

УДК 533

Математическое моделирование возмущенной зоны вблизи плоского электрода, обтекаемого потоком разреженной плазмы

Котельников В. М.^{*}, Котельников М. В.^{}, Нгуен Суан Тхау^{***}**

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),

МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

**e-mail: kaf807@mail.ru*

***e-mail: mvk_home@mail.ru*

****e-mail: nguoinhbac.rus.@gmail.com*

Аннотация

В статье рассмотрены физическая, математическая и вычислительная модель задачи обтекания плоского электрода потоком разреженной плазмы. Получены функции распределения компонент плазмы вблизи пластины, поля концентраций и скоростей ионов и электронов, а также распределение потенциал самосогласованного электрического поля. Исследованы нелинейные эффекты, возникающие при обтекании пластины потоком разреженной плазмы. Рассмотрено влияние указанных эффектов на структуру возмущенной зоны, в частности на распределение плотности тока по пластине.

Ключевые слова: пристеночная плазма, плоский электрод, функция распределения, спутник, разреженная плазма, уравнение Пуассона, уравнение Власова

Введение

Плоский электрод в потоке разреженной плазмы можно рассматривать как плоскую часть поверхности спутника, движущегося в ионосферной плазме. Плоский

электрод может находиться в лобовой части спутника, и тогда поток плазмы направлен по нормали к его поверхности. Если электрод находится на боковой поверхности спутника, то поток плазмы скользит вдоль поверхности электрода. Если нормаль к пластине направлена под углом к вектору скорости потока плазмы, то этот случай сводится к комбинации двух предыдущих случаев. Не рассматривается случай, когда пластина находится в теневой части спутника, поскольку в этом случае увеличивается размерность задачи, что ведет к усложнению вычислительного алгоритма.

Исследования поведения электродов в разреженной плазме ведут свое начало с классических работ Ленгмюра [1], теоретические исследования структуры возмущенной зоны вблизи тел сферической формы имеются в работах Альперта, Гуревича, Питаевского [2]. Однако ввиду сложности математической модели вопросы обтекания тел потоками разреженной плазмы в настоящее время исследуются численно. В работе [3] рассмотрена возмущенная зона вблизи тела цилиндрической формы в потоке разреженной плазмы. Тело плоской геометрии в покоящейся плазме изучалось в работе [4].

Математическая и вычислительная модель задачи

Расчет возмущенной зоны вблизи плоского электрода в потоке разреженной плазмы проводится в шестимерном фазовом пространстве. Чтобы сократить размерность задачи, представим плоский электрод в виде удлиненного прямоугольника. Если удлиненная сторона много больше короткой стороны прямоугольника, то такой электрод представляется в виде ленты. В дальнейшем

изложении будем называть его электродом ленточного типа. На рисунке 1а,б изображен такой ленточный электрод с двумя ориентациями вектора скорости потока разреженной плазмы: вдоль плоскости (рис. 1а) и перпендикулярно плоскости (рис. 1б). Ширина ленты равна $2r_p$, а скорость направленного движения разреженной плазмы относительно нее u_∞ . Если электрод изолирован, то он приобретает отрицательный «плавающий» потенциал относительно пространства. При проведении физических экспериментов электрод может заряжаться от внешнего источника питания и иметь произвольный потенциал ϕ_p .

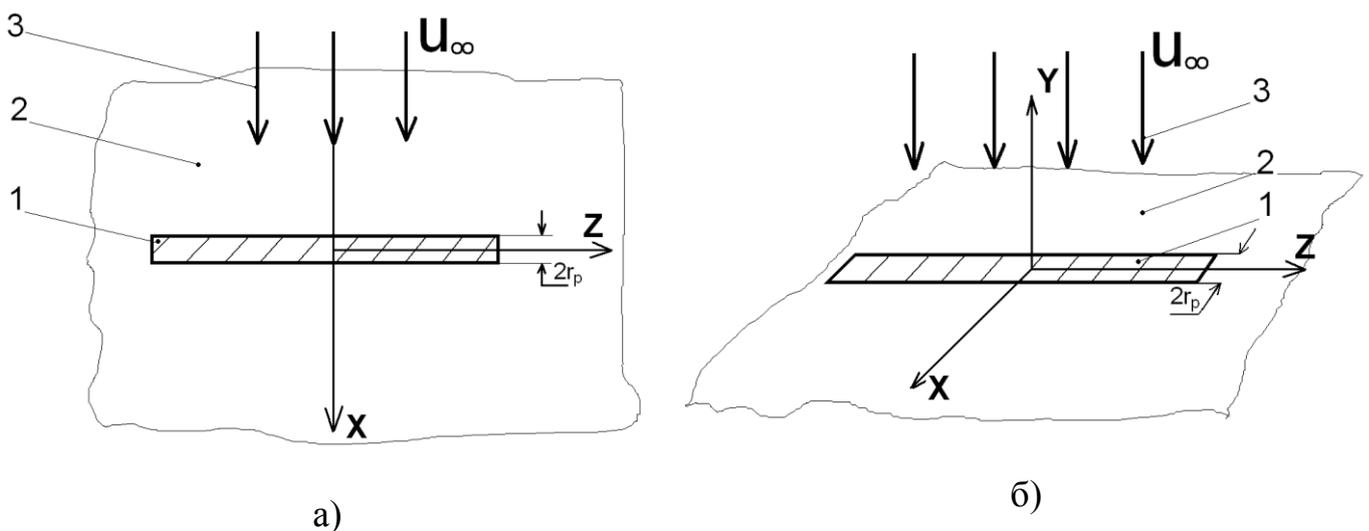


Рис.1. Расположение плоского электрода

а) на боковой поверхности спутника

б) в лобовой части спутника

1- плоский электрод

2- диэлектрическая поверхность

3- вектор направленной скорости плазмы

относительно электрода

Математическая модель задачи включает кинетические уравнения Власова для функций распределения ионов (ФРИ) и функций распределения электронов (ФРЭ), а также уравнение Пуассона для самосогласованного электрического поля. В декартовой системе координат (см. рис. 1а,б) с учетом сдвиговой симметрии по оси Z и постоянстве составляющей скорости v_z ФРИ и ФРЭ оказываются зависящими только от четырех фазовых переменных (x, y, v_x, v_y) . Система уравнений записывается в виде [5,6]

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + v_x \frac{\partial f_i}{\partial x} + v_y \frac{\partial f_i}{\partial y} + \frac{q_i}{m_i} \left(E_x \frac{\partial f_i}{\partial v_x} + E_y \frac{\partial f_i}{\partial v_y} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + v_x \frac{\partial f_e}{\partial x} + v_y \frac{\partial f_e}{\partial y} + \frac{q_e}{m_e} \left(E_x \frac{\partial f_e}{\partial v_x} + E_y \frac{\partial f_e}{\partial v_y} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{e}{\varepsilon_0} (n_e - n_i); \mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad (3)$$

где $f_{i,e}$ – функции распределения ионов и электронов, $m_{i,e}$, $q_{i,e}$, $n_{i,e}$ – масса, заряд и концентрация ионов и электронов, E, φ – напряженность и потенциал самосогласованного электрического поля, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Система уравнений (1) – (3) решается при следующих начальных и граничных условиях.

Начальные условия для пластины, ориентированной вдоль потока (рис. 1а):

$$f_{i,e}(0, x, y, v_x, v_y) = (n_\infty / \pi) (m_{i,e} / (2kT_{i,e}))^{3/2} \exp[-m_{i,e} \{ (v_x + v_\infty)^2 + v_y^2 \} / (2kT_{i,e})]. \quad (4)$$

Начальные условия для пластины, ориентированной поперек потока (рис.1б):

$$f_{i,e}(0,x,y,v_x,v_y)=(n_\infty/\pi)(m_{i,e}/(2kT_{i,e}))^{3/2}\exp[-m_{i,e}\{v_x+(v_y-v_\infty)^2\}/(2kT_{i,e})]. \quad (5)$$

Граничные условия:

$\varphi = \varphi_p$ – на поверхности пластины,

$\varphi = 0$ – на внешней границе расчетной области.

ФРИ и ФРЭ на внешней границе расчетной области принимались равными (4) и (5).

На диэлектрической поверхности, прилегающей к пластине, ставились условия зеркального (или диффузного) отражения для падающих на нее заряженных частиц.

Решение системы (1) – (3) с соответствующими начальными и граничными условиями осуществлялось методом последовательных итераций по времени [5-8], причем кинетические уравнения решались методом характеристик или методом крупных частиц Давыдова, а уравнение Пуассона – методом разделения переменных Фурье.

Результаты вычислительных экспериментов

В результате решения поставленной задачи находятся функции распределения ионов и электронов в различных точках пространства вблизи заряженной пластины и распределение самосогласованного электрического поля. Решаемая задача оказывается не только многомерной и нестационарной, но и многопараметрической. Среди параметров, влияющих на решение задачи, отметим следующие:

$r_0=r_p/r_D$ – безразмерная ширина пластины (r_D – радиус Дебая),

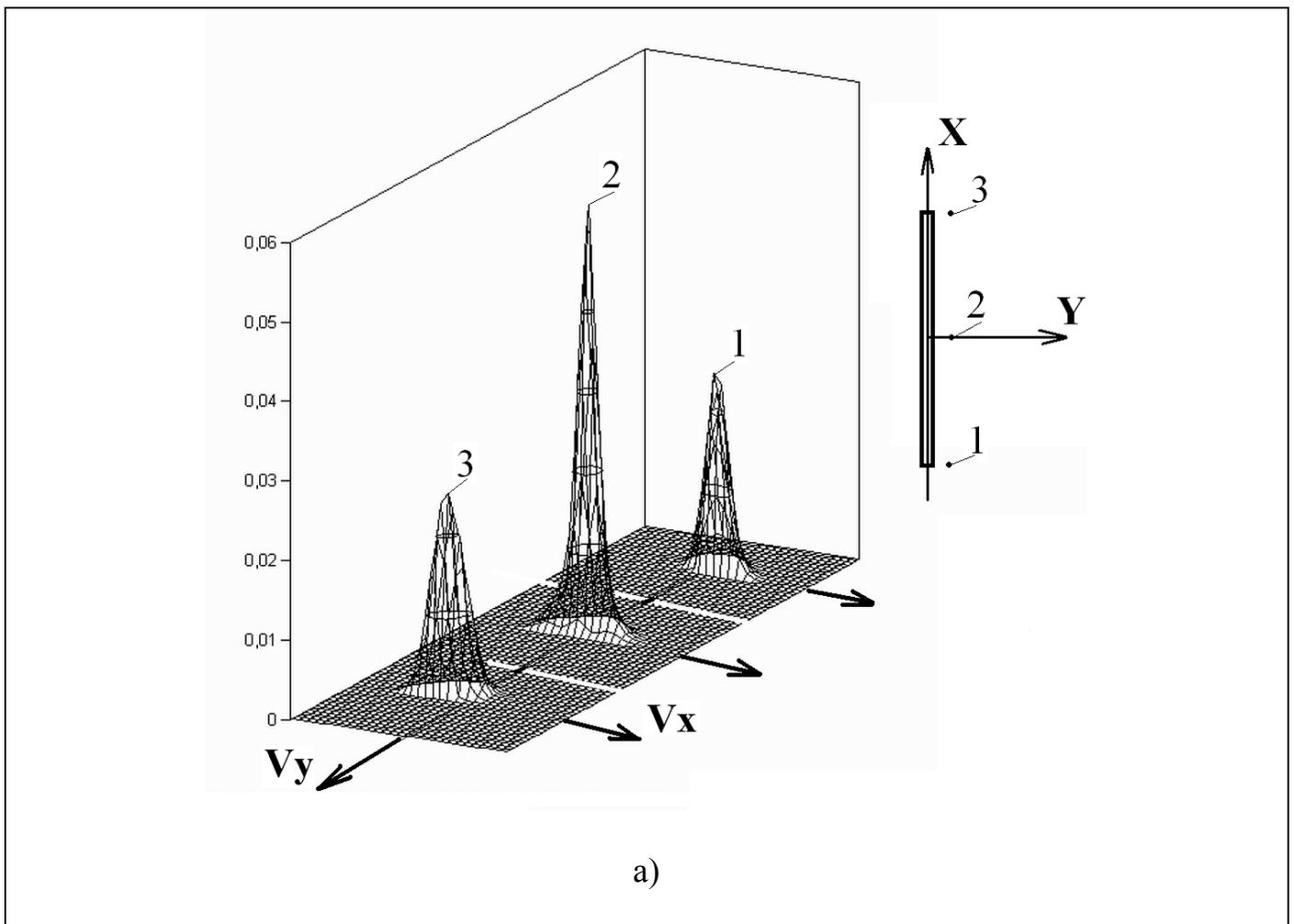
$\varphi_0=e\varphi_p/(kT_i)$ – безразмерный потенциал пластины,

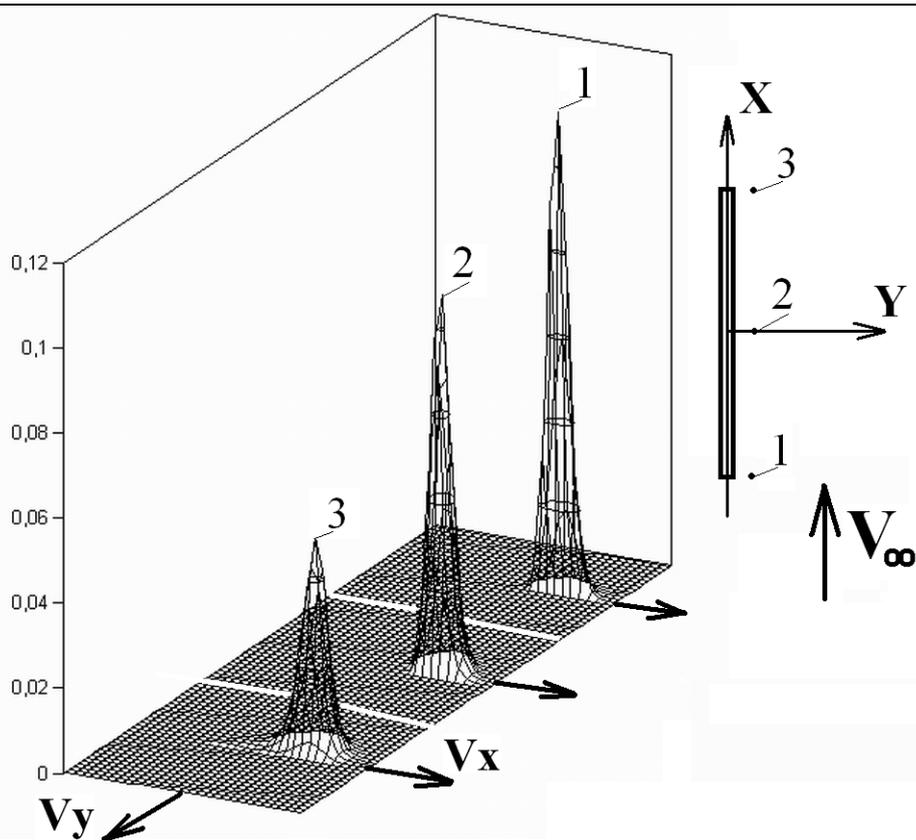
$u_0 = u_\infty / (2kT_i/m_i)^{1/2}$ – безразмерная скорость потока плазмы,

$\varepsilon = T_i/T_e$ – отношение температур ионов и электронов в потоке плазмы.

На рисунке 2а,б представлены ФРИ при $r_0=10$, $\phi_0=-10$, $\varepsilon=1$ и двух значениях скорости, направленной параллельно пластине, $u_0=0$ (рис.2а) и $u_0=5$ (рис.2б). ФРИ приведены в трех характерных точках: 1 - вблизи переднего края пластины, 2 - вблизи центра пластины, 3 – вблизи теневого края пластины.

В случае $u_0 = 0$ (рис. 2а) полученные ФРИ полностью совпадают с результатами предшествующих работ [5-8]. Они имеют характерный подковообразный вырез (в проекции на плоскость v_x, v_y), обращенный своей вогнутой частью в сторону оси v_y .





б)

Рис. 2. ФРИ ($r_0=10, \varphi_0=-10, \varepsilon=1$), вектор скорости потока направлен вдоль пластины

а) $u_0=0$; $u_0=5$

Это связано с идеальной каталитичностью поверхности пластины и как следствие этого – отсутствием потока ионов со стороны пластины. Еще одна особенность ФРИ состоит в том, что высота и наполнение купола ФРИ в точках 1 и 3 одинакова, но меньше, чем в точке 2. Это обусловлено тем обстоятельством, что на краях пластины больше напряженность электрического поля, следовательно, больше поглощение ионов на стенке. Это ведет к снижению концентрации ионов в области краев пластины и соответственному снижению наполнения куполов ФРИ. Описанная особенность наполнения куполов ФРИ – проявление так называемого

краевого эффекта. По мере удаления от пластины по оси Y подковообразный вырез у ФРИ уменьшается и она приближается к максвелловской ФРИ, заданной на внешней границе расчетной области (формула 4).

Третья особенность ФРИ, изображенных на рисунке 2а, заключается в том, что центр тяжести ФРИ в точке 1 смещен относительно ее центра тяжести в точке 3. Физическая причина этого смещения заключается в следующем: электрическое поле на краях пластины имеет составляющую не только по оси Y , но и по оси X . При этом в точке 1 ионы ускоряются в положительном направлении оси X , а в точке 3 – в обратном. Появление этих противоположно направленных движений и приводит к смещению центров тяжести ФРИ относительно друг друга на противоположных краях пластины.

На рисунке 2б изображены ФРИ для $u_0=5$ при сохранении прежних значений остальных параметров задачи r_0, ϕ_0 и ε и параллельном пластине потоке плазмы. Сравнение рисунков 2а и 2б показывает, что описанные выше особенности ФРИ при $u_0=0$ сохраняются и в данном случае. Вместе с тем проявляются и новые особенности. Отметим среди них следующие:

- наполнение купола ФРИ во всех трех контрольных точках оказалось выше, чем в случае $u_0=0$;
- наполнение купола ФРИ в точке 1 существенно выше, чем в точке 3, что связано с влиянием направленной скорости потока плазмы. На поступающие в возмущенную зону вблизи пластины ионы действует притягивающее их электрическое поле. На начальном участке пластины (точка 1) велика роль конвекции по сравнению с притягивающим действием поля, и поэтому ионы попадают на пластину на

некотором удалении от края пластины. Следовательно, вблизи точки 1 мало поглощение и соответственно велика концентрация ионов, что и ведет к наполнению купола ФРИ. С ростом u_0 увеличивается длина участка вдоль оси X, на котором наполнение купола ФРИ относительно велико. Наоборот, с ростом потенциала пластины φ_0 этот участок сокращается. Если параметр r_0 относительно небольшой, то этот начальный участок может распространиться на всю ширину пластины. В случае относительно больших значений r_0 участок с высоким наполнением купола ФРИ составляет незначительную долю пластины и его относительное влияние невелико. Описанное влияние направленной скорости на наполнение купола ФРИ в литературе получило название концевое эффекта;

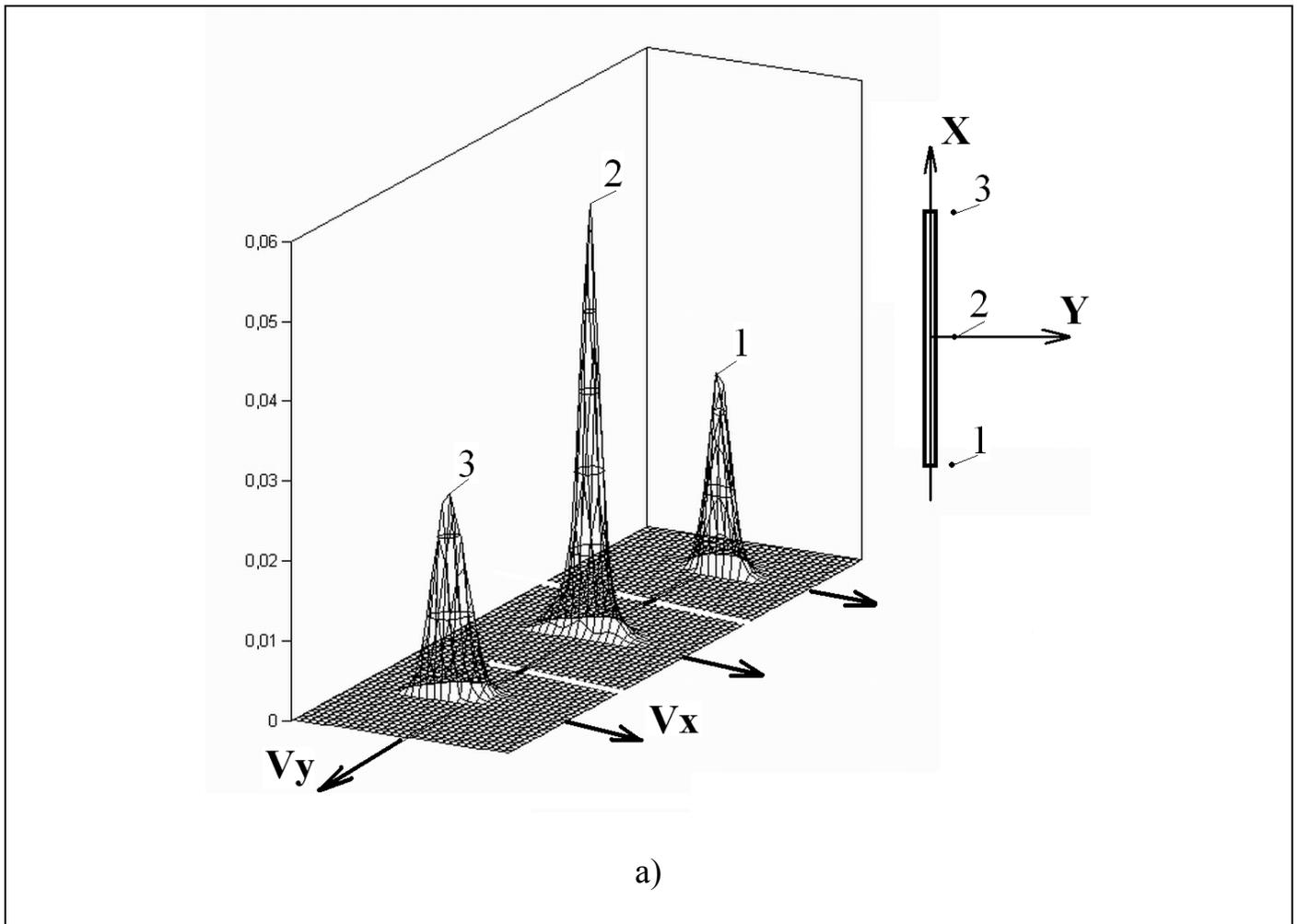
- центры тяжести ФРИ в проекции на плоскость (V_x, V_y) при наличии направленной скорости смещены по оси V_x на величину этой скорости.

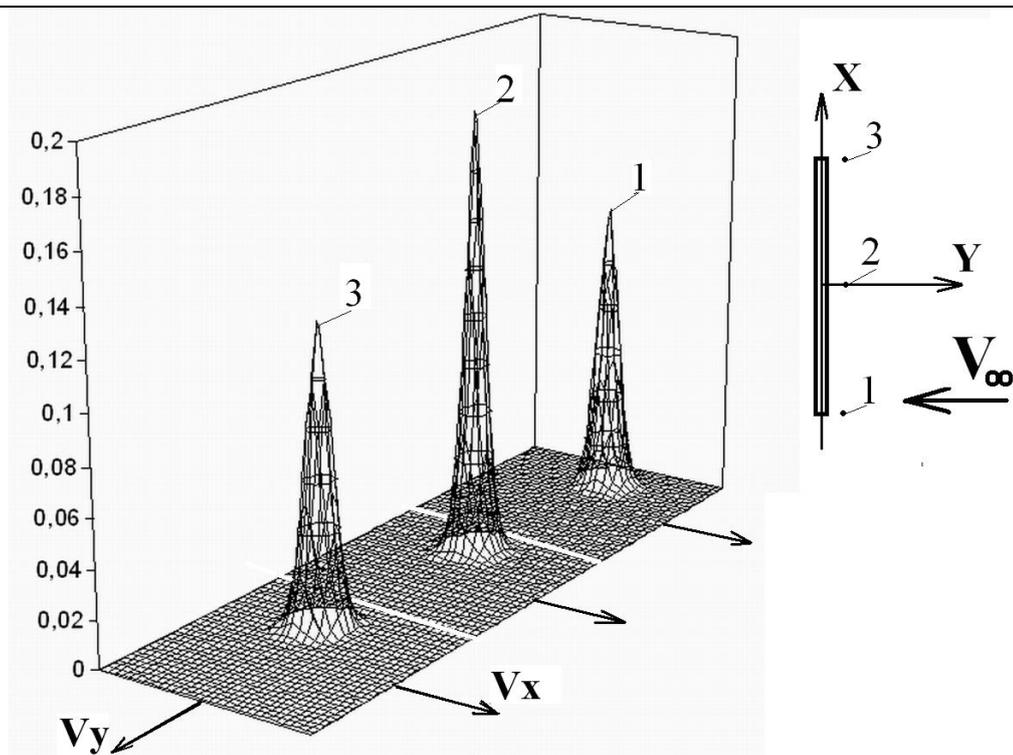
Основные закономерности в структуре функций распределения электронов при положительном потенциале пластины напоминают структуру ФРИ при отрицательном потенциале. Отличие состоит лишь в том, что тепловая скорость электронов намного больше направленной скорости потока плазмы. Поэтому влияние направленной скорости на структуру ФРЭ существенно меньше, чем на структуру ФРИ.

На рисунке 3а,б представлены ФРИ при $r_0=10$, $\varphi_0=-10$, $\varepsilon=1$ и двух значениях направленной скорости $u_0=0$ (рис. 3а) и $u_0=5$ (рис. 3б), но в данном случае вектор направленной скорости \mathbf{u}_0 направлен перпендикулярно плоскости пластины. Как и на рисунке 2а,б, ФРИ приведены для тех же характерных точек расчетной области.

При условии $u_0=0$ полученные ФРИ полностью совпадают с ФРИ на рисунке 2а и все комментарии относительно ФРИ также совпадают.

На рисунке 3б даны ФРИ при $u_0=5$, но вектор скорости потока направлен перпендикулярно плоскости пластины.





б)

Рис. 3. ФРИ ($r_0=10, \varphi_0=-10, \varepsilon=1$), вектор скорости потока направлен по нормали к пластине

а) $u_0=0$; б) $u_0=5$

Отметим следующие особенности структуры ФРИ в этом случае:

- все представленные на рисунке 3б ФРИ сдвинуты по оси V_y на величину направленной скорости;
- концевой эффект в данном случае отсутствует, поэтому профили ФРИ в точках 1 и 3 одинаковы;
- краевой эффект имеет место, однако влияние его на структуру ФРИ меньше, чем в случае $u_0=0$. С ростом u_0 поток ионов на пластину растет пропорционально росту u_0 , а составляющая потока, связанная с большой напряженностью электрического поля

на краях пластины, изменяется мало. Роль краевого эффекта снижается также с увеличением параметра r_0 и уменьшением модуля φ_0 . Параметр ε может играть заметную роль, если тепловая и направленная скорость ионов близки по величине. И даже в этом случае, как показано в работах [1-4], в интервале $0,5 \leq \varepsilon \leq 1$ его влиянием на ионный поток можно пренебречь. Более существенное влияние параметр ε оказывает на ФРЭ.

Кроме функций распределения ионов и электронов решение системы дифференциальных уравнений (1)-(3) с соответствующими начальными и граничными условиями позволяет получить распределение напряженности и потенциала самосогласованного электрического поля в возмущенной зоне вблизи пластины. На рисунке 4а,б,в приведены эквипотенциальные кривые вблизи пластины в трех случаях: $u_0=0$; $u_0=5$ (скорость потока параллельна пластине); $u_0=5$ (скорость потока перпендикулярна пластине).

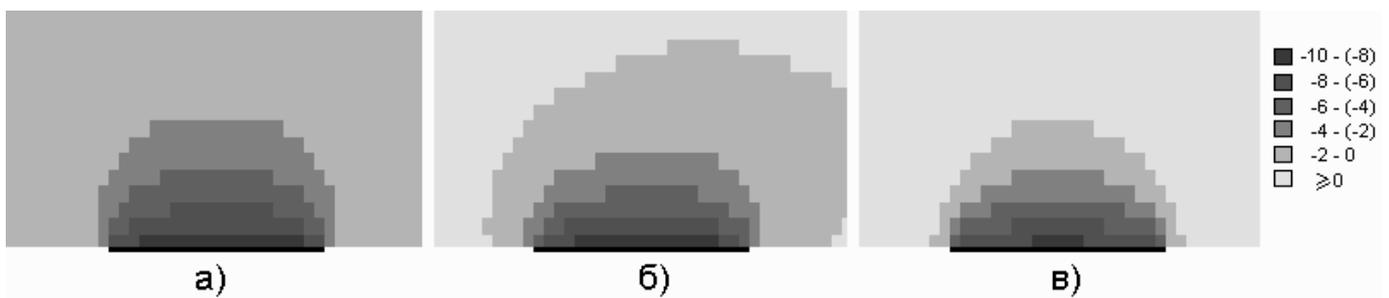
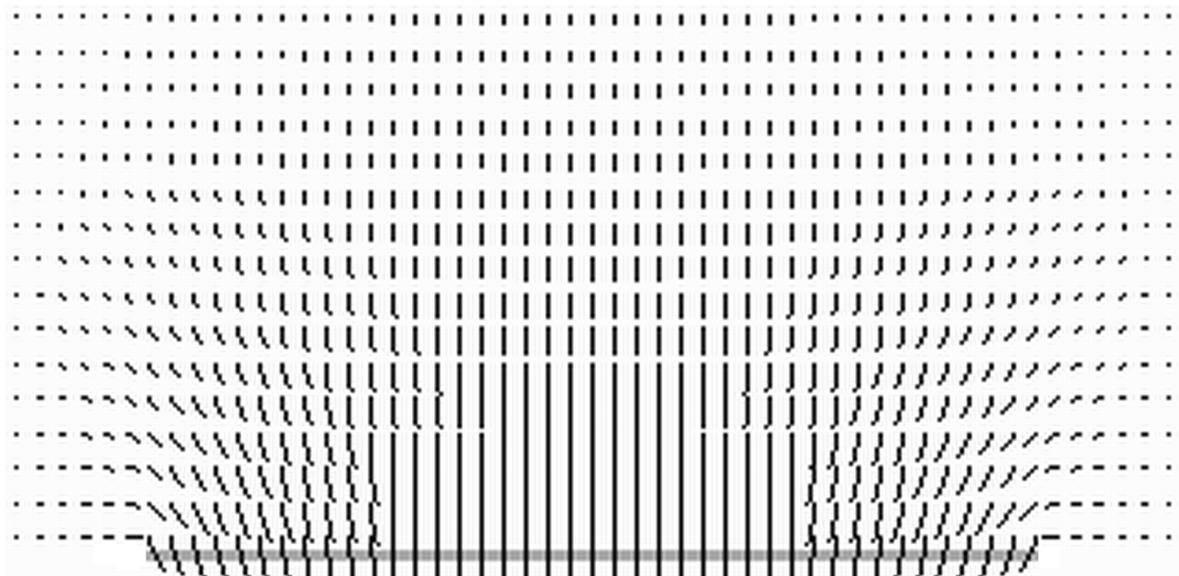


Рис. 4. Распределение потенциала вблизи пластины ($r_0 = 10$; $\varphi_0 = -10$; $\varepsilon = 1$)

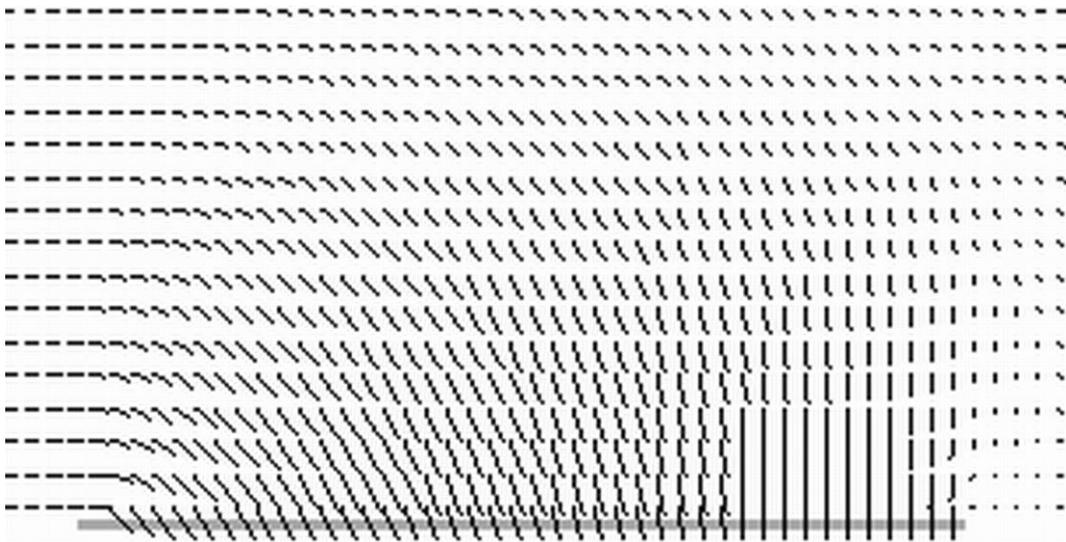
а) $u_0 = 0$; б) $u_0 = 5$ (скорость потока параллельна пластине); в) $u_0 = 5$ (скорость потока перпендикулярна пластине)

По известным ФРИ и ФРЭ можно рассчитать моменты функций распределения: распределение концентраций ионов и электронов, их направленных скоростей и плотностей токов. В качестве примера на рисунке 5а,б,в,г приведены поля скоростей ионов при следующих значениях параметров задачи: $r_0=10$, $\varphi_0=-10$, $\varepsilon=1$, $u_0=0;1;5$ и при двух ориентациях пластины относительно скорости потока.

На рисунке 5 наглядно прослеживается влияние краевого и концевых эффектов на распределение параметров плазмы в возмущенной зоне вблизи пластины, обтекаемой потоком разреженной плазмы.



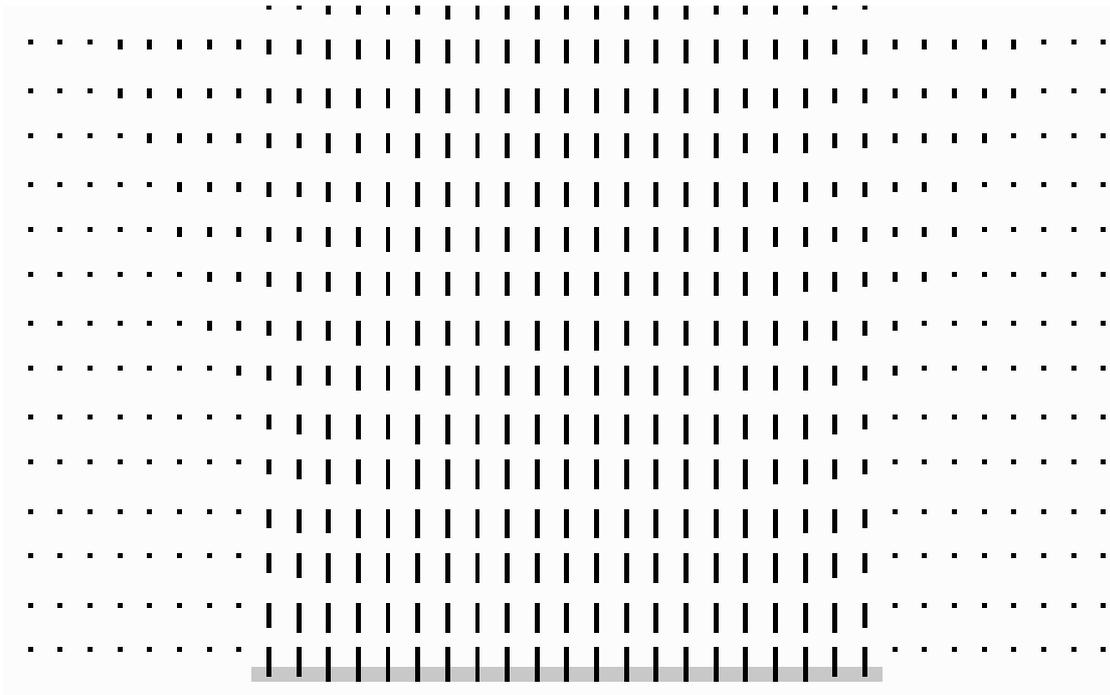
а) $u_0 = 0$



б) $u_0 = 1$ (скорость параллельна пластине)



в) $u_0 = 5$ (скорость параллельна пластине)



г) $u_0 = 5$ (скорость перпендикулярна пластине)

Рис. 5. Поле скоростей ионов ($r_0 = 10$; $\varphi_0 = -10$; $\varepsilon = 1$)

Выводы

1. Сформулированы физическая, математическая и численные модели потока разреженной плазмы с плоскими электродом.

2. Приведены обширные вычислительные эксперименты по расчету возмущенной зоны вблизи плоского электрода в потоке разреженной плазмы. Получены функции распределения заряженных частиц, их момент, профили электрического поля.

3. Исследованы нелинейные эффекты: концевой и краевой и их влияние на возмущенную зону вблизи плоского электрода в потоке разреженной плазмы.

Поддержано РФФИ, грант № 08-08-13586 ОФИ-Ц.

Библиографический список

1. Langmuir I. Collected Works of Irwing Langmuir // Phys. review. 1926. vol. 11, pp. 101-119.
2. Альперт Я. А., Гуревич А. В., Питаевский А. П. Искусственные спутники в разреженной плазме – М. : Наука 1975, 352 с.
3. Котельников М. В. Механика и электродинамика пристеночной плазмы. Дисс. Д.ф.-м.н., М.: МАИ, 2008, 276 с.
4. Шаньков А.В. «Математическое моделирование процессов переноса вблизи плоских пристеночных зондов». Дисс., к.ф.-м.н. М.: МАИ 1985, 218 с.
5. М.В. Котельников, В.Ю. Гидаспов, В.А. Котельников. Математическое моделирование обтекания тел потоками бесстолкновительной и столкновительной плазмы. Изд-во Физматлит, 2010, 288 с.
6. В.А. Котельников, В.П. Ким, М.В. Котельников. Взаимодействие тел с потоками разреженной плазмы. М.: Изд-во МАИ, 2010, 186 с.
7. М.В. Котельников, В.А. Котельников, С.Б. Ульданов. Процессы переноса в пристеночных слоях плазмы. М.: Наука, 2004, 475 с.
8. Алексеев Б.В., Котельников В.А. Зондовый метод диагностики плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1988, 240с.