

Труды МАИ. 2025. № 140
Trudy MAI, 2025, no. 140. (In Russ.)

Научная статья

УДК 539.3

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184052>

EDN: <https://www.elibrary.ru/VTGVGU>

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ЖЕСТКОСТИ НА СМЯТИЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛАСТИН В ЗОНЕ УСТАНОВКИ КРЕПЕЖНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СТАТИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ

Павел Александрович Архипов

АО «АэроКомпозит»,

Москва, Российская Федерация

p.a.arkhipov@yandex.ru

Аннотация. Рассмотрены методы моделирования крепежных элементов в конечно-элементных моделях (КЭМ), разработанных для анализа статической прочности. Представлена методика моделирования нелинейной жесткости на смятие металлических пластин в зоне установки крепежных элементов для решения задач статической прочности. Данная методика учитывает упругопластическое поведения материала пластины. Проведена модификация двух существующих вариантов моделирования крепежных элементов. Проведен расчет тестовой задачи с представлением результатов с существующим вариантом моделирования крепежных элементов и с учетом его доработки по представленной методике. Представленный подход позволяет обоснованно рассчитать нагрузки на крепеж многоболтового

соединения и крепеж не силовых элементов к силовым элементам конструкции при нагрузках, близких к предельным по критерию смятие под крепежным элементом.

Ключевые слова: крепёжный элемент, конечно-элементная модель (КЭМ), жесткость на смятие

Для цитирования: Архипов П.А. Методика моделирования нелинейной жесткости на смятие металлических пластин в зоне установки крепежных элементов для решения задач статической прочности // Труды МАИ. 2025. № 140. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184052>

Original article

METHOD OF MODELLING NONLINEAR BEARING STIFFNESS OF METAL PLATES IN THE AREA OF INSTALLATION OF THE FASTENER FOR STATIC STRENGTH ANALYSIS

Pavel A. Arkhipov

AeroComposit JSC, Moscow, Russian Federation

p_arkhipov@aerocomposit.ru

Abstract. The article considers methods for modeling fasteners in finite element models (FEM) developed for static strength analysis. It presents a method for modeling nonlinear bearing stiffness of metal plates in the area of fastener installation for solving static strength problems. This method takes into account the elastic-plastic behavior of the plate material. The algorithm consists of three consecutive steps: calculation the «Force-Displacement» graphs for a typical FEM of a plate and a bolt using three-dimensional finite elements;

Calculation the «Force-Displacement» graphs for a FEM of a plate, corresponding to a typical modeling zone of a fastener of the FEM of the main part. In this article, two FEMs using shell elements are considered; calculating the «Force-Displacement» curve for a CBUSH element as the difference between the graph obtained using a FEM with three-dimensional elements and the graph obtained using a FEM of a typical zone of a fastener in the FEM of the part. The article presents formulas for calculating «Force-Displacement» graphs for other values of fastener diameter and plate thickness using the graph already obtained. Thus, it is necessary to develop only one FEM with three-dimensional elements and one FEM with shell elements for each pair of fastener and plate materials with one value of fastener diameter and one value of thickness of plate. It presents the calculation of the test task with the presentation of the results with the existing version of modeling fasteners and its modification according to the presented method. The presented approach allows for a reasonable calculation of the loads on the fasteners of a multi-bolt connection and the fasteners of non-load-bearing elements to load-bearing elements of the structure under loads close to the ultimate according to the criterion of bearing under the fastener.

Keywords: fastener, finite element model (FEM), bearing stiffness

For citation: Arkhipov P.A. Method of modelling nonlinear bearing stiffness of metal plates in the area of installation of the fastener for static strength analysis. *Trudy MAI*. 2025. No. 140. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=184052>

1. Введение

В настоящее время в авиационной и ракетно-космической технике широко применяются болтовые соединения как для крепления основных силовых элементов

между собой, так и для крепления вторичных не силовых элементов к какому-либо силовому элементу.

При проведении типовых конечно-элементных расчётов принимается, что соединение работает в упругой зоне, поэтому как правило в результате расчёта получается неравномерность нагружения крепежных элементов, связанная с особенностями геометрии деталей, болтов, особенностями расположения крепежных элементов, механическими характеристиками материалов болта и соединяемых пластин.

При нагружении болтовых соединений предельными статическими нагрузками происходит перераспределение нагрузки между болтами за счет упругопластического поведения материала металлических пластин и болта в зонах контакта.

Такое поведение при расчетах с использованием КЭМ можно учесть моделированием тела болта и соединяемых пластин трехмерными элементами и заданием им материалов с соответствующими упругопластическими характеристиками, а также учётом контактного взаимодействия между ними. Расчеты при этом необходимо проводить в нелинейной постановке с учетом упругопластического поведения материалов болта и пластин. Для КЭМ деталей, соединенных многоболтовыми соединениями, это приводит к значительному увеличению времени расчета.

В настоящее время для моделирования используются упрощенные методики моделирования крепежных элементов, которые не предполагают учет упругопластического поведения материала пластин и болта в зоне контакта.

На рисунке 1 представлены варианты моделирования крепежных элементов:

1. Вариант №1: Моделирование крепежного элемента балочным элементом, который соединяет независимые узлы абсолютно жестких элементов, каждый из которых в свою очередь соединяет независимый узел в центре отверстия и зависимые узлы по контуру отверстия;
2. Вариант №2: Моделирование крепежного элемента балочным элементом, который соединяет независимые узлы абсолютно жестких элементов, каждый из которых в свою очередь соединяет независимый узел в центре отверстия и зависимые узлы оболочечных элементов, которые лежат от центра отверстия на расстоянии равному половине диаметра головы крепежного элемента;
3. Вариант №3: Моделирование крепежного элемента балочным, который соединяет либо узлы оболочечных элементов, либо узлы интерполирующих элементов (типа RBE3 в терминах ПК MSC.NASTRAN [1]), которые соединяют ближайшие узлы оболочечных элементов.

В настоящее время при моделирования крепежных элементов в металлических деталях широко используется методика Rutman, представленная в [2] и [3].

В данной статье моделирование крепежного элемента в соответствии с методикой Rutman представлено как вариант моделирования крепежного элемента №4. На рисунке 2 представлен вариант моделирования крепежного элемента №4 для нескольких металлических пластин в ПК MSC.NASTRAN.

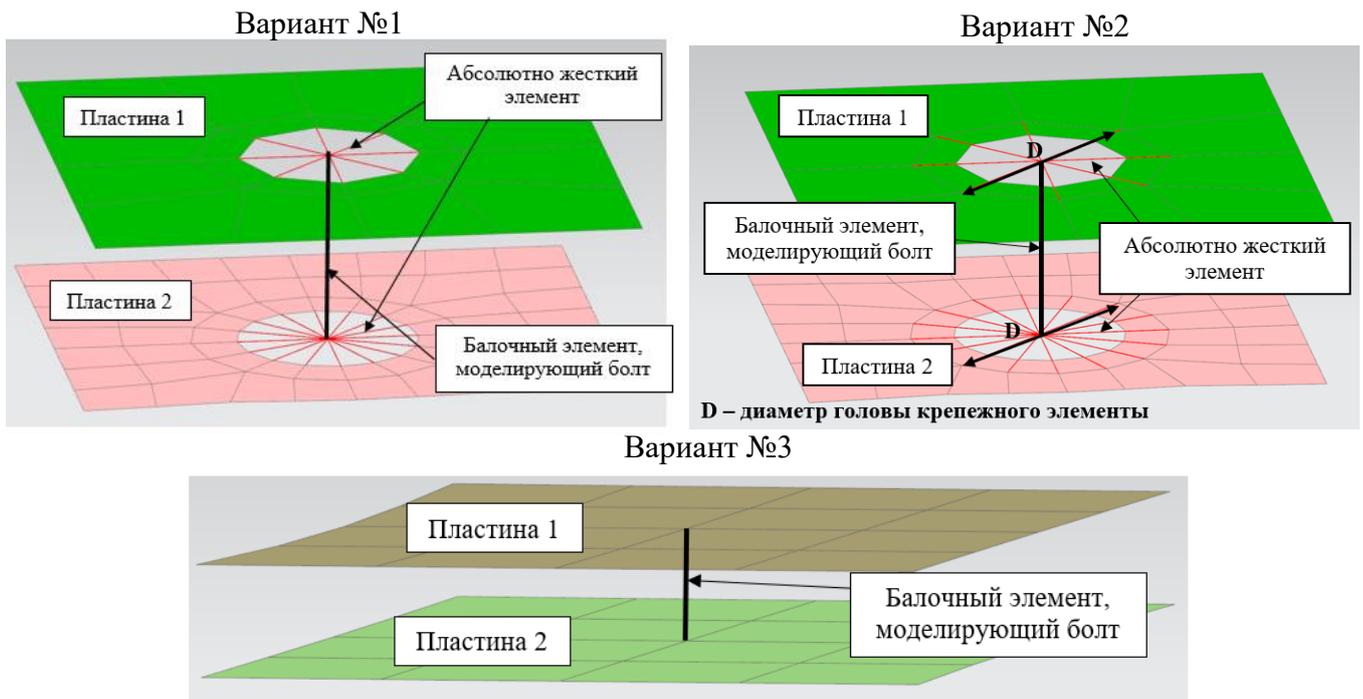


Рисунок 1

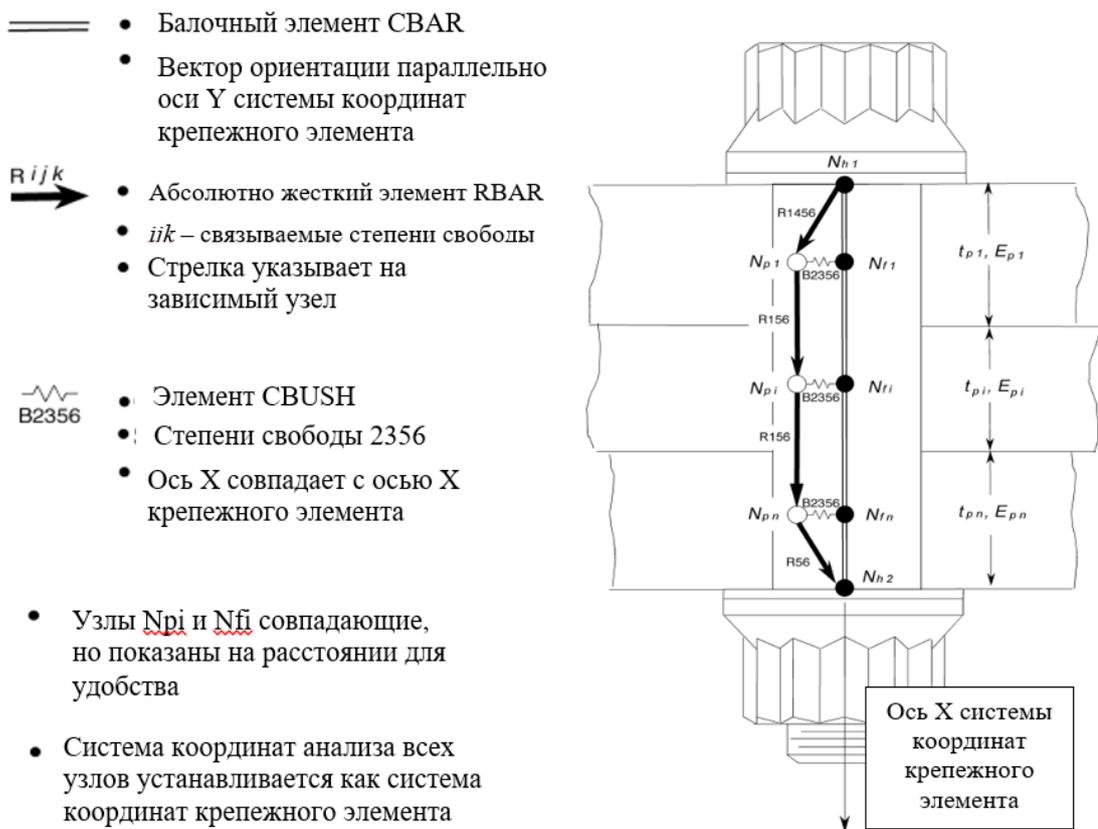


Рисунок 2 – Вариант моделирования крепежного элемента №4

При моделировании крепежного элемента в соответствии с вариантом №4 используется элемент CBUSH [1] для учета жесткости на смятие для линейных

степеней свободы 2 и 3 (по оси Y и Z в системе координат крепежного элемента) и угловых степеней свободы 5 и 6 (вокруг осей Y и Z в системе координат крепежного элемента).

Расчет жесткостей для CBUSH-элемента подробно представлен в [2] и [3].

В [4] при построении КЭМ использовался вариант моделирования крепежного элемента №1. В [5]-[13] при построении КЭМ использовался вариант моделирования крепежного элемента №3. В [5], [14] при построении КЭМ использовался вариант моделирования крепежного элемента №4.

В [15]-[18] представлены эмпирические формулы для вычисления поперечной жесткости крепежного элемента, где поперечная жесткость является производной от геометрии и механических характеристик материалов соединяемых пластин и болта. Но такая поперечная жесткость имеет только линейный характер.

В [19] представлено расчетно-экспериментальное определение графика «Сила-перемещение» для крепежного соединения, но только под действием небольших нагрузок, при которых материал болта и материалы соединяемых работает только в упругой зоне.

Недостатком выше приведенных вариантов моделирования крепежного элемента является отсутствие учета упругопластического поведения материала пластины в зоне контакта с телом крепежного элемента, что не позволяет корректно рассчитать нагрузки на крепеж болтового соединения при нагрузках, близких к предельным по критерию смятие под крепежным элементом.

Таким образом, все варианты моделирования крепежных элементов для того,

чтобы они позволили учесть упругопластическое поведение материала пластины в зоне контакта с телом крепежного элемента, требуют доработки.

В [20] представлено расчетно-экспериментальное определение графика «Сила-перемещение» для крепежного соединения непосредственно до предельной статической нагрузки и доработка варианта моделирования крепежного элемента №3 для учета графика «Сила-перемещение». Существенным недостатком такого подхода является невозможность построения графика «Сила-перемещение» для крепежного соединения без проведения натуральных испытаний.

В данной статье рассмотрена доработка, осуществляемая только расчетным путем, вариантов моделирования крепежных элементов №1 и №2. Варианты моделирования крепежных элементов №3 и №4 могут быть доработаны по аналогии.

2. Определение жесткости на смятие в соединении крепежного элемента с металлической пластины с учетом упругопластического материала пластины

Определение жесткости на смятие зависит от способа моделирования связи между крепежным элементом и пластиной. Для определения жесткости на смятие крепежного элемента с учетом упругопластического материала пластины рассмотрено два варианта соединения крепежного элемента с пластиной через абсолютно жесткий элемент, как в вариантах моделирования крепежного элемента №1 и №2.

Для моделирования жесткости на смятие крепежного элемента с учетом упругопластического материала пластины дополнительно устанавливается CBUSH-элемент (в терминах ПК MSC.NASTRAN и ПК NX.NASTRAN) между узлом

абсолютно жесткого элемента и узлом балочного элемента, как показано на рисунке 3.

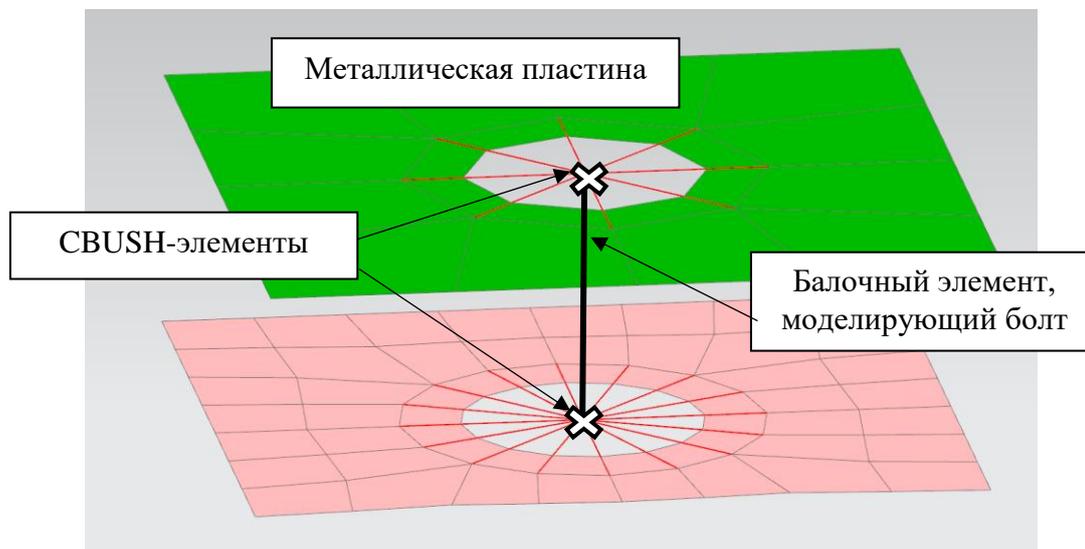


Рисунок 3 – CBUSH-элементы в составе крепежного элемента, смоделированного по варианту №2

Значения угловых жесткостей и линейной жесткости вдоль длины крепежного элемента в CBUSH-элементе принимаются такими, чтобы связи считались как абсолютно жесткие.

Суммарная жесткость CBUSH-элемента по двум линейным степеням свободы в плоскости металлической пластинки, описывающая жесткость на смятие крепежного элемента с учетом упругопластического материала пластины, задается в виде графика «Сила-перемещение».

Порядок выполнения расчетов для получения графика «Сила-перемещение» для CBUSH-элемента:

1. Построение графиков «Сила-перемещение» для типовой КЭМ пластины и болта с использованием трехмерных конечных элементов;
2. Построение графиков «Сила-перемещение» для КЭМ пластины,

соответствующей типовой зоне моделирования крепежного элемента КЭМ основной детали;

3. Вычисление графика «Сила-перемещение» для CBUSH-элемента как разницы между графиком, полученным с использованием КЭМ с трехмерными элементами, и графиком, полученным с использованием КЭМ типовой зоны крепежного элемента в КЭМ основной детали.

CBUSH-элемент для моделирования жесткости на смятие с учетом упругопластического поведения материала пластины используется только для металлических элементов с известной упругопластической диаграммой деформирования материала.

В том случае, если рассматриваемый крепёжный элемент соединяет детали с известной упругопластической диаграммой и неизвестной диаграммой деформирования, предлагается описанный выше CBUSH-элемент устанавливать только в зоне металлической пластины с известной диаграммой упругопластического деформирования материала.

Расчеты для определения графика «Сила-перемещение» проводятся в ПК NX.NASTRAN 10 с применением пре-постпроцессора Siemens NX 10.

3. Построение графиков «Сила-перемещение» для типовой КЭМ пластины и болта с использованием трехмерных конечных элементов

Для построения графиков «Сила-перемещение» разрабатывается типовая твердотельная КЭМ $\frac{1}{4}$ пластинки длиной и шириной $4,5d$, с отверстием посередине диаметром d и толщиной пластины t . КЭМ представлена на рисунке 4.

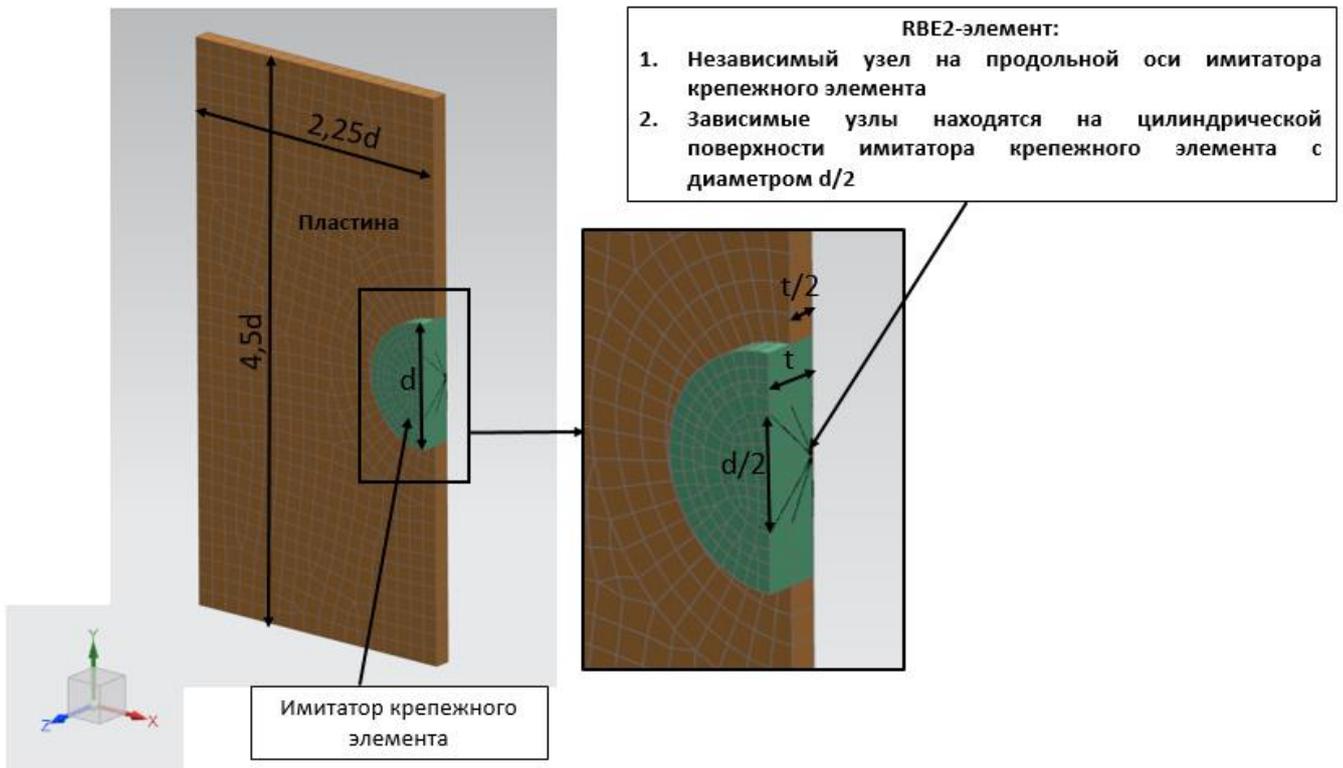


Рисунок 4 – Общий вид КЭМ

Материал пластинки принят ВТ6ч и задан с учетом упругопластической диаграммы деформирования, представленной на рисунке 5. Материал болта принят ВТ16 ($E=11000$ кгс/мм², $\mu=0,3$). Диаграмма упруго-пластического деформирования для материала болта не задается.

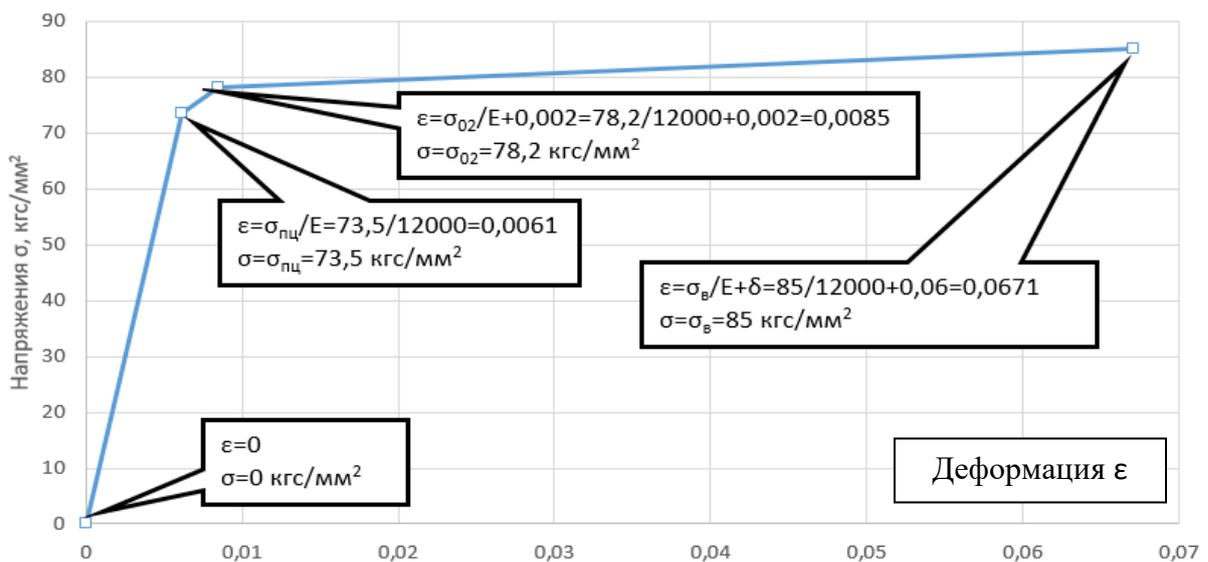


Рисунок 5

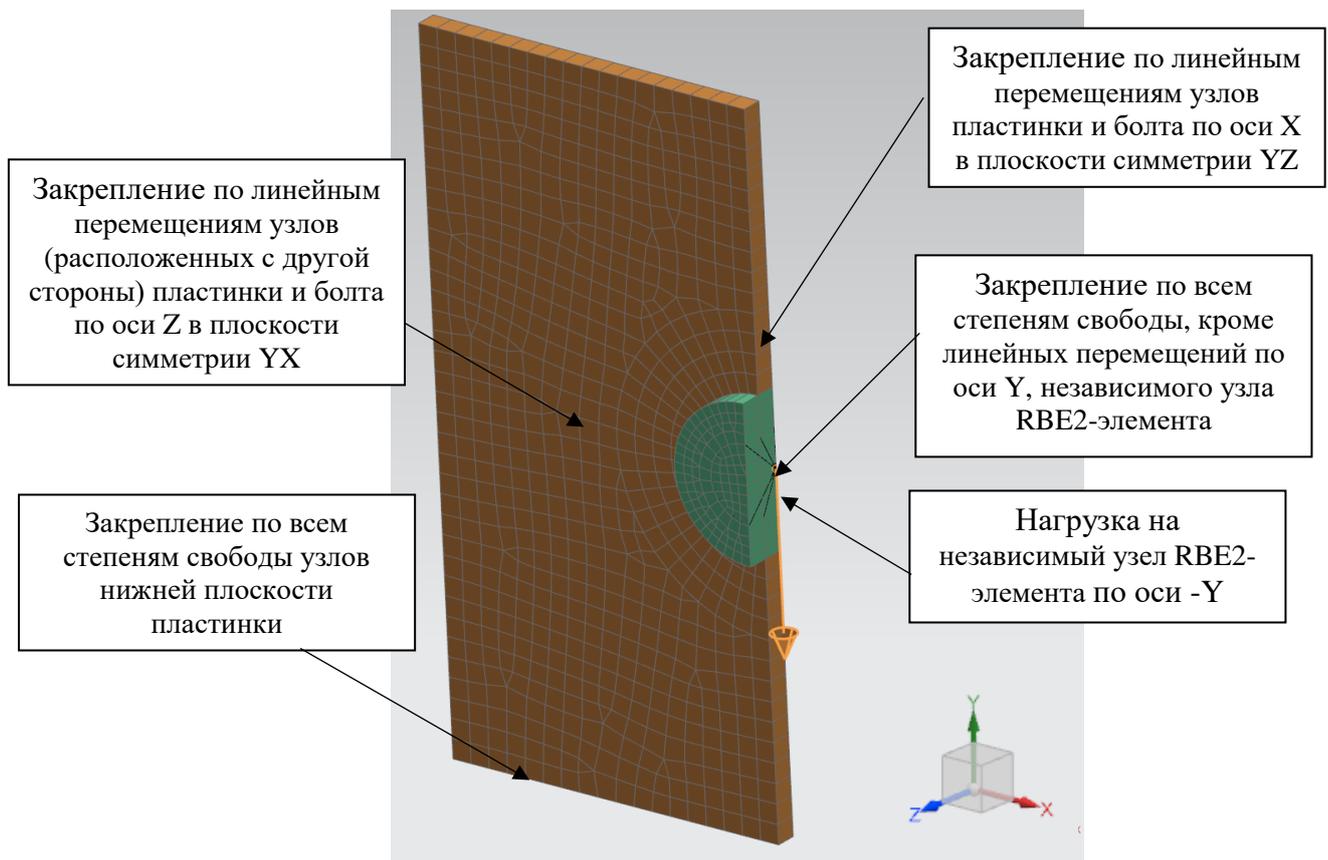


Рисунок 6 – Нагружение и закрепление КЭМ

Расчет проводится в ПК NX.NASTRAN 10 с учетом больших деформаций. Нагружение КЭМ осуществляется силой по оси $-Y$, приложенной в независимом узле RBE2-элемента. На рисунке 6 показано нагружение и закрепление КЭМ.

На рисунке 7 показан график «Сила-перемещение» в независимом узле RBE2-элемента для варианта пластины толщиной 3 мм и диаметром отверстия 11,11 мм.



Рисунок 7

Для других вариантов диаметров крепежа с такой же толщиной пластинки (3 мм) график «Сила-перемещение» определяется по формуле

$$u_{nd}(P) = u_{11,11\ 3} \left(\frac{P}{k_d} \right) \cdot k_d, \quad (1)$$

где $u_{11,11\ 3}$ – график зависимости перемещения от силы для варианта пластины толщиной 3 мм и с диаметром отверстия 11,11 мм, представленный на рисунке 7;

P – приложенная нагрузка на вариант с новым диаметром крепежа, кгс;

k_d – поправочный коэффициент, вычисляется по формуле

$$k_d = \frac{d_{\text{новый}}}{d_{\text{старый}}}, \quad (2)$$

где $d_{\text{старый}}$ – диаметр отверстия в пластине, для которой определена зависимость $u_{11,11\ 3}$, мм;

$d_{\text{новый}}$ – диаметр отверстия пластины для нового варианта, для которого ведется пересчет, мм.

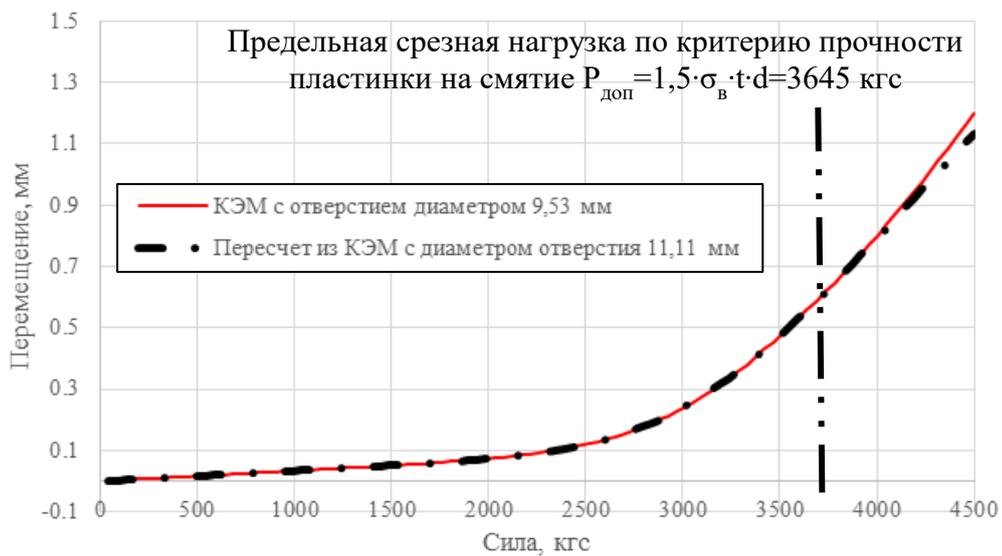


Рисунок 8 – График «Сила-перемещение» для диаметра отверстия 9,53 мм

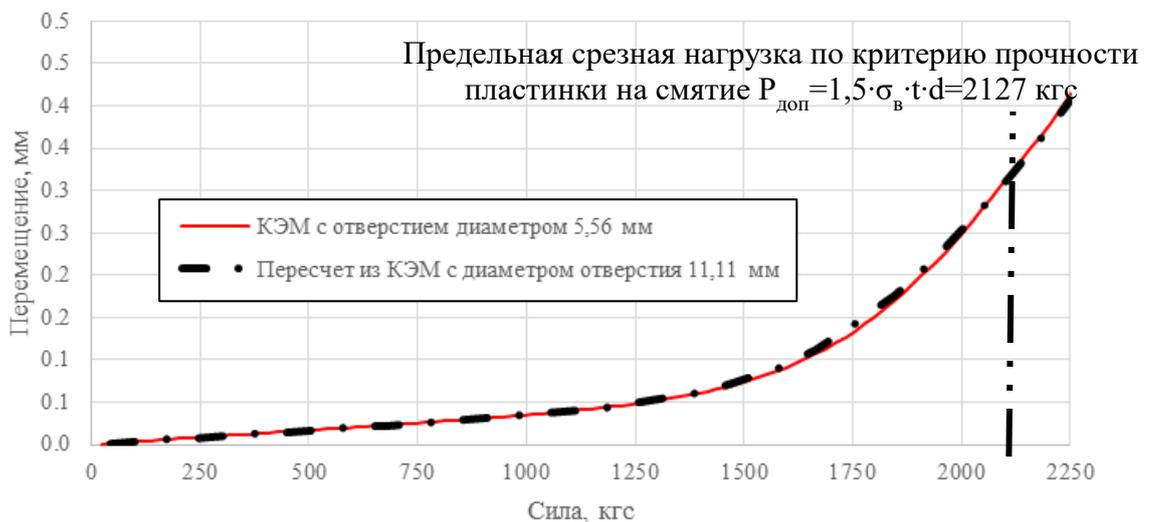


Рисунок 9 – График «Сила-перемещение» для диаметра отверстия 5,56 мм

На рисунках 8-9 представлено сравнение результатов, полученных по отдельным КЭМ, разработанным в соответствии с рисунком 4, и пересчетом по формулам (1)-(2) для пластинки толщиной 3 мм и двух вариантов диаметра крепежа: 9,53 мм и 5,56 мм

Для различных вариантов толщины пластинки с диаметром крепежа 11,11 мм график «Сила-перемещение» определяется из графика «Сила-перемещение» для случая диаметра крепежа 11,11 мм и толщины пластинки 3 мм по формуле

$$u_{nt}(P) = u_{11,11\ 3} \left(\frac{P}{k_t} \right), \quad (3)$$

где $u_{11,11\ 3}$ – график зависимости перемещения от силы для варианта пластины толщиной 3 мм и с диаметром отверстия 11,11 мм, представленный на рисунке 7;

P – приложенная нагрузка на вариант с новым вариантом толщины пластинки, кгс;

k_t – поправочный коэффициент, вычисляется по формуле

$$k_t = \frac{t_{\text{новая}}}{t_{\text{старая}}}, \quad (4)$$

где $t_{\text{старая}}$ – толщина пластины, для которой определена зависимость $u_{11,11\ 3}$, мм;

$t_{\text{новая}}$ – толщина пластины для нового варианта для которого ведется пересчет, мм.

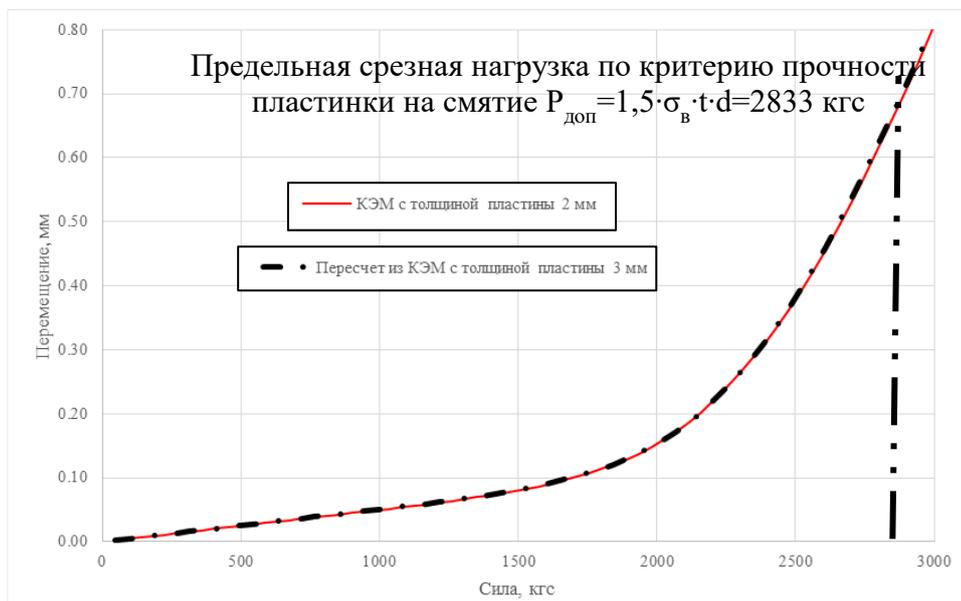


Рисунок 10 – График «Сила-перемещение» для толщины пластинки 2 мм

На рисунке 10 представлено сравнение результатов, полученных по отдельной КЭМ, разработанной в соответствии с рисунком 4, и пересчетом по формулам (3)-(4) для пластинки толщиной 2 мм и диаметром крепежа 11,11 мм из варианта с

диаметром крепежа 11,11 мм и толщиной пластинки 3 мм.

Суммируя формулы (1) и (3) график «Сила-перемещение» для любого варианта диаметра крепежа и толщины пластинки может быть определен по формуле

$$u_{\text{новый}}(P) = u_{\text{старый}} \left(\frac{P}{k_d \cdot k_t} \right) \cdot k_d, \quad (5)$$

где $u_{\text{новый}}$ – зависимость перемещения от силы для нового варианта толщины пластины и диаметра отверстия;

P – приложенная нагрузка на новый вариант диаметра крепежа и толщины пластинки, кгс;

k_d – поправочный коэффициент, вычисляется по формуле (2);

k_t – поправочный коэффициент, вычисляется по формуле (4).

На рисунке 11 представлено сравнение графиков перемещение сила, полученных по отдельной КЭМ, разработанной в соответствии с рисунком 4, и пересчетом по формулам (2), (4) и (5) для пластинки толщиной 5 мм и диаметром крепежа 7,94 мм из варианта с диаметром крепежа 11,11 мм и толщиной пластинки 3 мм.

На рисунке 12 представлено отклонение графика «Сила-перемещение» полученного по формулам (10), (12) и (13) от графика, от графика «Сила-перемещение» полученного по отдельной КЭМ. Максимальное отклонение графика, полученного по формулам (2), (4) и (5) от графика, полученного по отдельной КЭМ составило 8,9% при нагрузке 4080кгс.

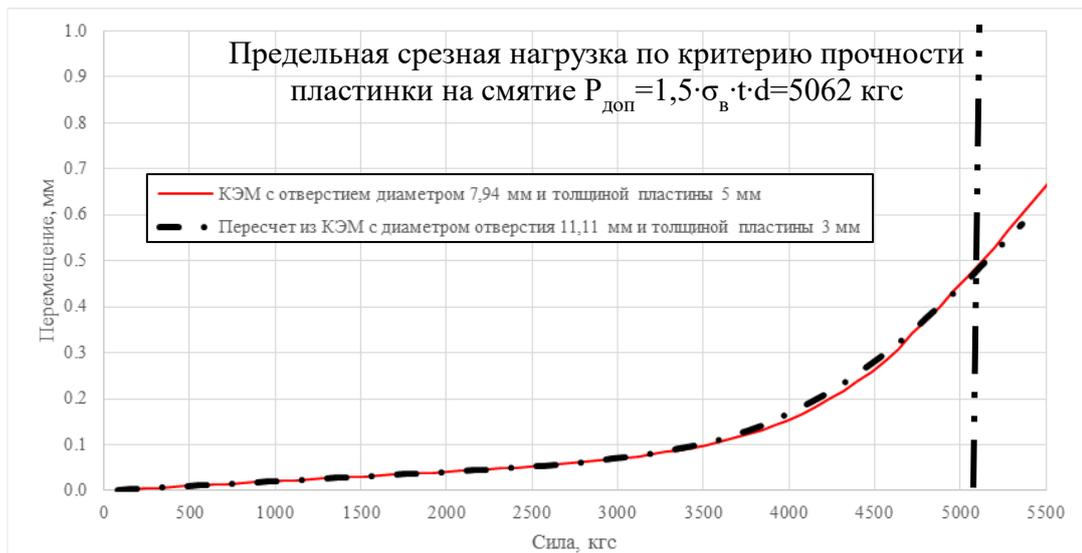


Рисунок 11



Рисунок 12

4. Построение графиков «Сила-перемещение» для КЭМ пластины, соответствующей типовой зоне моделирования

Рассмотрены две типовые зоны моделирования, соответствующие вариантам крепежных элементов 1 и 2 на рисунке 1 соответственно.

На рисунке 13 слева представлена КЭМ половины пластины с вариантом типовой зоны моделирования №1, в которой зависимые узлы находятся в зоне на

удалении $d/2$ от центра отверстия, где d -диаметр гладкой части крепежа.

На рисунке 13 справа представлена КЭМ половины пластины с вариантом типовой зоны моделирования №2, в которой зависимые узлы находятся в зоне на удалении $D/2$ от центра отверстия, где D -диаметр под ключ.

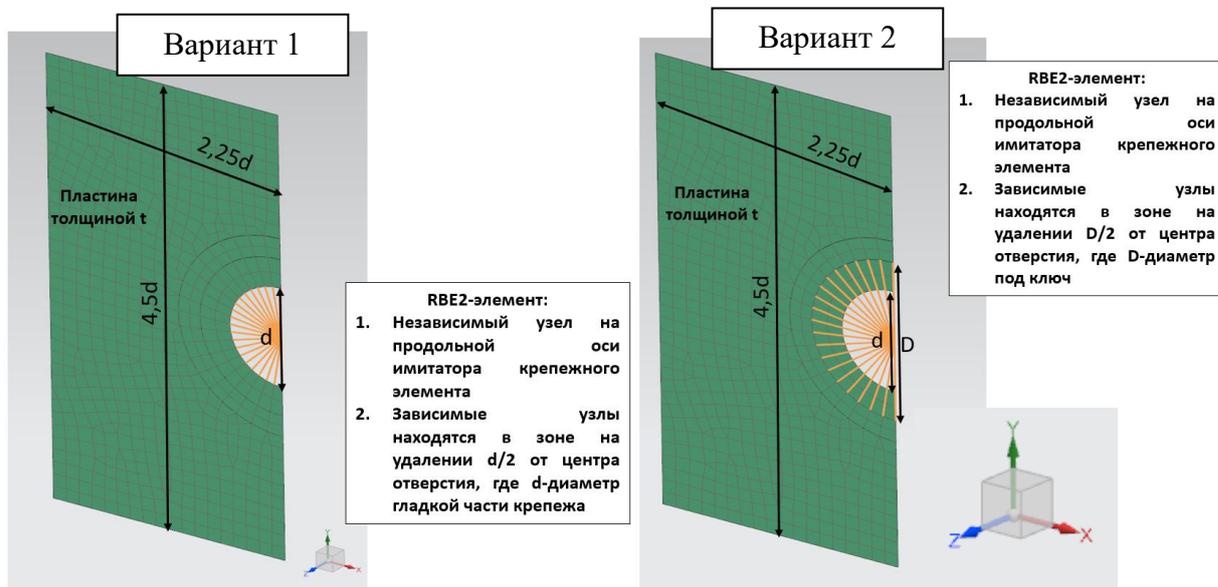


Рисунок 13 – Варианты КЭМ с типовыми зонами моделирования

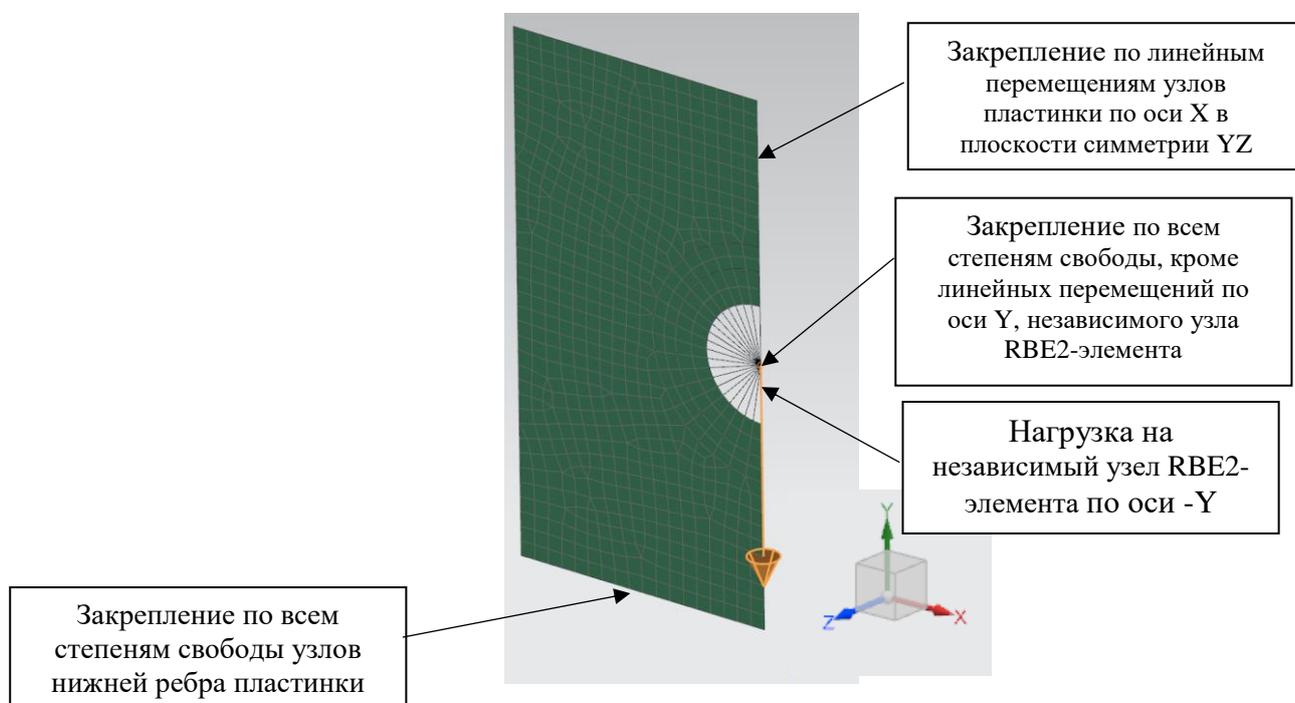


Рисунок 14 – Нагружение и закрепление типовой зоны КЭМ

На рисунке 14 представлено нагружение и закрепление типовой КЭМ зоны

моделирования. Расчет проводится в ПК NX.NASTRAN 10 с учетом больших деформаций.

На рисунке 15 показан график «Сила-перемещение» в независимом узле RBE2-элемента для варианта пластины толщиной 3 мм и диаметром отверстия 11,11 мм.

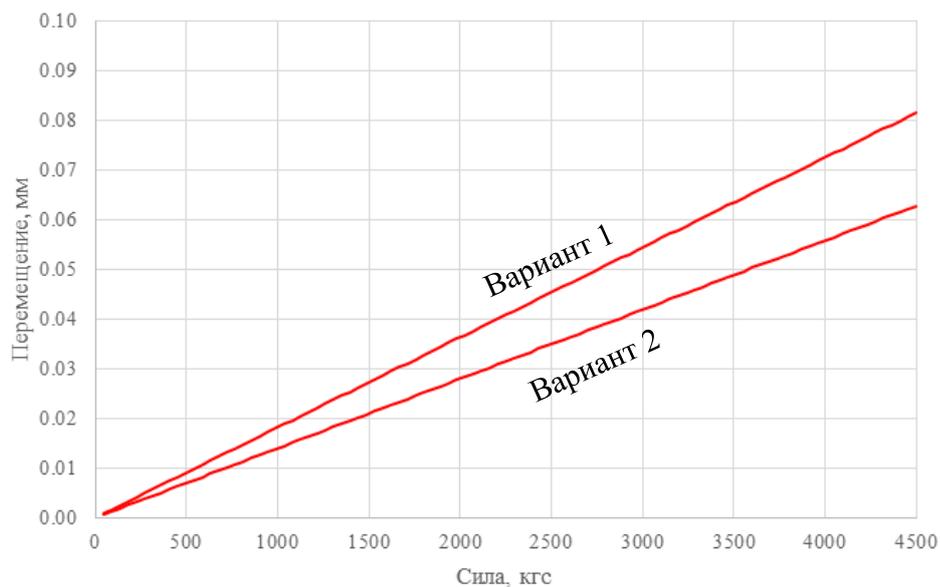


Рисунок 15

Для других вариантов толщины пластинки и диаметра крепежа график «Сила-перемещение» определяется по формулам (2), (4) и (5).

На рисунке 16 представлено сравнение графиков «Сила-перемещение», полученных по отдельным КЭМ, разработанных в соответствии с рисунком 13, и пересчетом по формулам (2), (4) и (5) для пластинки толщиной 5 мм и диаметром крепежа 7,94 мм из варианта с диаметром крепежа 11,11 мм и толщиной пластинки 3 мм.

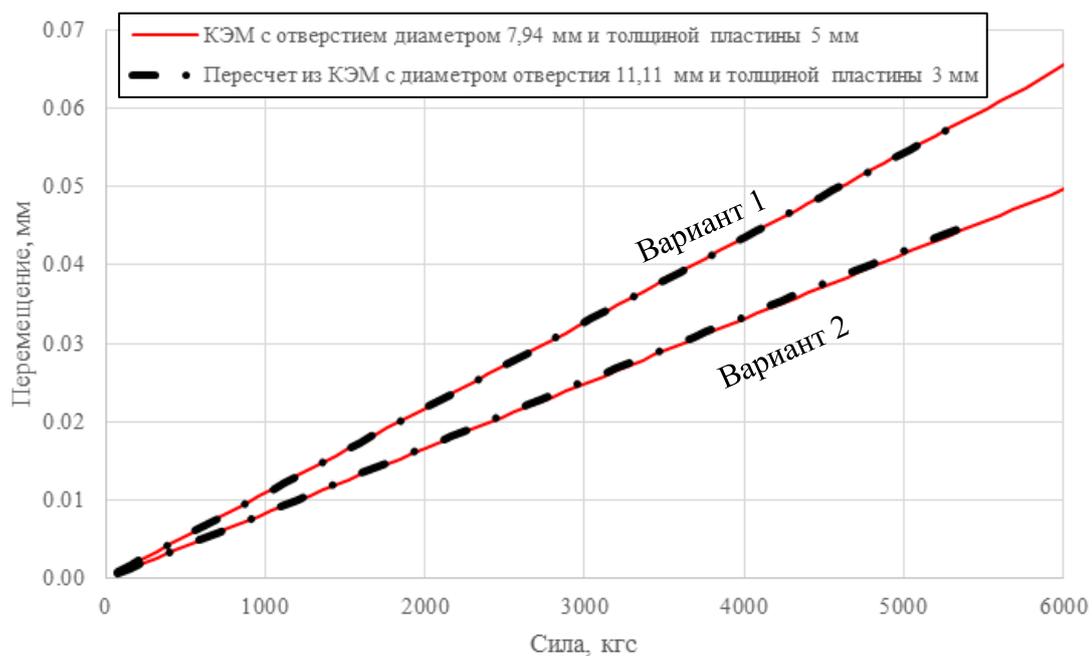


Рисунок 16

5. Вычисление кривой «Сила-перемещение» для CBUSH-элемента

График «Сила-перемещение» для CBUSH-элемента вычисляется как разница между графиком, полученным с использованием КЭМ с трехмерными элементами, и графиком, полученным с использованием КЭМ типовой зоны крепежного элемента.

На рисунке 17 для варианта с толщиной пластинки 3 мм и диаметром крепежа 11,11 мм представлены:

1. График «Сила-перемещение», полученный по расчету КЭМ с трехмерными элементами;
2. Графики «Сила-перемещение» для двух вариантов типовой зоны моделирования крепежного элемента;
3. Итоговые графики для CBUSH-элемента для двух вариантов типовой зоны моделирования.

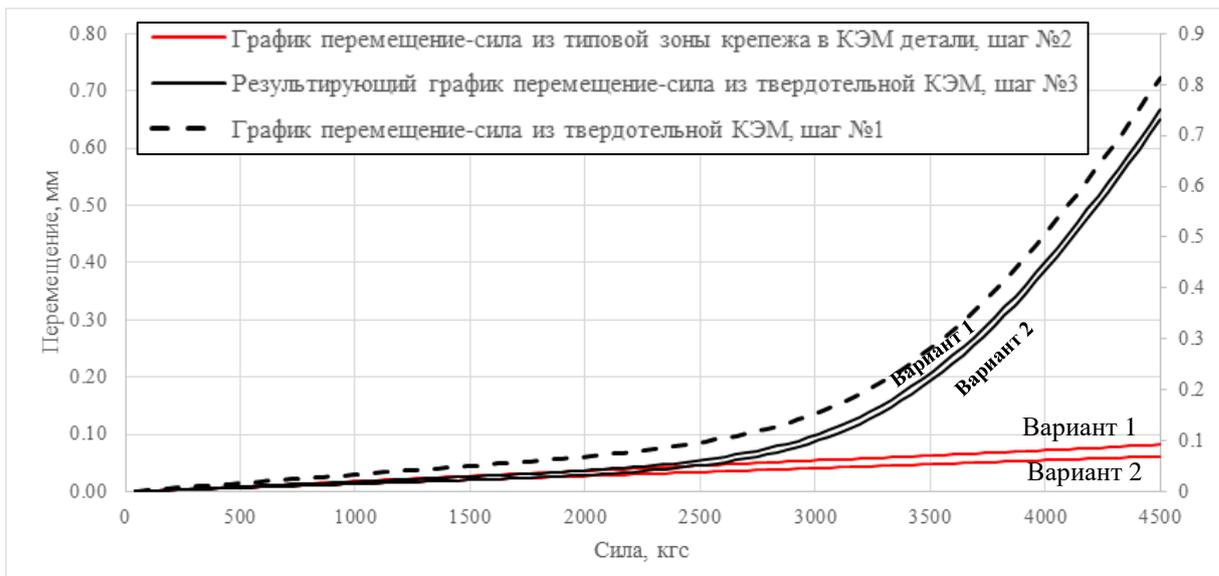


Рисунок 17

6. Расчет тестовой задачи

Для проведения тестирования методики выбрана задача с проходящей нагрузкой по композитной полке, на которую установлена титановая пластина для дальнейшего крепления вспомогательных элементов. Задача решается с использованием КЭМ с помощью ПК MSC.NASTRAN 2013 и пре-постпроцессоров SIEMENS NX 10 и MSC.PATRAN 2012 (только для визуализации нагрузок в крепеже). Используется нелинейное решение 106 с параметром $lgdisp$ установленным в значение 1, что обеспечивает учет больших перемещений.

На рисунке 18 представлен вид разработанной КЭМ. Материал пластинки принят ВТ6ч и задан с учетом упругопластической диаграммы деформирования, представленной на рисунке 5. Толщина титановой пластинки 3 мм. Толщина композитной полки принята равной 10 мм.

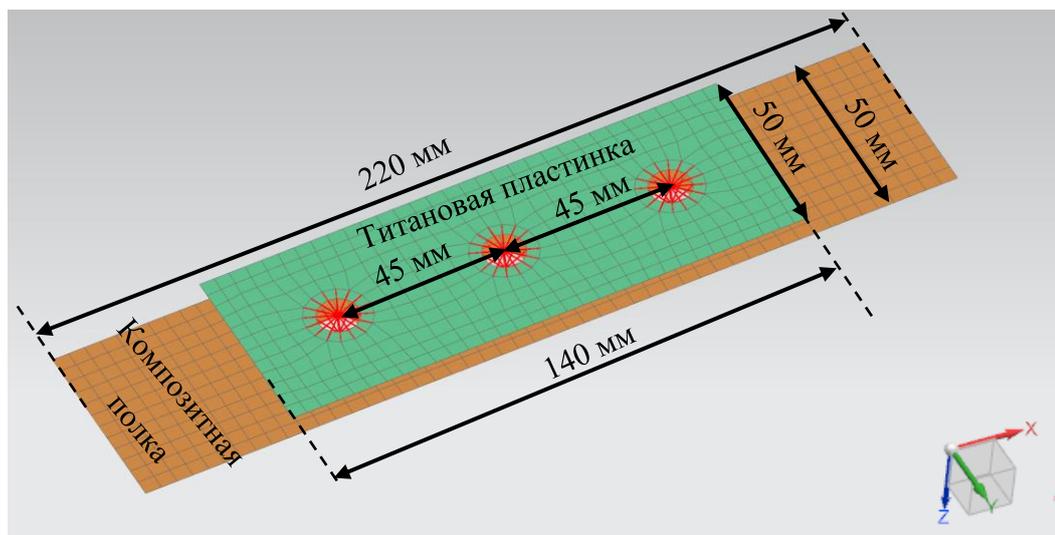


Рисунок 18 – КЭМ композитной полки с проходящей нагрузкой

Характеристики композитного материала приняты следующие:

1. Модуль упругости вдоль длины полки $E_x=3000$ кгс/мм²;
2. Модуль упругости поперек длины полки $E_y=3000$ кгс/мм²;
3. Модуль сдвига в плоскости полки $G_{xy}=2000$ кгс/мм²;
4. Модуль сдвига поперек плоскости полки $G_{xz}=G_{yz}=200$ кгс/мм²;
5. Коэффициент Пуассона $\mu_{12}=0,3$.

Крепление титановой пластинки осуществлено с помощью трех крепежных элементов с диаметром гладкой части 11,11 мм, диаметром под ключ 17,55 мм. Материал крепежа - титановый сплав ВТ16. Моделирование крепежного элемента проведено по варианту №2.

На рисунке 19 показано приложение усилия к КЭМ – распределённая нагрузка по короткой стороне по оси X.

КЭМ закреплена:

1. По линейным перемещениям по оси Z по периметру композитной полки;
2. По линейным перемещениям по оси Y по длинным ребрам композитной

полки;

3. По линейным перемещениям по оси X по короткому ребру композитной полки, расположенному по другую сторону прикладываемой нагрузки, как показано на рисунке 19.

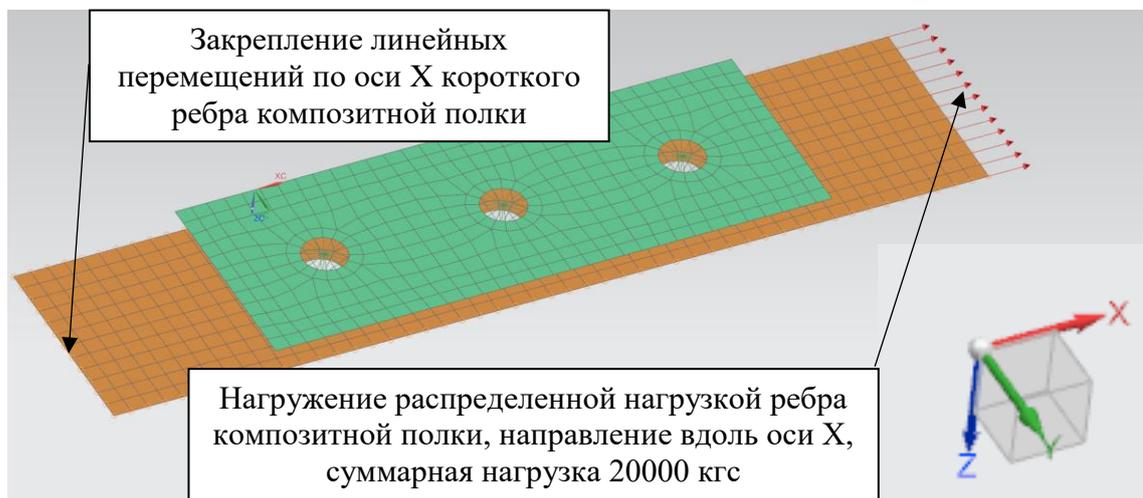


Рисунок 19 – Нагружение КЭМ и закрепление короткого ребра

Задача решается в двух вариантах:

1. Для моделирования крепежных элементов используется вариант №2;
2. Для моделирования крепежных элементов используется вариант №2 с дополнительной установкой CBUSH-элементов в зоне соединения с титановой пластиной для моделирования взаимодействия крепежного элемента и пластины с учетом упругопластического поведения материала пластины.

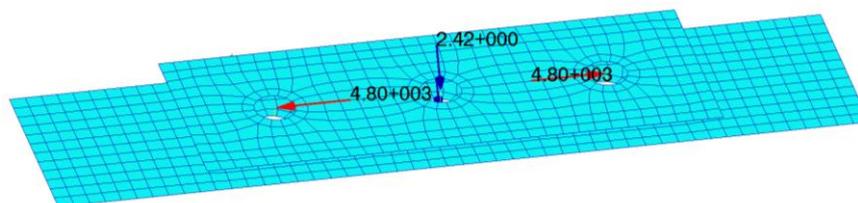


Рисунок 20

На рисунке 20 представлены срезные нагрузки в крепежных элементах.

Как видно из результатов расчета при использовании варианта моделирования крепежного элемента №2 получено, что максимальная срезная составляет P_{cp} равна 4800 кгс.

Напряжения смятия для титановой пластинки определяются по формуле

$$\sigma_{cm} = \frac{P_{cp}}{d \cdot t} = \frac{4800}{11,11 \cdot 3} = 144 \text{ кгс/мм}^2, \quad (6)$$

где d – диаметр гладкой части крепежа, мм;

t – толщина титановой пластины, мм.

Предельные напряжения на смятие вычисляются по формуле

$$[\sigma_{cm}] = 1,5 \cdot \sigma_b = 1,5 \cdot 85 = 127,5 \text{ кгс/мм}^2, \quad (7)$$

где σ_b – предел прочности, кгс/мм².

Коэффициент запаса прочности вычисляется по формуле

$$\eta = \frac{[\sigma_{cm}]}{\sigma_{cm}} = \frac{127,5}{144} = 0,88 \quad (8)$$

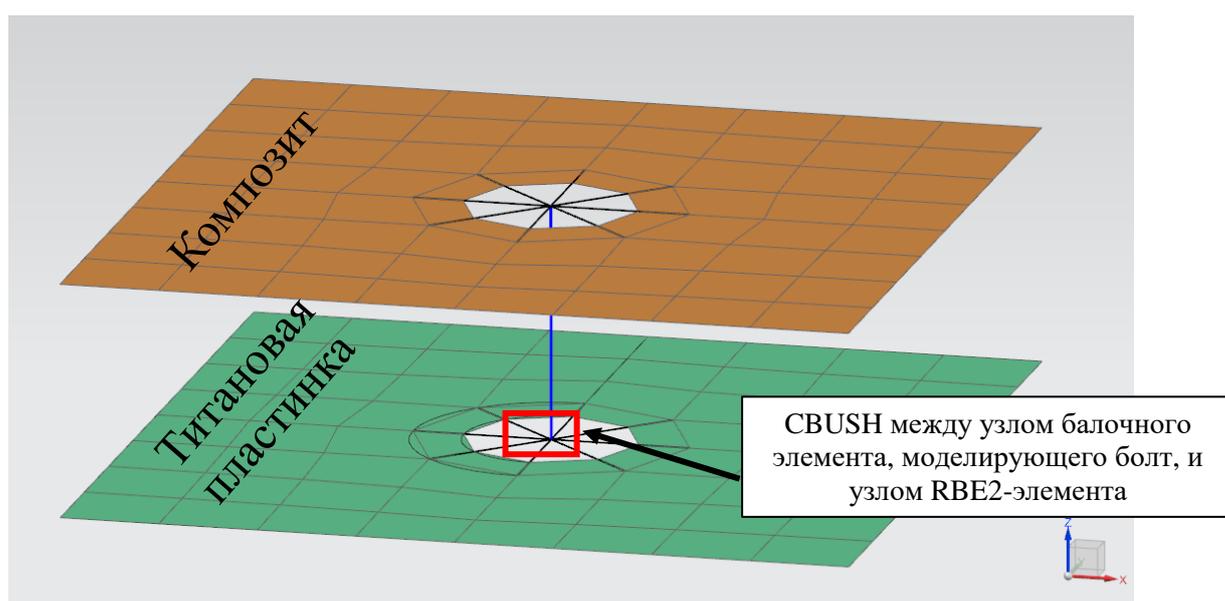


Рисунок 21

Для уточнения результатов расчета установим CBUSH-элемент между RBE2-элементом и балочным элементом в зоне соединения крепежных элементов с титановой пластинкой, как показано на рисунке 21.

Жесткость CBUSH-элемент для угловых степеней свободы и линейной степени свободы вдоль длины крепежного элемента устанавливаются, как значительные:

1. Для угловых степеней свободы 10^{11} кгс·мм/рад;
2. Для линейной степени свободы 10^6 кгс/мм.

Для вычисления жесткости CBUSH-элемента для линейных перемещений в плоскости среза крепежного элемента (плоскости XY) задается результирующий график «Сила-перемещение» с рисунка 17 как для варианта крепежного элемента №2.

На рисунке 22 представлены срезные нагрузки в крепежных элементах при установке дополнительных CBUSH-элементов.

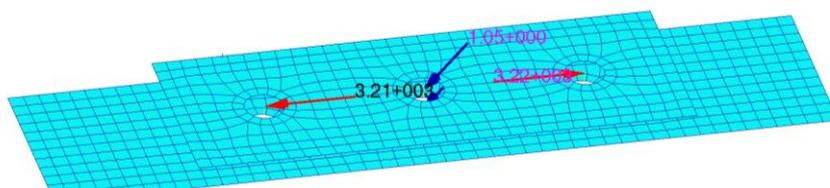


Рисунок 22

Напряжения смятия для титановой пластинки определяются по формуле

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{P_{\text{ср}}}{d \cdot t} = \frac{3220}{11,11 \cdot 3} = 96,6 \text{ кгс/мм}^2. \quad (9)$$

Предельные напряжения на смятие вычисляются по формуле

$$[\sigma_{\text{см}}] = 1,5 \cdot \sigma_{\text{в}} = 1,5 \cdot 85 = 127,5 \text{ кгс/мм}^2. \quad (10)$$

Коэффициент запаса прочности вычисляется по формуле

$$\eta = \frac{[\sigma_{\text{см}}]}{\sigma_{\text{см}}} = \frac{127,5}{96,6} = 1,32 \quad (11)$$

Таким образом использование дополнительных CBUSH-элементов для моделирования взаимодействия тела крепежного элемента и пластины с учетом упругопластического поведения материала пластины приводит к результатам, при которых учёт соединения крепёж-пластина позволяет получить более корректное распределение усилий в группе крепежа и избежать необходимости доработки конструкции. Так же получено снижение напряжения смятия под крепежным элементом в композитной полке, что позволяет более рационально подобрать материал и укладку согласно [21] и [22].

7. Выводы

Представлен алгоритм моделирования взаимодействия крепежного элемента с металлической пластиной с учетом упругопластического поведения материала пластины. Такой подход позволяет обоснованно рассчитать нагрузки на крепеж многоболтового соединения и крепеж не силовых элементов к силовым элементам конструкции при нагрузках, близких к предельным по критерию смятие под крепежным элементом. При этом решать указанные задачи существующие методики с линейным представлением жесткости крепёжного элемента (варианты крепежного элемента №1-4 без доработки, представленной в этой статье) позволяют с заметно меньшей точностью, как видно из решения тестовой задачи. Подход, представленный в [20], требует проведения натурных испытаний для построения графика «Сила-перемещение» для каждого варианта крепежного соединения, что крайне трудоемко и затруднительно, в особенности, на начальных этапах проектирования.

Алгоритм состоит из трех последовательных действий:

1. Построение графиков «Сила-перемещение» для типовой КЭМ пластины и болта с использованием трехмерных конечных элементов;
2. Построение графиков «Сила-перемещение» для КЭМ пластины, соответствующей типовой зоне моделирования крепежного элемента КЭМ основной детали. В данной методике рассмотрены две КЭМ с использованием оболочечных элементов;
3. Вычисление кривой «Сила-перемещение» для CBUSH-элемента как разницы между графиком, полученным с использованием КЭМ с трехмерными элементами, и графиком, полученным с использованием КЭМ типовой зоны крепежного элемента в КЭМ детали.

При этом необходимо разрабатывать только по одной КЭМ с трехмерными и оболочечными элементами для каждой пары материалов крепежа и пластины за счет использования формул (2), (4) и (5).

Предложенный подход позволяет с малыми временными и вычислительными затратами провести расчёты с учётом упругопластической работы соединения.

Список источников

1. MSC Nastran Quick reference guide, May 2013, Version 2013. URL: https://openlibrary.org/books/OL12315149M/MS_C_NASTRAN_Quick_Reference_Guide
2. Alexander Rutman, Adrian Viisoreanu, John A. Parady. Fasteners Modeling for MSC. Nastran Finite Element Analysis, SAE International and the American Institute of

Aeronautics and Astronautics, 2000. DOI: 10.4271/2000-01-5585

3. Alexander Rutman, Chris Boshers, Larry Pearce, John Parady. Fastener Modeling for Joining Parts Modeled by Shell and Solid Elements, Americas Virtual Product Development Conference, 2007.
4. Таричко В.И., Шалупина П.И. К вопросу о динамической нагруженности несущих конструкций специальных колесных шасси // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». 2019. № 4. С. 73-83.
5. Martins R.S., Ernani S.P., Lorentz A. Influence of Types of Discrete Modelling of Fasteners in FEM Models // NAFEMS World Congress, Stockholm, June 2017.
6. Боровская Я.С., Гришин В.И., Качарава И.Н., Наумов С.М. Исследование прочности многорядных металлокомпозитных соединений // Ученые Записки ЦАГИ. 2013. Т. 44. № 4. С. 80-90.
7. Боровская Я.С., Гришин В.И., Попов Д.В. К определению усилий среза в болтах многорядных металлокомпозитных стыков // Ученые Записки ЦАГИ. 2010. Т. 41. № 6. С. 72-79.
8. Богословский С.Е., Мартиросов М.И. Численное и аналитическое определение критических напряжений подкрепленной оболочки при решении задачи устойчивости // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2020. № 3. С. 481–490.
9. Полоник Е.Н., Суренский Е.А., Федотов А.А. Автоматизация расчетов усталостной долговечности механических соединений элементов авиаконструкций // Труды МАИ. 2017. № 92. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=76755>

10. Дударьков Ю.И., Лимонин М.В., Наумов С.М., Осипян Е.Э. Виртуальное Моделирование эксперимента при статических испытаниях силовых панелей конструкции планера летательного аппарата // Космические аппараты и технологии. 2015. № 1 (11). С. 32-39.
11. Вашурин А.С., Орлов Л.Н. Расчетно-экспериментальная оценка пассивной безопасности кузова из многослойных панелей вахтового автобуса // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2014. № 10 (655). С. 46–54.
12. Алябьев А.Ф., Федотов М.В., Колесников А.Б. Исследование прочностных свойств рамы грузовой платформы колесного форвардера // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2021. № 174. С. 7-19. DOI: [10.21515/1990-4665-174-003](https://doi.org/10.21515/1990-4665-174-003)
13. Стрекоз А.В., Сидоренко В.В., Ледовских И.В. Анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) элерона из полимерных композиционных материалов (ПКМ) с применением метода конечных элементов (МКЭ) // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2019. № 6. С. 122–133. DOI: [10.23683/2311-3103-2019-6-122-133](https://doi.org/10.23683/2311-3103-2019-6-122-133)
14. Martins R.S., Santos M.T., Palma E.S. Fastening analysis using low fidelity finite element models // 31st Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, Belo Horizonte, Brazil, 9 - 14 September 2018.
15. Geoff Morris. Defining a standard formula and test-method for fastener flexibility in lap-joints, PhD thesis, Technical University Delft, The Netherlands, 2004.
16. Heimo Huth. Influence of fastener flexibility on the prediction of load transfer and

fatigue life for multiple-row joints // Fatigue in Mechanically Fastened Composite and Metallic Joints, 1986, 30 p. DOI: [10.1520/stp29062s](https://doi.org/10.1520/stp29062s)

17. Rosenfeld S., Tate M.B. Preliminary investigation on loads carried by individual joints, NACA-TN-1051, Technical report, 1946, 74 p.

18. Swift T. Development of fail-safe design features of the dc-10. Damage tolerance in aircraft structures, ASTM STP486, American society for Testing and Materials, 1971. P. 164-214. DOI: [10.1520/STP26678S](https://doi.org/10.1520/STP26678S)

19. Панков А.В. Методика расчета зависимости «нагрузка–смещение» для болтов и заклепок в многосрезных соединениях // Ученые Записки ЦАГИ. 1990. Т. 21. № 3. С. 95-103.

20. Беспалов В.А., Пикалов В.В., Пустовой Н.В. Исследование по расчетным методам оценки остаточной прочности заклепочно-болтовых соединений // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2011. № 3. С. 81–92.

21. Ендогур А.И., Кравцов В.А., Солошенко В.Н. Принципы рационального проектирования авиационных конструкций с применением композитных материалов // Труды МАИ. 2014. № 72. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=47572>

22. Ендогур А.И., Кравцов В.А. Идеология проектирования авиационных конструкций из полимерных композиционных материалов // Труды МАИ. 2015. № 81. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=57755>

References

1. *MSC Nastran Quick reference guide*, May 2013, Version 2013. URL: https://openlibrary.org/books/OL12315149M/MSC_NASTRAN_Quick_Reference_Guide
2. Alexander Rutman, Adrian Viisoreanu, John A. Parady. *Fasteners Modeling for MSC. Nastran Finite Element Analysis*, SAE International and the American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000. DOI: 10.4271/2000-01-5585
3. Alexander Rutman, Chris Boshers, Larry Pearce, John Parady. *Fastener Modeling for Joining Parts Modeled by Shell and Solid Elements*, Americas Virtual Product Development Conference, 2007.
4. Tarichko V.I., Shalupina P.I. On the issue of dynamic loading of supporting structures of special wheeled chassis. *Vestnik Kontserna VKO «Almaz – Antei»*. 2019. No. 4. P. 73-83. (In Russ.)
5. Martins R.S., Ernani S.P., Lorentz A. Influence of Types of Discrete Modelling of Fasteners in FEM Models. *NAFEMS World Congress*, Stockholm, June 2017.
6. Borovskaya Ya.S., Grishin V.I., Kacharava I.N., Naumov S.M. Study of strength of multi-row metal-composite joints. *Uchenye Zapiski TSAGI*. 2013. V. 44, no. 4. P. 80-90. (In Russ.)
7. Borovskaya Ya.S., Grishin V.I., Popov D.V. On the determination of shear forces in bolts of multi-row metal-composite joints. *Uchenye Zapiski TSAGI*. 2010. V. 41, no. 6. P. 72-79. (In Russ.)
8. Bogoslovskii S.E., Martirosov M.I. Numerical and analytical calculation of critical stress for reinforced shell for stability problem solving. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*. 2020. No. 3. P. 481–490. (In Russ.)

9. Polonik E.N., Surenskii E.A., Fedotov A.A. Automation of airframe with geometrical stress concentrators fatigue life calculation. *Trudy MAI*. 2017. No. 92. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=76755>
10. Dudar'kov Yu.I., Limonin M.V., Naumov S.M., Osipyany E.E. Virtual simulation of experiment at static trials of the aircraft primary structure panels. *Kosmicheskie apparaty i tekhnologii*. 2015. No. 1 (11). P. 32-39. (In Russ.)
11. Vashurin A.S., Orlov L.N. Numerical and experimental evaluation of the passive safety of a crew bus body made of sandwich panels. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie*. 2014. No. 10 (655). P. 46–54. (In Russ.)
12. Alyab'ev A.F., Fedotov M.V., Kolesnikov A.B. Examination of the strength properties of the cargo platform frame of a wheel forwarder. *Politematicheskii setevoi elektronnyi nauchnyi zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*. 2021. No. 174. P. 7-19. (In Russ.). DOI: 10.21515/1990-4665-174-003
13. Strekoz A.V., Sidorenko V.V., Ledovskikh I.V. Analysis of the stress-strain state (SSS) of ailerons from polymer composite materials (PCM) using the finite element method (FEM). *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*. 2019. No. 6. P. 122–133. (In Russ.). DOI: 10.23683/2311-3103-2019-6-122-133
14. Martins R.S., Santos M.T., Palma E.S. Fastening analysis using low fidelity finite element models. *31st Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences*, Belo Horizonte, Brazil, 9 - 14 September 2018.
15. Geoff Morris. *Defining a standard formula and test-method for fastener flexibility in lap-joints*, PhD thesis, Technical University Delft, The Netherlands, 2004.

16. Heimo Huth. Influence of fastener flexibility on the prediction of load transfer and fatigue life for multiple-row joints. *Fatigue in Mechanically Fastened Composite and Metallic Joints*. 1986, 30 p. DOI: 10.1520/stp29062s
17. Rosenfeld S., Tate M.B. *Preliminary investigation on loads carried by individual joints*, NACA-TN-1051, Technical report, 1946. 74 p.
18. Swift T. *Development of fail-safe design features of the DC-10*. Damage tolerance in aircraft structures. ASTM STP486, American society for Testing and Materials. 1971. P. 164-214. DOI: 10.1520/STP26678S
19. Pankov A.V Methodology for calculating the "Load-Displacement" relationship for bolts and rivets in multi-shear joints. *Uchenye Zapiski TSAGI*. 1990. V. 21, no. 3. P. 95-103. (In Russ.)
20. Bespalov V.A., Pikalov V.V., Pustovoi N.V. Research on computational methods for assessing the residual strength rivet-bolted joints. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2011. No. 3. P. 81–92. (In Russ.)
21. Endogur A.I., Kravtsov V.A., Soloshenko V.N. Principles of rational aviation structural design with the use of composite materials. *Trudy MAI*. 2014. No. 72. (In Russ.).
URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=47572>
22. Endogur A.I., Kravtsov V.A. Ideology of design of aviation designs from polymeric composite materials. *Trudy MAI*. 2015. No. 81. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=57755>

Статья поступила в редакцию 15.10.2024

Одобрена после рецензирования 14.11.2024

Принята к публикации 25.02.2025

The article was submitted on 15.10.2024; approved after reviewing on 14.11.2024; accepted for publication on 25.02.2025