

УДК 629.78

Стабилизация электродинамической тросовой системы на круговой орбите

Ледков А.С.*, Соболев Р.Г.**

Самарский национальный исследовательский университет

имени академика С.П. Королева, Московское шоссе, 34, Самара, 443086, Россия

**e-mail: ledkov@inbox.ru,*

***e-mail: r.g.sobolev@ya.ru*

Статья поступила 08.07.2019

Аннотация

Рассматривается управление движением электродинамической тросовой системы, состоящей из двух материальных точек, соединенных невесомым тросом в плоскости магнитного экватора. Математическая модель построена с помощью уравнений Лагранжа второго рода. Управление силой тока ищется в виде суммы программного и стабилизирующего управлений. Показано, что в системе может быть реализован ограниченный набор программных движений на круговой орбите. С помощью теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости по первому приближению осуществлен подбор параметров закона стабилизирующего управления. Проведено численное моделирование, подтверждающее эффективность предлагаемого закона управления.

Ключевые слова: электродинамическая тросовая система, уравнения Лагранжа, дипольная модель, метод Ляпунова, стабилизирующее управление.

Введение

Наличие прочных материалов позволяет уже сегодня создавать на орбите протяженные космические тросовые системы, которые могут использоваться для решения широкого круга практических задач, подробный обзор которых можно найти в работах [1-5]. Часть из проектов подразумевает стабилизацию космической тросовой системы в определенном положении. Например, это нужно для создания орбитального лифта [4, 6], переводимых во вращение систем вывода грузов на орбиту [7, 8], систем дистанционного зондирования Земли [1], орбитальных интерферометров с большой базой [9], систем буксировки массивных КА [10]. Осуществить стабилизацию можно за счет использования размещенных на соединенных тросом телах реактивных двигателей, за счет управляемого изменения длины троса, либо за счет взаимодействия проводящего ток троса с электромагнитным полем Земли. В данной работе рассматривается стабилизация с помощью управления током электродинамической тросовой системы.

В основе проектов электродинамических тросовых систем, лежит идея использования взаимодействия текущего по тросу тока с электромагнитным полем Земли. На одном из концов тросовой системы устанавливается коннектор, который собирает электроны из окружающего пространства (коллектор). А на противоположном конце троса - устройство выброса электронов в окружающее пространство (электронная пушка). Проводящий трос замыкает находящиеся на различных высотах слои ионосферы с разной концентрацией заряженных частиц.

Концентрация заряженных частиц в тросе стремиться к равновесному состоянию, что создает движение электронов. Накапливаясь на коллекторе, электроны стекают по тросу к электронной пушке, где высвобождаются в окружающее пространство. Далее, движение электронов продолжается по силовым линиям к магнитному полюсу Земли, где находится слой ионосферы высокой проводимости. При достижении этого слоя электроны возвращаются на свою первоначальную высоту, и движутся от полюса к коллектору. Таким образом получается замкнутая электрическая цепь [1]. При пропускании тока по тросу, со стороны магнитного поля на трос будет действовать распределенная сила Лоренца, которую можно использовать для управления движением космической тросовой системы.

Вопросам динамики и управления тросовых систем в научной литературе уделяется большое внимание. В работах [11, 12] дан довольно подробный анализ режимов управляемого движения космической тросовой системы с тросом переменной длины на эллиптической орбите. В случае учета влияния электродинамических сил тросовая система демонстрирует более сложное поведение [13]. В работе [14] с помощью асимптотических методов исследуется возмущенное движение электродинамической тросовой системы с постоянным током на эллиптической орбите. Авторами были найдены периодические решения для маятниковых колебаний троса. В работе [15] предложен алгоритм поиска еще более сложных периодических решений системы с учетом поперечных колебаний троса. Исследование поперечных колебаний с помощью многоточечной модели было проведено в работе [16]. В этой работе, авторами показана возможность

демпфирования колебаний троса с помощью силы Ампера и предложен закон управления силой тока и длиной троса. Еще более сложная модель троса, учитывающая нагрев, изгиб и растяжение электродинамического троса, применялась в работе [17]. Было предложено управление колебаниями троса, основанное на гамильтониане системы, и проведено сравнение с другими законами управления. В работе [18] рассматривается задача сворачивания и разворачивания троса, где управление током применялось совместно с управлением натяжением троса. В работе [19], исследовалось использование управление током совместно с управлением маневровыми двигателями при решении задач транспортировки. В статье [20] приводится закон управления силой тока релейного типа, позволяющий перевести тросовую систему во вращение. Рассмотренные работы показали, что электродинамические тросы могут использоваться для решения транспортных задач на орбите, однако пропускание по тросу даже постоянного тока приводит к существенному усложнению динамики системы.

Анализ литературы показывает, что изменение силы тока в проводящем тросе является эффективным способом управления относительным движением космической тросовой системы. Между тем, электродинамические силы оказывают заметное влияние и на движение центра масс системы, например, существуют проекты уборки космического мусора с помощью короткого электродинамического троса [21]. В работе [22] проводится анализ эффективности применения электродинамического троса для орбитальных маневрирования. Поэтому, интересной является задача поиска закона управления силой тока, обеспечивающего

одновременно требуемый режим движения центра масс системы и требуемый режим движения троса относительно центра масс.

Целью работы является поиск закона управления силой тока электродинамической космической тросовой системы, обеспечивающей стабилизацию космической тросовой системы в некотором стационарном состоянии на круговой орбите. Будет разработана математическая модель, описывающая движение системы. Найдены стационарные положения электродинамической тросовой системы. С помощью метода, описанного В.В. Александровым в [23], будет найдено управление, обеспечивающее асимптотическую устойчивость стационарного движения. Для проверки найденного управления будет проведено численное моделирование.

Математическая модель

Рассмотрим движение космической тросовой системы в электромагнитном поле Земли. Введем ряд допущений: будем считать, что движение системы происходит в плоскости магнитного экватора; для моделирования электромагнитного поля Земли будем использовать модель прямого диполя [1]; трос будем рассматривать как токопроводящий невесомый неупругий стержень, а соединенные тросом космические аппараты – как материальные точки (рисунок 1).

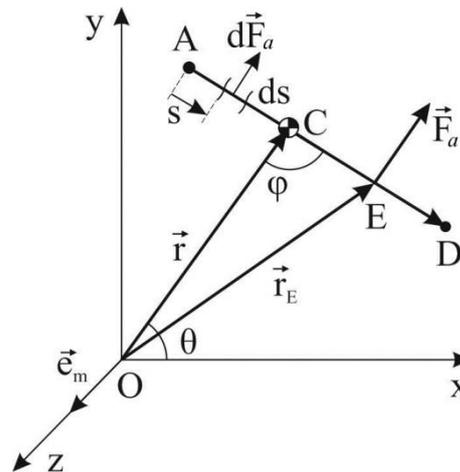


Рисунок 1 Механическая система

Уравнения движения получим с помощью уравнений Лагранжа второго рода.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i. \quad (1)$$

Здесь $L = T - \Pi$ – функция Лагранжа, T – кинетическая энергия, Π – потенциальная энергия, q_i – обобщенные координаты, Q_i – обобщенные силы, обусловленные взаимодействием проводящего троса с электромагнитным полем Земли. В качестве обобщенных координат q_i примем угол отклонения троса от местной вертикали φ , радиус орбиты r и угол истинной аномалии θ несущего спутника А (рисунок 1).

Кинетическая энергия системы представляется выражением [7]

$$T = \frac{m_A}{2} V_A^2 + \frac{m_B}{2} V_B^2, \quad (2)$$

где V_i – скорость i -го космического аппарата, и m_i – масса i -го космического аппарата. В векторном виде скорости космических аппаратов записываются

$$\vec{V}_A = \dot{\vec{r}} + \dot{\vec{\theta}} \times \vec{r} + \dot{\vec{\varphi}} \times \vec{CA}, \quad \vec{V}_B = \dot{\vec{r}} + \dot{\vec{\theta}} \times \vec{r} + \dot{\vec{\varphi}} \times \vec{CB}, \quad (3)$$

где $CA = m_B m^{-1} l$, $CB = m_A m^{-1} l$, $m = m_A + m_B$ – масса космической тросовой системы, l – длина троса. Потенциальная энергия системы записывается в виде

$$\Pi = -\frac{\mu m_A}{|\vec{r} + \vec{CA}|} - \frac{\mu m_B}{|\vec{r} + \vec{CB}|}, \quad (4)$$

где μ – гравитационная постоянная (рисунок 1).

Подставим (2) и (4) в (1) и разрешим полученную систему уравнений относительно вторых производных.

$$\ddot{\varphi} = \frac{m Q_\varphi}{l^2 m_A m_B} + \frac{2 \dot{r} \omega}{r} - \frac{3 l \mu m_\Delta \sin \varphi (5 \cos^2 \varphi - 1)}{2 m r^4} + \frac{Q_\varphi - Q_\theta}{m r^2} - \frac{3 \mu \sin \varphi \cos \varphi}{r^3}, \quad (5)$$

$$\ddot{r} = -\frac{3 l^2 m_A m_B \mu (3 \cos(2\varphi) + 1)}{4 m^2 r^4} + \frac{Q_r}{m} - \frac{\mu}{r^2} + r \omega^2, \quad (6)$$

$$\dot{\omega} = \frac{3 l^2 m_A m_B \mu \sin(2\varphi)}{2 m^2 r^5} + \frac{Q_\theta - Q_\varphi}{m r^2} - \frac{2 \dot{r} \omega}{r}, \quad (7)$$

где $m_\Delta = m_A - m_B$, $\omega = \dot{\theta}$.

Для вычисления обобщенных сил воспользуемся выражением [24]

$$Q_i = \vec{F}_a \cdot \frac{\partial \vec{r}_E}{\partial q_i}, \quad (8)$$

где \vec{F}_a – электродинамическая сила, действующая на трос, $\vec{r}_E = \vec{r} + \vec{CE}$ – радиус вектор точки приложения этой силы. Для вычисления электродинамической силы найдем сначала силу Ампера, действующую на бесконечно малый участок троса $d\vec{s}$

$$d\vec{F}_a = I d\vec{s} \times \vec{B}, \quad (9)$$

здесь I – сила тока, \vec{B} – вектор магнитной индукции. Для описания которого воспользуемся моделью диполя [1]. Поскольку рассматриваемая тросовая система

движется в плоскости магнитного экватора, вектор магнитной индукции \vec{B} направлен параллельно оси диполя OZ (рисунок 1) и определяется выражением

$$\vec{B} = \mu_m \vec{e}_m R^{-3} \quad (10)$$

где $\mu_m = 8 \cdot 10^6$ Тл км³ – магнитный момент Земного диполя, \vec{e}_m – единичный вектор направленный вдоль оси диполя, \vec{R} – радиус вектор точки для которой вычисляется вектор магнитной индукции. Для точек троса можно записать

$$B(s) = \frac{\mu_m}{(r^2 - 2sr \cos \varphi + s^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (11)$$

где s – расстояние от центра масс до рассматриваемой точки. Поскольку отношение s/r является малой величиной, упростим выражение путем разложения знаменателя в ряд в окрестности нуля и отбросим члены больше второго порядка включительно

$$B(s) = \mu_m r^{-3} (1 + 3sr^{-1} \cos \varphi). \quad (12)$$

Пусть \vec{F}_a – равнодействующая сила Ампера, действующая на трос:

$$F_a = I \int_{-AC}^{CB} B(s) ds = \frac{Il\mu_m}{r^3} \left(1 + \frac{3lm_A \cos \varphi}{2rm} \right), \quad (13)$$

где $AC = lm_B m^{-1}$, $CB = lm_A m^{-1}$. При протекании тока в тросе, электродинамическая сила \vec{F}_a будет создавать относительно несущего спутника момент $\vec{M}_a = \overline{AE} \times \vec{F}_a$.

Поскольку вектора \overline{AE} и \vec{F}_a перпендикулярны, получим для плеча АЕ

$$CE = \frac{M_a}{F_a} = \frac{l(2l(m_A^2 - m_A m_B + m_B^2) \cos \varphi + r(m_A^2 - m_B^2))}{m(3l(m_A - m_B) \cos \varphi + 2rm)}. \quad (14)$$

где $M_a = I \int_{-AC}^{CB} sB(s)ds$. Из (14) следует, что точка приложения электродинамической силы будет находится не на середине троса, а зависит от отклонения троса от местной вертикали.

Подставляя (13) и (14) в (8) получим выражения для обобщенных сил

$$Q_\varphi = \frac{Il^2 \mu_m (2l(m_A^2 - m_A m_B + m_B^2) \cos \varphi + r(m_A^2 - m_B^2))}{2m^2 r^4} \quad (15)$$

$$Q_r = \frac{Il \mu_m}{r^3} \left(1 + \frac{3lm_A \cos \varphi}{2rm} \right) \sin \varphi, \quad (16)$$

$$Q_\theta = \frac{Il \mu_m (lr(m_A^2 - m_B^2)(1 - 3\cos^2 \varphi) + 2(l^2(m_A^2 - m_A m_B + m_B^2) - m^2 r^2))}{8m^2 r^4} \quad (17)$$

Система уравнений (5)-(7) после подстановки в нее обобщенных сил (15)-(17) описывает движение космической тросовой системы с электродинамическим тросом.

Управление

Для получения требуемого движения системы воспользуемся методом, описанным Александровым В. В. в его работе [24]. Сначала выбирается программное управление, обеспечивающее требуемое (программное) движение системы. Далее определяется стабилизирующее управление, обеспечивающее асимптотическую устойчивость программного движения. Таким образом, использование полученного управления позволяет достичь наперед выбранное движение или положение для системы. Поскольку управление движением системы

осуществляется с помощью изменения силы тока I , будем искать управление в виде суммы $I = I_p + I_s$, где I_p - программная сила тока, обеспечивающее программное движение, I_s - стабилизирующее управление.

Рассмотрим задачу стабилизации космической тросовой системы на круговой орбите. В этом случае программное движение имеет вид

$$\varphi = \varphi_p, \dot{\varphi} = 0, r = r_p, \dot{r} = 0, \omega = \omega_p, \quad (18)$$

где φ_p, r_p, ω_p - некоторые константы. В силу того, что заданные уравнениями (15)-(17) обобщенные силы Q_φ, Q_θ, Q_r зависят от одного управляемого параметра I , невозможно с помощью управления I_p обеспечить произвольное программное движение вида (18) и реализуем лишь ограниченный набор вариантов.

Реализуемые программные движения. Подставим в уравнения (5)-(7) обобщенные силы (15)-(17) и программные движения (18), из уравнения (7) получим

$$\frac{(I_p \mu_m (3l m_\Delta \cos \varphi_p + 2r_p m) - 6\mu l m_A m_B \sin \varphi_p) l \cos \varphi_p}{2m r_p^5} = 0, \quad (19)$$

Откуда следует, что либо $\varphi_p = \pm \pi / 2$, либо

$$I_p = \frac{6\mu m_A m_B l \sin \varphi_p}{\mu_m (3l m_\Delta \cos \varphi_p + 2r_p m)}. \quad (20)$$

В первом случае при подстановке $\varphi_p = \pm \pi / 2$ в уравнения (5), (6) получаем

$$I_p = \pm \frac{3\mu m_A m_B l}{\mu_m m r_p}, \quad \omega_p = \sqrt{\frac{\mu}{r_p^3} + \frac{3\mu m_A m_B l^2}{2m^2 r_p^5}}. \quad (21)$$

Во втором случае подстановка программной силы тока (20) в уравнение (5) дает

$$(x^3 + bx^2 + cx + d) \sin \varphi_p = 0, \quad (22)$$

$$\text{где } x = \cos \varphi_p, \quad b = \frac{2}{5m_\Delta} \left(\frac{8mr_p}{3l} - \frac{lm_A m_B}{mr_p} \right), \quad c = \frac{4}{15m_\Delta^2} \left(\frac{m^2 r_p^2}{l^2} - 7m_A^2 + 6m_A m_B - 7m_B^2 \right),$$

$d = -\frac{4mr_p}{15m_\Delta^2 l}$. Решению $\varphi_p = \pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$, соответствуют

$$I_p = 0, \quad \omega_p = \sqrt{\frac{\mu}{r_p^3} + \frac{3\mu m_A m_B l^2}{m^2 r_p^5}}. \quad (23)$$

Кубический полином в (22) имеет три корня, но только один из них принадлежит отрезку $[-1; 1]$ и соответствует физически реализуемому движению

$$x = \cos \varphi_p = \frac{(12\sqrt{12p^3 + 81q^2} - 108q)^{2/3} - 12p}{(12\sqrt{12p^3 + 81q^2} - 108q)^{1/3}} - \frac{b}{3},$$

где $p = c - b^2/3$, $q = 2b^3/27 - cb/3 + d$, откуда

$$\varphi_p = \arccos \left(\frac{(12\sqrt{12p^3 + 81q^2} - 108q)^{2/3} - 12p}{(12\sqrt{12p^3 + 81q^2} - 108q)^{1/3}} - \frac{b}{3} \right). \quad (24)$$

Подставляя программную силу тока (20) в уравнение (6), получаем

$$\omega_p = \sqrt{\frac{\mu}{r_p^3} + \frac{3\mu m_A m_B l^2 (5\cos^2 \varphi_p - 3)}{2m^2 r_p^5}}. \quad (25)$$

Таким образом, для любого заданного радиуса круговой орбиты r_p существует пять положений электродинамической тросовой системы, в которых отсутствуют относительные колебания троса ($\dot{\varphi} = 0$): $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\varphi = \pi$, и положение

(24). Соответствующие пять наборов программных движений могут быть реализованы с помощью постоянной программной силы тока I_p .

Стабилизирующее управление. Будем искать стабилизирующее управление в виде линейного закона изменения тока от величин отклонений обобщенных координат от программного движения.

$$I_s = k_1(r - r_p) + k_2(\dot{r} - \dot{r}_p) + k_3(\varphi - \varphi_p) - k_4(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_p) + k_5(\omega - \omega_p), \quad (26)$$

здесь k_i – постоянные коэффициенты управления. Для того чтобы найти эти коэффициенты управления перейдем к уравнениям в отклонениях. Введем замену переменных

$$r = r_p + z_1, \quad \dot{r}(t) = z_2, \quad \varphi = \varphi_p + z_3, \quad \dot{\varphi} = z_4, \quad \omega = \omega_p + z_5. \quad (27)$$

и приведем уравнения (5)-(7) к уравнениям первого порядка. После линеаризации полученные уравнения можно записать в матричном виде

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{M} \mathbf{z}, \quad (28)$$

где \mathbf{z} – это вектор-столбец отклонений, а \mathbf{M} – постоянная матрица коэффициентов, зависящая от параметров системы, программного движения и коэффициентов закона управления. Элементы этой матрицы не приводятся здесь ввиду громоздкости.

Чтобы программное движение было асимптотически устойчивым, постоянные коэффициенты k_i будем подбирать так, чтобы собственные числа матрицы \mathbf{M} удовлетворяли условию теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости по первому приближению [25], то есть, чтобы все корни характеристического

уравнения матрицы \mathbf{M} имели отрицательную вещественную часть. При выборе коэффициентов управления нужно принимать во внимание предельно допустимую силу тока. Аналитическое определение границ зоны асимптотической устойчивости в пространстве параметров закона управления является сложной задачей, однако набор коэффициентов закона управления, обеспечивающий отрицательность вещественной части корней характеристического уравнения, может быть найден численно методом случайного перебора.

Численное моделирование

Рассмотрим стабилизацию космической тросовой системы в вертикальном положении на круговой орбите. Тросовая система могла, например, использоваться для решения задачи вывода груза на орбиту [7]. Пусть изначально она двигалась по круговой орбите на высоте 180 км, однако после осуществления маневра ее высота упала на 2 км, и трос стал совершать колебания с амплитудой 0.3 рад около местной вертикали. Для численных расчетов примем следующие параметры системы: массы концевых тел $m_A = 6000$ кг и $m_B = 250$ кг, длина троса $l = 50$ км, максимально допустимая по модулю сила тока 20А. Требуемое программное движение

$$\varphi_p = 0, \dot{\varphi}_p = 0, r_p = 6551000\text{м}, \dot{r}_p = 0, \omega_p = 1.1907 \cdot 10^{-3}\text{с}^{-1} \quad (29)$$

согласно формуле (23) обеспечивается программной силой тока $I_p = 0$. В начальный момент времени система имеет следующие параметры:

$$\varphi_0 = 0.3\text{рад}, \dot{\varphi}_0 = 0, r_0 = 6549000\text{м}, \dot{r}_0 = 0, \omega_0 = 1.1906 \cdot 10^{-3}\text{с}^{-1}. \quad (30)$$

Стабилизирующее управление будем искать в виде (26). С помощью системы уравнений (5)-(7) проведем численное моделирование без стабилизирующей силы тока, чтобы оценить максимальные отклонения обобщенных координат от программного движения на начальном этапе. Используя эти значения можно определить интервалы, внутри которых должны лежать коэффициенты управления k_i , чтобы суммарная сила тока не превысила допустимого значения 20А. Выбирая случайным образом значения коэффициентов из этих диапазонов и вычисляя собственные значения матрицы \mathbf{M} , подберем набор коэффициентов, для которого действительные части всех собственных значений меньше нуля:

$$k_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ А/м}, k_2 = -1.3 \text{ Ас/м}, k_3 = -1 \text{ А/рад}, k_4 = -4000 \text{ Ас/рад}, k_5 = 200 \text{ Ас/рад}.$$

На рисунках 2-4 показаны зависимости отклонений радиус вектора центра масс системы r , угла отклонения от местной вертикали φ и угловой скорости ω от их программных значений, полученные в результате интегрирования исходной системы уравнений (5)-(7). Видно, что с течением времени отклонения асимптотически стремятся к нулю. Зависимость силы тока от времени показана на рисунке 5. Сила тока не превышает предельных значений.

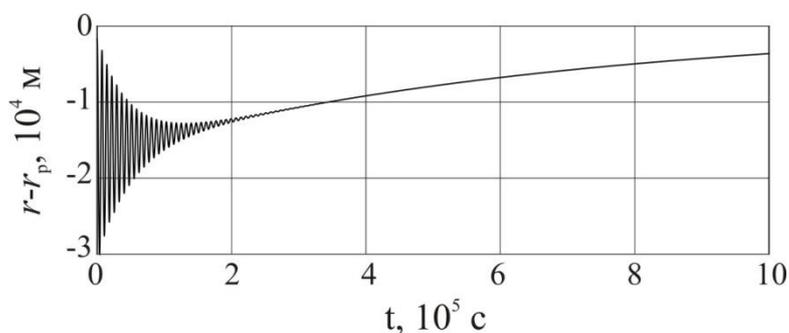


Рисунок 2 Отклонение радиуса центра масс от программного движения

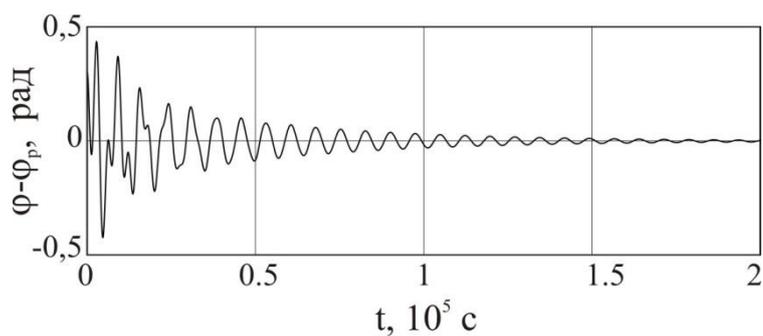
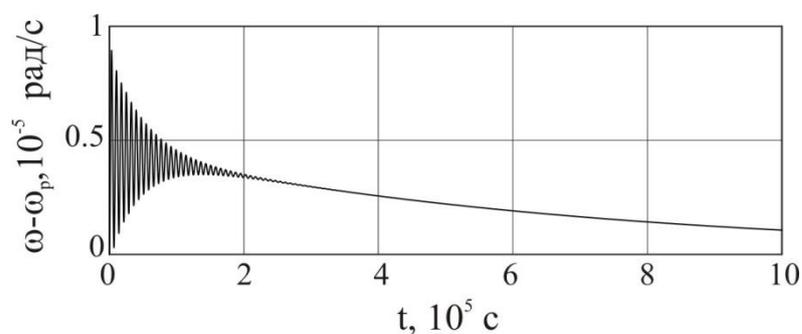
Рисунок 3 Отклонение угла φ от программного движения

Рисунок 4 Отклонение угловой скорости от программного движения

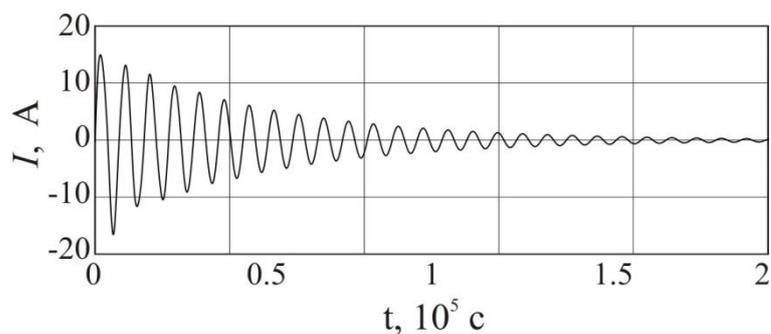


Рисунок 5 Зависимость силы тока от времени

Анализируя графики, показанные на рисунках 2-4, можно отметить, что амплитуды колебаний затухают на интервале $20 \cdot 10^5$ с, после чего графики довольно медленно

стремятся к нулю. Это связано с тем, что по мере приближения к программным значениям величина силы тока стабилизирующего управления (26) стремится к нулю. Для решения этой проблемы можно по мере приближения силы тока к нулю перевыбирать коэффициенты управления с учетом текущих амплитуд колебаний обобщенных координат.

Заключение

В данной работе была рассмотрена задача стабилизации электродинамической тросовой системы за счет изменения сила тока. С помощью уравнений Лагранжа второго рода были получены уравнения, описывающие плоское движение системы в плоскости магнитного экватора. Управление ищется в виде суммы программного и стабилизирующего управления. Было показано, что в системе может быть реализован ограниченный набор программных движений на круговой орбите. Было найдено программное и стабилизирующее управление. С помощью теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости по первому приближению осуществлен подбор параметров закона стабилизирующего управления. Проведено численное моделирование, подтверждающее эффективность предлагаемого закона управления. Результаты работы могут быть использованы при подготовке космических программ, подразумевающих использование электродинамических тросовых систем на круговой орбите.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-31-20058.

Библиографический список

1. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. - М.: Наука, 1990. - 336 с.
2. Aslanov V.S., Ledkov A.S. Dynamics of tethered satellite systems, Cambridge, Woodhead Publishing, 2012, 331 p.
3. Cosmo M.L., Lorenzini E.C. Tethers in space handbook, Cambridge, Smithsonian Astrophysical Observatory, 1998, 256 p.
4. Aslanov V.S., Ledkova T.A. Modelling the reusable space transport system for small payloads delivery // Journal of Physics: Conference Series, 2018, vol. 1050 (012004), no. 1, pp. 1 – 7, available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1050/1/012004/pdf>
5. Пикалов Р.С., Юдинцев В.В. Обзор и выбор средств увода крупногабаритного космического мусора // Труды МАИ. 2018. № 100. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=93299>
6. Родников А.В. О положениях равновесия груза на тросе, закрепленном на гантелевидной космической станции, движущейся по круговой геоцентрической орбите // Космические исследования. 2006. Т. 44. № 1. С. 62 - 72.
7. Ледков А.С., Соболев Р.Г. Математическое моделирование движения космической тросовой системы с надувным шаром-баллоном при выводе

космического аппарата на орбиту // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2018. Т. 52. С. 63 - 74.

8. Ziegler S.W., Cartmell M.P. Using motorized tethers for payload orbital transfer // Journal of Spacecraft and Rockets, 2001, vol. 38, no. 6, pp. 90 - 913.

9. Lorenzini E.C., Bombardelli C. Participation in the Analysis of the Far-Infrared/Submillimeter Interferometer, Cambridge, Smithsonian Institution Astrophysical Observatory, 2005, 33 p.

10. Асланов В.С., Юдинцев В.В. Тросовая буксировка объекта космического мусора с полостью, заполненной жидкостью // Труды МАИ. 2017. № 97. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=87150>

11. Купреев С.А. Метод формирования оптимальных режимов управляемого движения тросовых систем при решении практических задач // Труды МАИ. 2015. №. 84. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=63053>

12. Купреев С.А. Условия существования предельных циклов у динамической системы движения связанных объектов на эллиптической орбите // Труды МАИ. 2016. № 88. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=69696>

13. Sanmartin J.R., Lorenzini E.C., Martinez-Sanchez M. Electrodynamic Tether Applications and Constraints // Journal of Spacecraft and Rockets, 2010, vol. 47, no. 3, pp. 442 - 456.

14. Pelaez J., Lorenzini E.C., Lopez-Rebollal O., Ruiz M. A new kind of dynamic instability in electrodynamic tethers // Advances in the Astronautical Sciences, 2000, vol. 105, pp. 1367 - 1386.

15. Ruiz M., Lorenzini E.C., Cosmo M.L. Two-Bar Model for the Dynamics and Stability of Electrodynamic Tethers // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, vol. 25, no. 6, pp. 1125 - 1135.
16. Williams P. et al. Libration Control of Flexible Tethers Using Electromagnetic // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, vol. 27, no. 5, pp. 882 - 897.
17. Li G., Zhu Z.H., Meguid S.A. Libration and transverse dynamic stability control of flexible bare electrodynamic tether systems in satellite deorbit // Aerospace Science and Technology, 2016, vol. 49, pp. 112 - 129.
18. Williams P., Blanksby C., Trivailo P. The Use of Electromagnetic Lorentz Forces as a Tether Control Actuator // In 52nd International Astronautical Congress, 2002, 33 p.
19. Netzer E., Kane T.R. Electrodynamic forces in tethered satellite systems. Part I: System control // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1994, vol. 30, no. 4, pp. 1031 - 1038.
20. Corsi J and Iess L. Stability and control of electrodynamic tethers for de-orbiting applications // Acta Astronautica, 2001, vol. 48, pp. 491 - 501.
21. Forward R.L., Hoyt R.P., Uphoff C.W. Terminator Tether™: a spacecraft deorbit device // Journal of Spacecraft and Rockets, 2000, vol. 3, no. 2, pp. 187 - 196.
22. Кульков В.М. Анализ проектных параметров и исследование режимов управления орбитальным движением электродинамической тросовой системы // Вестник Московского авиационного института. 2011. Т. 18. № 2. С. 41 - 46.
23. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусенков Н.А., Тихомиров В.М. Оптимальное управление движением. - М.: Физматлит, 2005. - 376 с.

24. Маркеев А.П. Теоретическая механика: учебник для университетов. - М.: ЧеРо, 1999. - 572 с.
25. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1974. - 331 с.