2)$$

Для ускорения расчётов алгоритм ДПФ был доработан. В частности, исключены повторные вычисления одинаковых значений тригонометрических функций. Этот вариант применения называется быстрым преобразованием Фурье (БПФ) [24].

Алгоритм БПФ основан на применении оператора, обозначаемого как $W_N^{nk} = \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} nk\right)$. В литературе его применение ($X = A \pm B \cdot W_N^{nk}$) часто называется «алгоритмом бабочки». Схематично алгоритм БПФ с прореживанием по частоте для 8-точечного ДПФ [25] представлен на рис. 1.

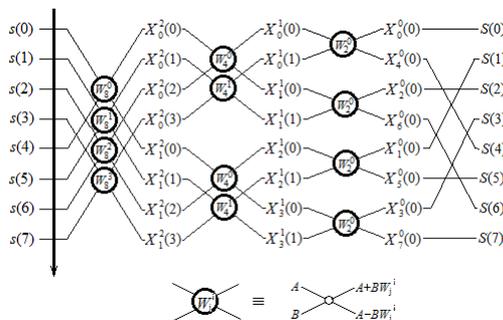


Рис.1 Быстрое преобразование Фурье

Алгоритм W_N^{nk} выполняется $0,5 \cdot N \cdot \log_2(N)$ раз, где N – количество отсчётов на входе. Каждое выполнение этого алгоритма требует двух вычислений тригонометрических функций², а также 7 умножений, и 6 сложения. В общей сложности на выполнение алгоритма W_N^{nk} потребуется 38 тактов микроконтроллера. Таким образом, для преобразования сигнала (окна) длительностью, например, 8192 (2^{13}) отсчётов потребуется $\approx 2 \cdot 10^6$ тактов.

Необходимо отметить, что в разных микроконтроллерах количество тактов, необходимых для выполнения определённого алгоритма будет разным. Это

² Для повышения быстродействия применяется известный способ табличного представления функции. В этом случае потребуется только вычислить номер отчёта и получить значение из массива

обусловлено различиями как в организации команд, так и в структуре регистров, стека и порядка обращения к памяти. Например, CISC-архитектура подразумевает сложные команды, в которых загрузка исходных данных, арифметическая операция и отправка результата в память выполняется за один такт. Здесь и далее в статье понятие «количество тактов» соответствует количеству элементарных операций, характерных для RISC-архитектуры и указано оценочно, применительно к «обобщённому» ассемблеру. Считается, что отличия в производительности будут относиться к обоим алгоритмам. Больше/меньше тактов требуется рассматриваемому микроконтроллеру – медленнее/быстрее будут выполняться на нём как традиционный алгоритм, так и предлагаемый. Соотношение времени их выполнения принципиально не изменится.

С учётом того, что распространенные высокопроизводительные микроконтроллеры (серии STM32F7) обладают производительностью порядка 200 DMIPS [26], на выполнение преобразования, указанного в примере выше, потребуется 0,01с.

При этом необходимо отметить следующие аспекты:

1. Уменьшение размера оконной функции (N) ведёт к увеличению искажения рассчитанных спектральных составляющих сигнала, так как спектры сигнала и оконной функции подлежат операции свёртки. При этом надо учитывать, что ширина основного лепестка спектра прямоугольной оконной функции равна $1/\tau_{\text{ок.ф.}}$, где $\tau_{\text{ок.ф.}} = N \cdot \Delta t$

2. В алгоритме БПФ количество отсчётов в оконной функции прямо определяет число частотных отсчётов в спектре, следовательно, при уменьшении

размера оконной функции увеличивается интервал между анализируемыми частотами и, при увеличенных интервалах, вычисляемые спектральные составляющие могут отстоять от заданных частот более допуска по точности.

3. Увеличение шага дискретизации по времени (уменьшение частоты) приводит к сближению мнимых спектров, симметричных относительно гармоник частоты дискретизации, что, с учётом расширения спектра (см. п.1) может внести искажения в его высокочастотную часть. Для исключения указанного явления необходимо выбирать частоту дискретизации выше верхней частоты сигнала минимум на величину $2/\tau_{\text{ок.ф.}}$, а с учётом запаса – в 2,5 и более раза. Далее в статье в примерах частота дискретизации принимается равной $2,5f_{\text{max}}$.

Известно [27], что спектр тех частей сигнала, которые расположены близко к границам оконной функции, существенно искажаются. Чтобы не потерять информацию об исследуемом сигнале рекомендуется обеспечить перекрытие оконных функций на 50÷75%. Следовательно, за следующие 10 мс (для рассмотренного выше примера) должны прийти следующие 2048 ÷ 4096 отсчёта (для 75 ÷ 50% перекрытия соответственно). Это соответствует частоте дискретизации 205 ÷ 410 кГц, или верхней частоте сигнала 82 ÷ 164 кГц. Сравним быстродействие БПФ при различных размерах оконной функции. В таблице 1 приведены сравнительные данные по быстродействию для разных значений размера оконной функции. Максимальная тактовая частота определяется максимальным количеством отсчётов, которые могут прийти за время выполнения цикла БПФ без переполнения буфера.

Сравнение быстродействия алгоритма БПФ при различных размерах оконной функции

Размер оконной функции, отсчётов	Тактов на БПФ	Тактов на спектральную линию	Время выполнения БПФ при 200 DMIPS, мкс	Максимальная тактовая частота сигнала с перекрытием окон, кГц	
				75%	50%
128	16`576	130	82,9	1158	772
1`024	189`440	185	947,2	811	541
8`192	1`970`176	241	9`850,9	624	416
65`536	19`398`656	296	96`993,3	507	338

Следовательно, для анализа сигналов с тактовой частотой более 1 МГц с применением микроконтроллеров требует значительного уменьшения размеров оконной функции.

Способ повышения быстродействия алгоритма вычисления спектра сигнала

В основе предлагаемого способа лежит алгоритм ДПФ. Предлагаемый способ оптимизации алгоритма вычисления спектра сигнала позволяет уменьшить шаг дискретизации по частоте с возможностью выбора анализируемых частот, снять ограничение на размер оконной функции и максимально увеличить перекрытие окон. Кроме того уменьшается время расчёта и, следовательно, существенно увеличивается верхняя частота исследуемого сигнала (или применение менее производительного микроконтроллера). Рассмотрим подробнее каждое свойство.

Применение табличного задания функций – широко применяемый способ повышения быстродействия. В предлагаемом способе к количеству значений в табличном представлении гармонической функции выдвигаются требования равенства длины таблицы $L = 2^J$, где J – целое число. Так как значение аргумента $\sin[nk]$ в большинстве случаев превышает значение периода, то индексом массива является остаток от деления (деление по модулю) аргумента « $n \cdot k$ » на длину таблицы L , а так как последняя равна 2^J , то данная операция представляет собой отсечение старших ($J+1$ и выше) разрядов. Таблицу целесообразно заполнить значениями функции «sin». Тогда для получения значений функции «cos» к исходному значению аргумента прибавляется четверть длины таблицы.

Использование в таблице полного периода тригонометрической функции обусловлено необходимостью экономии машинного времени. Так, если в памяти будет только четверть таблицы, то придётся добавить команды пересчёта четвертей, которые займут по 9 тактов для cos и sin.

Табличное представление гармонической функции позволяет получать значения, соответствующие кратным частотам без значительного увеличения объёма вычислений. На рис. 2 приведён пример формирования отсчётов пяти- и восьмикратных частот. Для функции «синус» используются каждый пятый и каждый восьмой отсчёт в исходном массиве значений гармонической функции. Для формирования отсчётов функции «косинус» также используются пятые и восьмые (в данном примере) значения, но их отсчёт начинается не с нулевого значения, а со значения $L/4$. Ломаной линией показан пересчёт индекса массива, в случае превышения последним максимальной длины L .

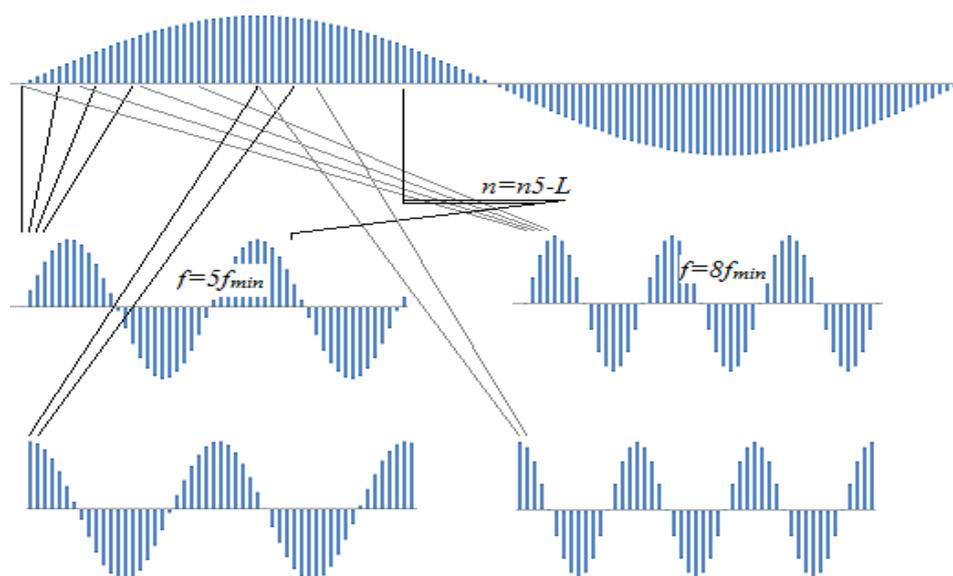


Рис.2 Формирование кратных частот на примере 5-ой и 8-ой гармоник

При выборе длины таблицы L необходимо учитывать, что её увеличение приводит к уменьшению отклонения фактического значения частоты от заданного. Значения отклонений для разных размеров таблицы L на примере 9-ой и 13-ой гармоник представлены в таблице 2.

Таблица 2

Влияние размера таблицы L на точность определения частот

Размер таблицы L	Требуемая гармоника	Требуемая кратность	Фактическая кратность	Итоговая гармоника	Отклонение	
					Абсолют- ное	Относи- тельное
128	9	14,222	14	9,143	+0,143	+1,59%
	13	9,846	10	12,8	-0,2	-1,54%
1024	9	113,778	114	8,982	-0,018	-0,19%
	13	78,769	79	12,962	-0,038	-0,29%
8192	9	910,222	910	9,002	+0,002	+0,024%
	13	630,154	630	13,003	+0,003	+0,024%

Другим «узким местом» вычисления спектральных составляющих является суммирование результатов обработки большого количества отсчётов исходного сигнала – «окна». Для решения этой проблемы предлагается применять способ скользящего суммирования. Для его реализации необходимо сохранять в оперативной памяти результаты перемножения каждого входного отсчёта на значения \cos и \sin каждой исследуемой частоты. Рассчитанные однократно суммы по квадратурным составляющим для каждой частоты равны

$$\sum_{n=0}^N s[n] \cdot \frac{\cos}{\sin}[m \cdot n]$$

Суммы, соответствующие следующей оконной функции (сдвинутой на один отсчёт), отличаются от исходной тем, что:

- прибавляется произведение для отсчёта с номером $n=N+1$;
- отсутствует произведение для отсчёта с номером $n=0$.

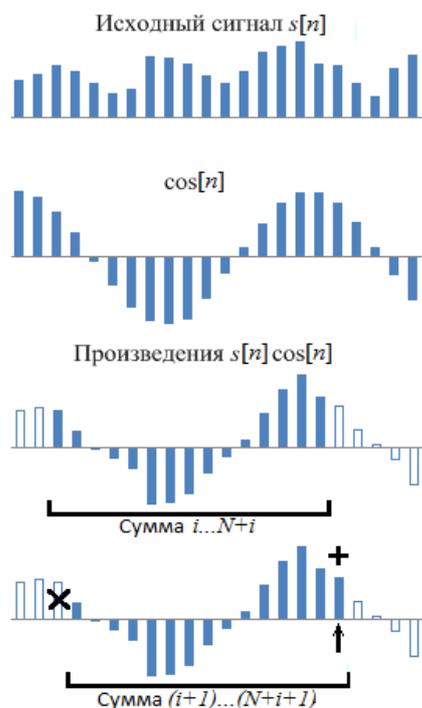


Рис.3 Формирование суммы произведений для новой оконной функции на основе аналогичной суммы для предыдущей оконной функции.

Поэтому для исключения многократного суммирования одних и тех же величин предлагается сумму, соответствующую следующему окну, рассчитывать, прибавляя к сумме, полученной в предыдущей итерации, новое произведение и вычитая произведение, соответствующее началу окна (рис. 3). Для этого все произведения должны сохраняться в массивах.

Таким образом, время вычисления каждой спектральной составляющей становится независимым от размера окна. При этом существенно возрастает потребность в оперативной памяти. 32-разрядный микроконтроллер серии STM32F4 может адресовать 1 Гбайт ОЗУ. При выделении каждому числу 8 байт (стандартный формат для чисел с плавающей запятой) то этого объёма хватит для расчёта более ста спектральных составляющих. При выборе формата с фиксированной запятой, числам можно выделять по четыре байта, что удвоит предельное количество спектральных составляющих. Данный формат подразумевает использование целых чисел, равных числителю десятичной дроби, т.е. вместо значения «0,012345» используется «12 (тысячных)», «123 (десятитысячных)» или «1234 (стотысячных)» – в зависимости от предварительно принятой точности. Аналогичный подход используется в компьютерах в файлах типа «wav». Использование целых чисел при незначительном снижении точности существенно увеличивает быстродействие микроконтроллера.

На рисунке 4 представлен алгоритм, в котором реализованы указанные выше шаги.

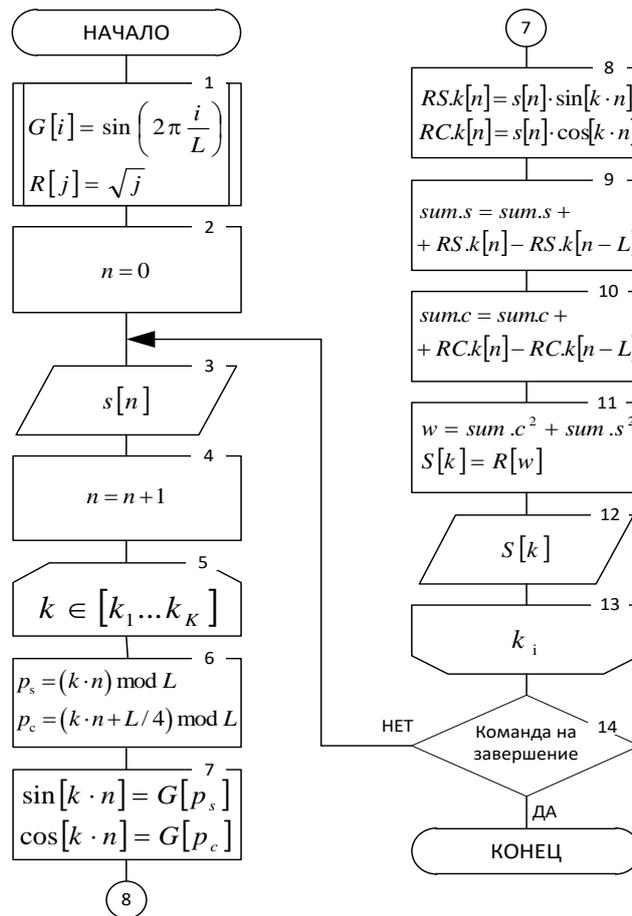


Рис.4 Алгоритм вычисления спектральных составляющих на основе предложенного способа.

В алгоритме выполняются следующие действия:

- в блоках 1 и 2 производится инициализация таблицы тригонометрических значений и функции квадратного корня, а также инициализация начального значения номера отсчёта (выполняется один раз при запуске программы);
- в блоках 3 и 4 производится загрузка очередного отсчёта входного сигнала с присвоением ему номера $(1\tau^3 + 1\tau)$;
- в блоке 5 инициализируется цикл по заданным литерам частот (2τ) ;

³ Здесь и далее символом «τ» обозначен такт работы микроконтроллера

- в блоке 6 вычисляются индексы табличных значений синуса и косинуса для заданного момента времени $[n]$ и заданной литеры частоты $[k]$ (7τ);
- в блоке 7 требуемые тригонометрические значения извлекаются из таблицы (4τ);
- в блоке 8 вычисляются произведения отсчёта сигнала на синус и косинус (квадратурные составляющие) и результаты сохраняются в оперативной памяти (8τ);
- в блоках 9 и 10 вычисляются суммы квадратурных составляющих для нового окна ($5\tau + 5\tau$);
- в блоке 11 вычисляется модуль текущей спектральной составляющей (6τ);
- в блоке 12 выполняется фиксация полученного значения спектральной составляющей во внешней памяти (1τ);
- в блоке 13 выполняется выбор следующей литеры частоты (1τ);
- в блоке 14 выполняется проверка наличия команды на завершение (если это предусмотрено конструкцией прибора). При отсутствии команды – возврат к загрузке очередного отсчёта сигнала.

Таким образом, на вычисление одной спектральной составляющей тратится 41 машинный такт. Причём длительность вычисления не зависит от размера оконной функции. Следовательно, названный выше микроконтроллер с быстродействием 200 DMIPS позволяет вычислить 5`000`000 спектральных составляющих в секунду. При тактовой частоте сигнала 5 МГц по предлагаемому алгоритму будет рассчитываться одна спектральная составляющая.

Сравним показатели быстродействия вычисления спектра. Например, для оконной функции, равной 128 отсчётам, для выполнения БПФ (по таблице 1) требуется $16^5 576$ тактов микроконтроллера. В соответствии с предлагаемого способом потребуется только $5^2 248 (41 \times 128)$ тактов, что даёт выигрыш в 3,16 раза. Аналогично, для окна, равном 1024 отсчёта, выигрыш составит 4,51 раза, а для окна, равном 8192 отсчёта, – 5,87 раза.

Дополнительные пути повышения быстродействия

Существуют способы дополнительного увеличения производительности. Условно их можно назвать программным (алгоритмическим) и аппаратным. Причём, они могут применяться одновременно.

Программный способ дополнительного повышения быстродействия

Как было отмечено выше, при частоте дискретизации 5 МГц микроконтроллер успеет вычислить только одну спектральную составляющую. Однако надо учитывать, что эта спектральная составляющая вычисляется для оконной функции с перекрытием в $(N - 1)$ отсчёт (что составляет 99,99%). Но спектральный анализ сигналов допускает меньшее перекрытие. Так, например, без потери качества можно уменьшить перекрытие до $3/4N$ отсчёта, в результате чего микроконтроллер ожидает прихода $N/4$ -ного отсчёта и находится в режиме паузы.

Возможно два варианта использования этой паузы:

– использовать для вычисления других спектральных составляющих, общим числом $N/4$. То есть спектральные составляющие на заданных частотах вычисляются последовательно и циклически.

– использовать для вычисления той же спектральной составляющей при более высокой тактовой частоте сигнала (т.е. исключить простаивание). В этом варианте предельная тактовая частота сигнала увеличивается на 33% (4/3 от исходной).

Аппаратный способ дополнительного повышения быстродействия

Кроме последовательного вычисления разных спектральных составляющих возможно параллельное аппаратное вычисление. Тогда, можно будет контролировать спектральных составляющих в несколько (по количеству микроконтроллеров) раз больше. Для этого необходимо, чтобы к исходным отсчётам одновременно имели доступ несколько микроконтроллеров. В случае применения 2÷3 микроконтроллеров указанного ранее типа, то передачу текущего значения можно организовать через имеющиеся в микроконтроллере порты (рис. 5 а). При применении бóльшего числа микроконтроллеров передачу информации целесообразно организовать через общее пространство ОЗУ, используя режим прямого доступа к памяти (рис.5 б).

В обоих случаях время вычисления незначительно увеличится за счёт выполнения команд обращения к ОЗУ.

Аппаратная реализация такого решения не должна вызывать больших затруднений, так как каждый микроконтроллерный комплект достаточно мал (как пара спичечных коробков).

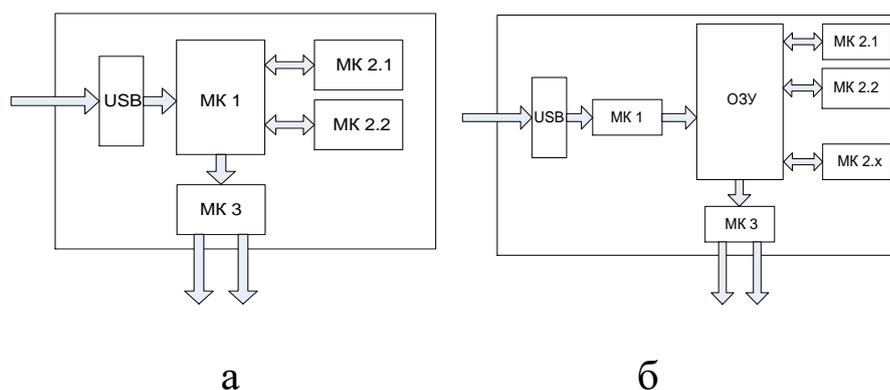


Рис.5 Варианты построения аппаратной части вычислителя для параллельного использования нескольких микроконтроллеров.

Заключение

В работе описан способ вычисления спектральных составляющих по алгоритму дискретного преобразования Фурье. Предложенный способ обладает следующими отличительными особенностями:

1. Быстродействие предложенного алгоритма не зависит от размера оконной функции. Большой размер последней снижает взаимное влияние спектральных составляющих, расположенных близко друг к другу.
2. Предложенный алгоритм позволяет вычислять спектральные составляющие в несколько (до десяти) раз быстрее, чем при вычислении по алгоритму БПФ. Выигрыш увеличивается по мере увеличения оконной функции.
3. Сетка частот, из которых выбираются частоты для анализа, определяется установками, задаваемыми при запуске программы, и не зависит от параметров оконной функции. Это позволяет повысить точность при выборе анализируемых частот.

4. Предлагаемая оптимизация может быть применена и при программировании ПЛИС ЦОС, так как для программирования последних используются семантические конструкции языков высокого уровня.

Список источников

1. Светлов Г.В., Суменков Н.А., Костров Б.В., Фокина Н.С. Применение теории дискретных сигналов, определенных на конечных интервалах, для обработки аэрокосмических изображений // Вестник Концерна ВКО "Алмаз – Антей". 2017. № Зач(22). С. 94-102.
2. Якимов В.Н., Машков А.В. Вычислительно-эффективное алгоритмическое и программное обеспечение для спектрального анализа коррелограммным методом // Доклады XXV Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение DSPA – 2023» (Москва, 29–31 марта 2023): сборник трудов. – Москва: Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, 2023. С. 110-115.
3. Альрубеи М.А., Поздняков А.Д. Оценка частоты при симметричной и несимметричной структуре спектральных компонент дискретизированного гармонического сигнала // Труды МАИ. 2023. № 129. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=173027>. DOI: [10.34759/trd-2023-129-15](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-15)
4. Подстригаев А.С., Смоляков А.В. Исследование спектра сигнала при двукратном частотном преобразовании // Труды МАИ. 2020. № 114. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=118984>. DOI: [10.34759/trd-2020-114-11](https://doi.org/10.34759/trd-2020-114-11)

5. Попов О.Б., Черников К.В., Ождихин Г.М. Точный спектральный анализ звукового сигнала // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. 2012. Т. 12. № 6. С. 122-126.
6. Овчарук В.Н., Чье Ен Ун. Применение методов спектрального анализа в многоканальных системах регистрации сигналов акустической эмиссии // Приборы. 2021. № 11 (257). С. 35-39.
7. Абрамов А.Д. Оценка параметров микрорельефов деталей машин корреляционно-спектральным анализом их изображений // Контроль. Диагностика. 2023. Т. 26. № 6 (300). С. 20-27. DOI: [10.14489/td.2023.06.pp.020-027](https://doi.org/10.14489/td.2023.06.pp.020-027)
8. Давыдов В.Т., Нежевенко Е.С. Спектральный анализ изображений в оптико-электронном процессоре // Автометрия. 1977. № 5. С. 13-17.
9. Ситникова А.Ю. Совершенствование инструментов технического анализа ценных бумаг посредством применения спектрального анализа и теории цифровой фильтрации // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2010. № 3 (23). С. 152-162.
10. Шугунов Л.Ж., Шугунов Т.Л. Исследование и анализ среднегодовой температуры на основе методов спектрального анализа и классической декомпозиции // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. 2006. № S1. С. 83-88.
11. Романова Е.Ю. Спектральный анализ дифференциального оператора с инволюцией в случае суммируемого потенциала // Евразийское Научное Объединение. 2018. № 11-1(45). С. 21-24.

12. Алиев М.Э. Спектральный анализ электроэнцефалограммы как метод исследования функциональной организации головного мозга // Научный альманах Центрального Черноземья. 2022. № 2-9. С. 111-119.
13. Агеев Ф.И. Вознюк В.В., Худик М.Ю. Повышение помехоустойчивости систем передачи данных фазоманипулированными шумоподобными сигналами в условиях действия помех с различной спектральной структурой на основе целенаправленной модификации спектра сигнала // Труды МАИ. 2021. № 118. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=158242>. DOI: [10.34759/trd-2021-118-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-118-08)
14. Вознюк В.В., Копалов Ю.Н. Исследование помехоустойчивости приема OFDM-сигналов в условиях непреднамеренных узкополосных шумовых помех // Труды МАИ. 2023. № 130. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=174611>. DOI: [10.34759/trd-2023-130-14](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-14)
15. Волчков В.П., Мирошниченко А.В. Синтез алгоритмов спектрального анализа сигналов на основе фреймов Вейля-Гейзенберга // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. 2018. Т. 18. № 4. С. 1001-1006.
16. Мусаев М.М., Кардашев М.С. Спектральный анализ сигналов на многоядерных процессорах // Цифровая обработка сигналов. 2014. № 2. С. 82-86.
17. Кабанов А.Н., Нечаев Г.И., Фоломкин Д.Н. Оперативный алгоритм спектрального анализа контролируемого процесса с помощью функций сложной формы // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2010. № 33. С. 104-107.
18. Мартюгин С.А. Практическая реализация дискретной модификации дробного преобразования Фурье, основанная на спектральном разложении оператора

дискретного преобразования Фурье // Ракетно-космическая техника. 2015. Т. 1. № 1 (5). С. 3.

19. Кошелева Д.Д., Доронина А.В. Преобразование Фурье и быстрое преобразование Фурье // Инновации. Наука. Образование. 2021. № 38. С. 626-632.

20. Пономарева Н.В. Быстрое параметрическое преобразование Фурье для спектрального анализа сигналов с высоким разрешением в заданном частотном диапазоне // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2019. Т. 9. № 1. С. 28-32.

21. Осипов О.В. Спектральный анализ дискретных сигналов с высоким частотным разрешением // Вычислительные методы и программирование. 2019. Т. 20. № 3. С. 270-282.

22. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. - М.: Высшая школа, 2000. – 462 с.

23. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи. – СПб.: Изд-во «Лань», 2009. – 592 с.

24. Ричард Лайонс. Цифровая обработка сигналов. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2007. – 656 с.

25. Солонина А.И., Улахонич Д.А., и др. Основы цифровой обработки сигналов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 768 с.

26. Кармин Новиелло. Освоение STM32. Leanpub, 2018. – 826 р.

27. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Оконные функции для гармонического анализа сигналов. - М.: Техносфера, 2014. – 112 с.

References

1. Svetlov G.V., Sumenkov N.A., Kostrov B.V., Fokina N.S. Application of the theory of discrete signals defined at finite intervals for processing aerospace images. *Vestnik Kontserna VKO "Almaz – Antei"*. 2017. No. 3 (22). P. 94-102. (In Russ.)
2. Yakimov V.N., Mashkov A.V. Computationally efficient algorithmic and software for spectral analysis by the correlogram method. *Doklady XXV Mezhdunarodnoi konferentsii «Tsifrovaya obrabotka signalov i ee primenenie DSPA – 2023»*: sbornik trudov. Moscow: Rossiiskoe nauchno-tekhicheskoe obshchestvo radiotekhniki, elektroniki i svyazi im. A.S. Popova Publ., 2023. P. 110-115.
3. Al'rubei M.A., Pozdnyakov A.D. Frequency estimation with symmetric and asymmetric structure of spectral components of a sampled harmonic signal. *Trudy MAI*. 2023. No. 129. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=173027>. DOI: [10.34759/trd-2023-129-15](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-15)
4. Podstrigaev A.S., Smolyakov A.V. Investigation of the signal spectrum with two-fold frequency conversion. *Trudy MAI*. 2020. No. 114. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=118984>. DOI: [10.34759/trd-2020-114-11](https://doi.org/10.34759/trd-2020-114-11)
5. Popov O.B., Chernikov K.V., Ozhdikhin G.M. Precise spectral analysis of a sound signal. *Fundamental'nye problemy radioelektronnogo priborostroeniya*. 2012. V. 12, No. 6. P. 122-126. (In Russ.)
6. Ovcharuk V.N., Ch'e En Un. Application of spectral analysis methods in multichannel systems for recording acoustic emission signals. *Pribory*. 2021. No. 11 (257). P. 35-39. (In Russ.)

7. Abramov A.D. Estimation of the parameters of microreliefs of machine parts by correlation-spectral analysis of their images. *Kontrol'. Diagnostika*. 2023. V. 26, No. 6 (300). P. 20-27. (In Russ.). DOI: [10.14489/td.2023.06.pp.020-027](https://doi.org/10.14489/td.2023.06.pp.020-027)
8. Davydov V.T., Nezhevenko E.S. Spectral analysis of images in an optoelectronic processor. *Avtometriya*. 1977. No. 5. P. 13-17. (In Russ.)
9. Sitnikova A.Yu. Improving the tools of technical analysis of securities through the use of spectral analysis and the theory of digital filtration. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika S.P. Koroleva (natsional'nogo issledovatel'skogo universiteta)*. 2010. No. 3 (23). P. 152-162. (In Russ.)
10. Shugunov L.Zh., Shugunov T.L. Research and analysis of the average annual temperature based on methods of spectral analysis and classical decomposition. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Severo-Kavkazskii region. Seriya: Estestvennye nauki*. 2006. No. S1. P. 83-88. (In Russ.)
11. Romanova E.Yu. Spectral analysis of a differential operator with involution in the case of a summable potential. *Evraziiskoe Nauchnoe Ob"edinenie*. 2018. No. 11-1(45). P. 21-24. (In Russ.)
12. Aliev M.E. Spectral analysis of an electroencephalogram as a method of studying the functional organization of the brain. *Nauchnyi al'manakh Tsentral'nogo Chernozem'ya*. 2022. No. 2-9. P. 111-119. (In Russ.)
13. Ageev F.I., Voznyuk V.V., Khudik M.Yu. Technique of increase of noise stability of data transmission systems with binary phase-shifted noise-type signals in the conditions of action of noises with different spectral structure. *Trudy MAI*. 2021. No. 118. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=158242>. DOI: [10.34759/trd-2021-118-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-118-08)

14. Voznyuk V.V., Kopalov Yu.N. Investigation of the noise immunity of receiving OFDM-signals in the conditions of unintentional narrowband noise interference. *Trudy MAI*. 2023. No. 130. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=174611>. DOI: [10.34759/trd-2023-130-14](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-14)
15. Volchkov V.P., Miroshnichenko A.V. Synthesis of algorithms for spectral analysis of signals based on Weyl-Heisenberg frames. *Fundamental'nye problemy radioelektronnogo priborostroeniya*. 2018. V. 18, No. 4. P. 1001-1006. (In Russ.)
16. Musaev M.M., Kardashev M.S. Spectral analysis of signals on multicore processors. *Tsifrovaya obrabotka signalov*. 2014. No. 2. P. 82-86. (In Russ.)
17. Kabanov A.N., Nechaev G.I., Folomkin D.N. Operational algorithm for spectral analysis of a controlled process using complex shape functions. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*. 2010. No. 33. P. 104-107. (In Russ.)
18. Martyugin S.A. Practical implementation of a discrete modification of the fractional Fourier transform based on the spectral decomposition of the operator of the discrete Fourier transform. *Raketno-kosmicheskaya tekhnika*. 2015. V. 1, No. 1 (5). P. 3. (In Russ.)
19. Kosheleva D.D., Doronina A.V. Fourier transform and fast Fourier transform. *Innovatsii. Nauka. Obrazovanie*. 2021. No. 38. P. 626-632. (In Russ.)
20. Ponomareva N.V. Fast parametric Fourier transform for spectral analysis of high-resolution signals in a given frequency range. *DSPA: Voprosy primeneniya tsifrovoi obrabotki signalov*. 2019. V. 9, No. 1. P. 28-32. (In Russ.)
21. Osipov O.V. Spectral analysis of discrete signals with high frequency resolution. *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye*. 2019. V. 20, No.3. P. 270-282. (In Russ.)

22. Baskakov S.I. *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly* (Radio engineering circuits and signals). Moscow: Vysshaya shkola Publ., 2000. 462 p.
23. Atabekov G.I. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki. Lineinye elektricheskie tsepi* (Theoretical foundations of electrical engineering. Linear electrical circuits). Saint Petersburg: «Lan'» Publ., 2009. 592 p.
24. Richard Laions. *Tsifrovaya obrabotka signalov* (Digital Signal Processing). Moscow: «Binom-Press» Publ., 2007. 656 p.
25. Solonina A.I., Ulakhonich D.A., et al. *Osnovy tsifrovoi obrabotki signalov* (Fundamentals of digital signal processing). Saint Petersburg: BKhV Peterburg Publ., 2005. 768 p.
26. Karmin Noviello. *Osvoenie STM32 (Mastering STM32)*, Leanpub, 2018. 826.p.
27. Dvorkovich V.P., Dvorkovich A.V. *Okonnye funktsii dlya garmonicheskogo analiza signalov* (Window functions for harmonic signal analysis), Moscow: Tekhnosfera Publ., 2014. 112 p.

Статья поступила в редакцию 07.10.2024

Одобрена после рецензирования 11.10.2024

Принята к публикации 25.02.2025

The article was submitted on 07.10.2024; approved after reviewing on 11.10.2024; accepted for publication on 25.02.2025