

УДК 621.396.965.8

Труды МАИ. 2023. № 129

Trudy MAI, 2023, no. 129

Научная статья

УДК 621.396.965.8

DOI: [10.34759/trd-2023-129-19](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-19)

## ТРАЕКТОРНАЯ ОБРАБОТКА РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ МНОГОМОДЕЛЬНОГО ПОДХОДА

**Михаил Иванович Сычев<sup>1</sup>✉, Павел Валерьевич Осипов<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),

Москва, Россия

<sup>2</sup>ПАО «НПО Алмаз»,

Москва, Россия,

<sup>1</sup>[sychev@mai.ru](mailto:sychev@mai.ru)✉

<sup>2</sup>[posipov94@gmail.com](mailto:posipov94@gmail.com)

**Аннотация.** Рассматривается задача траекторной обработки радиолокационной информации для аэробаллистического объекта. Для повышения точности сопровождения такого объекта предложено использовать многомодельный подход. Выбрана структура многомодельного алгоритма. Описаны системы координат, которые используются при решении задачи: местная прямоугольная система координат, антенная прямоугольная система координат, биконическая система координат антенны. Предложен 3-х модельный алгоритм решения задачи в местной прямоугольной системе координат. В нем для описания движения

аэробаллистического объекта используются модели прямолинейного равномерного движения с малыми возмущениями, равноускоренного движения с малыми и большими возмущениями. Характеристики предложенного алгоритма исследованы путем моделирования. Представлены результаты сравнения предложенного алгоритма с другими известными алгоритмами. Результаты исследования позволяют сделать вывод о высокой эффективности предложенного 3-х модельного алгоритма по сравнению с другими.

**Ключевые слова:** траекторная обработка, радиолокация, аэробаллистический объект, фильтр Калмана, многомодельный алгоритм

**Для цитирования:** Сычев М.И., Осипов П.В. Траекторная обработка радиолокационной информации на основе многомодельного подхода // Труды МАИ. 2023. № 129. DOI: [10.34759/trd-2023-129-19](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-19)

Original article

## THE RADAR TRACKING BASED ON MULTIPLE MODEL APPROACH

**Michail I. Sychev<sup>1</sup>✉, Pavel V. Osipov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Moscow Aviation Institute (National Research University),  
Moscow, Russia

<sup>2</sup>PJSC "NPO Almaz",  
Moscow, Russia

<sup>1</sup>[sychev@mai.ru](mailto:sychev@mai.ru)✉

<sup>2</sup>[posipov94@gmail.com](mailto:posipov94@gmail.com)

**Abstract.** As of today, the onrush development of the unmanned aviation and of its application scope are observed. Besides the application in economic activity, the scope of the unmanned aviation functions by special services and in military sphere is constantly growing. The small-sized and nearly invisible unmanned aerial vehicles present are of special peril. The problem of low-observable targets detecting, tracking and intercepting for the socially significant objects protecting occurs. The article proposes a method for integration of the unmanned aviation detection, tracking and intercepting managing means, as well as synchronization of the control for these tasks solving. The article presents the description of the open information transfer protocol used in a wireless two-way exchange channel for the interception means control. Classes of possible interception objects and the structure of the complex for the interception process organization are determined. The article proposes scenarios of interception options, and presents their time characteristics as well as describes the options for radar stations that ensure detection of small-sized and low-observable objects with low values of the effective scattering area. The article describes the currently up-to-date task of identifying features of the aerial objects observed by radar for recognition and decision-making with the allocation of classes of artificial and natural origin as well. The article defines methods of useful data extracting from the reflected signals employing a convolutional neural network, and considers two options of neural network structuring, in which the input data is represented as a graphical representation of the spectrum of the reflected signal (in grayscale) and in the form of arrays of numbers.

**Keywords:** radar tracking, aero ballistic target, Kalman filter, multiple model algorithm

**For citation:** Sychev M.I., Osipov P.V. The Radar Tracking Based on Multiple Model Approach. *Trudy MAI*, 2023, no. 129. DOI: [10.34759/trd-2023-129-19](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-19)

## Введение

Радиолокационный контроль воздушной обстановки в настоящее время сталкивается с необходимостью расширения диапазонов скоростей и ускорений сопровождаемых объектов, и возможностей их маневрирования. При рассмотрении моделей движения таких воздушных объектов их можно разделить на аэродинамические и баллистические. Для получения высокоточных алгоритмов траекторной обработки желательно использовать модели движения, учитывающие их специфику. Наличие среди воздушных объектов аэробаллистических требует использования различных моделей движения на разных этапах их полета.

Широкий класс воздушных объектов, движение которых необходимо контролировать в воздушном пространстве с высокой точностью, заставляет задуматься над разработкой универсальных высокоточных алгоритмов траекторной обработки. Традиционные подходы к построению алгоритмов траекторной обработки, основанные на фильтрах Калмана, используют одну модель движения [1-6]. Неадекватность такого подхода на практике компенсируется введением больших возмущений в модель движения или адаптацией, основанной на использовании обнаружителя маневра. В настоящее время более перспективным подходом к построению высокоточных алгоритмов траекторной обработки является многомодельный подход [1-3,7-20].

## 1. Многомодельный подход к обработке радиолокационной информации

Общий подход к решению задачи сопровождения воздушного объекта при описании его движения несколькими моделями можно найти в [1,2]. В [17] в вектор состояния, описывающий координаты и параметры движения объекта, добавлен дискретный параметр. Он рассматривается как индекс модели его движения используемой в текущий момент времени. Этот параметр описывается марковской цепью с заданной матрицей вероятностей перехода из одного состояния в другое. В [17] проведен формальный вывод алгоритма, описывающего изменение плотности распределения вероятностей вектора состояния. Практика показала, что конструктивные алгоритмы получаются на основе аппроксимации функции плотности распределения вероятностей вектора состояния нормальным законом распределения, что можно интерпретировать как линеаризацию задачи. Полученные алгоритмы изменения математического ожидания и ковариационной матрицы вектора состояния относятся к алгоритмам Калмановского типа. В этих условиях каждая из гипотез, соответствующая одному из возможных типов движения, в любой момент времени характеризуется математическим ожиданием вектора состояния, его ковариационной матрицей и вероятностью. В [18-20] такая совокупность параметров соответствующая  $n$ -ой гипотезе в  $k$ -й момент времени была обозначена как  $\lambda_n(k)$ :

$$\lambda_n(k) = \{\hat{\mathbf{X}}(k | k, \theta(k) = n), \mathbf{R}(k | k, \theta(k) = n), P(\theta(k) = n | k)\}, n = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где  $\theta(k)$  – индекс модели движения воздушного объекта в  $k$ -й момент времени,  $N$  – общее число моделей движения объектов.  $\hat{\mathbf{X}}(k | k, \theta(k) = n)$ ,  $\mathbf{R}(k | k, \theta(k) = n)$  – математическое ожидание и ковариационная матрица вектора состояния координат и

параметров движения объекта в  $k$ -й момент времени по информации от наблюдаемой выборки  $Y(\overline{1,k})$  с 1-го по  $k$ -й отсчет включительно при условии справедливости гипотезы с индексом  $n$  относительно модели движения объекта в текущий  $k$ -й момент времени.  $P(\theta(k) = n | k)$  - оценка вероятности гипотезы с индексом  $n$  в  $k$ -й момент времени.

В [18-20] представлено описание трех типов многомодельных алгоритмов траекторной обработки с взаимодействующими между собой фильтрами, настроенными на разные модели движения объектов. Для их описания, предложено разбить их на три типа элементарных операций: объединение гипотез, экстраполяция гипотезы на следующий момент времени и обновление гипотезы при получении нового наблюдения. В зависимости от того в какой момент производится объединение отдельных гипотез и как используется его результат возможно построение многомодельных алгоритмов 3-х типов. В [18-20] они названы MMA1, MMA2 и MMA3 (в [1] они обозначены как GPB1, IMM, GPB2 соответственно).

Исследования показали, что наибольший интерес представляют алгоритмы MMA2 и MMA3. В этих алгоритмах при переходе к следующему моменту времени используется совокупность параметров (1), соответствующая каждой из  $N$  гипотез о модели движения воздушного объекта. В алгоритме MMA2 экстраполяция вектора состояния на следующий момент времени происходит для каждой из гипотез в отдельности, после чего происходит их частичное объединение. В результате в MMA2 присутствует  $N^2$  блоков экстраполяции и  $N$  блоков обновления. Полное объединение гипотез после обновления производится исключительно для выдачи

информации на выход фильтра и на следующем шаге внутри фильтра не используется. Алгоритм ММА3 представляет собой  $N^2$  параллельно работающих фильтров Калмана с частичным объединением информации для отдельных гипотез после их обновления. Полное объединение гипотез, как и в ММА2 производится только для выдачи информации на выход фильтра. Исследования показали, что алгоритм ММА3 обеспечивает наиболее высокую точность оценивания вектора состояния объекта, но при этом является наиболее трудоемким. Алгоритм ММА2 обычно проигрывает ему по точности не более 5%, но при этом значительно менее трудоемкий. Можно учесть, что в нем взаимодействие фильтров, соответствующих разным моделям движения, осуществляется при объединении гипотез после их экстраполяции. Можно учесть, что объединяемые гипотезы экстраполируются при помощи одной и той же модели движения. Поэтому появляется возможность провести вычисление их вероятностей с учетом матрицы вероятностей перехода, провести с учетом этого вычисление объединенных вектора состояния и его ковариационной матрицы, а только потом провести их экстраполяцию. В результате ММА2 полностью соответствует описанию алгоритма IMM [1]. Это позволяет дополнительно сократить вычислительные затраты.

## **2. Общая постановка задачи**

Оценивание координат и параметров движения воздушных объектов по данным радиолокационных систем в общем случае нелинейная задача. Точность оценивания координат объектов достаточно высокая. Для первичных радиолокационных наблюдений среднее квадратическое отклонение (с.к.о.) ошибки по дальности (1-150)

м, с.к.о. ошибки по азимуту (2-15) угловых минут. Поэтому в подавляющем большинстве случаев оправдана аппроксимация плотностей распределения вероятностей векторов состояния и наблюдения нормальным законом, что фактически эквивалентно линеаризации задачи. Уравнение изменения вектора состояния параметров  $\mathbf{X}(k)$  можно представить в виде

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{F}(\theta(k+1) = n)\mathbf{X}(k) + \mathbf{N}_x(k+1, \theta(k+1) = n), \quad n = \overline{1, N}, \quad (2)$$

где матрица перехода  $\mathbf{F}(\theta(k+1) = n)$  и параметры вектора возмущающих шумов  $\mathbf{N}_x(k+1, \theta(k+1) = n)$ , зависят от индекса текущей модели движения. Отсчеты вектора возмущающих шумов имеют нормальное распределение с параметрами

$$M[\mathbf{N}_x(k, \theta(k) = n)] = \mathbf{0}, M[\mathbf{N}_x(k_1, \theta(k_1) = n)\mathbf{N}_x^T(k_2, \theta(k_2) = n)] = \mathbf{R}_x(\theta(k) = n)\delta_{k_1, k_2},$$

где  $\delta_{k_1, k_2}$  – символ Кронекера.

Линеаризованное уравнение наблюдения представим в виде

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{H}\mathbf{X}(k) + \mathbf{N}_y(k), \quad (3)$$

где  $\mathbf{Y}(k)$  – вектор наблюдаемой выборки в  $k$ -й момент времени,  $\mathbf{H}$  – матрица наблюдения,  $\mathbf{N}_y(k)$  – вектор шумов наблюдения. Отсчеты вектора  $\mathbf{N}_y(k)$  имеют нормальное распределение с характеристиками:

$$M[\mathbf{N}_y(k)] = \mathbf{0}, M[\mathbf{N}_y(k_1)\mathbf{N}_y^T(k_2)] = \mathbf{R}_y\delta_{k_1, k_2}.$$

### 3. Объединение гипотез

Объединение гипотез  $\lambda_n(k), n = \overline{1, N}$  может быть выполнено разными способами [18-20]. Один из них предполагает аппроксимацию результирующей плотности распределения вероятностей непрерывных параметров вектора состояния  $\mathbf{X}(k)$

нормальным законом распределения. Результирующий вектор состояния, его ковариационная матрица и вероятность объединенной гипотезы могут быть получены следующим образом:

$$\hat{\mathbf{X}}(k|k) = \sum_{n=1}^N \frac{P(\theta(k) = n|k)}{P(k|k)} \hat{\mathbf{X}}(k|k, \theta(k) = n),$$

$$\mathbf{R}(k|k) = \sum_{n=1}^N \frac{P(\theta(k) = n|k)}{P(k|k)} \times \quad (4)$$

$$\times \{ \mathbf{R}(k|k, \theta(k) = n) + [\hat{\mathbf{X}}(k|k) - \hat{\mathbf{X}}(k|k, \theta(k) = n)]^T [\hat{\mathbf{X}}(k|k) - \hat{\mathbf{X}}(k|k, \theta(k) = n)] \},$$

$$P(k|k) = \sum_{n=1}^N P(\theta(k) = n|k).$$

Здесь учтено, что если объединяемые гипотезы не образуют полной группы и сумма их вероятностей не равна 1 (частичное объединение гипотез), например, как в ММА2 при объединении экстраполированных гипотез, то в (4) необходимо провести их нормировку. В этих условиях вероятность объединенной гипотезы равна сумме объединяемых.

Другой способ объединения гипотез может быть основан на алгоритме выбора гипотезы с наибольшей вероятностью [20]:

$$\hat{\mathbf{X}}(k|k) = \hat{\mathbf{X}}(k|k, \theta(k) = n_{\max}),$$

$$\mathbf{R}(k|k) = \mathbf{R}(k|k, \theta(k) = n_{\max}),$$

$$P(k|k) = \sum_{n=1}^N P(\theta(k) = n|k), \quad (5)$$

$$n_{\max} = \arg \max_n P(\theta(k) = n|k).$$

В алгоритме (4), гипотезы с малыми вероятностями оказывают влияние на результирующую оценку вектора состояния и увеличивают собственные значения ковариационной матрицы, что делает соответствующий фильтр более

чувствительным к текущим наблюдениям. Если рассматриваемая гипотеза о модели движения не соответствует текущему движению объекта, то это положительно сказывается на точности его работы и улучшении его динамических свойств. В условиях, когда рассматриваемая гипотеза соответствует текущему типу движения объекта, это ухудшает возможности соответствующего фильтра по сглаживанию первичных отметок объекта и ограничивает повышение точности оценивания координат и параметров движения в установившемся режиме. В этом случае алгоритм (5) выглядит более предпочтительным.

В алгоритмах ММА2 и ММА3 после экстраполяции образуется  $N^2$  гипотез, которые далее объединяются в  $N$  гипотез, соответствующих выбранным моделям движения объекта. В алгоритме ММА2 это происходит сразу, а в ММА3 – после обновления новым наблюдением. При каждом из  $N$  объединений есть одна из гипотез, которая соответствует случаю, что тип движения объекта не меняется. Будем называть эту гипотезу главной при рассматриваемом объединении. Проведенные исследования показали [18-20], что наилучшие результаты, с точки зрения точности оценивания вектора состояния, достигаются при комбинированном использовании алгоритмов (4) и (5). Если при объединении гипотез после экстраполяции вероятность главной гипотезы, связанной с сохранением текущего типа движения, превышает вероятности остальных гипотез, участвующих в рассматриваемом объединении, то используется алгоритм (5). Если нет, то (4). Для выдачи результата работы алгоритма на выход используется алгоритм объединения гипотез (5). Такой алгоритм объединения гипотез будем называть комбинированным.

В текущей работе предлагается рассмотреть вариант модифицированного комбинированного алгоритма объединения гипотез. Он отличается от комбинированного алгоритма тем, что если вероятность главной гипотезы не превышает вероятности всех остальных гипотез, участвующих в текущем объединении, то при формировании оценки вектора состояния и ковариационной матрицы используется алгоритм (4), в котором участвуют только две гипотезы: главная и наилучшая. Наилучшей считается гипотеза с наибольшей вероятностью среди участвующих в текущем объединении. Как минимум, такой алгоритм позволяет сократить вычислительные затраты.

#### 4. Экстраполяция гипотез

Экстраполяция гипотез может производиться следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{X}}(k+1 | k, \theta(k+1) = n_2, \theta(k) = n_1) &= \mathbf{F}(\theta(k+1) = n_2) \hat{\mathbf{X}}(k | k, \theta(k) = n_1), \\
 \mathbf{R}(k+1 | k, \theta(k+1) = n_2, \theta(k) = n_1) &= \\
 &= \mathbf{F}(\theta(k+1) = n_2) \mathbf{R}(k | k, \theta(k) = n_1) \mathbf{F}^T(\theta(k+1) = n_2) + \mathbf{R}_x(\theta(k+1) = n_2), \\
 P(\theta(k+1) = n_2 | k, \theta(k) = n_1) &= P(\theta(k+1) = n_2 | \theta(k) = n_1) P(\theta(k) = n_1 | k), \\
 n_1 &= \overline{1, N}, n_2 = \overline{1, N}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

где  $P(\theta(k+1) = n_2 | \theta(k) = n_1)$  – вероятность смены типа движения в  $k$ -й момент времени. Совокупность этих вероятностей образует матрицу переходных вероятностей  $\mathbf{P}(\theta(k+1) = \overline{1, N} | \theta(k) = \overline{1, N})$ . С учетом этого последнее уравнение в (6) можно записать в виде:

$$\mathbf{P}(\theta(k+1) = \overline{1, N} | k, \theta(k) = \overline{1, N}) = \mathbf{P}(\theta(k+1) = \overline{1, N} | \theta(k) = \overline{1, N}) \mathbf{P}(\theta(k) = \overline{1, N} | k) \tag{7}$$

Интервал времени между первичными отметками, ассоциированными с треком воздушного объекта  $\Delta t = t(k+1) - t(k)$ , может меняться в больших пределах (0-60

сек). Важно учесть зависимость параметров уравнения изменения вектора состояния  $\mathbf{X}$  от  $\Delta t$ . Для матриц  $\mathbf{F}(\theta(k+1)=n)$  и  $\mathbf{R}_x(\theta(k)=n)$  такая зависимость хорошо известна для рассматриваемых моделей движения. В тоже время, для матрицы переходных вероятностей  $\mathbf{P}(\theta(k+1)=\overline{1,N} | \theta(k)=\overline{1,N}) = \mathbf{P}(\Delta t)$ , применительно к задаче траекторной обработки эта зависимость не рассматривалась. Во многих публикациях утверждается, что влияние этой матрицы на характеристики алгоритмов незначительно [1]. Рассматривая процесс смены типа движения воздушного объекта как Марковскую цепь несложно прийти к выводу, что вероятность смены типа движения растет при увеличении интервала времени  $\Delta t$ . При этом  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\mathbf{P}(\Delta t)) = \mathbf{I}$ , где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица. Можно показать, что

$$\mathbf{P}(n\Delta t) = \mathbf{P}^n(\Delta t). \quad (8)$$

Поэтому для матрицы вероятностей перехода лучше задаться минимальным значением интервала времени  $\Delta t$ , например  $\Delta t=50$  мс (частота 20 Гц), а для остальных воспользоваться формулой (8). При этом не исключено, что матрица  $\mathbf{P}(\Delta t)$  может задаваться различной для разных областей воздушного пространства.

## 5. Обновление гипотез

Обновление гипотезы очередным наблюдением можно осуществить следующим образом:

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1|k, \theta(k+1) = n) = \hat{\mathbf{X}}(k+1|k, \theta(k+1) = n) + \\ + \mathbf{W}(k+1|\theta(k+1) = n)\Delta\mathbf{Y}(k+1, \theta(k+1) = n),$$

$$\Delta\mathbf{Y}(k+1, \theta(k+1) = n) = \mathbf{Y}(k+1) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(k+1|k, \theta(k+1) = n),$$

$$\mathbf{W}(k+1|\theta(k+1) = n) = \mathbf{R}(k+1|k, \theta(k+1) = n)\mathbf{H}^T\mathbf{R}_L^{-1}(k+1|k, \theta(k+1) = n),$$

$$\mathbf{R}_L(k+1|k, \theta(k+1) = n) = \mathbf{R}_Y + \mathbf{H}\mathbf{R}(k+1|k, \theta(k+1) = n)\mathbf{H}^T,$$

(9)

$$\mathbf{R}(k+1|k+1, \theta(k+1) = n) = (\mathbf{I} - \mathbf{W}(k+1|\theta(k+1) = n)\mathbf{H})\mathbf{R}(k+1|k, \theta(k+1) = n),$$

$$P(\theta(k+1) = n|k+1) = \frac{1}{c}P(\theta(k+1) = n|k)w(Y(k+1)|\theta(k+1) = n),$$

$$w(\mathbf{Y}(k+1)|\theta(k+1) = n) = [\det(2\pi\mathbf{R}_L(k+1|k, \theta(k+1) = n))]^{-1/2} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{1}{2}[\Delta\mathbf{Y}(k+1, \theta(k+1) = n)]^T \mathbf{R}_L^{-1}(k+1|k, \theta(k+1) = n)[\Delta\mathbf{Y}(k+1, \theta(k+1) = n)]\right\},$$

где  $1/c$  – нормирующий множитель, обеспечивающий равенство 1 суммы вероятностей всех гипотез.

## 6. Траекторная обработка радиолокационной информации в многофункциональном радиолокаторе

Для рассмотрения конкретных алгоритмов траекторной обработки в многофункциональном радиолокаторе необходимо задаться используемыми системами координат. Прежде всего определим местную прямоугольную систему координат (МПСК), связанную с точкой стояния радиолокатора на поверхности Земли. Будем считать, что ось  $X$  расположена в горизонтальной плоскости и направлена на север, ось  $Y$  направлена вертикально вверх, ось  $Z$  дополняет их до

правой тройки, т.е. направлена на восток в горизонтальной плоскости.  $\mathbf{X}_M = [x \ y \ z]^T$  - вектор в МПСК. Антенная прямоугольная система координат (АПСК), начало отсчета совпадает с фазовым центром апертуры антенны, ось  $X_A$  направлена по направлению нормали, оси  $Y_A$  и  $Z_A$  находятся в плоскости апертуры антенны, ось  $Z_A$  направлена вправо относительно оси  $X_A$ , ось  $Y_A$  дополняет до правой тройки.  $\mathbf{X}_A = [x_A \ y_A \ z_A]^T$  - вектор в АПСК. Для перехода из МПСК в АПСК необходимо осуществить поворот относительно оси  $Y$  на заданный азимут  $\alpha_A$ , затем поворот по оси  $Z$  на заданный угол места  $\varepsilon_A$  и поднять начало координат на высоту расположения фазового центра антенны. Это преобразование является линейным.

Координаты объекта на выходе радиолокатора задаются в биконической системе координат антенны (БСКА):  $r$  – биконическая дальность, расстояние от фазового центра антенны до объекта;  $\alpha$  - биконический азимут, угол дополняющий угол между направлением на объект и осью  $Z_A$  до  $\pi/2$ ;  $\varepsilon$  – биконический угол места, угол дополняющий угол между направлением на объект и осью  $Y_A$  до  $\pi/2$ .  $\mathbf{B} = [r \ \varepsilon \ \alpha]^T$  - вектор в БСКА. Переход из БСКА в АПСК и обратно является нелинейным:

$$\mathbf{X}_A = f_{BA}(\mathbf{B}), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} x_A &= r \cdot \sqrt{1 - \sin^2(\alpha) - \sin^2(\varepsilon)} \\ y_A &= r \cdot \sin(\varepsilon) \\ z_A &= r \cdot \sin(\alpha) \end{aligned} ,$$

$$\mathbf{J}_{BA} = \frac{\partial \mathbf{X}_A}{\partial \mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \sin^2(\alpha) - \sin^2(\varepsilon)} & -\frac{r \cdot \sin(\varepsilon) \cdot \cos(\varepsilon)}{\sqrt{1 - \sin^2(\alpha) - \sin^2(\varepsilon)}} & -\frac{r \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}{\sqrt{1 - \sin^2(\alpha) - \sin^2(\varepsilon)}} \\ \sin(\varepsilon) & r \cdot \cos(\varepsilon) & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & r \cdot \cos(\alpha) \end{bmatrix},$$

где  $\mathbf{J}_{BA}$  – якобиан преобразования (10).

Для описания движения будем использовать МПСК. Основной моделью движения для аэродинамического движения будет прямолинейное равномерное движение, а для баллистического – равноускоренное движение. Вектор состояния представим в виде:

$$\mathbf{X}(k) = [x(k) \quad \dot{x}(k) \quad \ddot{x}(k) \quad y(k) \quad \dot{y}(k) \quad \ddot{y}(k) \quad z(k) \quad \dot{z}(k) \quad \ddot{z}(k)]^T$$

$$\dim \mathbf{X}(k) = 9 \times 1.$$

Уравнение движения (2) для выбранных моделей и системы координат будет иметь вид

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{X}(k) + \mathbf{G} \cdot \mathbf{A}_X(k+1), \quad (11)$$

где  $\mathbf{A}_X(k) = [a_x(k) \quad a_y(k) \quad a_z(k)]^T$  – случайное ускорение с характеристиками:

$M[\mathbf{A}_X(k)] = 0$  и  $M[\mathbf{A}_X(k_1)\mathbf{A}_X^T(k_2)] = \mathbf{R}_A(k_1) = \sigma_A^2(k_1) \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} \cdot \delta_{k_1, k_2} \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3}$  – единичная матрица

размером  $3 \times 3$ ,  $\delta_{k_1, k_2}$  - символ Кронекера. Для модели прямолинейного равномерного

движения матрицы  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{G}$  имеют вид:

$$\mathbf{F}_1(\Delta t) = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{9 \times 9}, \quad \mathbf{G}_1(\Delta t) = \begin{bmatrix} \Delta t^2 / 2 & 0 & 0 \\ \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t^2 / 2 & 0 \\ 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t^2 / 2 \\ 0 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{9 \times 3},$$

где  $\Delta t$  - интервал экстраполяции.

Для модели равноускоренного движения те же матрицы выглядят следующим образом:

$$\mathbf{F}_2(\Delta t) = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2 / 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & \Delta t^2 / 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & \Delta t^2 / 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{9 \times 9}, \quad \mathbf{G}_2(\Delta t) = \begin{bmatrix} \Delta t^2 / 2 & 0 & 0 \\ \Delta t & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t^2 / 2 & 0 \\ 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t^2 / 2 \\ 0 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{9 \times 3}.$$

Исследование многомодельных алгоритмов показало, что хорошо себя зарекомендовали те из них, которые используют как слабо возмущенные модели движения и как минимум одну сильно возмущенную модель. В этом случае удастся достичь высокой точности оценивания координат и параметров движения объектов в условиях, когда одна из слабо возмущенных моделей соответствует текущему движению объекта, и избежать больших динамических ошибок и длительных

переходных процессов при маневрировании или смене типа движения. В этот момент инициативу на себя берет сильно возмущенная модель [18-20]. В нашем случае возмущение модели движения объекта регулируется параметром  $\sigma_A$ , который интерпретируется как с.к.о. проекции случайного ускорения на одну из осей МПСК.

## 7. Результаты моделирования

Ниже приведены результаты моделирования рассматриваемых алгоритмов траекторной обработки при сопровождении аэробаллистического объекта, траектория которого приведена на рис. 1-4. Использована МПСК. На рис. 1 представлена проекция траектории движения объекта на горизонтальную плоскость (плоскость XY). На рис. 2 представлена зависимость изменения вертикальной составляющей траектории от времени. За начало отсчета времени взят момент первой отметки об объекте на выходе радиолокатора. На рис. 3 и 4 представлены зависимости модуля вектора скорости и ускорения от времени соответственно. Частота поступления отметок об объекте с выхода радиолокатора около 20 Гц. Они выдаются в БСКА. Углы  $\alpha_A$  и  $\varepsilon_A$  для перехода из МПСК в АПСК были заданы 0 и 30 градусов соответственно. Случайные ошибки измерений имеют с.к.о. равные 2.5 м по дальности, 0.1 град по биконическим углу места и азимуту.

На рис. 5-7 представлены результаты моделирования, которые получены в результате усреднения по 1000 реализациям. Результаты приведены для 6 алгоритмов траекторной обработки.

Первый, обозначен «ММА2-122», 3-х модельный алгоритм типа ММА2, использующий следующие модели движения объекта: прямолинейное равномерное

движение со слабыми возмущениями, равноускоренное движение со слабыми и сильными возмущениями. Возмущение моделей движения задается параметром  $\sigma_A$ , из (11). Для первой и второй моделей он был задан  $0.05 \text{ м/с}^2$ , а для третьей –  $30 \text{ м/с}^2$ .

Матрица переходных вероятностей  $\mathbf{P}(\Delta t)$  была задана для  $\Delta t = 50 \text{ мс}$  (частота 20 Гц):

$$\mathbf{P}(\Delta t) = \begin{bmatrix} 0.996 & 0 & 0.002 \\ 0 & 0.996 & 0.002 \\ 0.004 & 0.004 & 0.996 \end{bmatrix}.$$

Второй, обозначен «ММА2-11», 2-х модельный алгоритм, использующий модель прямолинейного равномерного движения с малыми и большими возмущениями. Параметр  $\sigma_A$  был задан  $5 \text{ м/с}^2$  для первой модели и  $30 \text{ м/с}^2$  для второй.

Матрица переходных вероятностей  $\mathbf{P}(\Delta t)$  для  $\Delta t = 50 \text{ мс}$  (частота 20 Гц) была задана:

$$\mathbf{P}(\Delta t) = \begin{bmatrix} 0.995 & 0.01 \\ 0.005 & 0.99 \end{bmatrix}.$$

Третий и четвертый алгоритмы, обозначенные «Калман-1 20» и «Калман-1 5», фильтры Калмана, использующие модель прямолинейного равномерного движения с параметром  $\sigma_A$  равным  $20 \text{ м/с}^2$  и  $5 \text{ м/с}^2$  соответственно.

Пятый и шестой алгоритмы, обозначенные «Калман-2 20» и «Калман-2 1», фильтры Калмана, использующие модель равноускоренного движения с параметром  $\sigma_A$  равным  $20 \text{ м/с}^2$  и  $1 \text{ м/с}^2$  соответственно.

Во всех алгоритмах прогноз и обновление производятся в МПСК. Для перевода первичных наблюдений на выходе радиолокатора из БСКА в АПСК используется преобразование (10). Для перевода ковариационной матрицы ошибок наблюдения

используется Якобиан. Перевод из АПСК в МПСК производится при помощи углов  $\alpha_A$  и  $\varepsilon_A$  с использованием стандартных матриц поворота и вектора смещения фазового центра антенны относительно точки стояния радиолокатора.

На рис. 5 и 6 показаны полные средние квадратические отклонения оценок координаты и проекции вектора скорости относительно истинных значений в вертикальной плоскости (ось Y) в зависимости от времени, для 6 перечисленных выше алгоритмов. На рис. 7 представлена зависимость средних апостериорных вероятностей гипотез относительно моделей движения объекта от времени для алгоритма MMA2-122. Графики на рис. 5-7 получены в результате усреднения по 1000 реализациям.

Из рис. 5 и 6 видно, что на всех этапах сопровождения объекта алгоритм MMA2-122 показал наилучшие результаты. В алгоритмах MMA2-122 и MMA2-11 был использован комбинированный способ объединения гипотез. Кроме этого, алгоритм MMA2-122 проверялся при использовании модифицированного комбинированного способа объединения гипотез. При частоте поступления отметок об объекте с выхода радиолокатора около 20 Гц результаты полностью совпали. При частоте поступления отметок около 1 Гц алгоритм с модифицированным комбинированным способом объединения гипотез дал небольшой выигрыш по точности сопровождения объекта на участке интенсивного маневрирования. На остальных участках результаты совпали. Основной выигрыш модифицированного комбинированного способа объединения гипотез заключается в снижении вычислительных затрат при сохранении точности сопровождения объекта.

Из рис. 7 видно, что на баллистическом участке траектории движения объекта в алгоритме ММА2-122 основной является модель равноускоренного движения с малыми возмущениями. На участке интенсивного маневрирования объекта инициативу на себя берет модель равноускоренного движения с большими возмущениями. Проведенные исследования показали, что для аэродинамических объектов без маневрирования основной становится модель прямолинейного равномерного движения с малыми возмущениями. Для алгоритма ММА2-11, для приведенной на рис. 1-4 траектории движения объекта, модель прямолинейного равномерного движения с малыми возмущениями фактически не участвует в работе алгоритма.

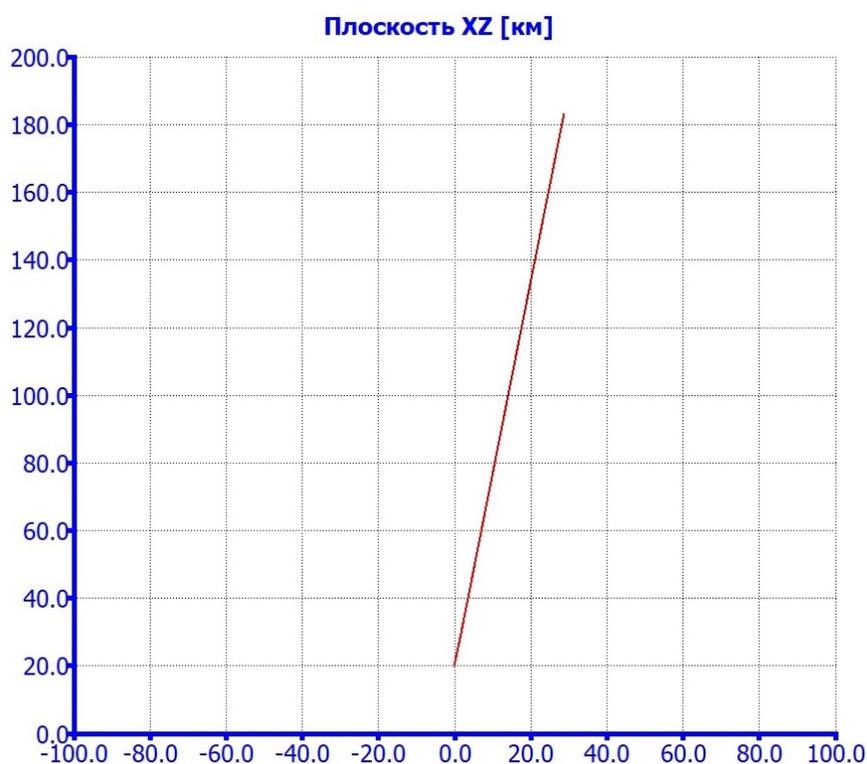


Рис. 1. Траектория движения объекта в горизонтальной плоскости

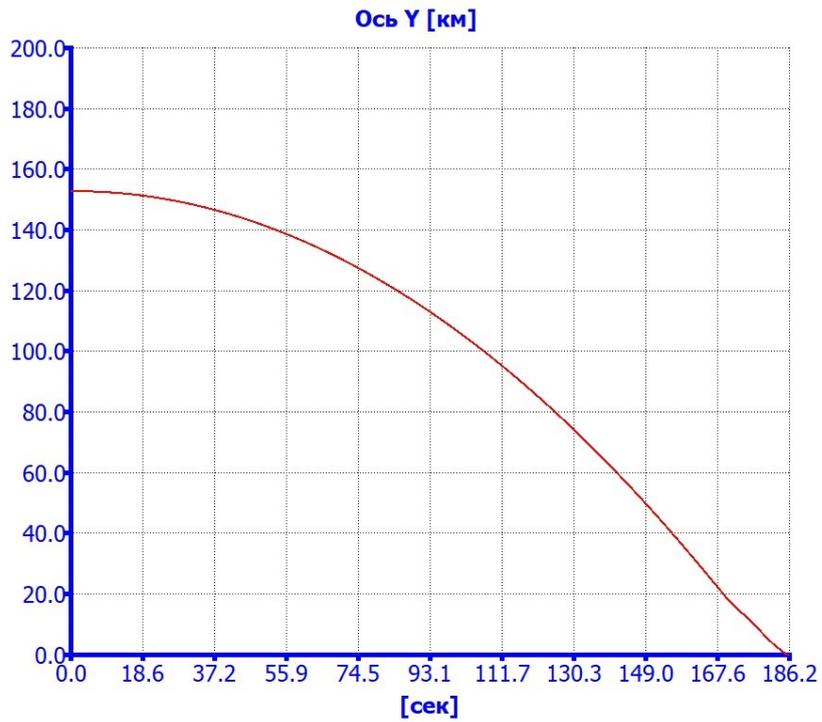


Рис. 2. Траектория движения объекта в вертикальной плоскости от времени

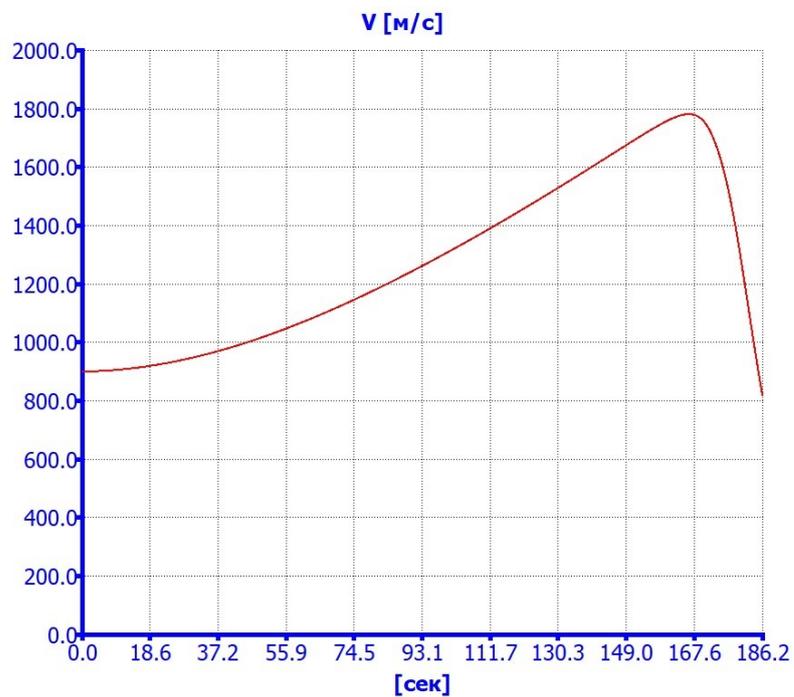


Рис. 3. Зависимость модуля скорости движения объекта от времени

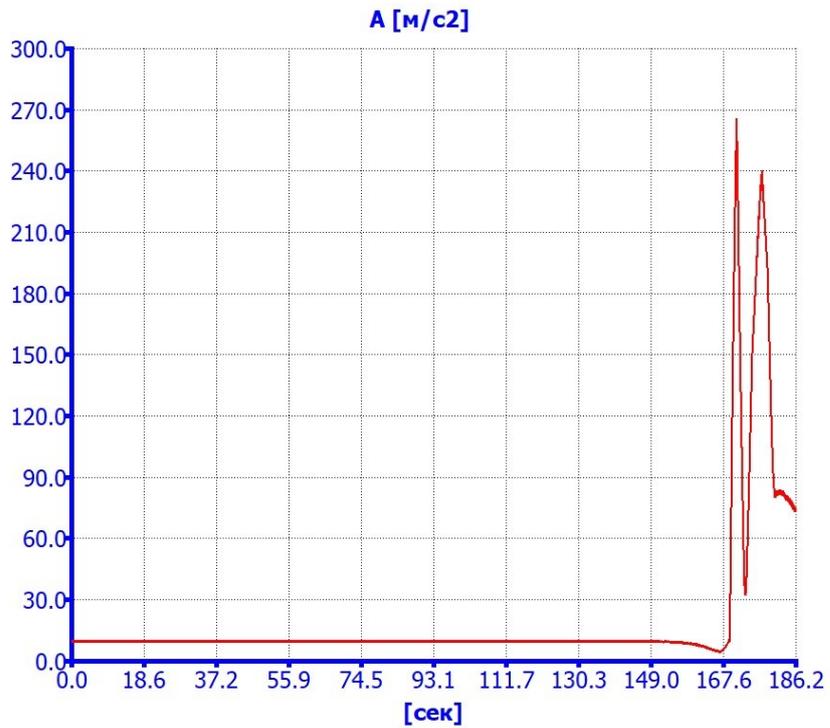


Рис. 4. Зависимость модуля ускорения объекта от времени

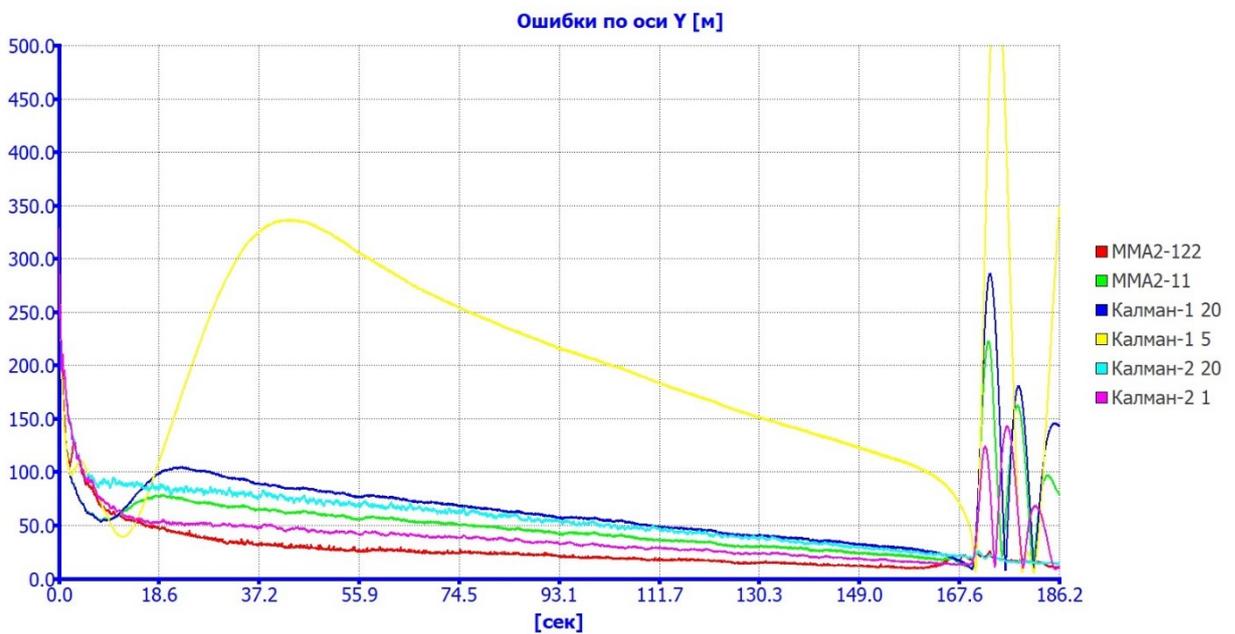


Рис. 5. Зависимость полной средней квадратической ошибки сопровождения объекта в вертикальной плоскости от времени

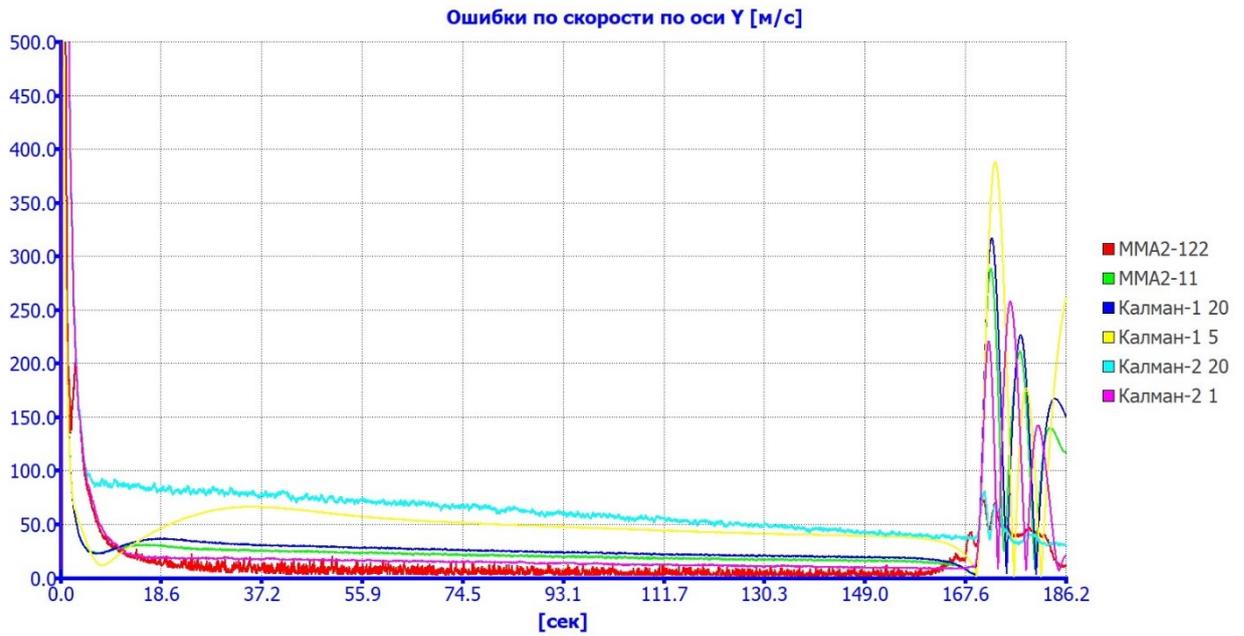


Рис. 6. Зависимость полной средней квадратической ошибки вертикальной проекции вектора скорости от времени

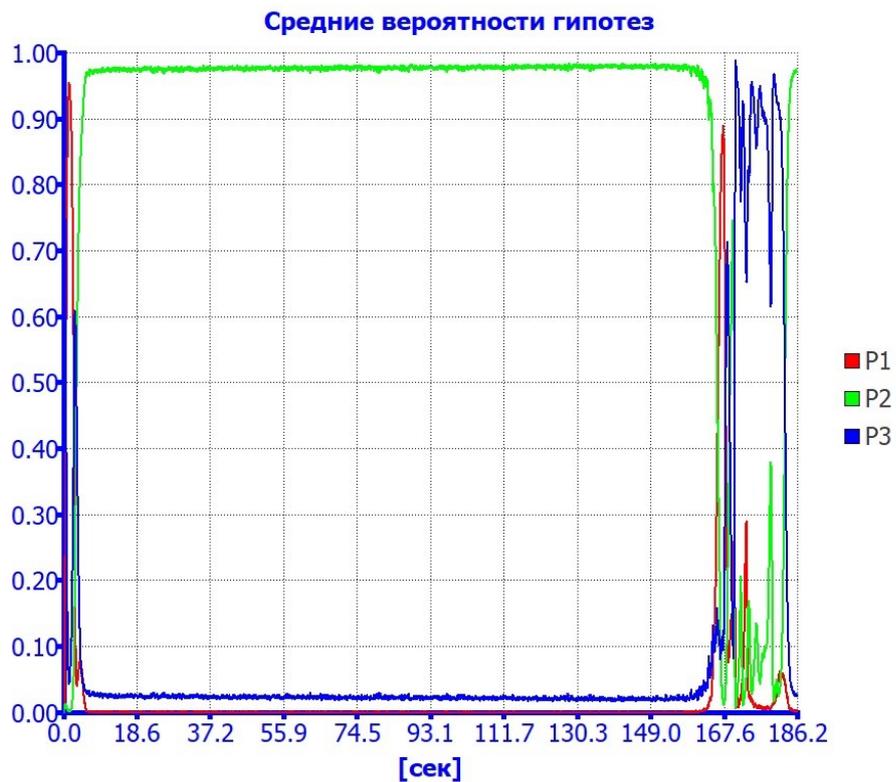


Рис. 7. Зависимость средних вероятностей гипотез алгоритма MMA2-122 от времени

## **Заключение**

На основе многомодельного подхода предложен и исследован 3-х модельный алгоритм для сопровождения аэробаллистических объектов. В нем используются модели прямолинейного равномерного движения и равноускоренного движения с малыми возмущениями, которые для сопровождения не маневрирующих аэродинамических и баллистических объектов соответственно. Модель равноускоренного движения с большими возмущениями берет на себя инициативу на участках интенсивного маневрирования. Эффективность предложенного алгоритма подтверждена результатами моделирования.

## **Список источников**

1. Yaakov Bar-Shalom, X.-Rong Li, Thiagalingam Kirubarajan. Estimation with Applications to Tracking and Navigation. John Wiley&Sons, Inc., New York, 2001, 592 p.
2. Blackman S.S., Popoli R. Design and Analysis of Modern Tracking Systems. Norwood, MA, Artech House, 1999, 1230 p.
3. Коновалов А.А. Основы траекторной обработки радиолокационной информации: в 2 ч. - СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014.
4. Косачев И.М., Чугай К.Н., Рыбаков К.А. Методология высокоточной нелинейной фильтрации случайных процессов в стохастических динамических системах с фиксированной структурой. Часть 1 // Труды МАИ. 2019. № 105. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=104262>

5. Косачев И.М., Чугай К.Н., Рыбаков К.А. Методология высокоточной нелинейной фильтрации случайных процессов в стохастических динамических системах с фиксированной структурой. Часть 2 // Труды МАИ. 2019. № 106. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=105725>
6. Волков В.А., Кудрявцева И.А. Численное решение задач нелинейной фильтрации на основе алгоритмов фильтра частиц // Труды МАИ. 2016. № 89. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=73405>
7. Genovese F. The Interacting Multiple Model Algorithm for Accurate State Estimation of Maneuvering Targets // Johns Hopkins Apl Technical Digest, 2001, vol. 22, no. 4, pp. 614-623.
8. Rameshbabu K., Swarnadurga J. et al. Target Tracking System Using Kalman Filter // International Journal of Advanced Engineering Research and Studies, 2012, vol.2, pp. 90-94.
9. Liu Y.C., Zuo X.G. A Maneuvering Target Tracking Algorithm Based on the Interacting Multiple Models // TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering, 2013, vol. 11 (7), pp. 3997-4003. DOI:[10.11591/telkomnika.v11i7.2851](https://doi.org/10.11591/telkomnika.v11i7.2851)
10. Dai H., Dai S., Cong Y., Wu G. Performance Comparison of EKF/UKF/CKF for the Tracking of Ballistic Target // TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering, 2012, vol. 10 (7), pp. 1692-1699. DOI:[10.11591/telkomnika.v10i7.1564](https://doi.org/10.11591/telkomnika.v10i7.1564)
11. Li X., Jilkov V. Survey of maneuvering target tracking. Part I: dynamic models // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, vol. 39 (4), pp. 1333–1364. DOI:[10.1109/TAES.2003.1261132](https://doi.org/10.1109/TAES.2003.1261132)

12. Mitchell A.E., Smith G.E., Bell K.L., Rangaswamy M. Single target tracking with distributed cognitive radar // 2017 IEEE Radar Conference (RadarConf), Seattle, WA, 2017, pp. 0285-0288. DOI:[10.1109/RADAR.2017.7944213](https://doi.org/10.1109/RADAR.2017.7944213)
13. Bar-Shalom Y., Daum F., Huang J. The Probabilistic Data Association Filter-Estimation In the Presence of Measurement Origin Uncertainty // IEEE control systems, 2009, vol. 29, pp. 82–100. DOI:[10.1109/MCS.2009.934469](https://doi.org/10.1109/MCS.2009.934469)
14. Kao Y.C., Jan S.S. Validation of Interacting Multiple Model Estimator Implementation for Radar Tracking System // In Proceedings of IGNSS Symposium 2011, Sydney, Australia, 15–17 November 2011.
15. Kao Y.C., Jan S.S. Interacting Multiple Model and Probabilistic Data Association Filter on Radar Tracking for ATM System // In Proceedings of ION GNSS 2012, Nashville, TN, USA, 17–21 September 2012.
16. Zhang S., Li J., Wu L. A novel multiple maneuvering targets tracking algorithm with data association and track management // International Journal of Control, Automation and Systems, 2013, vol. 5, pp. 947-956. DOI:[10.1007/s12555-012-0177-z](https://doi.org/10.1007/s12555-012-0177-z)
17. Бакулев П.А., Сычев М.И., Нгуен Чонг Лыу. Многомодельный алгоритм сопровождения траектории маневрирующей цели по данным обзорной РЛС // Радиотехника. 2004. № 1. С. 26-32.
18. Сычев М.И. Траекторная обработка информации от радиотехнических средств наблюдения в системе управления воздушным движением // Электросвязь. 2022. № 3. С. 35-43.

19. Сычев М.И. Траекторная обработка радиолокационной информации на основе многомодельной фильтрации // Труды МАИ. 2016. № 90. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=74830>
20. Сычев М.И. Высокоточные алгоритмы оценивания координат и параметров движения воздушных судов гражданской авиации по информации от радиолокационных источников наблюдения // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2017. № 2. С. 28-35.

## References

1. Yaakov Bar-Shalom, X.-Rong Li, Thiagalingam Kirubarajan. *Estimation with Applications to Tracking and Navigation*, John Wiley&Sons, Inc., New York, 2001, 592 p.
2. Blackman S.S., Popoli R. *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*. Norwood, MA, Artech House, 1999, 1230 p.
3. Konovalov A.A. *Osnovy traektornoi obrabotki radiolokatsionnoi informatsii (The Basis of Radar Tracking Systems)*, Saint Petersburg, Izd-vo SPbGETU «LETI», 2014.
4. Kosachev I.M., Chugai K.N., Rybakov K.A. *Trudy MAI*, 2019, no. 105. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=104262>
5. Kosachev I.M., Chugai K.N., Rybakov K.A. *Trudy MAI*, 2019, no. 106. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=105725>

6. Volkov V.A., Kudryavtseva I.A. *Trudy MAI*, 2016, no. 89. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=73405>
7. Genovese F. The Interacting Multiple Model Algorithm for Accurate State Estimation of Maneuvering Targets, *Johns Hopkins Apl Technical Digest*, 2001, vol. 22, no. 4, pp. 614-623.
8. Rameshbabu K., Swarnadurga J. et al. Target Tracking System Using Kalman Filter, *International Journal of Advanced Engineering Research and Studies*, 2012, vol.2, pp. 90-94.
9. Liu Y.C., Zuo X.G. A Maneuvering Target Tracking Algorithm Based on the Interacting Multiple Models, *TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering*, 2013, vol. 11 (7), pp. 3997-4003. DOI:10.11591/telkomnika.v11i7.2851
10. Dai H., Dai S., Cong Y., Wu G. Performance Comparison of EKF/UKF/CKF for the Tracking of Ballistic Target, *TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering*, 2012, vol. 10 (7), pp. 1692-1699. DOI:10.11591/telkomnika.v10i7.1564
11. Li X., Jilkov V. Survey of maneuvering target tracking. Part I: dynamic models, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, vol. 39 (4), pp. 1333–1364. DOI:10.1109/TAES.2003.1261132
12. Mitchell A.E., Smith G.E., Bell K.L., Rangaswamy M. Single target tracking with distributed cognitive radar, *2017 IEEE Radar Conference (RadarConf)*, Seattle, WA, 2017, pp. 0285-0288. DOI:10.1109/RADAR.2017.7944213

13. Bar-Shalom Y., Daum F., Huang J. The Probabilistic Data Association Filter-Estimation In the Presence of Measurement Origin Uncertainty, *IEEE control systems*, 2009, vol. 29, pp. 82–100. DOI:10.1109/MCS.2009.934469
14. Kao Y.C., Jan S.S. Validation of Interacting Multiple Model Estimator Implementation for Radar Tracking System, *In Proceedings of IGNSS Symposium 2011*, Sydney, Australia, 15–17 November 2011.
15. Kao Y.C., Jan S.S. Interacting Multiple Model and Probabilistic Data Association Filter on Radar Tracking for ATM System, *In Proceedings of ION GNSS 2012*, Nashville, TN, USA, 17–21 September 2012.
16. Zhang S., Li J., Wu L. A novel multiple maneuvering targets tracking algorithm with data association and track management, *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2013, vol. 5, pp. 947-956. DOI:10.1007/s12555-012-0177-z
17. Bakulev P.A., Sychev M.I., Nguen Chong Lyu. *Radiotekhnika*, 2004, no. 1, pp. 26-32.
18. Sychev M.I. *Elektrosvyaz'*, 2022, no. 3, pp. 35-43.
19. Sychev M.I. *Trudy MAI*, 2016, no. 90. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=74830>
20. Sychev M.I. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsionnaya tekhnika*, 2017, no. 2, pp. 28-35.

Статья поступила в редакцию 02.03.2023

Одобрена после рецензирования 07.03.2023

Принята к публикации 27.04.2023

The article was submitted on 02.03.2023; approved after reviewing on 07.03.2023; accepted for publication on 27.04.2023