

УДК 621.316.729

Программная реализация системы фазовой автоподстройки частоты.

Мартиросов В.Е.*, Алексеев Г.А.**

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

**e-mail: marti_ve@mail.ru*

***e-mail: alexeevg@yandex.ru*

Аннотация

Рассматривается вопрос программной реализации цифровой системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) 2-го неидеального порядка в качестве подсистемы синхронизации демодулятора спутниковой системы связи. Приведены структурные схемы системы ФАПЧ, осуществлен синтез цифровой структуры петлевого пропорционально-интегрирующего фильтра, рассмотрена методика расчета системы ФАПЧ данного типа. Проведено тестирование разработанной системы в условиях, характерных для функционирования системы высокочастотной синхронизации демодулятора негеостационарной спутниковой связи: в канале связи присутствует аддитивный белый гауссов шум (АБГШ), отношение сигнал/шум на входе демодулятора близко к пороговому значению, частота входного сигнала смещается вследствие эффекта Доплера. Проведен анализ полученных результатов и сравнение расчетных характеристик с результатами исследования.

Ключевые слова: система ФАПЧ, квазигогерентный прием, программная реализация, цифровая часть приемника

Введение

В настоящее время широкое распространение получили цифровые системы передачи информации (ЦСПИ). В таких системах структура приемника содержит цифровую часть, в которой реализуются алгоритмы фильтрации, демодуляции, а также системы синхронизации различного уровня. В основе множества систем синхронизации, применяемых в ЦСПИ, используется система ФАПЧ. Это системы высокочастотной и тактовой синхронизации, формирующие опорные колебания на приемной стороне непосредственно по принимаемому сигналу, а также синтезаторы частот, осуществляющие формирование сетки высокостабильных колебаний задающих генераторов и гетеродинов приемника и передатчика.

Целью данной работы является исследование методов расчета цифровой системы ФАПЧ и создание ее программной реализации в целях использования как подсистемы высокочастотной синхронизации демодулятора спутниковой связи.

Система ФАПЧ

Традиционная структура системы ФАПЧ представлена на рисунке 1 [1, стр.33]. В ее состав входят: фазовый детектор (ФД), петлевой фильтр (ПФ), усилитель постоянного тока (УПТ) и петлевой генератор (ПГ).

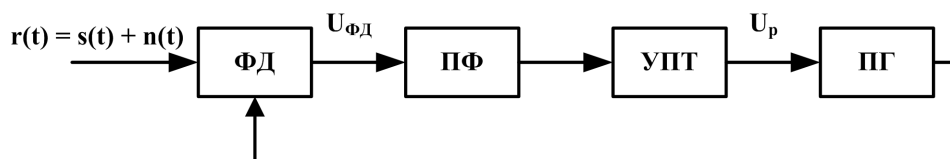


Рис. 1. Традиционная структура системы ФАПЧ

(УПТ) и подстраиваемый генератор (ПГ). Характеристики, режимы работы и основные параметры представленной системы ФАПЧ и входящих в ее состав устройств можно найти в [1]. В данной работе мы рассмотрим методику проектирования системы фазовой автоподстройки частоты, предназначенной для цифровой реализации, на примере системы ФАПЧ с пропорционально-интегрирующим фильтром (ПИФ).

Пример структуры цифровой системы ФАПЧ приведен на рисунке 2. При цифровой реализации системы ФАПЧ подстраиваемый генератор ПГ реализуется цифровым перестраиваемым генератором - ЦПГ (*NCO – numeric control oscillator*).

Коэффициент передачи перестраиваемого генератора в таком случае будет рассчитываться по формуле:

$$K_0 = 2\pi \frac{F_{\text{clk}}}{2^q} = 2\pi \frac{F_{\text{out}}}{N},$$

где F_{clk} – тактовая частота работы ЦПГ, q – разрядность ЦПГ, F_{out} – частота выходного сигнала, N – код частоты, подаваемый на вход ЦПГ. Подробное описание о принципах работы ЦПГ и его структуре можно найти в работе [2].

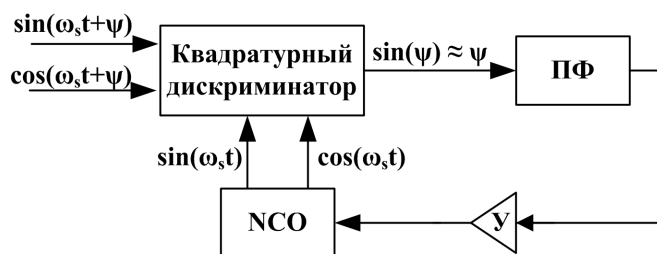


Рис. 2. Структурная схема цифровой петли ФАПЧ.

В качестве фазового детектора можно использовать квадратурный дискриминатор, который вычисляет синус разности фаз между опорным и входным сигналами:

$$\sin(\psi) = \sin(\omega_s t + \psi) \cdot \cos(\omega_s t) - \sin(\omega_s t) \cdot \cos(\omega_s t + \psi).$$

Усилитель (УПТ) реализуется операцией умножения на константу, осуществляющейся в блоке У. Структурная схема цифрового петлевого фильтра ПИФ синтезирована в следующем разделе статьи.

Методика расчета цифровой системы ФАПЧ с ПИФ

Синтез структуры цифрового фильтра ПИФ

В зависимости от требований к характеристикам система ФАПЧ может быть бесфильтровой или содержать в своей структуре петлевой фильтр (фильтр нижней частоты). В данной работе будет рассматриваться система ФАПЧ, содержащая в своем составе пропорционально-интегрирующий фильтр. В отечественной литературе подобную петлю обозначают как система 2-го неидеального порядка [1, стр.42]. В зарубежной литературе принято обозначать как систему 2-го порядка 1 типа (*second-order type 1*) с *Lag-Lead Filter passive* (ПИФ на пассивных элементах).

Структурная схема аналогового фильтра ПИФ приведена на рисунке 3 [1, стр.34].

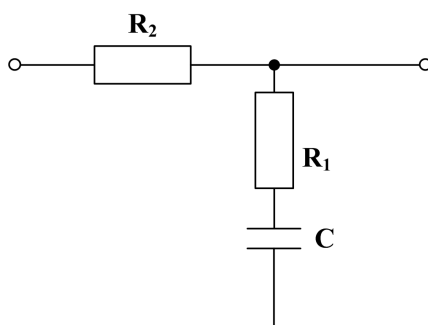


Рис. 3. Структура аналогового фильтра ПИФ.

Передаточная функция данного фильтра имеет вид [1, стр.34]:

$$K_{\text{пиф}}(p) = \frac{1+pT_1}{1+pT_2}, \quad (1)$$

где $T_2 = (R_1+R_2)C$, $T_1 = CR_2$.

Для реализации подобного фильтра в цифровом виде воспользуемся передаточной функцией (1) и с помощью аппарата теории автоматического регулирования синтезируем структуру цифрового фильтра ПИФ. Последняя представлена на рисунке 4.

Запишем передаточную функцию в виде:

$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1+pT_1}{1+pT_2},$$

и перепишем это соотношение как:

$$Y(p)+Y(p)pT_2 = X(p)+X(p)pT_1.$$

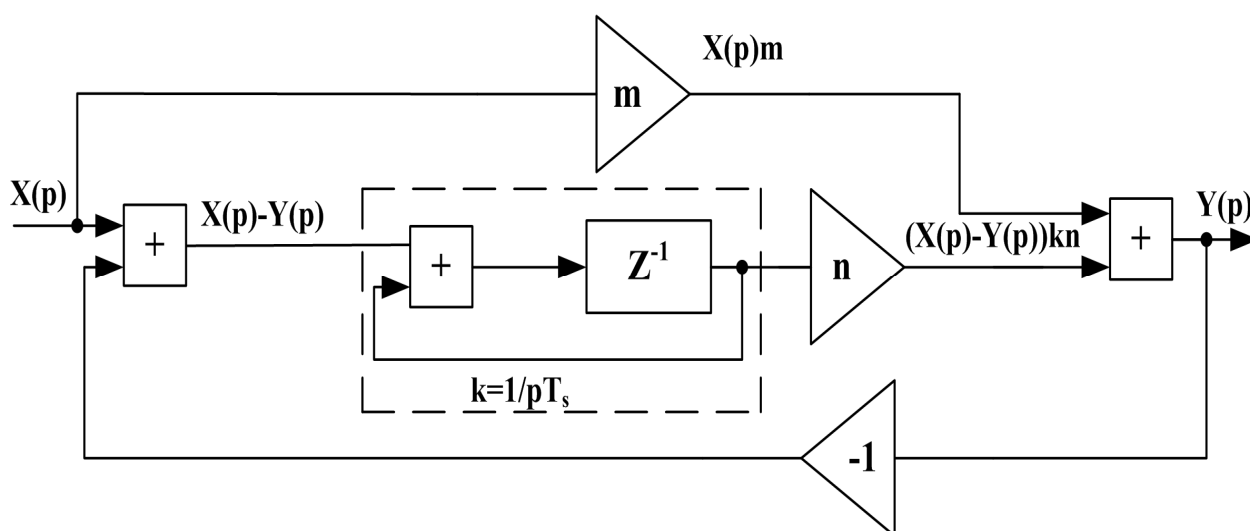


Рис. 4. Структура цифрового фильтра ПИФ.

Поделим обе части уравнения на pT_2 :

$$\frac{Y(p)}{pT_2} + Y(p) = \frac{X(p)}{pT_2} + X(p) \frac{T_1}{T_2},$$

и перегруппируем члены уравнения:

$$Y(p) = X(p) \frac{pT_1}{pT_2} + (X(p) - Y(p)) \frac{1}{pT_2}.$$

Умножим второй член правой части уравнения на дробь T_s/T_s , где T_s – интервал дискретизации:

$$Y(p) = X(p) \frac{T_1}{T_2} + (X(p) - Y(p)) \frac{1}{pT_2} \frac{T_s}{T_s}.$$

Обозначая $T_1/T_2 = m$, а $T_s/T_2 = n$, запишем окончательную формулу для цифрового ПИФ:

$$Y(p) = X(p) \cdot m + (X(p) - Y(p)) \frac{1}{pT_s} \cdot n. \quad (2)$$

Полученное уравнение описывает структуру цифрового пропорционально-интегрирующего фильтра, которая представлена на рисунке 4.

Расчет системы ФАПЧ

Рассмотрим порядок расчета параметров для системы ФАПЧ представленного типа. Для этого необходимо задаться перечнем требований, которые должна обеспечивать проектируемая система в составе цифровой системы передачи информации.

В данном случае требуется разработать систему фазовой автоподстройки частоты, выполняющую функции захвата и слежения за несущей частотой входного сигнала. Допустим, что связь в системе передачи информации осуществляется со скоростью $R_b = 600$ кбит/с. Для установления синхронизации используется

синхропреамбула длиной 128 двоичных символов. Необходимо обеспечить длительность процесса синхронизации меньше длительности преамбулы. Несущая частота на входе демодулятора имеет в начальный момент времени неопределенность в 20 кГц. Неопределенность частоты входного сигнала характерна для негеостационарной спутниковой связи и обусловлена, в первую очередь, эффектом Доплера. Сигнал в демодуляторе дискретный, с частотой дискретизации $F_s = 40$ МГц. Разрядность ЦПГ, выполняющих роль перестраиваемых генераторов, $q = 24$.

Запишем данные, требуемые для расчета системы ФАПЧ:

- Максимальная начальная частотная расстройка: $\Delta f_{\text{нач max}} = 20$ кГц.
- Максимальная частотная расстройка в течение сеанса связи: $\Delta f_{\text{max}} = 80$ кГц.
- Максимальная скорость изменения частотной расстройки: $V_{\Delta f} = 500$ Гц/с.
- Установившаяся фазовая ошибка: $\Delta \varphi_{\text{уст}} \leq 5^0 = 0.0873$ рад.
- Дисперсия фазовой ошибки: $\sigma_{\varphi}^2 \leq 0.01$ рад².
- Динамическая ошибка слежения за фазой: $\Delta \varphi_{\text{д}} \leq 2^0 = 0.0349$ рад.
- Коэффициент передачи DDS: $K_0 = 2.384$ Гц (14.98 рад/с).
- Скорость передачи информации: $R_b = 600 \cdot 10^3$ бит/с.
- Максимально допустимое время синхронизации: $T_{\text{синх}} = 128/R_b = 213$ мкс.
- Отношение сигнал/шум на входе демодулятора: $\text{SNR} = 6.31$.
- Демпинг фактор $\zeta = 0.707$.

Используя эти исходные данные осуществим расчет параметров системы ФАПЧ.

1. Вычислим максимально допустимую шумовую полосу $\Delta F_{ш \text{ ФАПЧ}}$ [3, стр. 31]:

$$\Delta F_{ш \text{ ФАПЧ}} = \sigma_{\varphi}^2 \cdot SNR \cdot R_b = 0.0076 \cdot 6.31 \cdot 600 \cdot 10^3 = 28.83 [\text{Гц}].$$

2. Вычислим собственную частоту петли ω_n [4, стр. 130]:

$$\omega_n = \frac{2\Delta F_{ш \text{ ФАПЧ}}}{\zeta + \frac{1}{4\zeta}} = \frac{2 \cdot 28.83 \cdot 10^3}{0.707 + \frac{1}{4 \cdot 0.707}} = 54.365 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right].$$

3. Вычислим величину динамической фазовой ошибки [3, стр. 54]:

$$\Delta \varphi_D = \arcsin \left(\frac{V}{\omega_n^2} \right) = \arcsin \left(\frac{500}{54.365^2 \cdot 10^6} \right) = 169.171 \cdot 10^{-9} [\text{рад}] < 0.0349 [\text{рад}].$$

4. Выберем коэффициент усиления петли на постоянном токе [1, стр. 110]:

$$\Omega_y = K_{\text{ФАПЧ}} \geq \Delta \omega_{\max} = 2\pi \Delta f_{\max} = 2\pi \cdot 80 \cdot 10^3 = 502.655 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right].$$

$$K_{\text{ФАПЧ}} \geq \frac{2\pi \Delta f_{\max}}{\sin(\varphi_{\text{уст}})} = \frac{502.655 \cdot 10^3}{\sin(0.0873)} = 5.767 \cdot 10^6 \cdot 10 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right].$$

Для удовлетворения рассчитанных выше ограничений выберем

$$K_{\text{ФАПЧ}} = 6 \cdot 10^6 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right].$$

5. Вычислим постоянную времени ПИФ T_2 [3, стр. 11]:

$$T_2 = \frac{K_{\text{ФАПЧ}}}{\omega_n^2} = \frac{6 \cdot 10^6}{54.365^2 \cdot 10^6} = 2.03 \cdot 10^{-3} [\text{с}].$$

6. Вычислим постоянную времени ПИФ T_1 [3, стр. 11]:

$$T_1 = \frac{2\zeta}{\omega_n} - \frac{1}{K_{\text{ФАПЧ}}} = 25.842 \cdot 10^{-6} [\text{с}].$$

7. Рассчитаем полосу захвата синхронного режима по частоте (англ. *Pull-in range* – полоса втягивания) [3, стр.77] и сравним с максимальной начальной частотной расстройкой:

$$\Delta\omega_{n\max} = 2\pi\Delta f_{n\max} = 2\pi \cdot 20 \cdot 10^3 = 125.664 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right];$$

$$\Omega_{3.ч.} \square K_{\Phi АПЧ} \sqrt{2 \frac{T_1}{T_2}} = 6 \cdot 10^6 \sqrt{2 \cdot \frac{25.842 \cdot 10^{-6}}{2.03 \cdot 10^{-3}}} = 957.37 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right] > 125.664 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right].$$

8. Рассчитаем величину полосы захвата синхронного режима по фазе (англ. *Lock-in range* – полоса захвата) [3, стр.70] и сравним с максимальной начальной частотной расстройкой:

$$\Omega_{3.ф.} \square K_{\Phi АПЧ} \frac{T_1}{T_2} = 6 \cdot 10^6 \cdot \frac{25.842 \cdot 10^{-6}}{2.03 \cdot 10^{-3}} = 76.38 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right] < 95.248 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right].$$

Поскольку полоса захвата синхронного режима по фазе меньше максимальной начальной частотной расстройки, то петля будет начинать работу с процесса установления синхронизации по частоте.

9. Проверим, удовлетворяют ли полученные результаты ограничению на время вхождения в синхронный режим работы.

Рассчитаем время синхронизации по фазе:

$$T_{\text{ф.син}} = \frac{3}{\Delta F_{\text{ш.}\Phi АПЧ}} = \frac{3}{28.83 \cdot 10^3} = 104.058 \cdot 10^{-6} [c].$$

Рассчитаем время синхронизации по частоте [3, стр.76]:

$$T_{\text{ч.син}} = \frac{4.2(\Delta f)^2}{\Delta F_{\text{ш.}\Phi АПЧ}^3} = \frac{4.2(20 \cdot 10^3)^2}{(28.83 \cdot 10^3)^3} = 70.108 \cdot 10^{-6} [c].$$

Данная формула является аппроксимацией и не подходит для случаев, когда начальная расстройка слишком велика (вблизи $\Omega_{3,ч.}$) или очень мала (вблизи $\Omega_{3,ф.}$). Наиболее точные результаты получаются, когда $\Delta\omega$ расположено вблизи середины интервала ($\Omega_{3,ф.}; \Omega_{3,ч.}$).

Оценим время полной синхронизации петли:

$$T_{син} = T_{ф.син} + T_{ч.син} = 174.166 \cdot 10^{-6} [с].$$

10. Проведем заключительные расчеты для определения параметра ПИФ и коэффициента передачи усилителя постоянного тока УПТ:

$$n = \frac{1}{T_2 F_s} = \frac{1}{2.08 \cdot 10^{-3} \cdot 40 \cdot 10^6} = 12.02 \cdot 10^{-6};$$

$$m = \frac{T_1}{T_2} = \frac{21.384 \cdot 10^{-6}}{2.08 \cdot 10^{-3}} = 10.282 \cdot 10^{-3};$$

$$K_y = \frac{K_{ФАПЧ}}{K_0 K_d} = \frac{6 \cdot 10^6}{14.98 \cdot 1} = 400.527 \cdot 10^3.$$

Обычно для получения требуемых характеристик ФАПЧ приходится осуществлять многократный итерационный расчет с целью поиска компромиссного результата, поскольку выбор параметров системы ФАПЧ взаимосвязан и противоречив.

Программная реализация системы ФАПЧ

На основе представленных в разделах 2 и 3 схемы цифровой системы ФАПЧ и структуры цифрового фильтра ПИФ, используя рассчитанные в разделе 3 значения параметров, была осуществлена программная реализация системы ФАПЧ.

Результаты исследований работы разработанной системы приведены в данном разделе.

Работа системы ФАПЧ по сигналу без шумов

Зададим частотную расстройку, равную 80 кГц. Временные эпюры сигналов на выходе дискриминатора и УПТ петли ФАПЧ представлены на рисунках 5 и 6 соответственно.

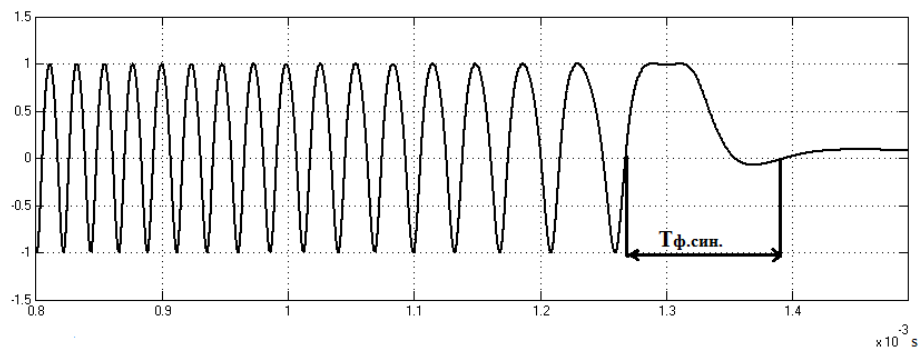


Рис. 5. Сигнал на выходе дискриминатора петли ФАПЧ при $\Delta f = 80$ кГц.

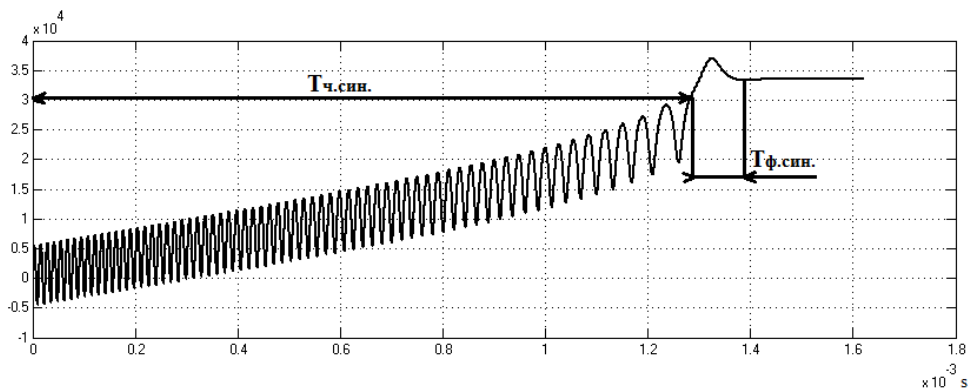


Рис. 6. Сигнал на выходе УПТ петли ФАПЧ при $\Delta f = 80$ кГц.

Полученные зависимости имеют характерное поведение для системы ФАПЧ с ПИФ. В переходном процессе наблюдаются два участка – процесс установления синхронного режима по частоте и следующий за ним процесс установления синхронного режима работы по фазе [1, стр.44]. Установившаяся на выходе

усилителя величина $N = 33554$ (код частоты смещения) соответствует заданному частотному рассогласованию:

$$\Delta f_{\vartheta} = K_0 \cdot N = 2.384 \cdot 33554 = 79993 [\Gamma\text{ц}] \approx 80 [\kappa\Gamma\text{ц}].$$

Экспериментально полученное время вхождения в синхронный режим работы с приемлемой погрешностью (11.5 %) соответствует расчетному значению:

$$T_{\text{син}} = \frac{3}{\Delta F_{\text{ш.ФАПЧ}}} + \frac{4.2(\Delta f)^2}{\Delta F_{\text{ш.ФАПЧ}}^3} = \frac{3}{28.83 \cdot 10^3} + \frac{4.2(80 \cdot 10^3)^2}{(28.83 \cdot 10^3)^3} = 1.226 \cdot 10^{-3} [\text{с}];$$

$$T_{\text{син.э}} \approx 1.385 \cdot 10^{-3} [\text{с}].$$

Зададим частотную расстройку, равную 20 кГц. Сигналы на выходе дискриминатора и усилителя петли ФАПЧ представлены на рисунках 7 и 8 соответственно.

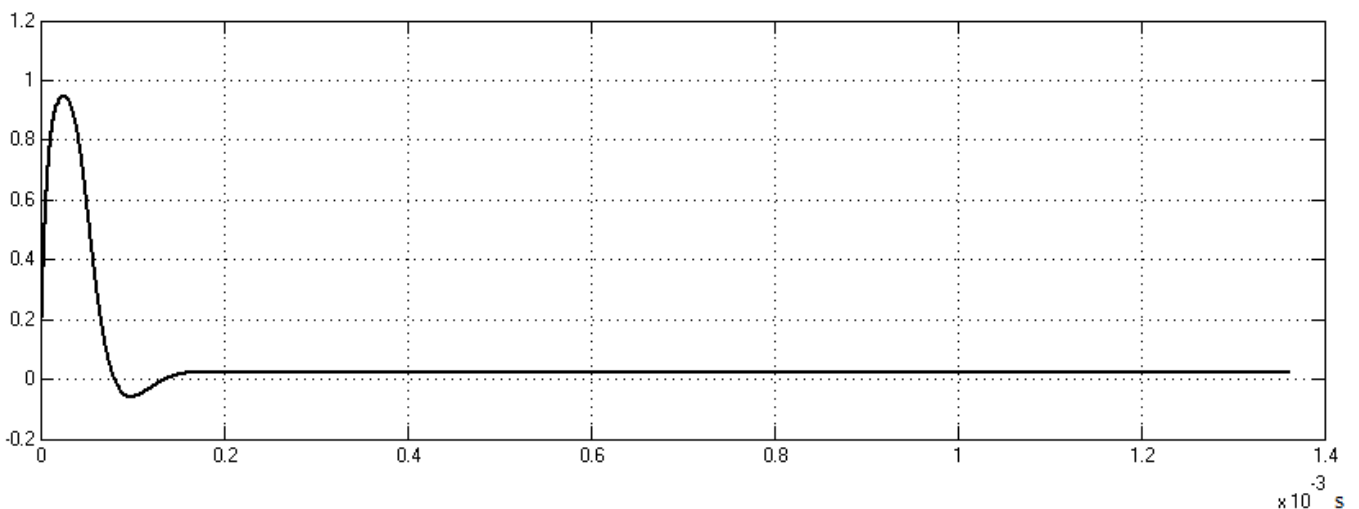


Рис. 7. Сигнал на выходе дискриминатора петли ФАПЧ при $\Delta f = 20$ кГц.

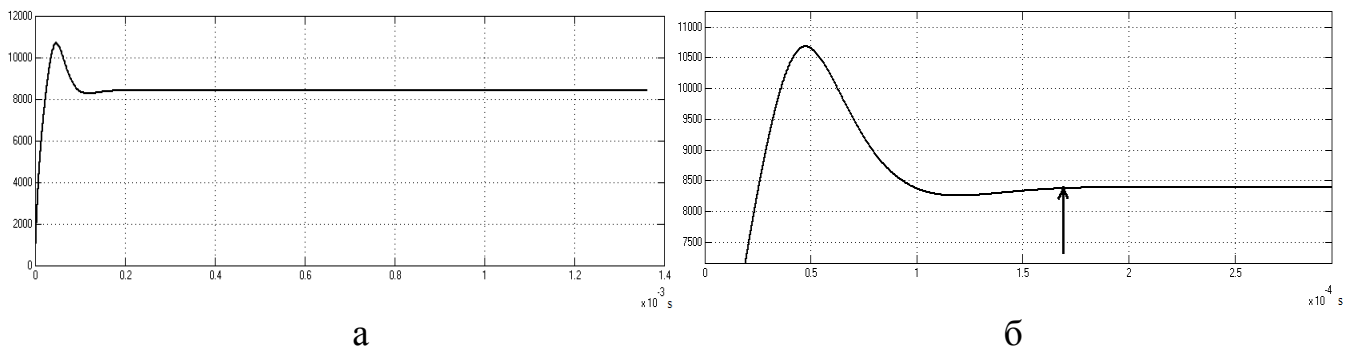


Рис. 8. Сигнал на выходе усилителя петли ФАПЧ при $\Delta f = 20$ кГц.

Установившаяся на выходе усилителя величина $N = 8388$ (код частоты смещения) соответствует заданному частотному рассогласованию:

$$\Delta f_{\text{Э}} = K_0 \cdot N = 2.384 \cdot 8388 = 19997 [\text{Гц}] \approx 20 [\text{кГц}].$$

Расчетное время установления синхронизации $T_{\text{син}} = 174.167 \cdot 10^{-6}$ с совпадает с экспериментально полученным значением $T_{\text{син.Э}} \approx 175 \cdot 10^{-6}$ с.

Работа системы ФАПЧ при наличии шума

В данном разделе представлены результаты работы системы ФАПЧ, когда в канале связи присутствует аддитивный белый Гауссовый шум (АБГШ). Битовое отношение сигнал/шум (E_b/N_0) прием равным 8 дБ (при $R_b = 600$ кбит/с). Спектр входного сигнала системы ФАПЧ формируется полосовым фильтром. В аналоговом тракте приемника присутствует система автоматической регулировки усиления (АРУ).

На рисунках 9 и 10 показаны эюры сигналов на выходе усилителя петли ФАПЧ при смещении частоты входного сигнала от номинального значения на 20 кГц и 80 кГц соответственно.

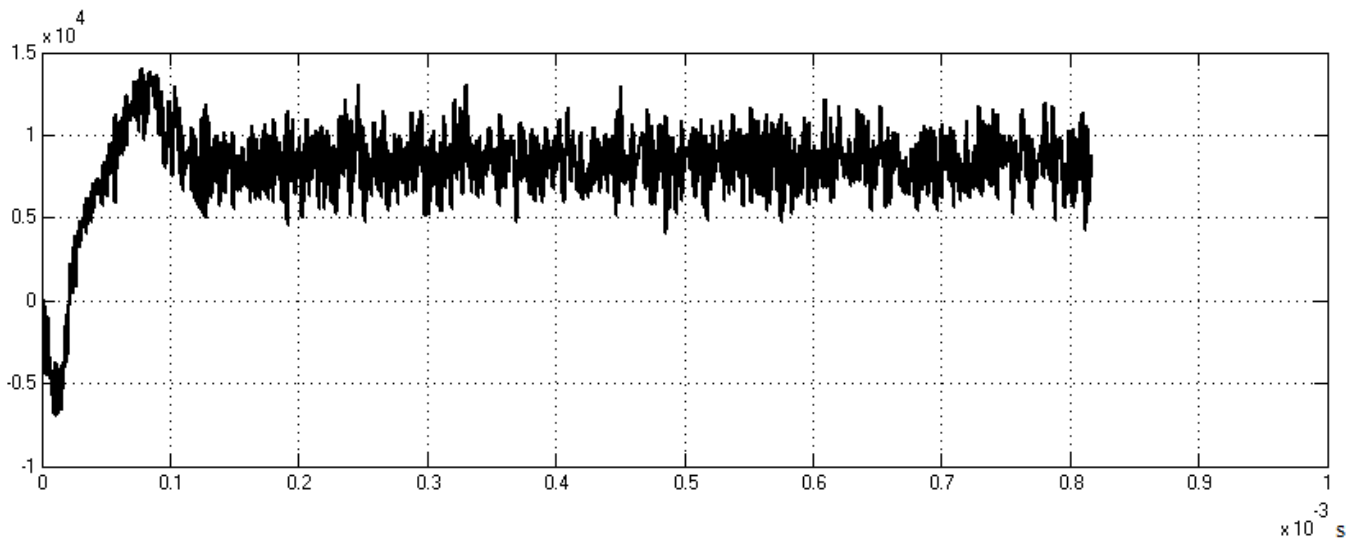


Рис. 9. Сигнал на выходе усилителя петли ФАПЧ при $\Delta f = 20$ кГц, $E_b/N_0 = 8$ дБ.

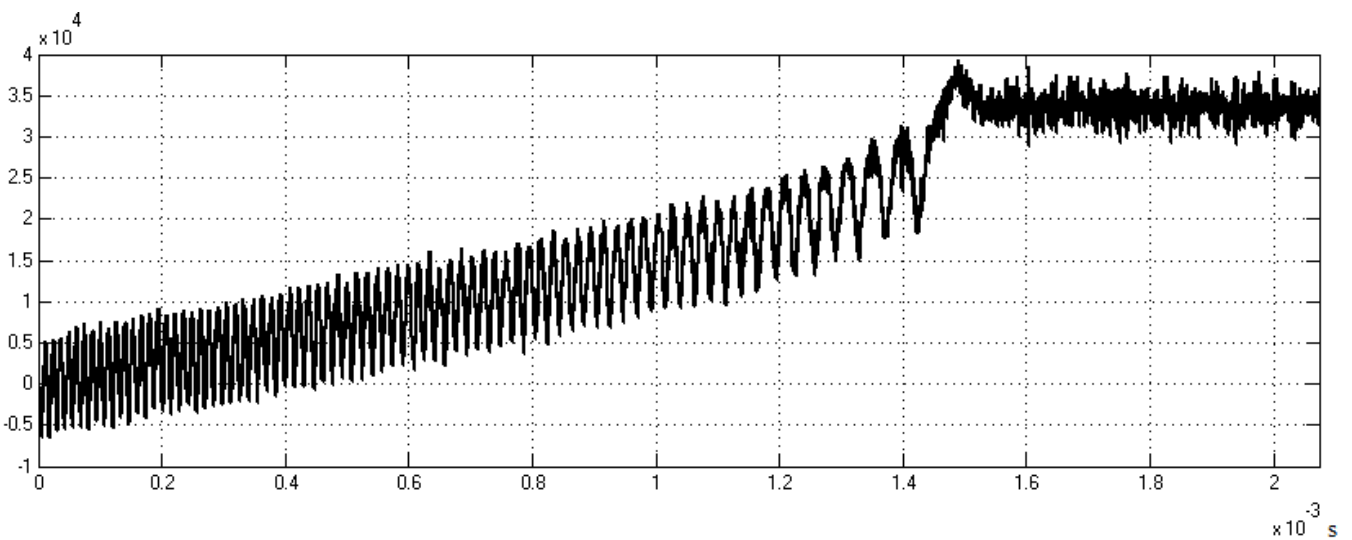


Рис. 10. Сигнал на выходе усилителя петли ФАПЧ при $\Delta f = 80$ кГц, $E_b/N_0 = 8$ дБ.

Из приведенных рисунков видно, что результаты работы системы ФАПЧ при $E_b/N_0 = 8$ дБ качественно аналогичны результатам работы системы на сигнале без шумов. За определенное время происходит захват частоты входного сигнала: сигнал ошибки в петле устанавливается на определенном уровне, соответствующем заданной расстройке по частоте. При расстройке в 20 кГц экспериментальное время синхронизации равно $T_{\text{син.Э}} \approx 175 \cdot 10^{-6}$ с, а при $\Delta f = 80$ кГц – $T_{\text{син.Э}} \approx 1.55 \cdot 10^{-3}$ с.

В таблице приведены полученные результаты исследования работы системы ФАПЧ при различных значениях начальной частотной расстройки Δf .

Таблица

Результаты исследования работы системы ФАПЧ.

Параметр	Сигнал без шумов		
	20 кГц	80 кГц	120 кГц
Δf	20 кГц	80 кГц	120 кГц
$\Delta\varphi_{уст}$	1.192^0	3.466^0	3.609^0
$T_{син.Э}$	$1.75 \cdot 10^{-4} \text{ с}$	$1.385 \cdot 10^{-3} \text{ с}$	$4.7 \cdot 10^{-3} \text{ с}$

Анализ полученных результатов свидетельствует о том, что разработанная программная реализация системы ФАПЧ работает в соответствие с рассчитанными параметрами и ее рабочие характеристики удовлетворяют предъявленным требованиям.

Выводы

В работе осуществлена разработка программно реализованной цифровой системы ФАПЧ 2-го неидеального порядка. Рассмотрена методика расчета параметров петли ФАПЧ данного типа. На основе представленной методики произведен расчет параметров системы ФАПЧ, предназначенной для высокочастотной синхронизации квазикогерентного демодулятора. Исследование программной реализации с заданными параметрами показало соответствие измеренных рабочих характеристик рассматриваемой системы ФАПЧ расчетным значениям.

Полученные результаты свидетельствуют о возможности использования рассмотренной методики для проектирования цифровой системы ФАПЧ и применения разработанной программной модели в качестве исследовательского образца или прототипа для программно-аппаратной реализации системы ФАПЧ в качестве подсистемы высокочастотной синхронизации квазикогерентного демодулятора цифровой спутниковой системы связи.

Библиографический список

- 1.Мартirosов В.Е. Оптимальный прием дискретных сигналов ЦСПИ. М.: Радиотехника, 2010. – 208 с.
- 2.Vankka J. *Direct Digital Synthesizers: Theory, Design and Applications*, Doctor`s thesis, Helsinki, Helsinki University of Technology, 2000, 133 p.
- 3.Gardner F. M. *Phaselock Techniques*, John Wiley & Sons, Inc., New Jersey 1979, 285 p.
- 4.Gardner F. M. *Phaselock Techniques*, John Wiley & Sons, Inc., New Jersey 2005, 425 p.