

УДК 532.526: 536.244

Проблемы расчёта переходных процессов в при турбулентном течении в каналах электроустановок ЛА

В.М. Краев, Д.С. Янышев

Аннотация

В статье обсуждается важность расчётов переходных процессов в канальных течениях для современного двигателестроения. Рассматривается простой инженерный подход для оценки потерь на турбулентное трение в канале. Дано общее аналитическое решение для уравнений типа уравнения Прандтля для коэффициента трения. Представлены результаты проведённых расчётов турбулентного течения в круглой трубе с использованием современных подходов к моделированию турбулентности.

Ключевые слова

Турбулентность; нестационарные течения; математическое моделирование.

Расчеты нестационарных тепловых и гидродинамических процессов становятся в ряд определяющих при разработке новых образцов техники в различных областях и, в первую очередь, в двигателестроении. Это вызвано возрастанием энергонапряженности устройств, повышением требований к возможным режимам регулирования их работы.

В современной науке и технике особое место занимают вопросы оптимизации различных процессов и устройств. Сейчас, когда большинство основополагающих принципов создания энергоустановок уже известны, повышение эффективности их работы – первостепенная задача. Стоит отметить, что при нынешнем уровне развития техники вообще и двигателестроения в частности при создании новых образцов двигателей повышение к.п.д.

даже на доли процента уже считается немаловажным достижением, не говоря уж об его увеличении на единицы или даже десятки процентов.

Всё ещё мало исследованными с этой стороны являются процессы нестационарные. Данных по таким процессам на сегодняшний день часто не хватает, и многие используют подход так называемого квазистационарного приближения, которое заключается в том, что влиянием нестационарности на интегральные характеристики системы пренебрегается. Опыт, однако, показывает, что во многих случаях такой подход оказывается несостоятельным. Самой большой сложностью в оптимизации процессов, связанных с конвективным теплообменом и гидродинамикой, является подчас их нерегулярность и, как следствие, трудность математического описания.

Поэтому проблема исследования нестационарных процессов теплообмена и гидродинамики и разработка методики их расчета для последующей оптимизации представляются чрезвычайно актуальными в современном двигателестроении.

Очевидно, что инженерные расчеты теплообмена и гидродинамики в трактах ЭУ ЛА могут быть выполнены при условии фундаментального изучения нестационарных процессов. Лишь органичное сочетание фундаментальных и прикладных исследований является наиболее эффективным путем получения практических результатов.

В данной работе рассматриваются нестационарные турбулентные течения в каналах ЭУ ЛА с переменным расходом жидкости (газа). В качестве модельной задачи берётся течение воздуха в круглой трубе с переменными граничными условиями на входе в канал.

Общий обзор проблемы Equation Section (Next)

Исследования по влиянию нестационарных граничных условий на структуру турбулентных газовых потоков были начаты в МАИ в 1985 году под руководством профессора Г.А. Дрейцера.

Экспериментальные исследования показывают существенное отличие интегральных характеристик (коэффициенты теплоотдачи и трения) в нестационарных условиях от данных квазистационарного расчета. Оно может достигать 3-х - 4-х кратного значения. И, что важно, проведенные исследования показали, что основным механизмом, определяющим это отличие, является специфическое изменение турбулентной структуры потока теплоносителя.

Исследования по изучению влияния ускорения и замедления потока теплоносителя на структуру потока проводились Марковым С.Б. [1], Васильевым О.Ф. и Квоном В.И. [2]. О несправедливости использования квазистационарного подхода при гидродинамической

нестационарности воздушного течения говорят результаты экспериментов Букреева В.И. и Шахина В.М. [3, 4].

Экспериментально авторами [6] было установлено, что ускорение потока приводит к увеличению по сравнению с квазистационарными значениями коэффициента трения (гидродинамического сопротивления) ξ и числа Nu . Замедления течения приводит к противоположному результату.

Экспериментальный участок в [6] представлял собой круглую трубу длиной 3 м и диаметром 42,8 мм. Ускорение и замедление потока производилось путём уменьшения и увеличения расхода воздуха, подаваемого в трубу.

В качестве основного критерия, характеризующего нестационарность течения в [6] был принят:

$$K_g^* = \frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial \tau} \sqrt{\frac{d}{g}}.$$

(1.1)

В качестве временного параметра был выбран приведённый критерий гомохронности:

$$\overline{No} = \frac{No}{No_0},$$

(1.2)

где $No = \overline{U}\tau/d$ соответствует текущему времени процесса, а No_0 - общему времени процесса.

Авторами [6] было установлено, что повышение числа Рейнольдса снижает влияние ускорения или замедления потока на интегральные характеристики течения. Поэтому при достаточно больших числах Рейнольдса влиянием нестационарности на течение можно пренебречь.

Одномерный подход к описанию течения

Как известно, существует подход к описанию внутренних течений, когда изменение всех параметров потока рассматривается лишь по длине канала. Для этого уравнения Навье-Стокса интегрируют по сечению канала, вводя тем самым осредненные по сечению параметры потока, такие как среднерасходная скорость и среднемассовая температура.

Для одномерного описания процесса вводят среднерасходную скорость и среднемассовую температуру потока:

$$u_f = \frac{G}{\rho F},$$

(1.3)

$$T_f = \frac{\int_F (c_p \rho u T) dF}{\int_F (c_p \rho u) dF}.$$

(1.4)

Тогда система уравнений для потока жидкости примет вид:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u_f}{\partial x} = 0,$$

(1.5)

$$\frac{G}{u_f} \frac{\partial u_f}{\partial t} + G \frac{\partial u_f}{\partial x} = F \rho J_x - F \frac{\partial p}{\partial x} - \xi \frac{\rho u_f^2}{2d_{eq}} F,$$

(1.6)

$$\frac{G c_p}{u_f} \frac{\partial T_f}{\partial t} + G c_p \frac{\partial T_f}{\partial x} = \alpha (T_w - T_f) \Pi.$$

(1.7)

где Π – периметр канала.

Главный вопрос при использовании одномерного подхода, как известно, стоит в способах определения коэффициентов α и ξ . Обычно эти коэффициенты определяются экспериментально. Однако для расчёта гидродинамически нестационарных течений экспериментальных данных для многих режимов такие данные просто отсутствуют.

Система уравнений (1.5)-(1.7) интересна в первую очередь тем, что приняв некоторые допущения из неё можно получить достаточно простое выражение для коэффициента трения ξ . Затем, с помощью известных соотношений между трением и теплообменом можно будет также получить соотношение для коэффициента теплоотдачи.

Рассмотрим стабилизированный участок течения в трубе и пренебрежём действием массовых сил:

$$\frac{\partial u_f}{\partial x} = 0, \quad J_x = 0.$$

(1.8)

Тогда с учётом этого уравнение (1.6) после некоторых преобразований примет вид:

$$\frac{\partial G}{\partial t} = -F \frac{\partial p}{\partial x} - \xi \frac{\rho u_f^2}{2d_{eq}} F.$$

(1.9)

Сделаем следующее допущение о виде выражения для градиента давления (подобный подход использовался, к примеру, в работах посвященных гидроудару [7]):

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \left(\xi_0 \frac{\rho u_f^2}{2d_{eq}} + \eta \frac{\partial G}{\partial t} \right),$$

(1.10)

где ξ_0 – коэффициент трения, рассчитанный по квазистационарной зависимости, а η – некоторый коэффициент, учитывающий вклад ускорения в градиент давления. Оценки показывают, что для оценочных расчётов можно принять, что $\eta=2$.

После преобразований получим:

$$\xi = \xi_0 + 2\rho F d_{eq} \frac{1}{G^2} \frac{\partial G}{\partial t} = \xi_0 - 2\rho F d_{eq} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{G} \right).$$

(1.11)

Уравнения вида (1.11) были получены рядом авторов как обобщающие эмпирические зависимости по результатам экспериментов (см., например [8]).

Как видно из формулы (1.11), при достаточно больших расходах (G), т.е. больших числах Рейнольдса влиянием нестационарности можно пренебречь.

Аналитическое выражение для квазистационарного коэффициента трения
Equation Section (Next)

Известно, что в случае стационарного турбулентного течения в трубе, исходя из универсального профиля скорости, может быть получено следующее выражение для коэффициента трения [9]:

$$\frac{1}{\sqrt{\xi_0}} = 0.88 \ln \left(\sqrt{\xi_0} \cdot \text{Re} \right) - 0.8$$

(2.1)

Впервые это уравнение было получено Л. Прандтлем в 1932 г.

Видно, что в обычных функциях явно выразить ξ_0 нельзя, поэтому приходится использовать зависимости эмпирические зависимости, такие как зависимость Блазиуса или Никурадзе, а также ряд других.

Данные зависимости применимы лишь к достаточно узким диапазонам чисел Рейнольдса. При переходе из одного диапазона в другой ξ может терпеть разрыв первого рода. Таким образом, при решении системы уравнений (1.5)-(1.7) или расчёта по (1.11) в случае перехода из одного диапазона чисел Рейнольдса в другой, функции скорости, температуры и других параметров могут испытывать нефизичный скачок.

Избежать этого можно, если получить точное решение уравнения, которое до сих пор получено не было, поскольку, как упоминалось выше, данное уравнение трансцендентно относительно ξ_0 . Однако в 80-е годы коллективом американских математиков и программистов в их математическом пакете Maple была введена функция, позволяющая решать уравнения такого типа. Данная функция получила наименование W-функции Ламберта. Она определяется следующим уравнением:

$$z = \text{LamW}(z) \cdot \exp(\text{LamW}(z)).$$

(2.2)

В [10] подробно описываются свойства W-функции, выражения для её производных и интегралов.

W-функция Ламберта включена в большинство современных пакетов вычислительной алгебры, а алгоритм её вычисления может быть легко запрограммирован самостоятельно на любом известном алгоритмическом языке.

Если обозначить численные коэффициенты как a и b , то, используя функцию Ламберта, придём к следующей формуле:

$$\xi_0 = \frac{1}{\left(a \cdot W\left(\frac{\text{Re} \cdot e^{b/a}}{a} \right) \right)^2}.$$

(2.3)

Подставив численные значения коэффициентов a и b , приходим к окончательной расчётной формуле:

$$\xi_0 = [0.88 \cdot W(0.46 \cdot Re)]^{-2}$$

(2.4)

Проведём сравнение между полученной формулой и эмпирическими зависимостями (см. рисунок 4.1).

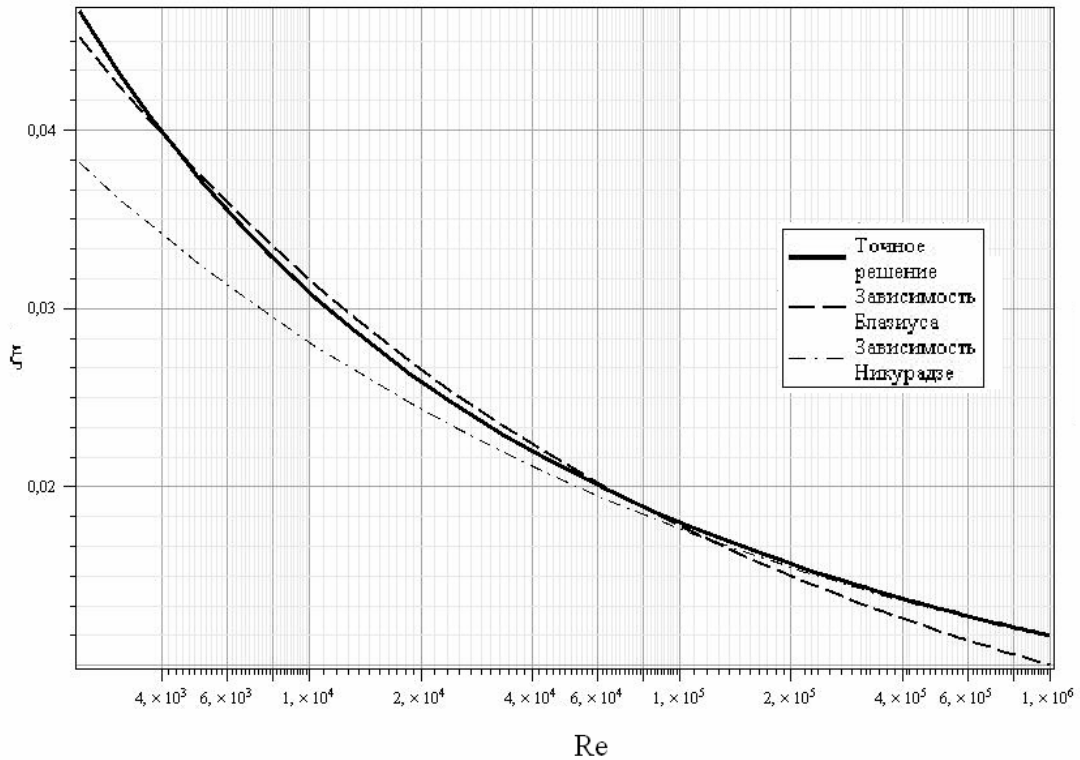


Рисунок 4.1. Точное решение для уравнения Прандтля в сравнении с эмпирическими зависимостями

Такой способ получения явной зависимости для коэффициента трения может быть применён не только к уравнению Прандтля. Известен ряд теоретических и эмпирических зависимостей для турбулентного трения (см., например [11, 12]), явное разрешение которых относительно искомого параметра может быть осуществлено только с использованием функции Ламберта.

Численные эксперименты Equation Section (Next)

По причинам, обсуждавшимся ранее, часто возникает необходимость в проведении многомерных расчётов течений. При нынешнем развитии вычислительных методов и мощностей, такие расчёты применяются всё чаще и чаще.

Как известно, если поток турбулентный, решить эти уравнения напрямую (т.н. прямое численное моделирование, или DNS) достаточно сложно и это требует больших вычислительных мощностей (хотя этот подход последнее время применяется всё чаще). Самым распространённым методом решения является применение осреднения по Рейнольдсу. При этом для замыкания системы требуются дополнительные уравнения, так называемая модель турбулентности.

Авторами [13] применялась для расчётов модифицированная двухпараметрическая модель $k-\epsilon$. В работе [14] автор использовал для анализа турбулентного течения в трубе как двухпараметрическую модель, так и уравнения для вторых моментов флуктуаций скорости.

Согласно результатам обоих расчётов увеличение во времени расхода газа ведёт к снижению по сравнению с квазистационарными коэффициента трения и теплоотдачи и наоборот. Скорее всего, причиной этого является рассмотрение в данных работах лишь стабилизированного участка течения со стандартным профилем скорости по Карману в качестве граничного условия на входе. Автор [14] предположил возможность локальной деформации профиля скорости вблизи стенки вследствие конструктивных особенностей впускного устройства, обеспечивающего изменение расхода во времени. В свете этой гипотезы он продемонстрировал, что теории, представленные в [13, 14] могут приводить к результатам, сходным с результатами опытов.

Подход, использованный в [13, 14], когда течение полагается полностью стабилизированным, а в качестве граничного условия используется квазистационарный турбулентный профиль скорости, представляется не совсем корректным, как было показано ещё в [8], профиль скорости при ускорении и замедлении потока существенно отличается от квазистационарного. При этом указанное в [14] возмущение профиля, названное там «искусственным», на самом деле оказывается вполне естественным. Профиль скорости деформируется ещё на начальном участке течения.

С целью обоснования данных выкладок была создана расчётная модель, полностью копирующая геометрию экспериментальной установки [6]: труба диаметром 42.8 мм и длиной 3 м. Решались осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса. В качестве моделей турбулентности были протестированы две: стандартная $k-\epsilon$ модель и стандартная модель Ментера SST (свойства которых обсуждались ранее).

В качестве метода решения системы уравнений был применён метод конечных объёмов. Расчётная программа была составлена на языках Fortran 90 и Visual C++. Данная

программа изначально при её создании была ориентирована на решение задач только в трёхмерной постановке. Однако, поскольку течение в трубе можно считать осесимметричным, то расчётная сетка была выполнена в виде сектора с условиями симметрии на боковых границах (см. Рисунок 5.1).

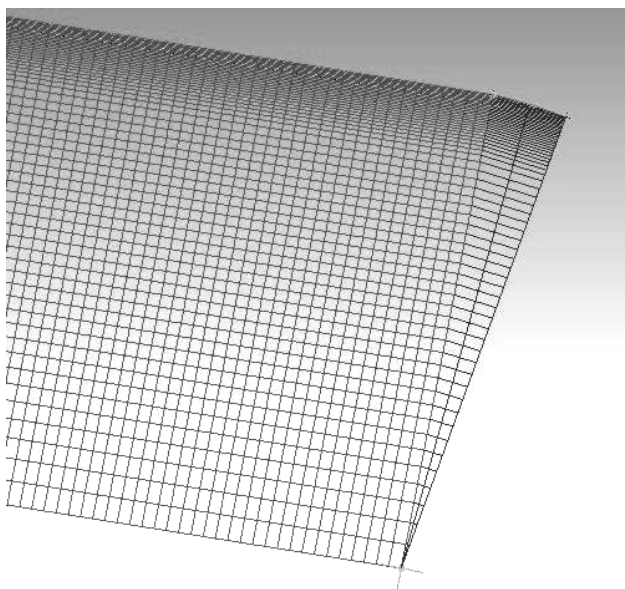


Рисунок 5.1 Расчётная сетка

Для сравнения расчётных результатов с экспериментальными, введем новый временной параметр:

$$\Xi = \frac{\tau}{\tau_{Kg_ex}},$$

(3.1)

где τ_{Kg_ex} – время, в которое критерий (1.1) достигает экстремального значения.

Данный параметр в отличии от (1.2) отражает форму кривой расхода, тем самым делая сравнение результатов с разными законами изменения расхода более наглядным. Сравнения результатов экспериментов с одномерным и многомерным расчётом приведено ниже (см. Рисунки 5.2 и 5.3).

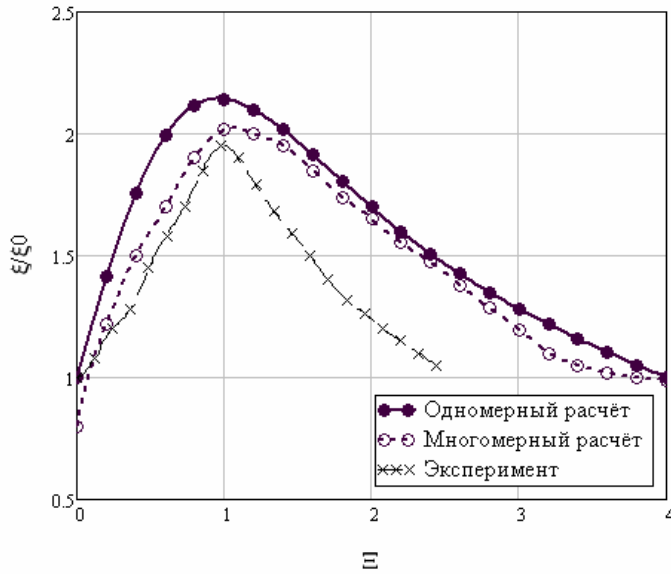
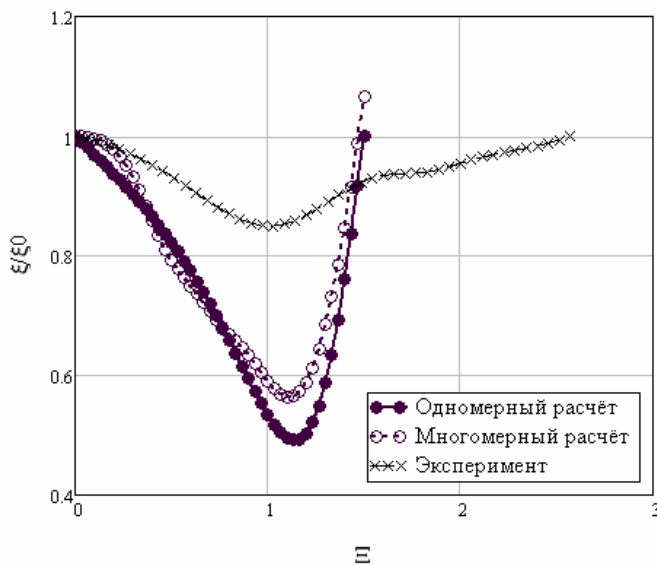


Рисунок 5.2 Сравнение результатов расчётов влияния ускорения потока на коэффициент трения с экспериментальными данными [6]. Режимные параметры: $Re=6200\dots18700$, $T_w/T_f=1$, $Kg*\max =0.059$



Сравнение результатов расчёта влияния замедления потока на коэффициент трения с экспериментальными данными [6]. Режимные параметры: $Re=6200\dots18700$, $T_w/T_f=1$, $Kg*\min =-0.035$

Как видно из графиков, расчётные данные по замедлению потока при общем качественном совпадении хуже сходятся с экспериментом. Возможно, для расчёта замедления потока необходимо подобрать другую модель турбулентности.

Заключение

Механизм воздействия ускорения и замедления потока на турбулентность пока не объяснён до конца.

Исходя из вышеизложенного, можно заключить, что на данный момент изучены ещё далеко не все аспекты, касающиеся гидродинамически нестационарных турбулентных течений. В частности – по замедляющимся течениям. Однако в рамках данной работы удалось получить удовлетворительное сходство расчётных данных с экспериментом по течениям ускоряющимся. Таким образом, были доказаны положения о существенном влиянии на основное течение начального участка.

Работа выполнена при содействии Гранта президента РФ по поддержке молодых докторов наук (МД-2246) и Гранта Российского фонда фундаментальных исследований (08-08-00226-а).

Библиографический список

1. Марков С.Б. Экспериментальное исследование скоростной структуры и гидравлических сопротивлений в неустановившихся напорных турбулентных потоках // Механика жидкости и газа, - 1973. - №2. - С. 65-75.
2. Васильев О.Ф., Квон В.И. Неустановившееся турбулентное течение в трубе // ПМТФ. 1971. - №6. - С. 132-140.
3. Букреев В.И., Шахин В.М. Экспериментальное исследование турбулентного неустойчивого течения в круглой трубе // Проблемы аэромеханики. М.: Наука. - 1976. - С. 17-25.
4. Букреев В.И., Шахин В.М. Экспериментальное исследование энергии турбулентности при неустановившемся течении в трубе // Динамика сплошной среды. СО АН СССР. - 1975. - В.22. - С. 65-72.
5. Зубков В.Г. Об изменениях структуры турбулентных течений под действием ускорения потока // ИФЖ. - 1990. - Т.59. - №2. - С. 196-202.
6. Дрейцер Г.А., Краев В.М. Турбулентные течения газа при гидродинамической нестационарности. – Красноярск: САА, 2001.- 148 с.
7. В. Brunone, U.M. Golia, and M. Greco, Some Remarks on the Momentum Equation for Fast Transients, Proc., Int. Conf. on 'Hydraulic Transients with Water Column

Separation', E. Cabrera and M.A. Fanelli (eds.), IAHR, Valencia, Spain (pdf file available on request), 201-209, September 1991.

8. Кошкин В.К. и др. Нестационарный теплообмен. - М.: Машиностроение, 1973. - 328 с.
9. Дрейцер Г.А. Основы конвективного теплообмена в каналах: Учебное пособие. – М.: МАИ, 1989, 84 с.
10. Corless R.M., Gonnet G.H., Hare D.E., Jeffrey D.J., Knuth D.E. On the Lambert W function. // *Advances Computational Maths*. 1996. Vol. 5, p. 329–359.
11. Prandtl L., Ueber die ausgebildete Turbulenz // *ZAMM*. – 1925. - 5, S. 136-139 und *Verhdlg. d. II. Intern. Kongr. fuer angew. Mech., Zuerich*. - 1926. - S. 62-75.
12. Интенсификация тепло- и массообмена на макро-, микро- и наномасштабах/ Дзюбенко Б.В. и др.; Кузма-Кичта Ю.А. (ред.). -М., 2008
13. Валуева Е.П., Чэнь Лэй . Численное моделирование процессов теплообмена и гидродинамики при нестационарном турбулентном течении в трубе жидкости с переменными свойствами // *Вестник МЭИ*. 2000. № 6. С. 38
14. Деревич И.В. О моделировании нестационарной гидродинамики при турбулентном течении в трубах // *ТВТ*, 2005, т. 43, №2, сс. 231-248.

Сведения об авторах

Краев Вячеслав Михайлович, доцент, д.т.н, Московский авиационный институт (государственный технический университет), тел. 89160614888, Email: kraevvm@mail.ru

Янышев Дмитрий Сергеевич, инженер, Московский авиационный институт (государственный технический университет), Email: dyanishev@list.ru