

УДК 621.396

Проектирование активных частотно- избирательных фильтров

Буренко Е.А.*, Нестеров С.В.**

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

**e-mail: super.evgeny-burenko2012@yandex.ru*

***e-mail: nesterov.vzlet@mail.ru*

Аннотация

Рассмотрены вопросы, связанные с синтезом электрических частотно - избирательных фильтров. Указана необходимость перехода при проектировании от фильтров с катушками индуктивности к активным RC -фильтрам. Показана возможность компоновки фильтров из известных звеньев первого и второго порядков. Даны примеры реализации активных фильтров высокого порядка различного назначения по заданным частотным характеристикам, используя в том числе аппроксимацию на полиномах Лежандра и оптимально монотонную аппроксимацию.

Ключевые слова: синтез фильтров, активные RC -цепи, амплитудно – частотная характеристика.

Повышение качества фильтрации сигналов актуально для радиотехнических систем различного назначения [1, 2, 3]. Разработчики радиоаппаратуры достаточное

внимание уделяют улучшению характеристик фильтров [4]. Студенты радиотехнических специальностей в процессе обучения должны освоить методы проектирования электрических частотно- избирательных фильтров, связанные как с практическими экспериментами [5, 6], так и с моделированием [7, 8]. При выполнении курсовых и дипломных проектов студенты зачастую проектируют фильтры, имеющие в своем составе катушки индуктивности, поскольку проектирование данных фильтров достаточно полно освещено в учебной литературе [9, 10]. В связи с тенденцией к микроминиатюризации и трудностями построения малогабаритных фильтрующих устройств с катушками индуктивности в радиотехнических системах распространение получают линейные активные RC - фильтры [11, 12, 13]. Имеется достаточное количество источников, описывающих построение таких фильтров, но, в основном, в них даны схемы фильтров первого и второго порядков. Как правило, при выборе аппроксимации передаточной функции фильтра предпочтение отдается полиномам Баттерворта и Чебышёва. Целью настоящей статьи является обзор методов построения активных фильтров различного порядка для различных аппроксимаций, включая аппроксимации на основе полиномов Лежандра.

Активная RC -цепь – это соединение из резисторов, конденсаторов и активного элемента (или элементов), т.е. цепь без катушек индуктивности.

В качестве активного элемента наиболее часто применяется операционный усилитель (ОУ), условное графическое изображение которого приведено на рис. 1.

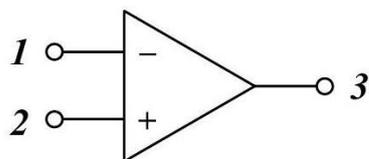


Рис. 1. Условное графическое изображение операционного усилителя

Задача синтеза фильтра состоит из нескольких этапов:

-подбор аппроксимирующей функции для заданной характеристики фильтра;

-построение передаточной функции фильтра в соответствии с аппроксимирующей функцией (любую характеристику фильтра как четырехполосника можно свести к передаточной функции и наоборот);

-определение структуры фильтра, соответствующей полученной передаточной функции;

-конструирование фильтра и анализ его характеристик.

Как правило, аппроксимируется квадрат модуля передаточной функции фильтра, т. е. квадрат амплитудно – частотной характеристики (АЧХ). Для фильтра нижних частот нормированная функция квадрата АЧХ в общем случае представляется в виде:

$$A^2(\Omega) = |\dot{H}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \Psi_n^2(\Omega)},$$

где $\Psi_n(\Omega)$ – аппроксимирующая функция степени n (иногда её ещё называют функцией фильтрации);

ε – параметр, управляющий неравномерностью АЧХ в полосе пропускания (реже – в полосе задерживания).

В общем случае $\Psi_n(\Omega)$ – это дробно-рациональная функция с вещественными коэффициентами (в частности полином), удовлетворяющая условиям: $0 \leq |\Psi_n(\Omega)| \leq 1$ в полосе пропускания и $|\Psi_n(\Omega)| > 1$ вне полосы пропускания фильтра.

В зависимости от вида функции фильтрации получают различные типы фильтров. Если в качестве функции фильтрации используют полиномы, то фильтры называются полиномиальными. Среди полиномиальных фильтров наиболее широкое использование нашли фильтры Баттерворта и Чебышёва I рода. Существуют менее известные аппроксимации АЧХ: аппроксимация непосредственно полиномами Лежандра [14, 15] и оптимально монотонная аппроксимация, базирующаяся на полиномах Лежандра. Если $\Psi_n(\Omega)$ – дробно-рациональная функция, например, дробь Золотарёва, то получают фильтр Золотарёва–Кауэра [9, 10]. Среди дробно-рациональных фильтров помимо Золотарёва–Кауэра существуют также фильтры Чебышёва II рода и дробные фильтры Чебышёва.

Существует много способов построения фильтра с заданной передаточной функцией требуемого порядка. Один из них заключается в том, чтобы представить передаточную функцию $H(p)$ в виде произведения передаточных функций первого и второго порядков $H_1(p)$, $H_2(p)$, ..., $H_N(p)$ [16, 17, 18], и каждый сомножитель реализовать отдельным звеном (четырёхполюсником). Далее, эти звенья соединяются между собой каскадно, т. е. выход первого звена является входом второго и т. д. При этом должна быть согласованность характеристических сопротивлений звеньев и сопротивления нагрузки.

Передаточная функция полиномиального фильтра нижних частот (ФНЧ) имеет вид:

$$H(p) = \frac{K_0}{1 + c_1 p + c_2 p^2 + \dots + c_n p^n}, \quad (1)$$

где c_1, c_2, \dots, c_n – положительные коэффициенты,

K_0 – коэффициент усиления фильтра на нулевой частоте.

Данная функция может быть представлена в виде произведения функций первого порядка

$$H_i(p) = \frac{K_{0i}}{1 + a_i p} \quad (2)$$

и второго порядка

$$H_i(p) = \frac{K_{0i}}{1 + a_i p + b_i p^2}, \quad (3)$$

где a_i и b_i – положительные коэффициенты,

K_{0i} – коэффициент усиления i -го звена на нулевой частоте,

$i = 1, 2, 3, \dots, N$ – номер звена,

N – количество звеньев фильтра.

Таким образом, имея набор звеньев первого и второго порядков с передаточными функциями вида (2) и (3), можно получить фильтр любого порядка, реализованный каскадно, с передаточной функцией (1)

$$H(p) = H_1(p) \cdot H_2(p) \cdot \dots \cdot H_N(p) = \prod_{i=1}^N H_i(p).$$

Фильтр нижних частот первого порядка с передаточной функцией вида (2) может быть реализован, если в цепи обратной связи операционного усилителя использована параллельная RC -цепочка (рис. 2).

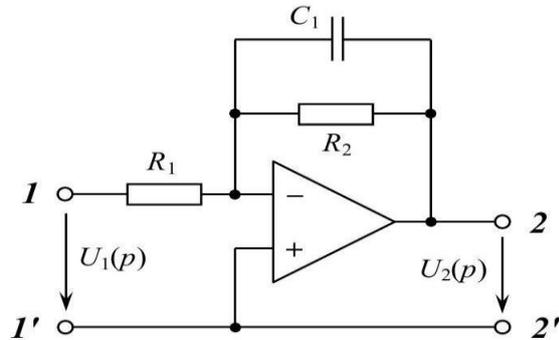


Рис. 2. Фильтр нижних частот первого порядка

Передаточная функция такого звена имеет вид [17]:

$$H(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \omega_\chi R_2 C_1 \cdot p},$$

где ω_χ – частота среза амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) ФНЧ.

Значения параметров элементов связаны с требуемыми характеристиками фильтра (звена) и между собой выражениями

$$R_2 = \frac{a_i}{\omega_\chi C_1} \text{ и } R_1 = \frac{R_2}{K_{0i}}.$$

На одном операционном усилителе достаточно просто реализуется фильтр второго порядка. Для реализации фильтров нижних частот, верхних частот и полосовых фильтров широкое применение нашла схема фильтра второго порядка Саллена–Ки (рис. 3). Отрицательная обратная связь, сформированная с помощью

делителя напряжения $R_3 - (\alpha - 1)R_3$, обеспечивает коэффициент усиления, равный α . Положительная обратная связь обусловлена наличием ёмкости C_1 .

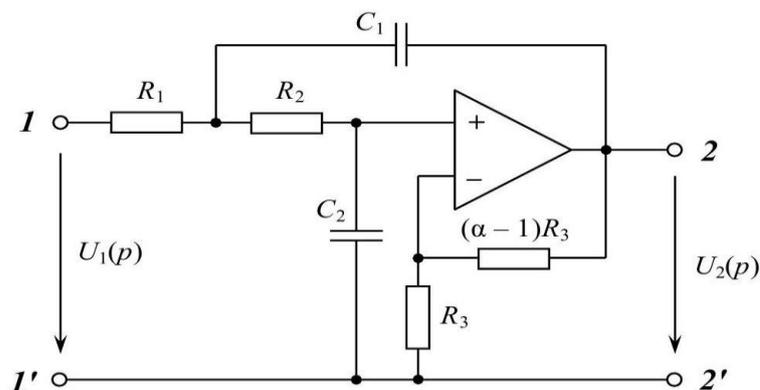


Рис. 3. Фильтр нижних частот второго порядка Саллена–Ки

Расчёт схемы существенно упрощается, если с самого начала задать некоторые дополнительные условия. Можно выбрать коэффициент усиления $\alpha = 1$. Тогда $(\alpha - 1)R_3 = 0$, и резистивный делитель напряжения в цепи отрицательной обратной связи можно исключить. ОУ оказывается включённым по схеме неинвертирующего повторителя (рис. 4).

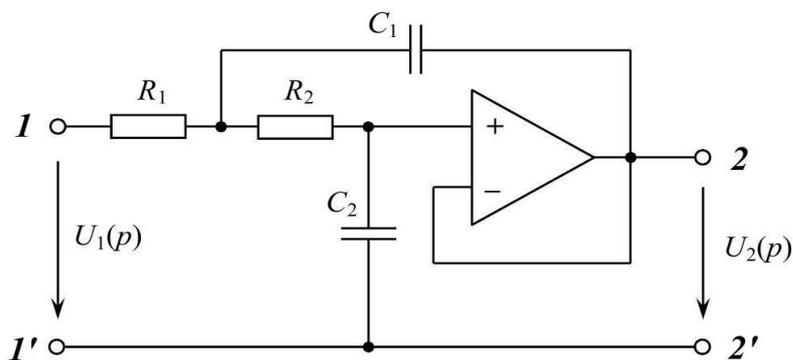


Рис. 4. Фильтр нижних частот второго порядка на повторителе

При $\alpha = 1$ передаточная функция фильтра принимает вид:

$$H(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{1 + \omega_\chi C_2 (R_1 + R_2) \cdot p + \omega_\chi^2 R_1 R_2 C_1 C_2 \cdot p^2}.$$

При расчёте фильтра следует задаваться значениями ёмкостей C_1 , C_2 и вычислять необходимые значения сопротивлений R_1 и R_2 . Для заданных a_i и b_i необходимые значения сопротивлений:

$$R_1 = \frac{a_i C_1 + \sqrt{a_i^2 C_1^2 - 4 C_1 C_2 b_i}}{2 \omega_\chi C_1 C_2},$$

$$R_2 = \frac{a_i C_1 - \sqrt{a_i^2 C_1^2 - 4 C_1 C_2 b_i}}{2 \omega_\chi C_1 C_2}.$$

Чтобы значения R_1 и R_2 были действительными, ёмкости необходимо выбирать из условия:

$$\frac{C_1}{C_2} \geq \frac{4b_i}{a_i^2}.$$

Известна схема звена ФНЧ второго порядка с многопетлевой отрицательной обратной связью (фильтр Рауха), в котором ОУ используется в инвертирующем включении (рис. 5).

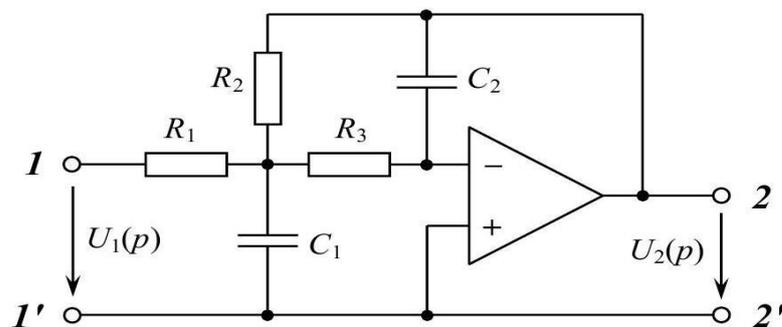


Рис. 5. Фильтр нижних частот второго порядка с многопетлевой отрицательной обратной связью

Передаточная функция этого фильтра имеет вид:

$$H(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \omega_\chi C_2 \left(R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right) \cdot p + \omega_\chi^2 C_1 C_2 R_2 R_3 \cdot p^2}.$$

Выражения для определения сопротивлений при выбранных ёмкостях C_1 и C_2 и параметрах фильтра (звена) имеют вид:

$$R_2 = \frac{a_i C_1 + \sqrt{a_i^2 C_1^2 - 4 C_1 C_2 b_i (1 + K_{0i})}}{2 \omega_\chi C_1 C_2},$$

$$R_1 = \frac{R_2}{K_{0i}},$$

$$R_3 = \frac{b_i}{\omega_\chi^2 C_1 C_2 R_2}.$$

Для того чтобы значения сопротивлений были вещественными, для ёмкостей должно выполняться условие:

$$\frac{C_1}{C_2} \geq \frac{4 b_i (1 + K_{0i})}{a_i^2}.$$

На основе рассмотренных звеньев разработана схема активного RC -фильтра нижних частот пятого порядка (рис. 6). Анализ схем (рис. 7) возможен с помощью различных симуляторов, как давно известных [19], так и сравнительно новых [20].

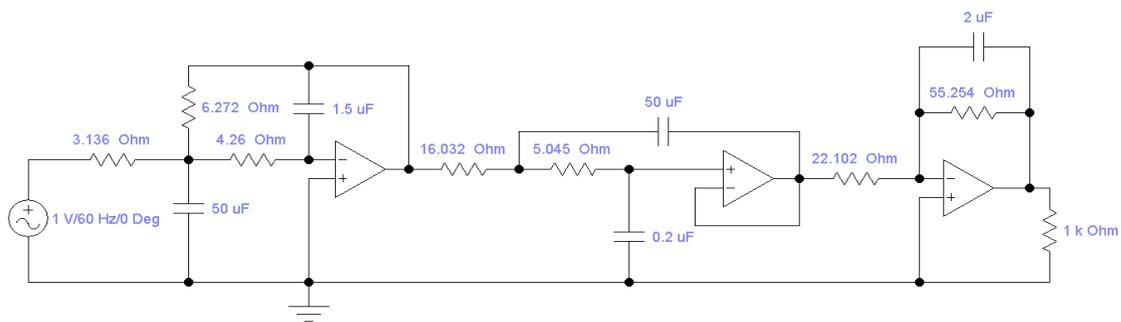


Рис. 6. Схема RC -фильтра нижних частот пятого порядка, реализованного в среде

Electronics Workbench

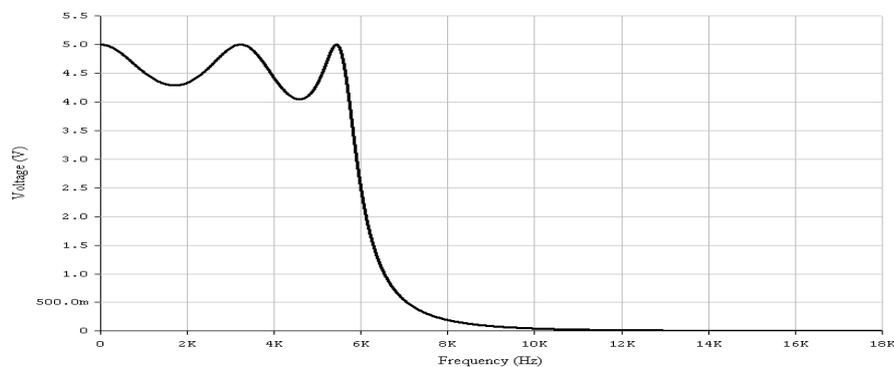


Рис. 7. Амплитудно – частотная характеристика фильтра нижних частот пятого порядка (рис. 6) с аппроксимацией на полиномах Лежандра

Аналогично разработана схема активного RC -фильтра нижних частот шестого порядка (рис. 8) с оптимально монотонной характеристикой (рис. 9).

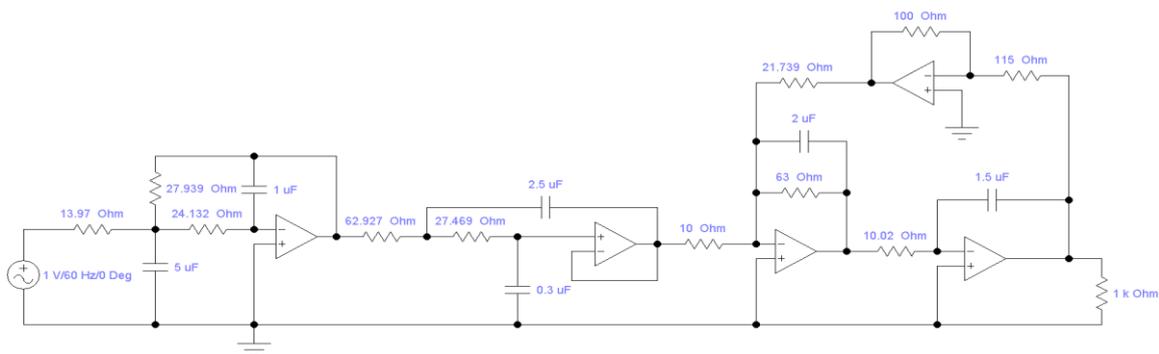


Рис. 8. Схема RC -фильтра нижних частот шестого порядка, реализованного в

среде Electronics Workbench

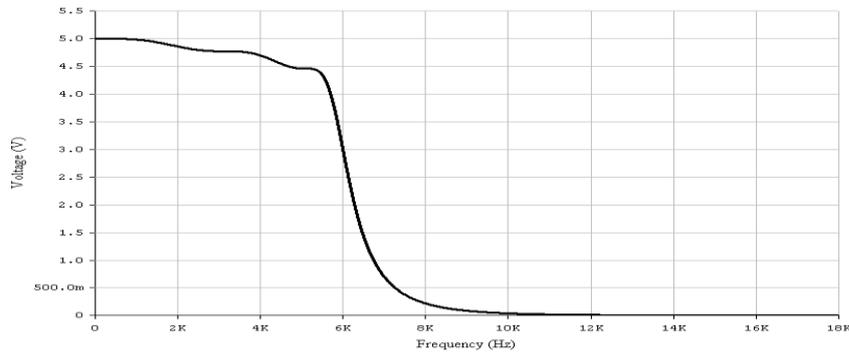


Рис. 9. Амплитудно – частотная характеристика фильтра нижних частот шестого порядка (рис. 8) с оптимально монотонной аппроксимацией

Для получения передаточной функции фильтра верхних частот (ФВЧ),

достаточно в выражении (1) заменить оператор p на $\frac{1}{p}$:

$$H(p) = \frac{K_{\infty}}{1 + \frac{c_1}{p} + \frac{c_2}{p^2} + \dots + \frac{c_n}{p^n}},$$

где K_{∞} – коэффициент усиления верхних (высоких) частот ($\omega = \infty$) фильтра.

Известна схема активного фильтра верхних частот первого порядка (рис. 10).

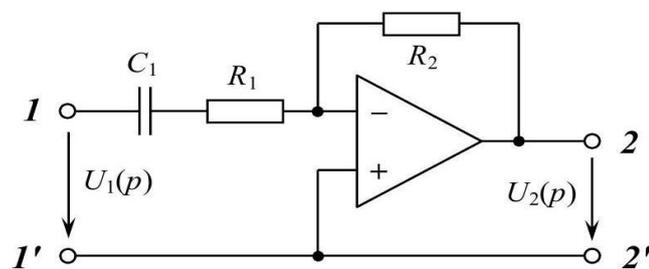


Рис. 10. Активный фильтр верхних частот первого порядка

Передаточная функция такого звена имеет вид:

$$H(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{\omega_\chi R_1 C_1} \cdot \frac{1}{p}},$$

а параметры его элементов связаны выражениями:

$$R_2 = R_1 K_{\infty i},$$

$$C_1 = \frac{1}{a_i \omega_\chi R_1}.$$

Сменой мест сопротивления и ёмкости в схеме ФНЧ (рис. 4) образуется фильтр верхних частот второго порядка (рис. 11).

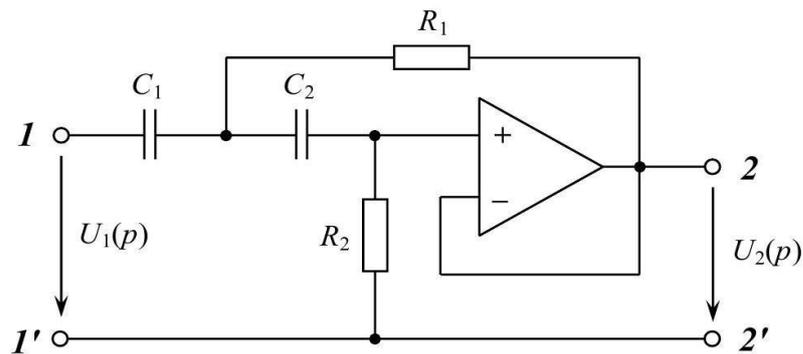


Рис. 11. Звено фильтра верхних частот второго порядка на повторителе

Передаточная функция данного фильтра принимает вид:

$$H(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\omega_\chi R_2} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \cdot \frac{1}{p} + \frac{1}{\omega_\chi^2 R_1 R_2 C_1 C_2} \cdot \frac{1}{p^2}},$$

параметры элементов связаны выражениями:

$$C_1 = \frac{a_i R_2 + \sqrt{a_i^2 R_2^2 - 4 R_1 R_2 b_i}}{2 \omega_\chi R_1 R_2 b_i},$$

$$C_2 = \frac{a_i R_2 - \sqrt{a_i^2 R_2^2 - 4R_1 R_2 b_i}}{2\omega_\chi R_1 R_2 b_i}.$$

Чтобы значения C_1 и C_2 были действительными, сопротивления необходимо выбирать из условия:

$$\frac{R_1}{R_2} \leq \frac{a_i^2}{4b_i}.$$

Аналогично по схеме (рис. 5) получается фильтр верхних частот второго порядка с многопетлевой отрицательной обратной связью (рис. 12).

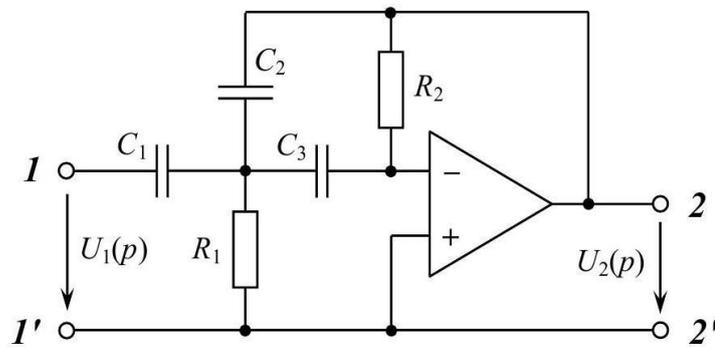


Рис. 12. Звено фильтра верхних частот второго порядка с многопетлевой отрицательной обратной связью

Передаточная функция фильтра имеет вид:

$$H(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{\frac{C_1}{C_2}}{1 + \left(\frac{C_1}{C_2 C_3} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \frac{1}{\omega_\chi R_2} \cdot \frac{1}{p} + \frac{1}{\omega_\chi^2 R_1 R_2 C_2 C_3} \cdot \frac{1}{p^2}},$$

параметры элементов связаны выражениями:

$$C_2 = \frac{a_i R_2 + \sqrt{a_i^2 R_2^2 - 4R_1 R_2 b_i (1 + K_{\infty i})}}{2\omega_\chi R_1 R_2 b_i (1 + K_{\infty i})},$$

$$C_1 = C_2 K_{\infty i},$$

$$C_3 = \frac{1}{\omega_{\chi}^2 R_1 R_2 C_2 b_i}.$$

Для того чтобы значения ёмкостей были вещественными, для сопротивлений должно выполняться условие:

$$\frac{R_1}{R_2} \leq \frac{a_i^2}{4b_i(1 + K_{\infty i})}.$$

На базе указанных выше звеньев в среде Electronics Workbench реализована схема активного ФВЧ седьмого порядка (рис. 13) с АЧХ на полиномах Лежандра (рис. 14).

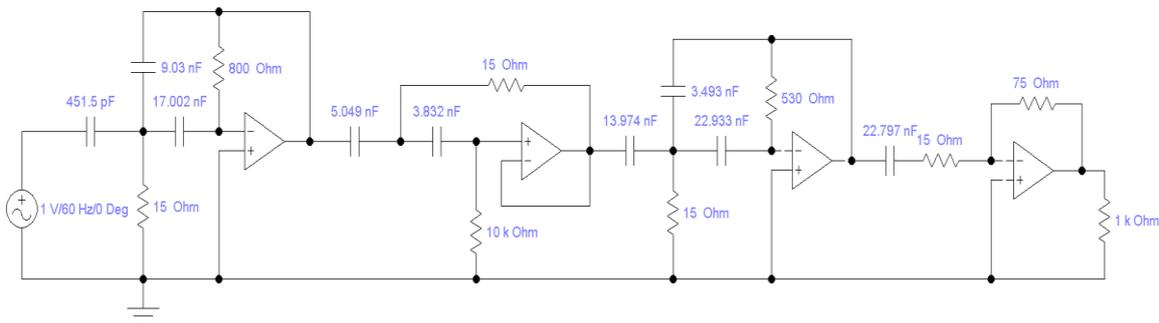


Рис. 13. Схема активного RC -фильтра верхних частот седьмого порядка, реализованного в среде Electronics Workbench

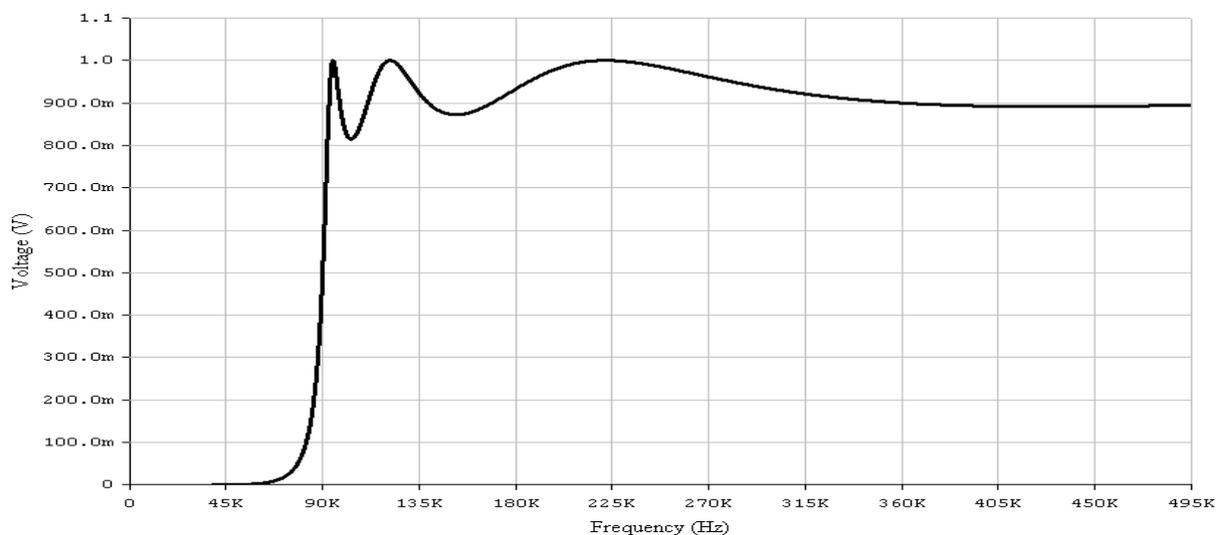


Рис. 14. Амплитудно – частотная характеристика фильтра верхних частот седьмого порядка (рис. 13) с аппроксимацией на полиномах Лежандра

Аналогично реализована схема активного ФВЧ седьмого порядка (рис. 15) с оптимально монотонной характеристикой (рис. 16).

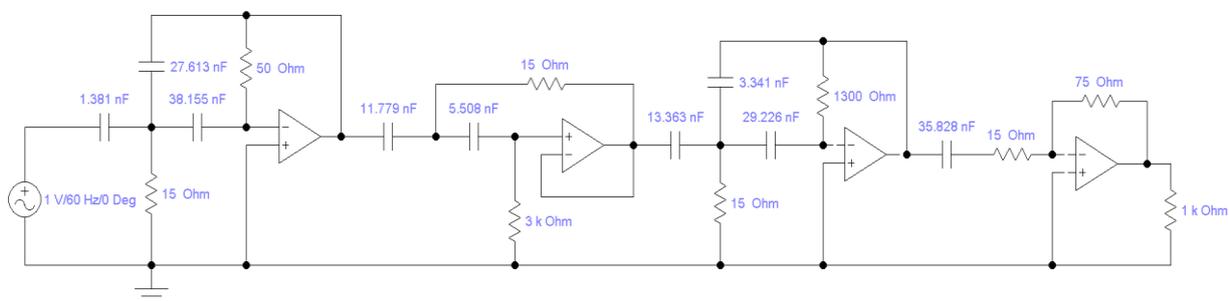


Рис. 15. Схема активного RC-фильтра верхних частот седьмого порядка, реализованного в среде Electronics Workbench

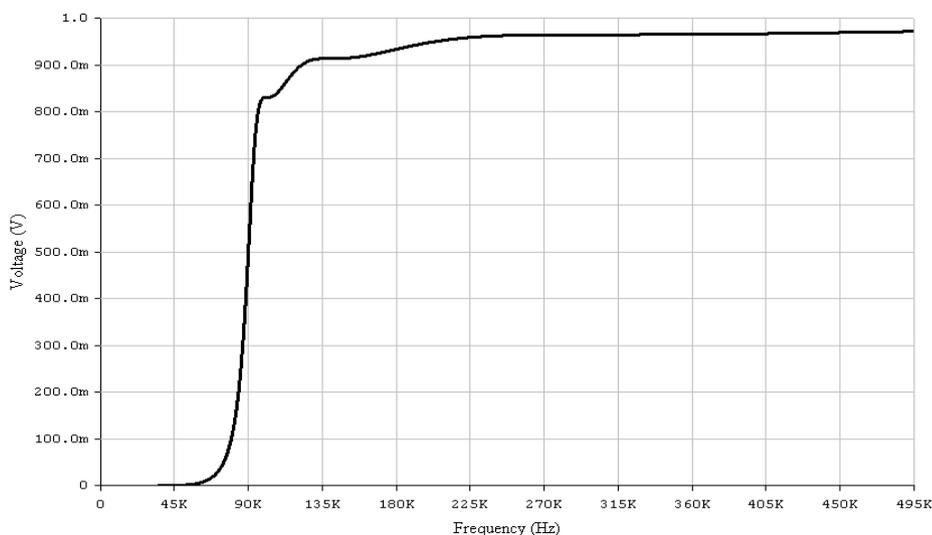


Рис. 16. Амплитудно – частотная характеристика фильтра верхних частот седьмого порядка (рис. 15) с оптимально монотонной аппроксимацией

Путём замены переменных, можно преобразовать АЧХ ФНЧ в АЧХ полосового фильтра (ПФ). Для этого в передаточной функции ФНЧ (1) необходимо произвести следующую замену переменных:

$$p \rightarrow \frac{1}{\Delta\Omega} \left(p + \frac{1}{p} \right), \quad (4)$$

где $\Delta\Omega$ - нормированная полоса пропускания ПФ, определяемая как

$$\Delta\Omega = \frac{f_{\chi} - f_{-\chi}}{\sqrt{f_{\chi} f_{-\chi}}} \quad (5)$$

где $f_{-\chi}$ и f_{χ} – нижняя и верхняя граничные частоты полосы пропускания ПФ соответственно

В результате замены (4) АЧХ ФНЧ преобразуется в АЧХ ПФ (рис.17).

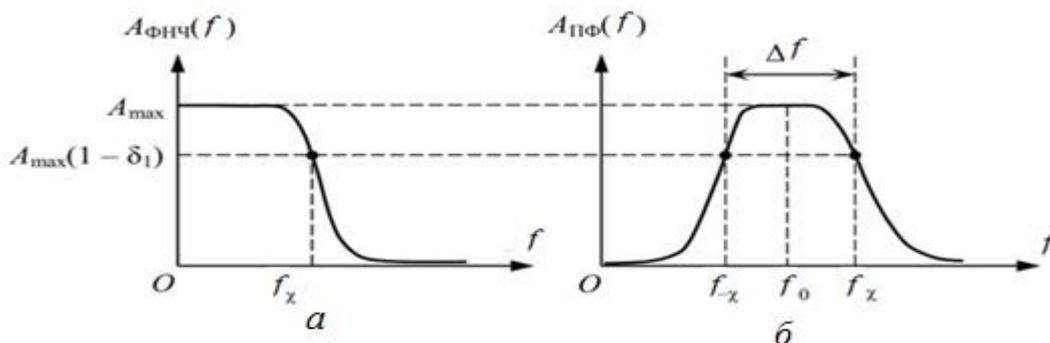


Рис. 17. Преобразование амплитудно – частотной характеристики фильтра нижних частот (а) в амплитудно – частотную характеристику полосового фильтра (б)

Передаточную функцию простейшего полосового фильтра можно получить, применив преобразование (4) к передаточной функции ФНЧ первого порядка (2):

$$H(p) = \frac{K_{\text{пфи}} \cdot \Delta\Omega}{1 + \frac{\Delta\Omega}{a_i} \cdot p + p^2} \cdot p \quad (6)$$

Выражение (6) даёт возможность определить основные параметры полосового фильтра непосредственно из его передаточной функции.

Полосовой фильтр можно реализовать на основе схемы Саллена–Ки (рис. 18).

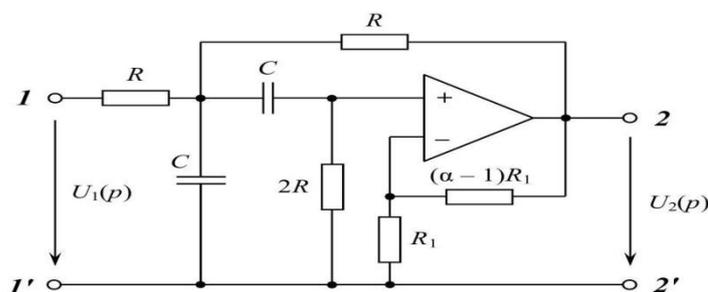


Рис. 18. Схема активного полосового фильтра Саллена–Ки

Передаточная функция фильтра (рис. 18) имеет вид:

$$H(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{\alpha RC\omega_0 \cdot p}{1 + \omega_0(3 - \alpha)RC \cdot p + \omega_0^2 R^2 C^2 \cdot p^2}, \quad (7)$$

где ω_0 – центральная частота полосы пропускания ПФ (резонансная частота).

Из выражений (6) и (7) можно рассчитать требуемые значения элементов фильтра.

Также полосовой фильтр можно реализовать, используя многопетлевую отрицательную обратную связь, т. е. фильтр Рауха (рис. 19)

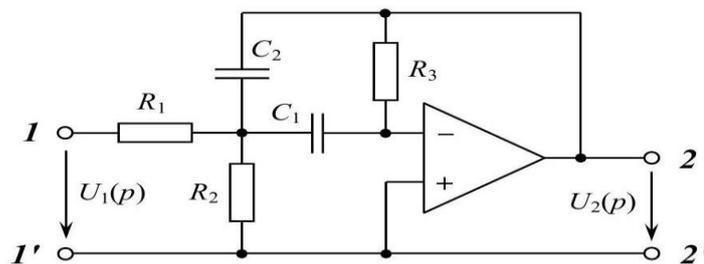


Рис. 19. Активный полосовой фильтр с многопетлевой отрицательной обратной связью (фильтр Рауха)

Передаточная функция фильтра (рис. 19) имеет вид:

$$H(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{\frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2} C_1 \omega_0 \cdot p}{1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (C_1 + C_2) \omega_0 \cdot p + \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2} C_1 C_2 \omega_0^2 \cdot p^2}.$$

На базе указанных выше звеньев в среде Electronics Workbench реализована схемы ПФ пятого порядка на основе схемы Саллена–Ки (рис. 20) с характеристикой АЧХ на полиномах Лежандра (рис. 21) и на основе схемы Рауха (рис. 22) с оптимально монотонной аппроксимацией АЧХ.

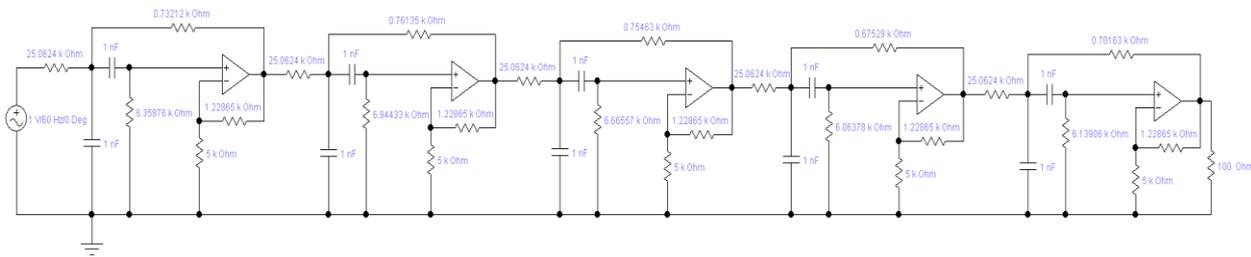


Рис. 20. Схема полосового активного RC -фильтра пятого порядка на основе схемы Саллена–Ки, реализованного в среде Electronics Workbench

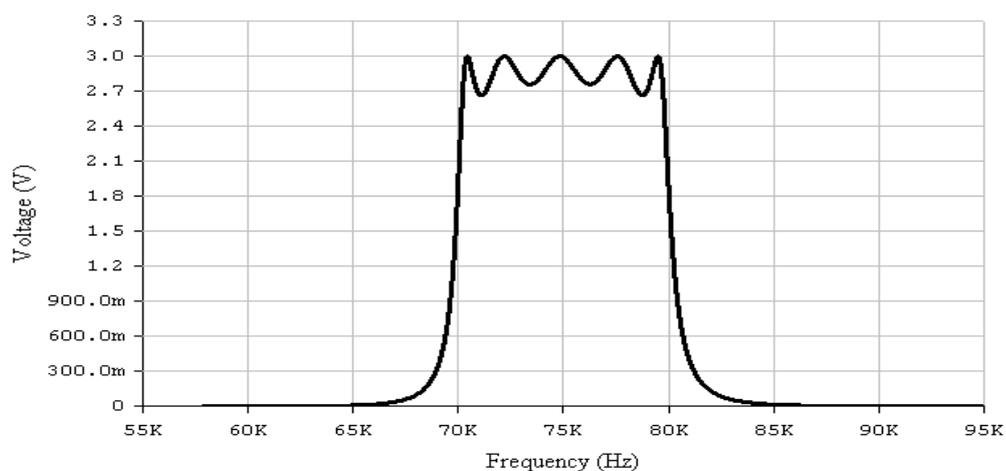


Рис. 21. Амплитудно – частотная характеристика полосового фильтра пятого порядка (рис. 20) с аппроксимацией на полиномах Лежандра

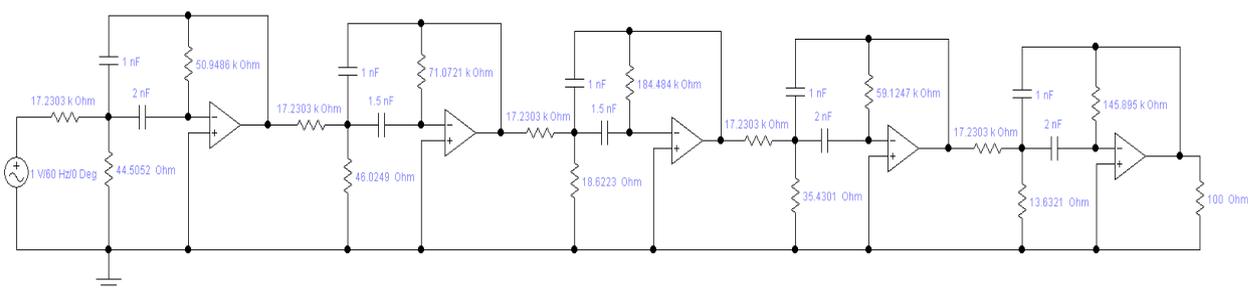


Рис. 22. Схема полосового активного RC -фильтра пятого порядка на основе схемы Рауха, реализованного в среде Electronics Workbench

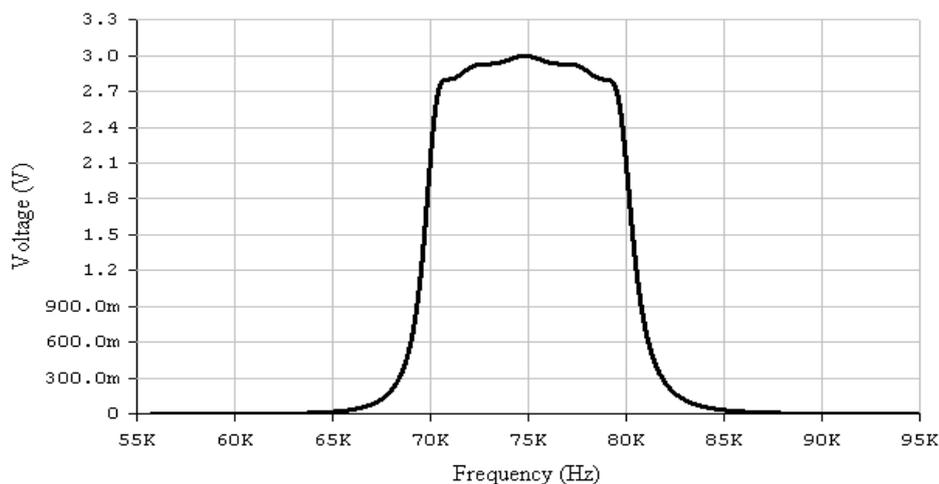


Рис. 23. Амплитудно – частотная характеристика полосового фильтра пятого порядка (рис. 22) с оптимально монотонной аппроксимацией

Передаточную функцию режекторного фильтра (РФ) можно получить из передаточной функции ФНЧ (1) с помощью преобразования в частотной области заменой:

$$p \rightarrow \frac{\Delta\Omega}{p + \frac{1}{p}} \quad (8)$$

где $\Delta\Omega$ - нормированная полоса пропускания РФ.

В результате замены (8) АЧХ ФНЧ преобразуется в АЧХ РФ (рис. 24).

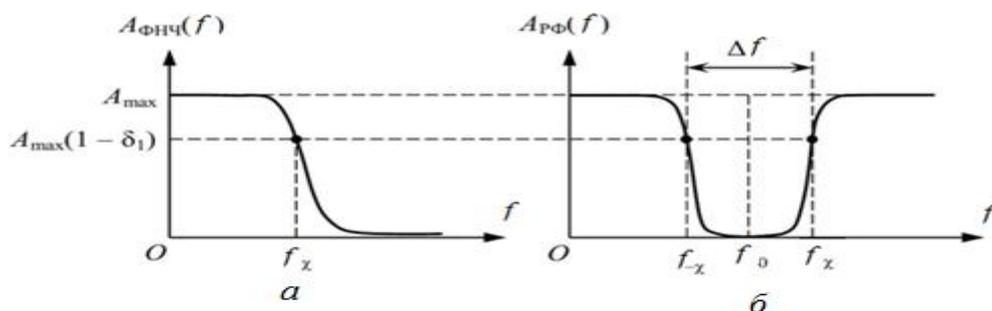


Рис. 24. Преобразование амплитудно – частотной характеристики фильтра нижних частот (а) в амплитудно – частотную характеристику режекторного фильтра (б)

Передаточную функцию простейшего РФ можно получить, применив преобразование (8) к передаточной функции ФНЧ первого порядка (2):

$$H(p) = \frac{K_{\text{рфи}} \cdot (1 + p^2)}{1 + a_i \cdot \Delta\Omega \cdot p + p^2}. \quad (9)$$

Добавлением в схеме ПФ (рис. 19) резистивного делителя между входом схемы и неинвертирующим входом ОУ, можно получить режекторный фильтр с многопетлевой отрицательной обратной связью (рис. 25).

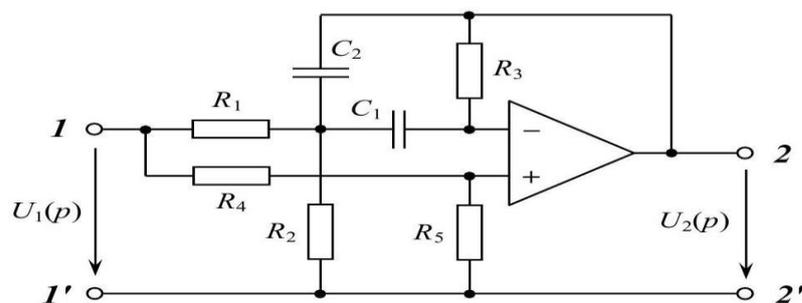


Рис. 25. Активный режекторный фильтр с многопетлевой отрицательной обратной связью (фильтр Рауха)

Передаточная функция этого фильтра может быть найдена следующим образом. Поскольку схема ПФ (рис. 19) имеет передаточную функцию вида (6), то с учётом инвертирования фазы можно записать:

$$H(p) = \alpha \cdot \left[1 + \frac{\frac{K_{\text{рфи}} \cdot \Delta\Omega}{a_i} \cdot p}{1 + \frac{\Delta\Omega}{a_i} \cdot p + p^2} \right] - \frac{\frac{K_{\text{рфи}} \cdot \Delta\Omega}{a_i} \cdot p}{1 + \frac{\Delta\Omega}{a_i} \cdot p + p^2},$$

где $\alpha = \frac{R_5}{R_4 + R_5}$ – коэффициент передачи делителя.

В результате преобразований передаточная функция фильтра принимает вид (9), причём вне полосы задерживания коэффициент передачи фильтра равен α .

Режекторный фильтр может быть также реализован на основе двойного Т-образного моста с включением его в цепь обратной связи ОУ (рис. 26).

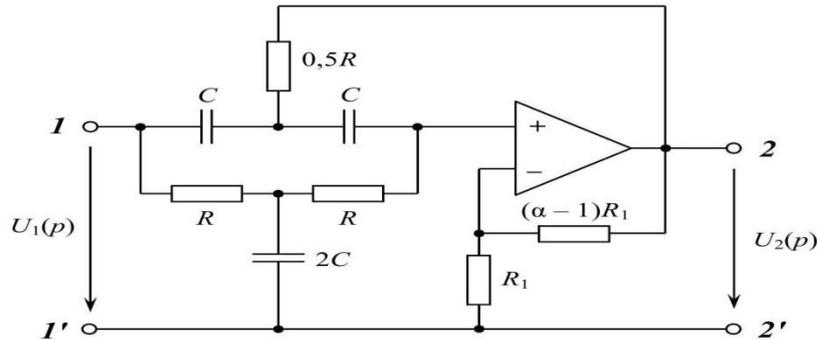


Рис. 26. Активный режекторный фильтр с двойным Т-образным мостом

Передаточная функция схемы (рис. 26) имеет вид:

$$H(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{\alpha(1 + R^2 C^2 \omega_0^2 \cdot p^2)}{1 + 2\omega_0(2 - \alpha)RC \cdot p + \omega_0^2 R^2 C^2 \cdot p^2},$$

или, учитывая, что $\omega_0 = \frac{1}{RC}$, можно записать:

$$H(p) = \frac{\alpha(1 + p^2)}{1 + 2(2 - \alpha) \cdot p + p^2}.$$

С помощью этого выражения можно непосредственно определять требуемые параметры фильтра, задав коэффициент усиления α неинвертирующего усилителя равным единице.

Режекторные фильтры более высоких порядков могут быть построены путём каскадного соединения соответствующих, рассмотренных выше звеньев (рис.27),

параметры элементов и характеристики определяются выбранной аппроксимацией (рис.28).

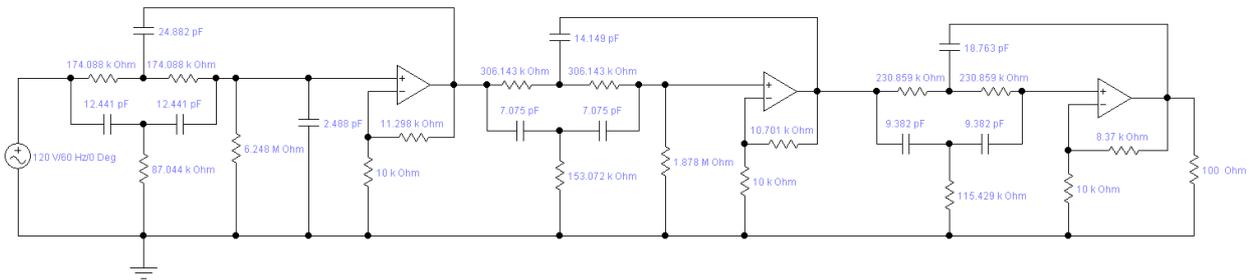


Рис. 27. Схема режекторного активного *RC*-фильтра третьего порядка на основе схемы Саллена–Ки, реализованного в среде Electronics Workbench

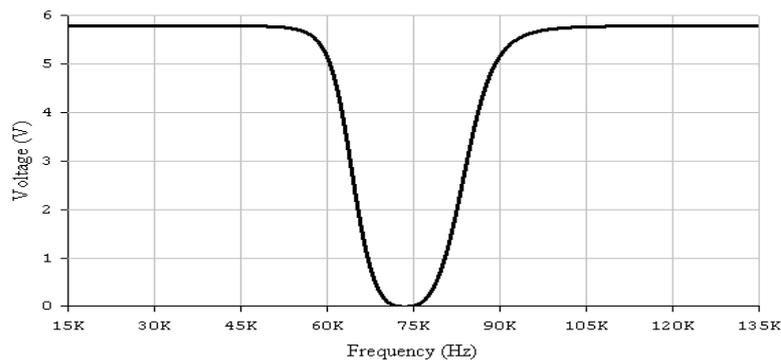


Рис. 28. Амплитудно – частотная характеристика режекторного фильтра третьего порядка (рис. 27) с аппроксимацией на полиномах Баттерворта

Таким образом, на основе известных звеньев активных *RC*-фильтров первого и второго порядков возможно проектировать активные фильтры более высокого порядка с заданными частотными характеристиками, используя различные виды аппроксимации.

Библиографический список

1. Гусев В.Ю., Крапивенко А.В. Методика фильтрации периодических помех цифровых изображений // Труды МАИ. 2012. № 50. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=28805>
2. Мартиросов В.Е., Алексеев Г.А. Программная реализация системы фазовой автоподстройки частоты // Труды МАИ. 2013. № 71. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=47082>
3. Томозов Д.А. Сверхвысокочастотные синтезаторы на кольцах фазовой автоподстройки частоты с широкой полосой перестройки частоты // Труды МАИ. 2011. № 45. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=25518&PAGEN_2=2
4. Тихомиров А.В., Омелянчук Е.В., Семенова А.Ю. Исследование возможности повышения избирательности фильтров нижних частот с линейной фазовой характеристикой // Труды МАИ. 2016. № 91. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=75644>
5. Криков Д.С. Синтезаторы сетки частот в радиоэлектронных системах // Труды МАИ. 2018. №98. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=90403>
6. Лобачёв Н.Ю. Исследование влияния неоднородности (емкостного характера) на амплитудно-частотную характеристику фильтра волноводного Ка диапазона при замене элементов подстройки из проводящего материала элементами подстройки из диэлектрика // Труды МАИ. 2017. № 92. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=77156>

7. Трофимов Д.В., Баев А.Б. Применение разреженного преобразования Фурье для анализа узкополосных радиосигналов // Труды МАИ. 2015. № 84. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=63100>
8. Хромцев А.В., Фомин А.И. Исследование влияния «обеляющего» фильтра на показатели качества работы систем синхронизации в цифровой радиолинии // Труды МАИ. 2008. № 30. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=7524>
9. Улахович Д.А. Основы теории линейных электрических цепей. – СПб.: БХВ-Петербург, 2009. - 816 с.
10. Нестеров С.В. Синтез линейных электрических цепей. - Волгоград: Изд-во ВолГУ, 2013. – 84 с.
11. Мошиц Г., Хорн П. Проектирование активных фильтров. - М.: Мир, 1984. – 320 с.
12. Филинюк Н.А. Активные СВЧ фильтры на транзисторах. - М.: Радио и связь, 1987. - 112 с.
13. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 2016. – 528 с.
14. Chryssomallis M.T., Sahalos J.N. Filter synthesis using products of Legendre polynomials // Electrical Engineering, 1999, vol. 81, no. 6, pp. 419 – 424,
15. Živaljević D., Stamenković N., Stojanović V. Nearly monotonic passband low-pass filter design by using sum-of-squared Legendre polynomials // International Journal of 10 Circuit Theory and Applications, 2016, vol. 44, no. 1, pp. 147 – 161, available at: <http://dx.doi.org/10.1002/cta.2068>.

16. Гусев В.Г., Гусев Ю.М. Электроника – М.: Высшая школа, 1991. – 622 с.
17. Волович Г.И. Схемотехника аналоговых и аналого-цифровых электронных устройств. - М.: Издательский дом "Додэка-XXI", 2005. - 528 с.
18. Опачий Ю.Ф. Аналоговая и цифровая электроника. - М.: Горячая линия–Телеком, 2005. - 768 с.
19. Карлащук В.И. Электронная лаборатория на IBM PC. Программа Electronics Workbench и ее применение. - М.: Салон-Р, 2000. - 506 с.
20. Прикота А., Сорокин С. SimOne – отечественный симулятор электронных схем // Современная электроника. 2015. № 9. С. 62 – 65.