

УДК 681.51:629.735

**Повышение точности управления боковым движением  
среднемагистрального самолета с использованием калмановского  
наблюдателя знакопеременного ветрового возмущения**

**Рыбников С.И.\*, Нгуен Тхань Шон\*\***

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

*\*e-mail: [kaf301@mai.ru](mailto:kaf301@mai.ru)*

*\*\*e-mail: [thanhson0410@gmail.com](mailto:thanhson0410@gmail.com)*

**Аннотация**

Целью данной статьи является повышение качества процесса управления боковым движением среднемагистрального самолета за счет минимизации статической ошибки отклонения от заданной линии пути с введением сигнала оценки угла бокового ветра и угла скольжения в закон управления. Входные сигналы (угол курса, крена, угловые скорости) измеряются БИНСом. Для получения оценки угла скольжения, угла бокового ветра и угла сноса от заданной пути, применяется фильтр Калмана, построенный с использованием линейной стационарной математической модели бокового движения самолета. В результате работы был создан дискретный фильтр Калмана, который позволяет обеспечить точность получения оценок угла скольжения, угла ветра и угла сноса, впоследствии вводящиеся в закон управления.

**Ключевые слова:** фильтр Калмана, наблюдение, боковой ветер, оценивание, компенсация, угол скольжения.

## **Введение**

Оценивание неизмеряемых координат ЛА проводится с использованием фильтра Калмана. Предложенный Рудольфом Калманом в 1960 году алгоритм цифровой фильтрации сразу получил положительные отзывы специалистов: развитие вычислительной техники к тому времени уже находилось на достаточно высоком уровне, а кроме того существовал ряд задач (например, совместное использование навигационных систем разной природы), требовавших удобного средства обработки данных в реальном времени. Однако вскоре было признано, что практическое применение фильтра Калмана, несмотря на простоту алгоритма, требует особого внимания к построению математических моделей обрабатываемых процессов, а также к точности компьютерной арифметики [5,7,8]. С учетом этих требований впоследствии было разработано и опробовано множество вариантов применения алгоритма Калмана при решении задач навигации, геодезии, геологии, океанографии, гидродинамики и многих других областей знания.

В настоящей статье рассматривается новое применение косвенной оценки вектора состояния среднемагистрального самолета (СМС) в боковом канале системы управления с помощью идентификатора, использующего операцию прогноза оптимального фильтра Калмана (ОФК). Наряду с традиционным оцениваем вектора координат СМС на основе доступных измерений и его математической модели, совместно оцениваются углы скольжения и сноса, а также

сила бокового ветра. В целях экономии вычислительных ресурсов системы коэффициенты идентификатора принимаются постоянными для каждого рассматриваемого этапа полета, наиболее значимые для оцениваемых координат коэффициенты матрицы поправок ОФК «замораживаются», второстепенные – обнуляются. Тем самым получается упрощенная модификация ФК [9,10].

При оценивании фазовых координат объекта приближенно учитывается упругость крыла самолета. Выполнено математическое моделирование системы автоматического управления боковым движением самолета с ФК в информационной части и частичной компенсацией влияния оцениваемого ветрового возмущения. При этом используется математическая модель расширенного объекта управления как линейная, так и построенная с учетом ограничений скорости перекладки рулевых органов и их отклонения [11].

### **Постановка задачи**

Введение в систему управления оптимального фильтра Калмана позволяет оценить некоторые неизмеряемые координаты объекта управления на основании информации от штатных измерителей, тем самым обеспечить контроль за состоянием СМС, в частности, при заходе на посадку, а также использование полученных оценок в законе управления. В настоящей работе с помощью фильтра Калмана оценивается угол сноса и сила бокового ветра, вводится компенсация влияния этого ветрового сноса на работу системы управления боковым движением самолета.

При оценивании углов скольжения  $\beta$  и сноса  $\beta_w$  СМС используется рабочая

информация о его угловых скоростях и координатах (в нашем случае:  $\gamma$ — угол крена;  $\Psi$  – угол курса ЛА;  $\omega_x, \omega_y$  — угловые скорости вращения СМС вокруг оси Ох, Оу), получаемая от внешних информационных устройств или систем, обладающих некоторыми погрешностями измерений, максимальное значение которых известно заранее.

Модель движения СМС в горизонтальной плоскости представлена в виде системы линеаризованных уравнений [1,2]

$$\begin{aligned}
 \dot{\beta}_k &= \overline{Z}^\beta (\beta_k - \beta_w) + \omega_x \sin \alpha + \omega_y \cos \alpha + \frac{g}{V} \gamma \cos \vartheta + \overline{Z}^{\delta_3} \delta_{\text{эфф}} + \overline{Z}^{\delta_n} \delta_n; \\
 \dot{\omega}_x &= \overline{M}_x^\beta (\beta_k - \beta_w) + \overline{M}_x^{\omega_x} \omega_x + \overline{M}_x^{\omega_y} \omega_y + \overline{M}_x^{\delta_3} \delta_{\text{эфф}} + \overline{M}_x^{\delta_n} \delta_n; \\
 \dot{\omega}_y &= \overline{M}_y^\beta (\beta_k - \beta_w) + \overline{M}_y^{\omega_x} \omega_x + \overline{M}_y^{\omega_y} \omega_y + \overline{M}_y^{\delta_3} \delta_{\text{эфф}} + \overline{M}_y^{\delta_n} \delta_n; \\
 \dot{\gamma} &= \omega_x - \omega_y \operatorname{tg} \vartheta; \\
 \dot{\psi} &= \omega_y \sec \vartheta. \\
 \dot{Z} &= -\frac{1}{m} \psi - \frac{V}{m} \beta_w
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь, кроме упомянутых выше, применены обозначения:

$\beta_w$  - угол бокового ветра;

$\delta_{\text{эфф}}$  – угол отклонения эффективных элеронов;

$$W_{\text{эфф}} = W_\vartheta \cdot W_{\text{yc}} = W_\vartheta \cdot \frac{\omega_c^2}{s^2 + 2\zeta\omega_c s + \omega_c^2} \tag{2}$$

$\delta_n$  – угол отклонения рулей направления;

$\overline{Z}^\beta, \overline{Z}^{\delta_3}, \overline{Z}^{\delta_n}, \overline{M}_x^\beta, \overline{M}_x^{\omega_x}, \overline{M}_x^{\omega_y}, \overline{M}_x^{\delta_3}, \overline{M}_y^\beta, \overline{M}_y^{\omega_x}, \overline{M}_y^{\omega_y}, \overline{M}_y^{\delta_n}$  – коэффициенты математической

модели движения СМС;

$V$ - путевая скорость;

$m$ - коэффициент перевода градусов в радианы,  $m = 57,3$

Угол пути вычисляется по формуле:

$$\Psi = \psi + \beta + \beta_w \quad (3)$$

По принятым допущениям, при маневре ЛА  $\beta=0$  (разворот СМС – координированный). При отсутствии ветрового возмущения ( $\beta_w=0$ ) угол пути тождественно равен углу рысканья [9,10]. При наличии же ветра в математической модели СМС как объекта управления, учитывается неравенство углов пути и курса. В общем случае построения калмановского наблюдателя рассматривается линейный стационарный объект, описываемый линейным дифференциальным уравнением вида:

$$\frac{dx}{dt} = A \times x + B \times u + G \times \eta;$$

$$y = C \times x + v;$$

Где  $x \in R^n$  - вектор переменных состояния СМС;

$y$  - вектор измерений;

$u$  - сигнал управления;

$\eta$  - вектор возмущения в данном случае ветрового

$v$  - вектор шумов измерений;

$A$  - матрица объекта;

$G$  - матрица случайного ветрового возмущения на входе объекта;

$C$  - матрица измерений на выходе объекта;

$B$  – матрица управления,

Имеем

$$A = \begin{vmatrix} \overline{Z^\beta} & \sin \alpha & \cos \alpha & \frac{g}{V} \cos \vartheta & 0 & 0 \\ \overline{M_x^\beta} & \overline{M_x^{\omega_x}} & \overline{M_x^{\omega_y}} & 0 & 0 & 0 \\ \overline{M_y^\beta} & \overline{M_y^{\omega_x}} & \overline{M_y^{\omega_y}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -tg \vartheta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sec \vartheta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{m} & 0 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} \overline{Z^{\delta_\beta}} & \overline{Z^{\delta_u}} \\ \overline{M_x^{\delta_\beta}} & \overline{M_x^{\delta_u}} \\ \overline{M_y^{\delta_\beta}} & \overline{M_y^{\delta_u}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \quad x = \begin{vmatrix} \beta \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \gamma \\ \psi \\ Z \end{vmatrix} \quad u = \begin{vmatrix} \delta_u \\ \delta_\beta \\ \delta_\gamma \end{vmatrix} \quad G = \begin{vmatrix} -\overline{Z^\beta} \\ -\overline{M_x^\beta} \\ -\overline{M_y^\beta} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{V}{m} \end{vmatrix}$$

Система управления данным СМС формирует управляющие сигналы в соответствии со следующими первичными законами управления [9]:

$$\begin{cases} \delta_H = K_{\omega_y} \omega_y + K_\gamma^{\delta_H} \gamma, \\ \delta_\beta = K_{\omega_x} \omega_x + K_\gamma^{\delta_\beta} \gamma - K_\psi \psi + K_Z Z + K_Z^I \int_{t_0}^t (Z - Z_{зад}) dt; \end{cases} \quad (4)$$

### **Построение фильтра Калмана для оценивания влияния ветрового возмущения**

Зададимся погрешностями датчиков, имеющихся на борту самолета и среднеквадратичным значением скорости порывов ветра: при измерении углов –  $\sigma_{\omega_x} = 1,5$  град/с;  $\sigma_{\omega_y} = 1,7$  град/с,  $\sigma_\gamma = 1$  град;  $\sigma_\psi = 2$  град;

Обработка информации осуществлялась с использованием дискретного фильтра Калмана [3,4,5]. Рассматривалась наблюдаемая динамическая система вида:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= \Phi \cdot x_k + \Gamma \cdot w_k + \Psi \cdot u_k; \\z_k &= H \cdot x_k + v_k;\end{aligned}\tag{5}$$

где  $\Phi \approx I + A \cdot \Delta t$  - переходная матрица системы (1).

Уравнения фильтрации рассматривались в следующем виде:

$$\hat{x}_{k/k} = \Phi \cdot \hat{x}_{k-1/k-1} + P_{k/k} \cdot H^T \cdot R^{-1} \cdot \left[ Z_k - H \cdot \Phi \cdot \hat{x}_{k-1/k-1} \right];\tag{6}$$

$$P_{k/k-1} = \Phi \cdot P_{k-1/k-1} \cdot \Phi^T;$$

$$P_{k/k} = \left[ P_{k/k-1}^{-1} + H^T \cdot R^{-1} \cdot H \right]^{-1};$$

Тогда ковариационные матрицы шумов измерения (R) и ветрового возмущения (Q) примут вид:

$$\begin{aligned}R &= \text{diag}(\sigma_{\omega_x}^2, \sigma_{\omega_y}^2, \sigma_{\gamma}^2, \sigma_{\psi}^2) \\Q &= \sigma_{\beta}^2\end{aligned}\tag{7}$$

Ковариационная матрица ошибок априорной оценки характеризовалась следующими дисперсиями:

$$P_0 = \text{diag}(0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)\tag{8}$$

Матрица наблюдения СМС:

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\tag{9}$$

В результате были получены следующие уравнения для оценки вектора состояния СМС:

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}^k &= \hat{\beta}^{k-1} + Z^\beta \hat{\beta}^{k-1} + \sin \alpha \hat{\omega}_x^{k-1} + \cos \alpha \hat{\omega}_y^{k-1} + \frac{g}{V} \cos \mathcal{G} \hat{\gamma}^{k-1}, \\
\hat{\omega}_x^k &= \hat{\omega}_x^{k-1} + M_x^\beta \hat{\beta}^{k-1} + M_x^{\omega_x} \hat{\omega}_x^{k-1} + M_x^{\omega_y} \hat{\omega}_y^{k-1} + M_x^{\delta_\mathcal{G}} \delta_\mathcal{G}^k, \\
\hat{\omega}_y^k &= \hat{\omega}_y^{k-1} + M_y^\beta \hat{\beta}^{k-1} + M_y^{\omega_x} \hat{\omega}_x^{k-1} + M_y^{\omega_y} \hat{\omega}_y^{k-1} + M_y^{\delta_H} \delta_H^k, \\
\hat{\gamma}^k &= \hat{\gamma}^{k-1} + \hat{\omega}_x^{k-1}, \\
\hat{\psi}^k &= \hat{\psi}^{k-1} + \hat{\omega}_y^{k-1}, \\
\hat{Z}^k &= \hat{Z}^{k-1} + \hat{\psi}^{k-1};
\end{aligned} \tag{10}$$

и

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}^k &= \hat{\beta}^k, \\
\hat{\omega}_x^k &= \hat{\omega}_x^k + K_k^{\omega_x} (\omega_x^k - \hat{\omega}_x^k), \\
\hat{\omega}_y^k &= \hat{\omega}_y^k + K_k^{\omega_y} (\omega_y^k - \hat{\omega}_y^k), \\
\hat{\gamma}^k &= \hat{\gamma}^k + K_k^\gamma (\gamma^k - \hat{\gamma}^k), \\
\hat{\psi}^k &= \hat{\psi}^k + K_k^\psi (\psi^k - \hat{\psi}^k), \\
\hat{Z}^k &= \hat{Z}^k + K_k^Z (Z^k - \hat{Z}^k);
\end{aligned} \tag{11}$$

где  $K_k^{\omega_x}, K_k^{\omega_y}, K_k^\gamma, K_k^\psi$  – составляющие вектора  $K$ , полученного как

$$K_k = P_{k/k-1} H_k (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1}; \tag{12}$$

После установки фильтра Калмана с блоком вычисления угла ветра в боковой канал управления, была получена улучшенная структура системы управления (рис 1) [9]. На структурной схеме (см. рис 1) показаны основные скалярные обратные связи в системе и векторная связь оценивания и компенсации возмущения. Ей соответствует приведенная на рис 2 схема имитационной модели бокового канала системы управления с учетом оцененной силы бокового ветра.



## Результаты оценивания бокового ветра с помощью фильтра калмана и частичной компенсации его влияния на работу системы управления боковым движением СМС

Для проверки работы фильтра был проведен эксперимент, в котором на СМС с установленной на его системе управления курсом воздействовал ветер[6].

Первый вариант: угол ветрового сноса имеет вид

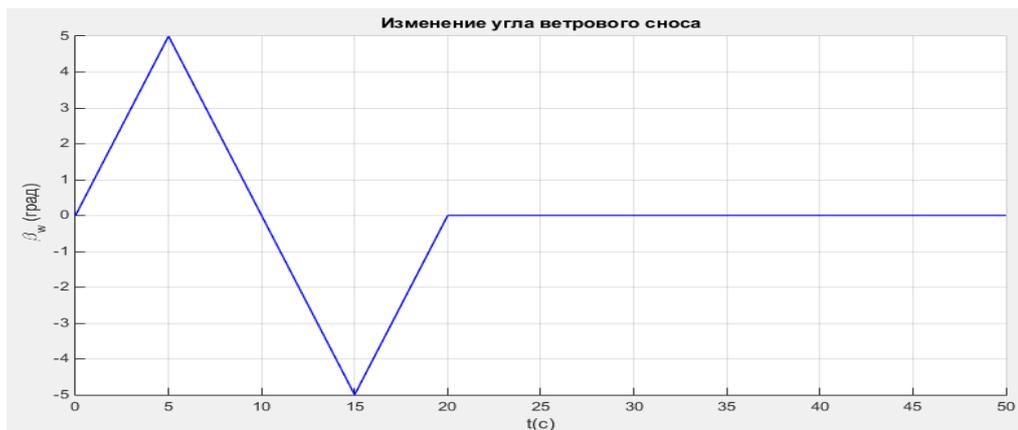


Рис 3. Изменение угла ветрового сноса СМС

Имеем:

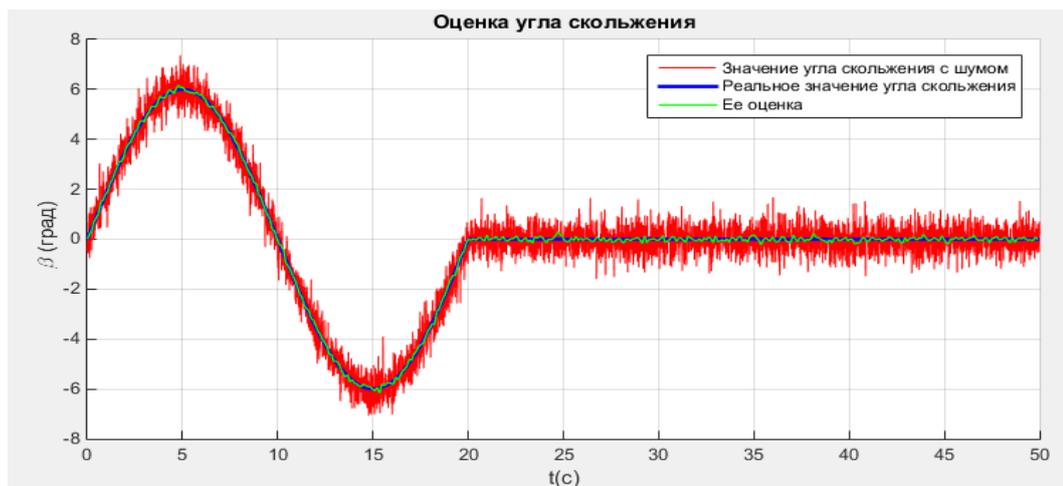


Рис. 4. Угол скольжения СМС и его оценка

Как видно из результатов эксперимента, значение угла скольжения было оценено с ничтожно малой погрешностью.

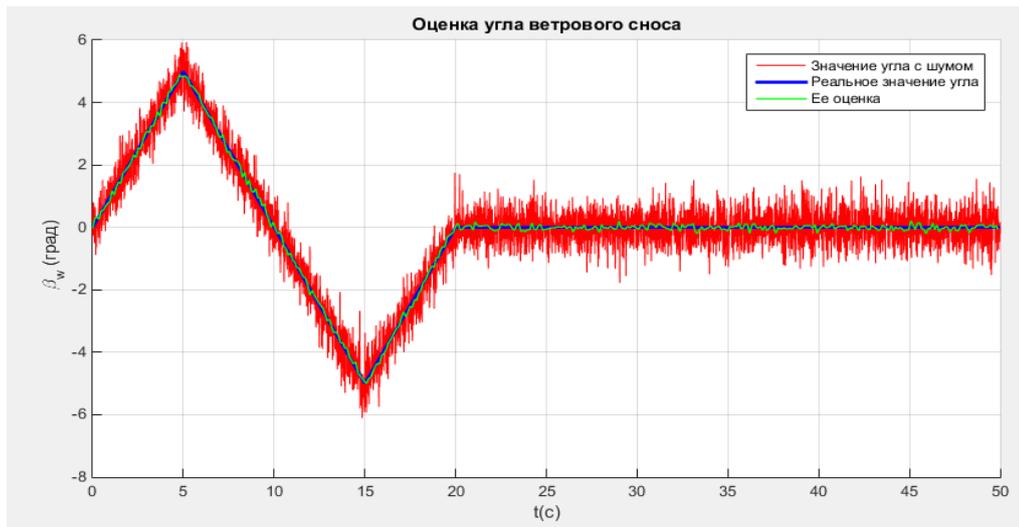


Рис. 5. Оценка бокового ветра с помощью фильтра Калмана

Второй вариант: угол ветрового сноса имеет вид

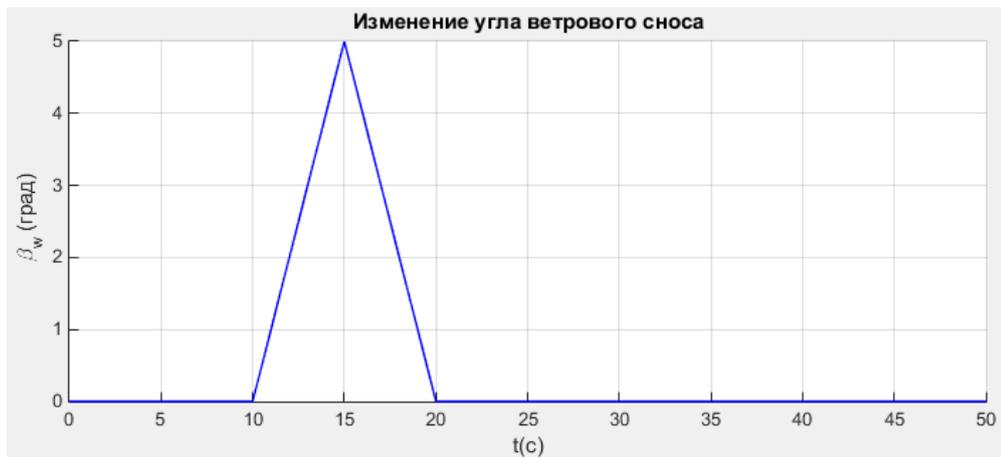


Рис 6. Изменение угла ветрового сноса СМС

Имеем:

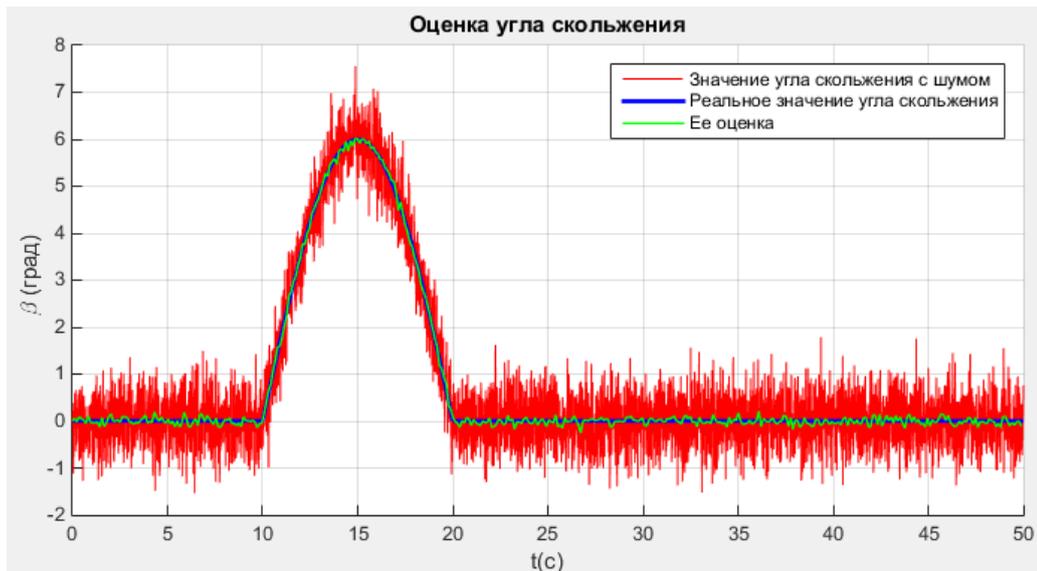


Рис. 7. Угол скольжения СМС и его оценка

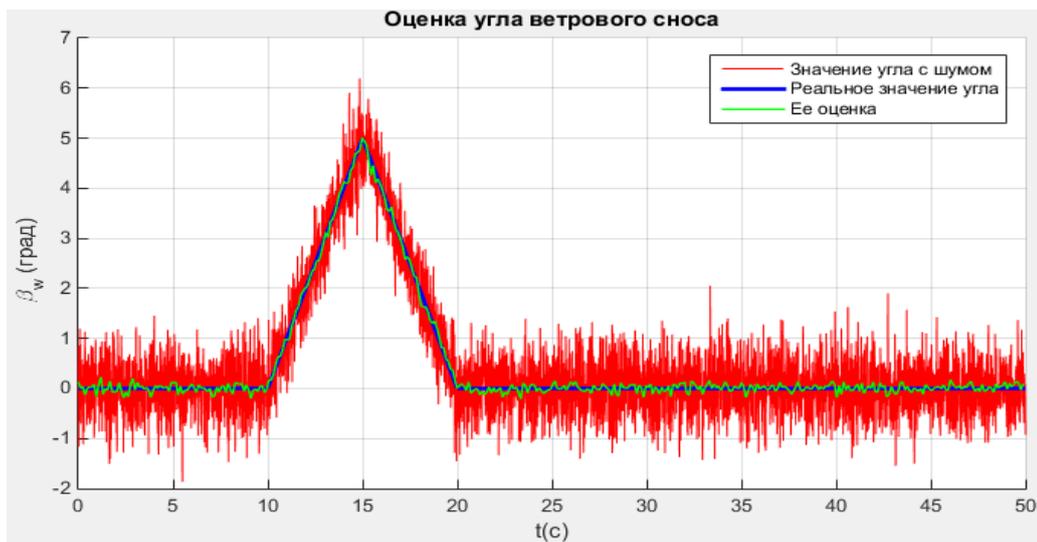


Рис. 8. Оценка бокового ветра с помощью фильтра Калмана

Как видно из представленных графиков, данный метод позволяет достаточно точно оценивать угол ветрового сноса и может быть применен при компенсации воздействия бокового ветра на СМС.

При математическом моделировании системы управление боковым траекторным движением СМС при действии боковых знакопеременных порывов ветра показано (рис 9), что применение канала компенсации ветрового возмущения

с Ф.К позволяет снизить погрешность обработки бокового положения СМС ориентировочно в 3 раза. Аналогичный результат получен при компенсации влияния одностороннего ветрового порыва (рис 10).

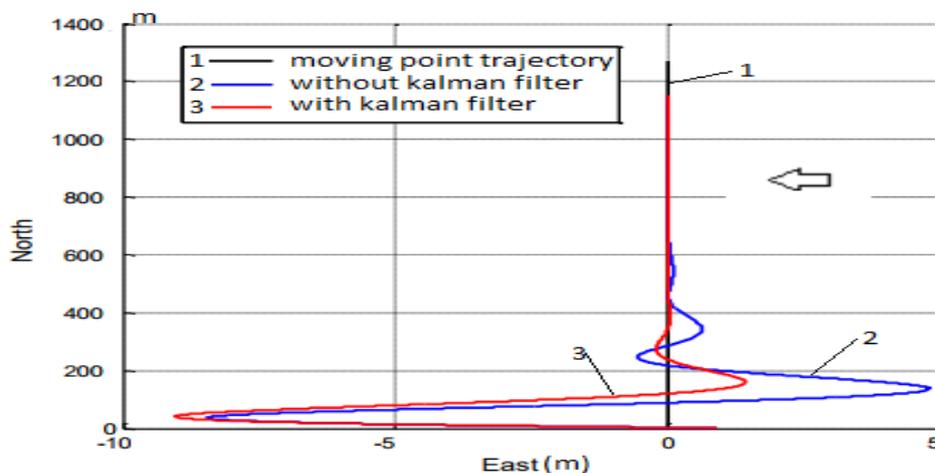


Рис. 9. Результат эксперимента при отклонении параметров математической модели ЛА

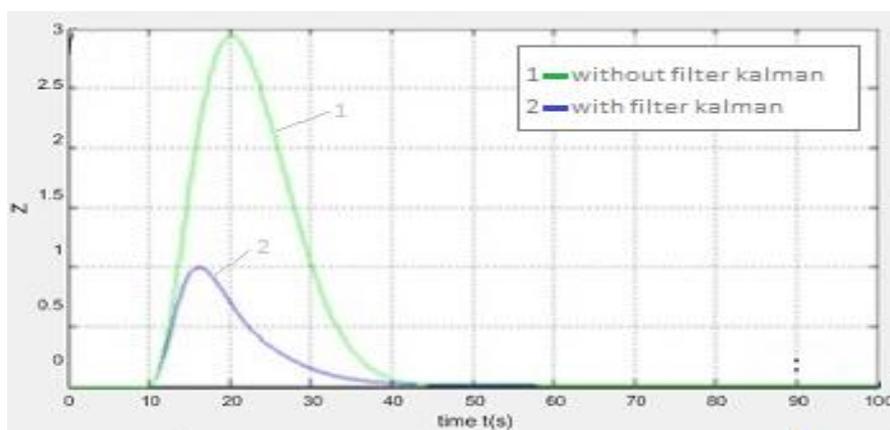


Рис. 10. Процесс компенсации бокового отклонения, полученного в результате воздействия бокового ветра.

Погрешности компенсации возмущений зависят от погрешностей оценивания их, в свою очередь, зависящих от параметров объекта управления. На рис 11 приведены графики С.К.О оценивания ветрового сноса для номинальных параметров уравнений углового движения СМС и для увеличенных значений

аэродинамических коэффициентов СМС.

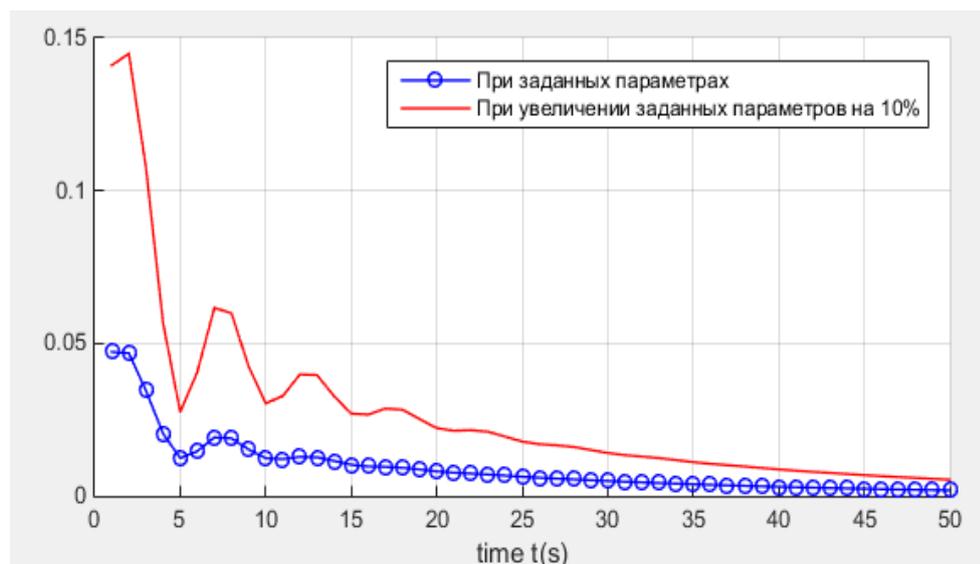


Рис. 11. Сравнение СКО фильтраций при изменении значений заданных параметров

Отсюда виден рост погрешностей оценивания возмущения с ростом темпа процессов в объекте управления и его колебательности.

### Заключение

Математическим моделированием подтверждено повышение точности управления положением СМС относительно заданной линии пути при действии бокового ветра, достигаемое при оценивании и частичной компенсации ветрового воздействия.

Показан и определен численно рост точности оценивания возмущений с ростом времени наблюдения.

Показана перспективность применения калмановского наблюдателя и канала частичной компенсации ветрового возмущения для нового рассматриваемого случая знакопеременного возмущения, возникающего при сдвиге ветра и представляющего значительную опасность для выполнения полетов самолетов.

При рассмотренных параметрах применяемой системы оценивания и компенсации возмущения, при действии односторонних и двухсторонних порывов ветра со скоростью до 10 м/с ошибка положения СМС относительно заданной траектории снижается ориентировочно в 3 раза.

Результаты выполненных в работе исследований могут найти применение при разработке алгоритмов автоматического управления СМС, в частности, при заходе на посадку.

Использование полученных результатов позволит повысить точность автоматического управления СМС при действии порывов бокового ветра.

### **Библиографический список**

1. Летов А.М. Динамика полета и управление. – М.: Наука, 1969, –360 с.
2. Ефремов А.В., Захарченко В.Ф., Овчаренко В.Н. и др. Динамика полета. – М.: Машиностроение, 2011. –776 с.
3. Соболев В.И. Синтез калмановских фильтров. - М.: Изд-во МАИ, 1994. – 72 с.
4. Синицын И.И. Фильтры Калмана и Пугачева. - М.: Логос, 2006. - 640 с.
5. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. ГОСТ 20058-80. - М.: Издательство стандартов, 1981. - 119 с.
6. Калман Р.Е., Бьюси Р.С. Новые результаты линейной фильтрации и теории предсказаний // Техническая механика. 1961. № 1. С. 123 - 141.
7. Медведев В.С. Методы оптимального оценивания, фильтрации и управления. Линейные системы. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1996. – 167 с.

8. Болтянский В.Г. Оптимальное управление дискретными системами. - М.: Наука, 1973. – 448 с.
9. Лебедев Г.Н., Ефимов А.В., Михайлин Д.А. Оценка вектора состояния беспилотного летательного аппарата при наличии в объекте управления нелинейных элементов // Вестник Московского авиационного института. 2012. Т. 19. № 1. С. 12-16.
10. Лебедев Г.Н., Румакина А.В., Михайлин Д.А. Многоступенчатая идентификация неизмеряемых параметров полета при комплексировании сигналов бортовых измерительных средств // Труды МАИ. 2016. № 91. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=75637>
11. Кишко Д.В. Анализ точности определения собственных координат при использовании радионавигационной системы с малыми базами между передатчиками // Труды МАИ. 2014. № 78. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=53755>
12. Рыбников С.И., Нгуен Т.Ш. Аналитическое конструирование системы демпфирования изгибных аэроупругих колебаний крыла самолета // Труды МАИ. 2014. № 95. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=84572>
13. Лебедев Г.Н., Елисеев В.Д., Ивашова Н.Д. Постановка задачи автоматического управления посадочным маневром беспилотного летательного аппарата при сильном боковом ветре и подходы к ее решению // Труды МАИ. 2013. № 70. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=44508>
14. Михайлин Д.А., Аллилуева Н.В., Руденко Э.М. Сравнительный анализ эффективности генетических алгоритмов маршрутизации полета с учетом их

- различной вычислительной трудоемкости и многокритериальности решаемых задач  
// Труды МАИ. 2018. № 98. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=90386>
15. Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews. Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB, Wiley, 2015, 640 с.
  16. Максимов Ю.А., Филлиповская Е.А. Алгоритмы решения задач нелинейного программирования. - М.: МИФИ, 1982. – 52 с.
  17. McGee T.G., Spry S., Hedrick J.K. Optimal path planning in a constant wind with a bounded turning rate // AIAA Conference on Guidance, Navigation and Control, Kissimmee, 2006, pp. 789 - 790.
  18. McFarland M.B., Zachery R.A., Taylor B.K. Motion planning for reduced observability of autonomous aerial vehicles // IEEE International Conference on Control Applications, 22-27 August 1999, Hawaii, vol. 5, no. 3, pp. 231 - 235.
  19. Wan E.A. and R. van der Merwe. The Square-Root Unscented Kalman Filter for state and parameter-estimation // Proc. Of IEEE Symposium 2000 (AS-SPXX), Lake Louise, Alberta, Canada, 2000, pp. 580.
  20. Нелюбов А.И. Летные характеристики и боевое маневрирование летательных аппаратов. Математические методы расчета боевых маневров, взлета и посадки самолетов с поворотом вектора тяги двигателей. – М.: ВВИА им. Жуковского, 1986. – 37 с.
  21. Шкадов Л.М., Буханова Р.С., Илларионов В.Ф. Механика оптимального пространственного движения летательных аппаратов в атмосфере. - М.: Машиностроение, 1972. – 240 с.