

Труды МАИ. 2025. № 140
Trudy MAI. 2025. No. 140 (In Russ.)

Научная статья
УДК 623.746.4-519
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184069>
EDN: <https://www.elibrary.ru/OXHIQR>

МЕТОДИКА МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО МИНИМАКСА ДЛЯ КОНСТРУИРОВАНИЯ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ МУЛЬТИРОТОРНОГО ТИПА НА ОСНОВЕ МОРФОЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И ТЕОРИИ ЛАТЕНТНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

**Александр Владиславович Ананьев^{1✉}, Наиль Фаритович Кузьяров²,
Сергей Игоревич Моисеев³**

¹Воронежский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова,
Воронеж, Российская Федерация

²ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»,
Воронеж, Российская Федерация

³Воронежский государственный технический университет,
Воронеж, Российская Федерация

¹Ananyev-Alexandr@yandex.ru✉

Аннотация. В работе представлена методика многокритериального минимакса для конструирования беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), базирующаяся на морфологическом анализе и теории латентных переменных. Проведен анализ существующих подходов к проектированию БПЛА. На основе анализа предложено выделение базовой части функциональных элементов технического устройства,

основные характеристики которых должны обеспечить ключевые требования, например, по массе полезной нагрузки. Морфологический анализ формализован алгоритмом, включающим процедуры многокритериального выбора на основе теории латентных переменных. Выделение этапа формирования базовой части конструкции для достижения минимально необходимых требований по основному показателю с последующей максимизацией по множеству параметров всех функциональных узлов предполагает реализацию процедуры «многокритериального минимакса». Реализация многокритериального минимакса позволяет разумно ограничить требования и обеспечить минимально достижимый форм-фактор БПЛА.

Ключевые слова: морфологический анализ, латентные переменные, алгоритм, проектирование, математическое моделирование, конфигурация

Для цитирования: Ананьев А.В., Кузьяров Н.Ф., Моисеев С.И. Методика многокритериального минимакса для конструирования беспилотных летательных аппаратов мультироторного типа на основе морфологического анализа и теории латентных переменных // Труды МАИ. 2025. № 140. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184069>

Original article

MULTICRITERIAL MINIMAX METHOD FOR DESIGNING FPV-TYPE UNMANNED AERIAL VEHICLE BASED ON MORPHOLOGICAL ANALYSIS AND LATENT VARIABLE THEORY

Alexander V. Ananjev^{1✉}, Nail F. Kuziyarov², Sergey I. Moiseev³

¹Plekhanov Russian University of Economics,

Voronezh, Russian Federation

²Air force academy named after professor N.E. Zhukovskii and Y.A. Gagarin,

Voronezh, Russian Federation

³Voronezh state technical university,

Voronezh, Russian Federation

¹Ananyev-Alexandr@yandex.ru✉

Abstract. The paper presents a multi-criteria minimax methodology for designing an unmanned aerial vehicle (UAV), based on morphological analysis and the theory of latent variables. An analysis of existing approaches to UAV design was conducted. Based on the analysis, it was proposed to identify the basic part of the technical device functional elements, the main characteristics of which should ensure key requirements, for example, for the mass of the payload. Morphological analysis is formalized by an algorithm that includes multi-criteria selection procedures based on the theory of latent variables. The algorithm for solving the problem of selecting a rational configuration for the UAV has been considered, through which a compromise solution has been obtained regarding the dilemma of «algorithm complexity» versus «solution quality» based on the use of a controlled parameter. A rational component selection algorithm for the basic configuration of the product is presented, to which non-basic components will be added later. The scheme of this algorithm and the evaluation of its properties have been implemented. A graph showing the dependence of the number of comparisons on the parameters of the type is presented, illustrating the complexity of the calculations. The allocation of basic part formation stage structure to achieve the minimum necessary requirements for the main indicator with subsequent maximization by a set of all functional units parameters

involves the implementation of the “multi-criteria minimax” procedure. The multi-criteria minimax implementation allows for reasonable limitation of requirements and ensuring the minimum achievable UAV form factor.

Keywords: morphological analysis, latent variables, algorithm, design, mathematical modeling, configuration

For citation: Ananjev A.V., Kuziyarov N.F., Moiseev S.I. Multicriterial minimax method for designing fpv-type unmanned aerial vehicle based on morphological analysis and latent variable theory. *Trudy MAI*. 2025. No. 140. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=184069>

Введение

На сегодняшний день мультироторные БПЛА широко используются в гражданской сфере: в сельском хозяйстве, промышленности, геодезии, при охране важных объектов и территорий, экологическом мониторинге, доставке грузов и т. д. При этом для каждой задачи существуют как специально созданные БПЛА, так и проектируемые эксплуатантами самостоятельно. Все БПЛА мультироторного типа имеют конструктивное сходство, но при этом отличаются различными характеристиками, такими как размеры, дальность полета, масса полезной нагрузки и т. д. Достижение максимизации характеристик БПЛА осуществляется в ходе проектирования за счет взаимоувязки типовых функциональных узлов.

Основные научные подходы к проектированию БПЛА раскрыты в исследованиях [1-6] и включают изучение особенностей отличия разработки БПЛА

от пилотируемых летательных аппаратов, полунатурное моделирование БПЛА мультироторного типа, формирование технического облика БПЛА с учетом состава целевой аппаратуры, решение задачи выбора элемента питания из их множества для БПЛА мультироторного типа с заданным количеством двигателей. По результатам обзора работ можно заключить, что в части касающейся конструирования БПЛА целесообразно развивать морфологический подход, получивший широкое применение для различных предметных областей, что представлено в работах [7-26].

Наиболее близкими к предлагаемому в работе подходу являются случаи использования морфологического анализа компоновки технических устройств [23-26]. Так, в работе [23] описан комплекс моделирования и оптимизации процесса сборки самолётов, в работе [24] рассматривается вопрос выбора оптимального компоновочного решения из нескольких предлагаемых вариантов при отсутствии достоверных статистических данных, при этом предлагается по каждому параметру, влияющему на выбор данного компоновочного решения, проводить экспертную оценку. Декомпозиция состава БПЛА также может сопровождаться структурно-параметрическим анализом с автоматизацией маршрута проектирования [25, 26].

В целом можно заключить, что в приведенных работах не учтена характерная особенность проектирования БПЛА мультироторного типа, а именно существования некоторой базисной группы функциональных узлов, включающих винтомоторную группу и несущую раму конструкции БПЛА. При этом под функциональным узлом будем понимать составную часть БПЛА, содержащую отдельные конструктивные

элементы и детали, которая может выполнять свою функцию только совместно с другими частями единицы оборудования.

Целью данной статьи является разработка методики подбора рациональной по множеству критериев конфигурации БПЛА из возможных компонентов на основе совместного применения морфологического анализа и теории латентных переменных, формально реализующей минимаксное решение.

1. Постановка задачи

Исходные данные следующие. Имеется техническое задание составления рациональной конфигурации БПЛА с заданными характеристиками из возможных компонентов. Необходимо подобрать такой набор компонентов, чтобы полученное изделие максимально соответствовало необходимым требованиям и условиям.

Введем следующие обозначения. Через N обозначим количество компонентов, которое содержит БПЛА (моторы, несущие винты, регуляторы, контроллеры и т.д.). По каждому компоненту имеется возможность использовать при конструировании БПЛА E_1, E_2, \dots, E_N экземпляров или конкретных видов данного компонента, которые можно включить в конструкцию изделия. Обозначим каждый вид для каждого компонента через V_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, N$ – индекс компонента, а $j = 1, 2, \dots, E_i$ – номер экземпляра или вида для данного компонента. В таком подходе решением задачи является нахождение такого множества возможных компонентов $I^* = \{V_1^*, V_2^*, \dots, V_N^*\}$, где $V_i^*, i = 1, 2, \dots, N$ – рациональный вариант экземпляра по каждому компоненту, который обеспечит изделию лучшие

характеристики.

Если обозначить критерий рациональности через функцию $U(I)$, имеющей оценки качества характеристик БПЛА U в зависимости от множества возможного набора экземпляров по каждому компоненту I , то решение задачи можно записать как:

$$I^* = \{V_1^*, V_2^*, \dots, V_N^*\} = \max_{j \in \{E_1 \dots E_N\}} U(\{V_{1,j} \times V_{2,j} \times \dots \times V_{N,j}\}), \quad (1)$$

где: « \times » – прямое (декартово) произведение множеств.

Однако, при большом числе компонентов и экземпляров для каждого компонента, требуется перебор $\prod_{i=1}^N E_i$ конфигураций изделий, причем для каждой конфигурации требуется произвести оценку ее характеристик, что является трудоемкой задачей даже при автоматизации ее решения с применением информационных технологий. Однако полный перебор позволит найти абсолютно рациональную конфигурацию изделия с максимальными требованиями.

Далее рассмотрим алгоритм решения данной задачи по подбору рациональной конфигурации БПЛА, позволяющий получить компромиссное решение по дилемме «сложность алгоритма» - «качество решения» на основе использования управляемого параметра.

2. Описание алгоритма подбора рациональных компонентов для БПЛА

Итак, мы имеем N компонент, входящих в конфигурацию БПЛА. На первом этапе разделим все компоненты на два вида:

– базовые компоненты являются основой готового изделия, они будут служить основой для базиса БпЛА, и их подбор играет главную роль в определении характеристик изделия, обозначим количество базовых компонент через Nb ;

– не базовые компоненты будут добавляться к базовым и создавать новые промежуточные конфигурации изделия с улучшением его характеристик, обозначим их количество через $(N-Nb)$.

На следующем этапе подбора рациональных компонентов для БпЛА идет формирование базы изделия. Для этих целей осуществляется прямой перебор множества конфигураций базовых элементов на основе декартового произведения их множеств и оценки качества каждой конфигурации с целью получения рационального базиса изделия, то есть решается следующая задача подбора рационального множества базисных экземпляров Ib^* вида, аналогичного задаче (1):

$$Ib^* = \{V_1^*, V_2^*, \dots, V_{Nb}^*\} = \max_{j \in \{E_1, \dots, E_{Nb}\}} U(\{V_{1,j} \times V_{2,j} \times \dots \times V_{Nb,j}\}), \quad (2)$$

После выбора рационального набора компонентов базисной конфигурации изделия определяются свойства данной конфигурации, которые в дальнейшем будут служить основой для добавления к данной конфигурации компонентов не из базового множества. Для этих целей будем использовать следующий алгоритм:

1. Упорядочиваем не базовые компоненты по их важности или влиянию на итоговые характеристики изделия, то есть процесс ранжирования по убыванию значимости);

2. К базисной конфигурации изделия добавляем главный по важности не базовый компонент и определяем по критерию рациональности

$$Ib^*_1 = \max_{j \in \{E_{Nb+1}, \dots, E_N\}} U(Ib^* \times \{V_{Nb+1,j}\}), \quad (3)$$

3. Базисная конфигурация изменяется, ею становится базисная конфигурация из предыдущего этапа с добавлением к ней наиболее важного не базового компонента, список не базовых компонентов сокращается на единицу, за счет исключения компонента, добавленного в базисную конфигурацию, пересчитываются характеристики базисной конфигурации;

4. Пункты 2 и 3 повторяются, пока множество не базовых компонентов изделия не станет пустым.

Итерационный процесс выбора рациональной конфигурации на втором шаге можно записать в виде:

$$Ib^*_{i+1} = \max_{j \in \{E_{Nb+1}, E_N\}} U(Ib^*_i \times \{V_{Nb+i,j}\}), \quad i = Nb, Nb+1, \dots, N-1, \quad (4)$$

где: Ib^* – количество компонентов, из которых она собрана.

3. Схема алгоритма и оценка его свойств

Все описанное выше попытаемся реализовать в виде схемы, которая приведена на рисунке 1.

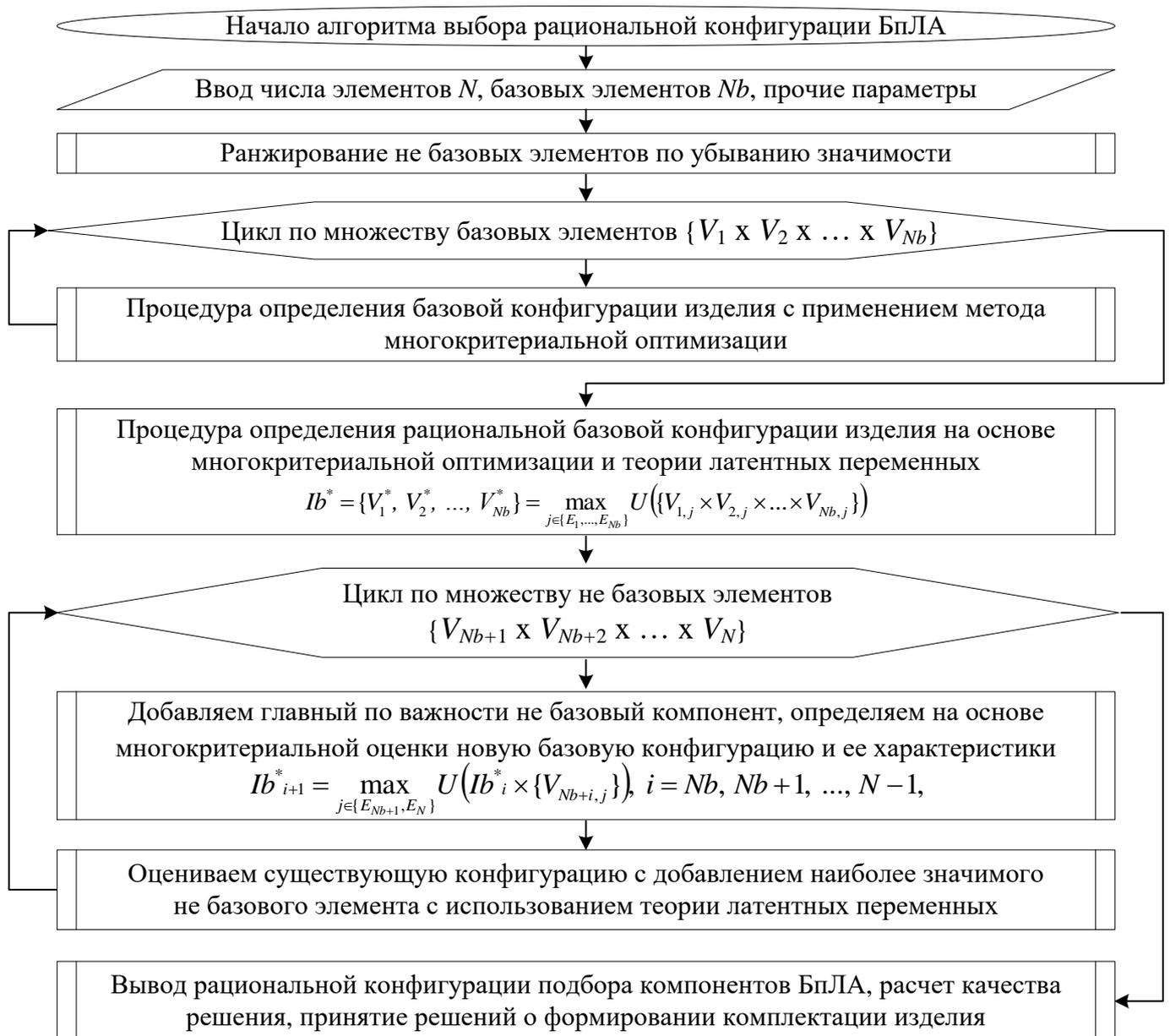


Рисунок 1. Блок-схема алгоритма выбора рациональной конфигурации БПЛА

В алгоритме для оценки качества подобранных компонентов будут использованы методы многокритериальной или векторной оптимизации. Более подробно о данных методах будет изложено в последующих статьях.

Очевидно, что сложность алгоритма пропорциональна количеству комбинаций, которые необходимо проверить с точки зрения эффективности характеристик. Это число будет зависеть от управляющего параметра Nb .

Наименьшая сложность будет при $Nb = 1$, когда компоненты последовательно добавляются к базисной конфигурации, однако в этом случае есть вероятность пропустить абсолютно рациональную конфигурацию ввиду того, что на рациональность характеристик влияют не конкретные характеристики компонентов, а их сочетания. Наибольшая сложность достигается при $Nb = N$, когда гарантированно будет найдено абсолютно рациональное решение.

Количество циклов L сравнения характеристик, которое надо совершить при сравнении вариантов создания базовой конфигурации или при добавлении к базовой конфигурации не базового элемента определяется формулой:

$$L = \prod_{i=1}^{Nb} E_i + \sum_{i=Nb+1}^N E_i, \quad (5)$$

Для анализа данной формулы сделаем следующее допущение: введем понятие среднего числа экземпляров для всех компонентов:

$$\bar{E} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_i, \quad (6)$$

Тогда формулу (5) можно приближенно записать в виде:

$$L = \bar{E}^{Nb} + (N - Nb) \cdot \bar{E}, \quad (7)$$

Нас интересует зависимость доли $\nu = Nb/N$ базовых компонентов к их общему количеству, введя это отношение, получим функцию количества вариантов сравнения конфигураций в зависимости от параметров вида:

$$L(\nu, N, \bar{E}) = \bar{E}^{\nu N} + N(1 - \nu) \cdot \bar{E}, \quad (8)$$

График зависимости (8) для разных значений параметров приведен на рисунке 2, который показывает, что сложность расчета растет по экспоненциальной

зависимости и даже при небольшом количестве компонент и числа экземпляров может привести к значительным проблемам при вычислениях.

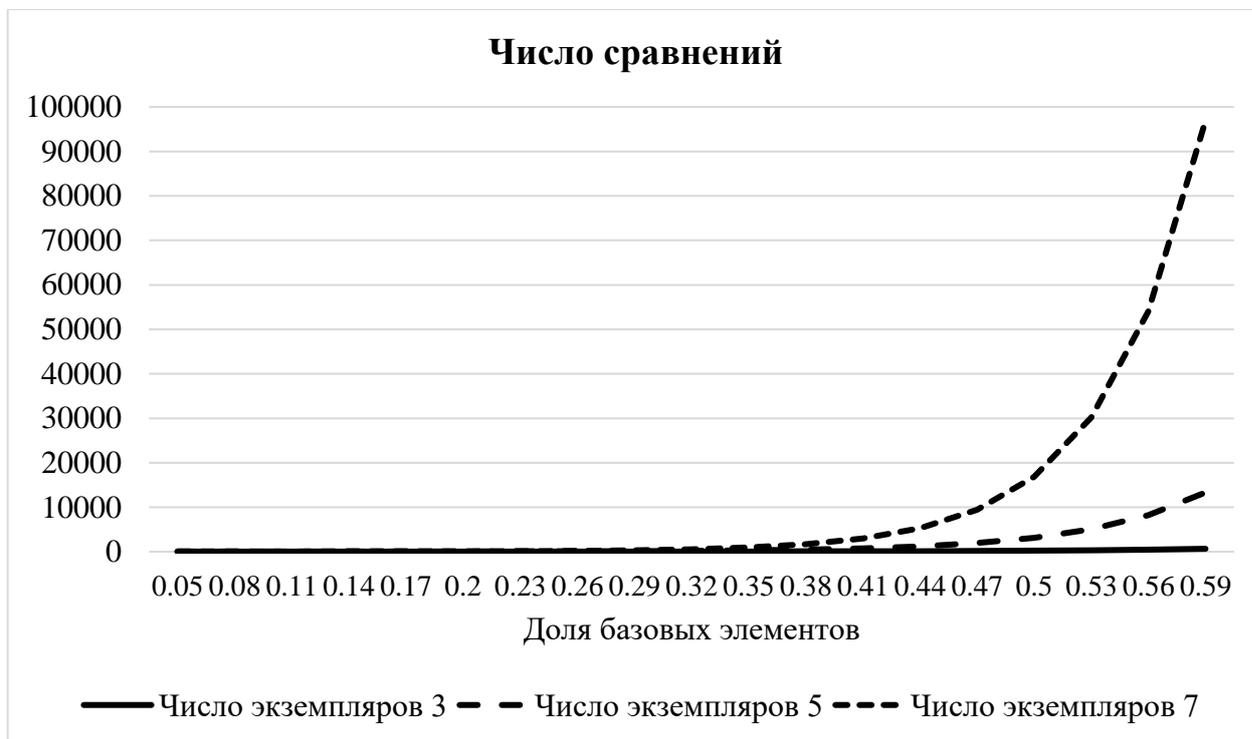


Рисунок 2. График влияния доли базовых элементов для разных значений \bar{E} при $N=10$

Зависимость (8) позволит находить компромисс между сложностью алгоритма и качеством получаемых результатов. Но она не учитывает методику определения степени эффективности характеристик при сравнении наборов компонент изделия. Рассмотрим далее этот вопрос.

4. Методика оценки эффективности набора компонент для изделия

Приведенный выше алгоритм позволяет лишь организовать процесс выбора рационального набора компонентов для БпЛА и подразумевает, что в результате сравнения наборов и ранжирования не базовых элементов по убыванию значимости

должен оцениваться показатель качества каждой конфигурации, позволяющий в итоге выбрать наиболее эффективный из них. Иными словами, для каждого набора компонент должен вычисляться некоторый интегральный показатель качества данной конфигурации, который в терминологии теории принятия решений в условиях определенности [27], будем называть функциями полезности набора компонент $F_i, i=1, 2, \dots, M$. В итоге, будет выбран тот набор компонент, чья функция полезности будет наибольшей.

Для получения функции полезности набора компонент будем использовать методы многокритериального оценивания. Рассмотрим группу из M наборов компонент, которая оценивается с точки зрения качества и эффективности характеристик по K критериям, которые обозначим как Kr_1, Kr_2, \dots, Kr_K . Обозначим через U_{ij} оценку i -того набора компонент, произведенную по j -му критерию, $i=1, 2, \dots, M, j=1, 2, \dots, K$. Критериальные оценки могут производиться по произвольным интервальным шкалам, возможно разным для каждого критерия. Если критерии имеют разные важности для результата оценивания, то можно ввести веса критериев. Обозначим вес j -го критерия через W_j , они могут оцениваться по произвольной интервальной шкале и определяться экспертными методами.

Для получения частных критериальных оценок можно использовать экспертные методы либо методы на основе технической документации с использованием специализированного программного обеспечения по поддержки принятия решений, например, SistemAnalisis, Analytica, Dcision Lens и др. [28].

В результате формируется матрицы исходных данных, которые приведены в

таблице 1.

Исходные данные для оценивания наборов компонент

Таблица 1

Наборы компонент	Критерии оценивания			
	Kr_1	Kr_2	...	Kr_K
Набор 1	U_{11}	U_{12}	...	U_{1K}
Набор 2	U_{21}	U_{22}	...	U_{2K}
...
Набор M	U_{M1}	U_{M2}	...	U_{MK}
Вес W_j	W_1	W_2	...	W_K

Ввиду того, что оценки наборов компонент осуществляются по критериям, имеющим различные шкалы оценивания, а также могут иметь разные направления – на максимизацию или на минимизацию (минимакс), то для дальнейшего обобщения частных оценок наборов необходимо привести частные оценки к единой шкале, выполнив процедуру нормализации. В качестве такой шкалы выберем единичную. В качестве метода оптимизации предлагаем следующий [29]. Обозначим через u_{ij} нормализованную на отрезок $[0; 1]$ оценку i -того набора компонент, проведенному по j -му критерию, $i=1, 2, \dots, M, j=1, 2, \dots, K$. Тогда нормализованные оценки можно определить по формулам для критерия, направленного на максимальный результат:

$$u_{ij} = \frac{U_{ij} - \check{U}_j}{\widehat{U}_j - \check{U}_j}, \quad (9)$$

для критерия, направленного на минимальный результат:

$$u_{ij} = \frac{\widehat{U}_{ij} - U_{ij}}{\widehat{U}_j - \check{U}_j}, \quad (10)$$

где: $\hat{U}_j = \max_i(U_{ij})$ – максимальное значение j -того критерия по всем наборам рассматриваемых компонент;

$\check{U}_j = \min_i(U_{ij})$ – минимальное значение j -того критерия по тем же самым наборам.

Далее перейдем к оцениванию наборов компонент. Простейшим методом получения интегральных значений функции полезности является аддитивный метод.

Согласно ему, функции полезности определяются по формуле:

$$F_i = \sum_{j=1}^K u_{ij} W_j, \quad (11)$$

где $i = 1, 2, \dots, M$.

Данный метод достаточно прост в вычислительном плане, но дает оценки, которые зависят от набора компонент и состава критериев. Критерии, которые являются «требовательными», то есть оценки по ним для большинства наборов небольшие, будут давать меньший вклад в итоговую функцию полезности, чем критерии «лояльные», для которых большинство наборов компонент получают высокие оценки. Данный вопрос подробно исследован в работах [30, 31].

Улучшить качество экспертизы позволит внедрение в алгоритм методики оценивания рациональной конфигурации, которая основана на теории латентных переменных, а именно, на модели Раша [32, 33]. Приведем краткие математические выкладки для оценивания конфигурации БПЛА, тем более что данная модель была использована авторами для оценивания альтернатив в другой предметной области, что отражено в работах [34-36].

Введем латентные переменные:

F_i – функция полезности набора компонент;

Q_j - степень невыполнимости критерия: тем меньше ее значение, тем лучше наборы компонент в совокупности удовлетворяют критерию.

Пусть также w_j – вес j -того критерия.

Тогда латентные переменные F_i и Q_j находятся из решения задачи оптимизации вида:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^K w_j \cdot \left(u_{ij} - \frac{e^{F_i - Q_j}}{1 + e^{F_i - Q_j}} \right)^2 \rightarrow \min, \quad (12)$$

где $F \geq 0$; $Q \geq 0$; $i = 1, 2, \dots, M$; $j = 1, 2, \dots, K$.

Полученные по формуле (12) оценки функций полезности наборов компонент будут не зависеть от оценочных критериев и измеряться по линейной шкале. Кроме того, данный подход позволяет проанализировать свойства оценочных критериев Q_j .

Выводы. Таким образом, в работе представлена методика многокритериального минимакса при конструировании БПЛА FPV-типа на основе морфологического анализа и теории латентных переменных из множества возможных компонентов, соответствующий максимальным требованиям его применения. Изложена последовательность математической реализации решения данной задачи.

В основе алгоритма лежит идея разделения компонентов изделия на две категории – базовые и не базовые. Формирование базовой конфигурации позволяет учитывать минимальные необходимые требования к характеристикам готового изделия, а добавление не базовой части конфигурации позволяет максимизировать

остальные характеристики изделия – многокритериальный минимакс, обеспечивающий минимально достижимый форм-фактор БПЛА.

Проведен анализ сложности алгоритма, показано, что сложность значительно возрастает с увеличением числа базовых компонентов. Построенные математические зависимости позволяют определить рациональное число базовых компонентов по критериям «сложность алгоритма» - «качество решения».

Описана методика получения интегрального показателя качества каждого набора компонент для изделия, или эффективности этого набора. Рассмотрена традиционная методика оценки качества, основанная на теории принятия решений в условиях определенности, а также предложена оригинальная альтернативная методика вычисления интегрального показателя качества, основанная на модели Раша оценивания латентных переменных.

Список источников

1. Ронжин А.Л., Нгуен В.В., Соленая О.Я. Анализ проблем разработки беспилотных летательных манипуляторов и физического взаимодействия БЛА с наземными объектами // Труды МАИ. 2018. № 98. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=90439>
2. Каримов А.Х. Особенности проектирования беспилотных авиационных систем нового поколения // Труды МАИ. 2011. № 47. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=26769&eng=N>
3. Гоголев А.А. Полунатурное моделирование беспилотных летательных аппаратов

- типа мультикоптер // Труды МАИ. 2017. № 92. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=77238>
4. Трохов Д.А., Туркин И.К. К вопросу проектирования беспилотного летательного аппарата для решения разведывательных задач на море // Труды МАИ. 2014. № 78. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=53735>
5. Гусейнова Р.О., Гумбатов Д.А. Оптимизация концептуальной разработки беспилотных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2024. № 136. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=180684>
6. Гусейнов О.А., Фатуллаев А.А. Вопросы проектирования узлов электропитания мультикоптеров // Труды МАИ. 2024. № 138. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=182666>
7. Брянский С.А., Визильтер Ю.В. Условные морфологические меры сложности и информативности изображений // Математические методы распознавания образов. 2017. Т. 18. № 1. С. 110-111.
8. Рубис А.Ю., Лебедев М.А., Визильтер Ю.В., Выголов О.В., Желтов С.Ю. Компаративная фильтрация изображений с использованием монотонных морфологических операторов // Компьютерная оптика. 2018. Т. 42. № 2. С. 306-311. DOI: [10.18287/2412-6179-2018-42-2-306-311](https://doi.org/10.18287/2412-6179-2018-42-2-306-311)
9. Рубис А.Ю., Лебедев М.А., Визильтер Ю.В., Выголов О.В. Морфологическая фильтрация изображений на основе взаимного контрастирования // Компьютерная оптика. 2016. Т. 40. № 1. С. 73-79. DOI: [10.18287/2412-6179-2016-40-1-73-79](https://doi.org/10.18287/2412-6179-2016-40-1-73-79)
10. Визильтер Ю.В., Горбацевич В.С., Вишняков Б.В., Сидякин С.В. Поиск объектов

- на изображении с использованием морфлетных описаний // Компьютерная оптика. 2017. Т. 41. № 3. С. 406-411. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-3-406-411
11. Визильтер Ю.В., Сидякин С.В. Морфологические спектры // Механика, управление и информатика. 2012. № 3 (9). С. 234-241.
12. Визильтер Ю.В., Горбацевич В.С., Желтов С.Ю., Рубис А.Ю., Воротников А.В. Морфлеты: новый класс древовидных морфологических описаний формы изображений // Компьютерная оптика. 2015. Т. 39. № 1. С. 101-108. DOI: [10.18287/0134-2452-2015-39-1-101-108](https://doi.org/10.18287/0134-2452-2015-39-1-101-108)
13. Визильтер Ю.В., Горбацевич В.С., Рубис А.Ю., Выголов О.В. Сравнение изображений по форме с использованием диффузной морфологии и диффузной корреляции // Компьютерная оптика. 2015. Т. 39. № 2. С. 265-274. DOI: [10.18287/0134-2452-2015-39-2-265-274](https://doi.org/10.18287/0134-2452-2015-39-2-265-274)
14. Сидякин С.В., Визильтер Ю.В. Морфологические дескрипторы формы бинарных изображений на основе эллиптических структурирующих элементов // Компьютерная оптика. 2014. Т. 38. № 3. С. 511-520. DOI: [10.18287/0134-2452-2014-38-3-511-520](https://doi.org/10.18287/0134-2452-2014-38-3-511-520)
15. Визильтер Ю.В., Сидякин С.В. Бициклические каркасы двумерных фигур // Механика, управление и информатика. 2012. № 3 (9). С. 258-264.
16. Визильтер Ю.В., Выголов О.В., Рубис А.Ю. Морфологические коэффициенты корреляции форм изображений для задач комплексирования многоспектральной видеоинформации // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2012. № 3 (93). С. 14-20.

17. Визильтер Ю.В., Сидякин С.В. Параметрические и морфологические спектры // Компьютерная оптика. 2015. Т. 39. № 1. С. 109-118.
18. Рубис А.Ю., Выголов О.В., Визильтер Ю.В. Морфологическое комплексирование изображений различных спектральных диапазонов // Механика, управление и информатика. 2012. № 2 (8). С. 143-148.
19. Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю. Использование проективных морфологий в задачах обнаружения и идентификации объектов на изображениях // Известия РАН. Теория и системы управления. 2009. № 2. С. 125-138.
20. Визильтер Ю.В. Обобщенная проективная морфология // Компьютерная оптика. 2008. Т. 32. № 4. С. 384-399.
21. Визильтер Ю.В. Конструирование операторов сегментации и сжатия данных на основе проективных морфологических разложений // Известия РАН. Теория и системы управления. 2009. № 3. С. 89-104.
22. Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю. Проективные морфологии и их применение в структурном анализе цифровых изображений // Известия РАН. Теория и системы управления. 2008. № 6. С. 113-128.
23. Зайцева Н.И., Погарская Т.А. Разработка программного комплекса для анализа и оптимизации сборочного процесса в авиастроении // Труды МАИ. 2022. № 124. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=167106>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-23](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-23)
24. Бодрышев А.В., Куприков М.Ю. Выбор компоновочного решения при отсутствии явного прототипа с применением коэффициента конкордации // Труды МАИ. 2011. № 47. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=26805>

25. Гусейнов А.Б. Методика структурно-параметрического синтеза конструктивно-компоновочного облика беспилотного летательного аппарата // Труды МАИ. 2011. № 49. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=28180>
26. Ильин В.Н., Лепехин А.В. Технология автоматизации структурно-параметрического синтеза на основе метода морфологического ящика // Труды МАИ. 2011. № 46. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=26008>
27. Азарнова Т.В., Баркалов С.А., Бондаренко Ю.В. и др. Математические методы принятия решений. Классические подходы и их развитие: монография. – Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2024. 205 с.
28. G2. Аналитика. URL: <https://www.g2.com/products/analytica/features>
29. Баркалов С.А., Моисеев С.И., Порядина В.Л. Модели и методы в управлении и экономике с применением информационных технологий. - СПб.: Интермедия, 2017. - 264 с.
30. Kuzmenko R.V., Moiseev S.I., Stepanov L.V., Sysoeva T.P., Lukin A.N. Modeling the Solution of some Management Problems Using Latent Variables // Journal of Physics: Conference Series. 2021. V. 1902, P. 012076. DOI: [10.1088/1742-6596/1902/1/012076](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1902/1/012076)
31. Маслак А.А., Моисеев С.И., Осипов С.А. Сравнительный анализ оценок параметров модели Раша, полученных методами максимального правдоподобия и наименьших квадратов // Проблемы управления. № 5. 2015. С. 58-66.
32. Rasch G. Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests. Copenhagen, Denmark: Danish Institute for Educational Research, 1960. 160 p. DOI: [10.2307/2287805](https://doi.org/10.2307/2287805)

33. Маслак А.А., Моисеев С.И. Модель Раша оценки латентных переменных и ее свойства: монография. - Воронеж: НПЦ «Научная книга», 2016. - 177 с.
34. Ананьев А.В., Иванников К.С., Моисеев С.И. Методика принятия решений в условиях неопределенности с использованием теории латентных переменных // Системы управления и информационные технологии. 2022. № 2 (88). С. 31-36. DOI: [10.36622/VSTU.2022.88.2.006](https://doi.org/10.36622/VSTU.2022.88.2.006)
35. Ананьев А.В., Иванников К.С., Моисеев С.И. Применение теории латентных переменных для анализа элементного базиса устройств обработки сигналов на основе метода парных сравнений // Системы управления и информационные технологии. 2022. № 3 (89). С. 35-38.
36. Баркалов С.А., Ананьев А.В., Иванников К.С., Моисеев С.И. Алгоритм и методы принятия управленческих решений на основе теории латентных переменных в условиях временных ограничений // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. 2022. Т. 22. № 3. С. 106-116. DOI: [10.14529/ctcr220310](https://doi.org/10.14529/ctcr220310)

References

1. Ronzhin A.L., Nguen V.V., Solenaya O.YA. Analysis of the problems of unmanned flying manipulators development and UAV physical interaction with ground objects. *Trudy MAI*. 2018. No. 98. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=90439>

2. Karimov A.KH. Design features of new generation unmanned aerial vehicles (UAVs). *Trudy MAI*. 2011. No. 47. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=26769&eng=N>
3. Gogolev A.A. Semi-natural modelling of unmanned aerial vehicles like multicopter. *Trudy MAI*. 2017. No. 92. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=77238>
4. Trokhov D.A., Turkin I.K. On unmanned aircraft for reconnaissance missions performance upon the sea design procedure. *Trudy MAI*. 2014. No. 78. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=53735>
5. Guseinova R.O., Gumbatov D.A. Optimization of the conceptual development of unmanned aerial vehicles. *Trudy MAI*. 2024. No. 136. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=180684>
6. Guseinov O.A., Fatullaev A.A. Issues of designing power supply units for multicopters. *Trudy MAI*. 2024. No. 138. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=182666>
7. Bryanskii S.A., Vizil'ter Yu.V. Morphology measures of complexity and information for binary images. *Matematicheskie metody raspoznavaniya obrazov*. 2017. V. 18, No. 1. P. 110-111. (In Russ.)
8. Rubis A.Yu., Lebedev M.A., Vizil'ter Yu.V., Vygolov O.V., Zheltov S.Yu. Comparative image filtering using monotonic morphological operators. *Komp'yuternaya optika*. 2018. V. 42, No. 2. P. 306-311. (In Russ.). DOI: [10.18287/2412-6179-2018-42-2-306-311](https://doi.org/10.18287/2412-6179-2018-42-2-306-311)

9. Rubis A.YU., Lebedev M.A., Vizil'ter Yu.V., Vygolov O.V. Morphological image filtering based on guided contrasting. *Komp'yuternaya optika*. 2016. V. 40, No. 1. P. 73-79. (In Russ.). DOI: [10.18287/2412-6179-2016-40-1-73-79](https://doi.org/10.18287/2412-6179-2016-40-1-73-79)
10. Vizil'ter Yu.V., Gorbatsevich V.S., Vishnyakov B.V., Sidyakin S.V. Object detection in images using morphlet descriptions. *Komp'yuternaya optika*. 2017. V. 41, No. 3. P. 406-411. (In Russ.). DOI: [10.18287/2412-6179-2017-41-3-406-411](https://doi.org/10.18287/2412-6179-2017-41-3-406-411)
11. Vizil'ter Ju.V., Sidjakin S.V. Morphological spectra, *Mehanika, upravlenie i informatika*. 2012. No. 3 (9). P. 234-241. (In Russ.)
12. Vizil'ter Yu.V., Gorbatsevich V.S., Zheltov S.Yu., Rubis A.Yu., Vorotnikov A.V. Morphlets: a new class of tree-structured morphological descriptors of image shape. *Komp'yuternaya optika*. 2015. V. 39, No. 1. P. 101-108. (In Russ.). DOI: [10.18287/0134-2452-2015-39-1-101-108](https://doi.org/10.18287/0134-2452-2015-39-1-101-108)
13. Vizil'ter Yu.V., Gorbatsevich V.S., Rubis A.Yu., Vygolov O.V. Image shape matching using diffusion morphology and diffusion correlation. *Komp'yuternaya optika*. 2015. V. 39. No. 2. P. 265-274. (In Russ.). DOI: [10.18287/0134-2452-2015-39-2-265-274](https://doi.org/10.18287/0134-2452-2015-39-2-265-274)
14. Sidyakin S.V., Vizil'ter Yu.V. Morphological shape descriptors of binary images based on elliptical structuring elements. *Komp'yuternaya optika*. 2014. V. 38. No. 3. P. 511-520. (In Russ.). DOI: [10.18287/0134-2452-2014-38-3-511-520](https://doi.org/10.18287/0134-2452-2014-38-3-511-520)
15. Vizil'ter Yu.V., Sidyakin S.V. Bicyclical wireframes of two-dimensional figures. *Mekhanika, upravlenie i informatika*. 2012. No. 3 (9). P. 258-264. (In Russ.)

16. Vizil'ter Yu.V., Vygolov O.V., Rubis A.Yu. Morphological shape correlation for multispectral image fusion. *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologii*. 2012. No. 3 (93). P. 14-20. (In Russ.)
17. Vizil'ter Ju.V., Sidjakin S.V. Parametric and morphological spectra, *Komp'yuternaja optika*, 2015. V. 39, No. 1. P. 109-118. (In Russ.)
18. Rubis A.Yu., Vygolov O.V., Vizil'ter Yu.V. Multispectral morphological image fusion. *Mekhanika, upravlenie i informatika*. 2012. No. 2 (8). P. 143-148. (In Russ.)
19. Vizil'ter Yu.V., Zheltov S.Yu. The use of projective morphologies for object detection and identification in images. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*. 2009. No. 2. P. 125-138. (In Russ.)
20. Vizil'ter Yu.V. Generalized projective morphology. *Komp'yuternaya optika*. 2008. V. 32, No. 4. P. 384-399. (In Russ.)
21. Vizil'ter Yu.V. Construction of segmentation and data compression operators based on projective morphological decompositions. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*. 2009. No. 3. P. 89-104. (In Russ.)
22. Vizil'ter Yu.V., Zheltov S.Yu. Projective morphologies and their application in structural analysis of digital images. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*. 2008. No. 6. P. 113-128. (In Russ.)
23. Zaitseva N.I., Pogarskaya T.A. Development of software complex for analysis and optimization of the aircraft assembly process. *Trudy MAI*. 2022. No. 124. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=167106>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-23](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-23)

24. Bodryshev A.V., Kuprikov M.Yu. Choice of the layout decision in the absence of an obvious prototype with factor application konkordacii. *Trudy MAI*. 2011. No. 47. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=26805>
25. Guseinov A.B. Methods of structural and parametric synthesis of structural and layout image UAV. *Trudy MAI*. 2011. № 49. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=28180>
26. Il'in V.N., Lepekhin A.V. Technology of automation of structurally-parametrical synthesis on the basis of a method of a morphological box. *Trudy MAI*. 2011. № 46. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=26008>
27. Azarnova T.V., Barkalov S.A., Bondarenko Yu.V. et al. *Matematicheskie metody prinyatiya reshenii. Klassicheskie podkhody i ikh razvitie: monografiya* (Mathematical Methods for Decision Making. Classical Approaches and Their Development: Monograph), Rostov-na-Donu: DGTU Publ., 2024. 205 p.
28. *G2. Analitika*. URL: <https://www.g2.com/products/analytica/features>
29. Barkalov S.A., Moiseev S.I., Poryadina V.L. *Modeli i metody v upravlenii i ekonomike s primeneniem informatsionnykh tekhnologii* (Models and Methods in Management and Economics Using Information Technologies), Saint Petersburg: Intermediya Publ., 2017. 264 p.
30. Kuzmenko R.V., Moiseev S.I., Stepanov L.V., Sysoeva T.P., Lukin A.N. Modeling the Solution of some Management Problems Using Latent Variables. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. V. 1902, P. 012076. DOI: [10.1088/1742-6596/1902/1/012076](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1902/1/012076)

31. Maslak A.A., Moiseev S.I., Osipov S.A. Comparative analysis of Rasch model parameter estimates obtained by maximum likelihood and least squares methods. *Problemy upravleniya*. 2015. No. 5. P. 58-66. (In Russ.)
32. Rasch G. *Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests*. Copenhagen, Denmark: Danish Institute for Educational Research, 1960. 160 p. DOI: [10.2307/2287805](https://doi.org/10.2307/2287805)
33. Maslak A.A., Moiseev S.I. *Model' Rasha otsenki latentnykh peremennykh i ee svoistva: monografiya* (The Rasch Model for Estimating Latent Variables and Its Properties: Monograph), Voronezh: NPTS «Nauchnaya kniga» Publ., 2016. 177 p.
34. Anan'ev A.V., Ivannikov K.S., Moiseev S.I. Decision-making methodology under uncertainty using the theory of latent variables. *Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii*. 2022. No. 2 (88). P. 31-36. (In Russ.). DOI: [10.36622/VSTU.2022.88.2.006](https://doi.org/10.36622/VSTU.2022.88.2.006)
35. Anan'ev A.V., Ivannikov K.S., Moiseev S.I. Application of Latent Variable Theory for Analyzing the Elemental Basis of Signal Processing Devices Using the Pairwise Comparison Method. *Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii*. 2022. No. 3 (89). P. 35-38. (In Russ.)
36. Barkalov S.A., Anan'ev A.V., Ivannikov K.S., Moiseev S.I. Algorithm and Methods for Management Decision-Making Based on Latent Variable Theory Under Time Constraints. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Komp'yuternye tekhnologii, upravlenie, radioelektronika*. 2022. V. 22, No. 3. P. 106-116. (In Russ.). DOI: [10.14529/ctcr220310](https://doi.org/10.14529/ctcr220310)

Статья поступила в редакцию 20.12.2024

Одобрена после рецензирования 25.12.2024

Принята к публикации 25.02.2025

The article was submitted on 20.12.2024; approved after reviewing on 25.12.2024;
accepted for publication on 25.02.2025