

УДК 539.3

## **Градиентная модель термоупругости для слоистой композитной структуры**

**Лурье С.А.<sup>1\*</sup>, Дудченко А.А.<sup>2\*\*</sup>, Нгуен Д.К.<sup>2\*\*\*</sup>**

*<sup>1</sup>Институт прикладной механики,*

*ИПРИМ РАН, Ленинский проспект, 32А, Москва, 117334, Россия*

*<sup>2</sup>Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

*\*e-mail: [salurie@mail.ru](mailto:salurie@mail.ru)*

*\*\*e-mail: [a\\_dudchenko@mail.ru](mailto:a_dudchenko@mail.ru)*

*\*\*\*e-mail: [ndacquang@yahool.com](mailto:ndacquang@yahool.com)*

### **Аннотация**

Проводится исследование локальных полей напряжений в задачах градиентной термоупругости, возникающих в рамках градиентных моделей теплопроводности, описывающих термобарьерные свойства границ за счет более полного учета условий сопряжения на границах раздела слоев композита. В основе расчётной модели используется градиентная теория упругости, учитывающая масштабный параметр структуры. Градиентная модель упругости полностью определяется Лагранжианом, учитывающим девиаторные, вихревые и объёмные деформации. Для учёта температурных воздействий используется классическая гипотеза Дюамеля-Неймана. В качестве примера рассматривается трехслойная композиционная структура с двумя прослойками между ними. Показано отличие распределение температуры по толщине структуры, рассчитанной

по классической теории и по градиентной теории термоупругости, что позволяет определять распределение локализованных около границ контакта поперечных напряжений и деформации.

**Ключевые слова:** градиентная теория упругости, термоупругость, слоистый композит, напряженно-деформированное состояние, термобарьерные свойства границ.

## **Введение**

Широкое использование композиционных материалов в силовых конструкциях требует более детального исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) слоистых структур с уточненным анализом взаимодействий на границах слоёв. Как показывают исследования последних лет, весьма полезными при этом оказываются градиентные теории упругости, которые позволяют учитывать масштабные эффекты. В частности, представляет интерес исследование локальных полей напряжений в задачах градиентной термоупругости, возникающих в рамках градиентных моделей теплопроводности, описывающих термобарьерные свойства границ за счет более полного учета условий сопряжения на границах раздела слоев композита благодаря повышенному порядку уравнений градиентной модели. Особенно важно учитывать термобарьерные особенности на границах слоев для композитных конструкций, работающих в условиях циклического воздействия температуры. Примером такого воздействия на планер самолета является разность температур при полете на высоте десять тысяч метров и на земле

в летнее время или при эксплуатации летной техники в тропических странах. В этом случае на границе слоев возникает дополнительное напряженное состояние, которое прежними теоретическими подходами не могло быть учтено.

### Расчетная модель

В основе расчётной модели используется градиентная теория упругости, развитая в работах [1-5], учитывающая масштабный параметр структуры. Градиентная модель упругости полностью определяется следующим Лагранжианом [1-4], в котором выделены девиаторные, вихревые и объёмные деформации

$$L = \bar{A} - \frac{1}{2} \iiint [2\mu\gamma_{ij}\gamma_{ij} + (\frac{2\mu}{3} + \lambda)\theta^2 + 8\frac{\mu^2}{C}\xi_{ij}\xi_{ij} + \frac{(2\mu + \lambda)^2}{C}\theta_i\theta_i]dV - \frac{1}{2} \iint D_{ij}\dot{R}_i\dot{R}_j dF, \quad (1)$$

$$\theta_i = \frac{\partial\theta}{\partial x_i} = \frac{\partial^2 R_j}{\partial x_i \partial x_j}, \quad \xi_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial\omega_i}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \frac{\partial\omega_j}{\partial x_i} = -\frac{1}{4} \frac{\partial^2 R_n}{\partial x_j \partial x_m} \mathcal{E}_{nmi} - \frac{1}{4} \frac{\partial^2 R_n}{\partial x_i \partial x_m} \mathcal{E}_{nmj},$$

$$D_{ij} = A_2 n_i n_j + B_2 (\delta_{ij} - n_i n_j) \text{ и } A = \iiint P_i^V R_i dV + \iint P_i^F R_i dF,$$

где  $P_i^V$ ,  $P_i^F$  – вектора плотности сил, распределенных в объеме и на поверхности;  $\mathcal{E}_{nmi}$  – тензор Леви-Чивита;  $n_i$  – компоненты вектора нормали к поверхности;  $R_j$  – вектор перемещений;  $\dot{R}_i$  – производная по нормали к поверхности тела;  $\gamma_{ij}$  – тензор-девиатор деформации;  $\omega_i$  – вектор поворотов;  $\theta$  – объемная деформация;  $\mu$ ,  $\lambda$  – коэффициенты Ламе (физические постоянные в законе Гука для классической среды);  $C$  –

физическая постоянная, отвечающая за когезионные взаимодействия (масштабный параметр);  $A_2, B_2$  – физические постоянные, соответствующие поверхностным взаимодействиям адгезионного типа.

Для учёта температурных воздействий используется классическая гипотеза Дюамеля-Неймана. Предполагается, что напряжения в среде связаны законом Гука только с упругой деформацией, которая имеет следующее представление:

$$\theta = \theta_e - \theta_T = \theta - \alpha \Delta T, \quad (2)$$

где  $\theta_e$  – упругие деформации изменения объёма;  $\theta$  – полные деформации изменения объёма;  $\theta_T = \alpha \cdot \Delta T$  – температурные деформации,  $\alpha$  – коэффициент термического расширения;  $\Delta T$  – изменение температуры.

Учитывая соотношения (1), (2) можно получить следующую вариационную постановку градиентной термоупругости [5-9].

$$L = \bar{A} - \frac{1}{2} \iiint \left( 2\mu \gamma_{ij} \gamma_{ij} + \left( \frac{2\mu}{3} + \lambda \right) \theta^2 - 2 \left( \frac{2\mu}{3} + \lambda \right) \alpha \Delta T \theta + 8 \frac{\mu^2}{C} \xi_{ij} \xi_{ij} + \right. \\ \left. + \frac{(2\mu + \lambda)^2}{C} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} - 2 \frac{(2\mu + \lambda)^2}{C} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \frac{\partial \alpha \Delta T}{\partial x_i} \right) dV. \quad (3)$$

Рассмотрим локальные эффекты на границах слоев. Для этого используем одномерную постановку термоупругого деформирования слоистой структуры для пятислойной структуры (три слоя композита и две прослойки) (рис.1).

В этом случае можно принять  $r_1 = r_2 = \frac{\partial r_3}{\partial x} = \frac{\partial r_3}{\partial y} = 0$ ,  $r_1, r_2$  - компоненты перемещений в плоскости слоев,  $r_3$  - смещени в направлении поперечном направлении, в направлении оси  $z$ .

Вариационная модель термоупругости принимает вид

$$\delta L = \int \left\{ Er'' - \frac{E^2}{C} r''' + \alpha \left( K \Delta T' - \frac{E^2}{C} \Delta T''' \right) \right\} \delta r dz - \left( \left( Er' - \frac{E^2}{C} r''' - K \alpha \Delta T + \alpha \frac{E^2}{C} \Delta T''' \right) \delta r \right)_{z=z_0} - \left( \frac{E^2}{C} (r'' - \alpha \Delta T') \delta r' \right)_{z=z_0} = 0, \quad (4)$$

где  $E = 2\mu + \lambda$  и  $K = \frac{2\mu}{3} + \lambda$  - модуль Юнга и объёмный модуль;

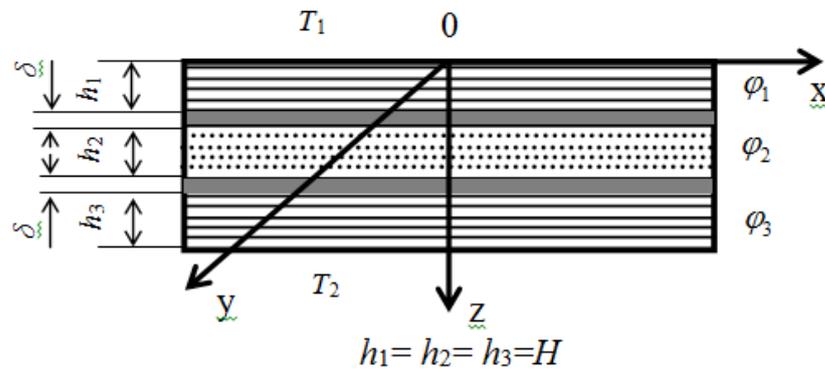


Рис. 1

$r = r(z)$  - перемещение точек в направлении оси  $Oz$ ;  $r' = \frac{dr}{dz}$ ,  $r'' = \frac{d^2r}{dz^2}$ ,

$$\Delta T' = \frac{d\Delta T}{dz}.$$

Вариационное уравнение (4) позволяет сформулировать следующую краевую задачу:

- разрешающие уравнения (уравнения Эйлера):

$$E_{zi}r_i'' - \frac{E_{zi}^2}{C_i}r_i^{IV} + \alpha_i \left( \frac{E_{zi}^2}{C_i} \Delta T_i''' - K_i \Delta T_i' \right) = 0, \quad i = 1 \div 5. \quad (5)$$

- граничные условия

при  $z = 0$

$$\begin{cases} E_{z1}r_1' - \frac{E_{z1}^2}{C_1}r_1''' + \alpha_1 \left( \frac{E_{z1}^2}{C_1} \Delta T_1'' - K_1 \Delta T_1' \right) = 0; \\ \frac{E_{z1}^2}{C_1} (r_1'' - \alpha_1 \Delta T_1') = 0. \end{cases} \quad (6)$$

при  $z = 3H + 2\delta$

$$\begin{cases} E_{z5}r_5' - \frac{E_{z5}^2}{C_5}r_5''' + \alpha_5 \left( \frac{E_{z5}^2}{C_5} \Delta T_5'' - K_5 \Delta T_5' \right) = 0; \\ \frac{E_{z5}^2}{C_5} (r_5'' - \alpha_5 \Delta T_5') = 0. \end{cases} \quad (7)$$

- контактные условия на границе слоев

$$\begin{cases} r_i = r_{i+1}; \\ r_i' = r_{i+1}'; \\ E_{zi}r_i' - \frac{E_{zi}^2}{C_i}r_i''' + \alpha_i \left( \frac{E_{zi}^2}{C_i} \Delta T_i'' - K_i \Delta T_i' \right) = E_{z(i+1)}r_{i+1}' - \\ - \frac{E_{z(i+1)}^2}{C_{i+1}}r_{i+1}''' + \alpha_{i+1} \left( \frac{E_{z(i+1)}^2}{C_{i+1}} \Delta T_i'' - K_{i+1} \Delta T_i' \right); \\ \frac{E_{zi}^2}{C_i} (r_i'' - \alpha_i \Delta T_i') = \frac{E_{z(i+1)}^2}{C_{i+1}} (r_{i+1}'' - \alpha_{i+1} \Delta T_i'). \end{cases} \quad i = 1 \div 4 \quad (8)$$

Решая совместно систему (5)–(8), найдем перемещения  $r_i(z)$  ( $i = 1 \div 5$ ) в рассматриваемых слоях.

Для определения напряжений и деформаций на границах слоёв необходимо сначала найти распределение температуры по толщине

исследуемой структуры. Для этого используется градиентная модель теплопроводности, предложенная в работе [9]. Для одномерной задачи разрешающее уравнение градиентной теплопроводности имеет вид [9]

$$k_i (T_i'' - \lambda_i^2 T_i''') = 0 \quad i = 1 \div 5, \quad (9)$$

где  $k_i$  – коэффициент теплопроводности,  $\lambda_i^2 = \frac{k_i}{C_i^T}$  – градиентный параметр.

Общее решение для каждого слоя имеет вид:

$$T_i(z) = \frac{k_i}{C_i^T} e^{\sqrt{\frac{C_i^T}{k_i}} (z - (i-1)(H+\delta) - H)} A_i + \frac{k_i}{C_i^T} e^{\sqrt{\frac{C_i^T}{k_i}} ((i-1)(H+\delta) - z)} B_i + D_i z + E_i \quad i = 1 \div 5. \quad (10)$$

Краевые условия на поверхностях контакта для градиентной модели теплопроводности [8] формулируются для температуры, полного теплового потока  $\frac{\partial T}{\partial z} = q$ , обобщенного теплового потока

$q = -k \frac{d}{dz} (T - \frac{1}{C^T} \frac{d}{dz} (T))$  и скорости изменения полного теплового потока

$k \frac{1}{C^T} \frac{d^2 T}{dz^2}$ , записанного с учетом термосопротивления  $-R_s \frac{dT}{dz}$ . Параметр  $R_s$

является характеристикой теплопроводности границы тела. В результате имеем следующие краевые условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_i(z) = T_{i+1}(z); \\ \frac{dT_i(z)}{dz} = \frac{dT_{i+1}(z)}{dz}; \\ k_i \frac{dT_i(z)}{dz} - \frac{k_i^2}{C_i^T} \frac{d^3 T_i(z)}{dz^3} = k_{i+1} \frac{dT_{i+1}(z)}{dz} - \frac{k_{i+1}^2}{C_{i+1}^T} \frac{d^3 T_{i+1}(z)}{dz^3}; \\ \frac{k_i^2}{C_i^T} \frac{d^2 T_i(z)}{dz^2} - R_s \frac{dT_i(z)}{dz} = \frac{k_{i+1}^2}{C_{i+1}^T} \frac{d^2 T_{i+1}(z)}{dz^2}. \end{array} \right. \quad i=1 \div 4 \quad (11)$$

На верхней и нижней поверхности слоев краевые условия имеют

вид:

при  $z=0$  (на верхней поверхности):

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1(z) = T_1; \\ \frac{k_1^2}{C_1^T} \frac{\partial^2 T_1(z)}{\partial z^2} = 0. \end{array} \right. \quad (12)$$

при  $z=3H+2\delta$  (на нижней грани):

$$\left\{ \begin{array}{l} T_5(z) = T_2; \\ \frac{k_5^2}{C_5^T} \frac{\partial^2 T_5(z)}{\partial z^2} = 0. \end{array} \right. \quad (13)$$

Подставляя (10) в (11)- (13), найдём коэффициенты  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $D_i$ ,  $E_i$ .

Полученные значения для полей температуры используются для решения задачи градиентной термоупругости (5)-(8). В результате можно найти значения поперечных напряжений:

$$\sigma_{zi} = E_{zi} \varepsilon_i - \alpha_i K_i \Delta T_i. \quad (14)$$

## Пример расчета

Приведем пример расчета для определения напряженно-деформированного состояния на границах слоёв пакета (рис. 1). Для этого примем следующие значения параметров геометрии и свойств слоёв.

Структура материала панели имеет укладку слоёв с углами направления волокон  $\varphi_1 = 0^\circ$ ,  $\varphi_2 = 90^\circ$ ,  $\varphi_3 = 0^\circ$ ; толщины слоев  $h_1 = h_2 = h_3 = 0,1 \text{ мм}$ ; толщина прослоек  $\delta = 0,01 \text{ мм}$ ; температура на верхней поверхности панели  $T_1 = 80^\circ \text{C}$ ; температура на нижней поверхности  $T_2 = 0^\circ \text{C}$ ;  $R_s = 0,6921$  – параметр, отвечающий за адгезионные взаимодействия по нормали к границе  $z = const$ ;  $C = 1000 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^4}$  – масштабный параметр (физическая постоянная, учитывающая масштабный эффект).

Для слоев ( $i = 1, 3, 5$  – композит) коэффициент теплопроводности  $k_i = 0,5 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{C}}$ ; модуль упругости вдоль оси  $oz$   $E_{zi} = 6860 \text{ МПа}$ ; коэффициент Пуассона  $\mu_{zxi} = 0,28$ ; коэффициент линейного температурного расширения  $\alpha_{zi} = 25 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{град}}$ .

Для прослоек ( $i = 2, 4$  – смола) коэффициент теплопроводности  $k_i = k = \frac{1}{90} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{C}}$ ; модуль упругости вдоль оси  $oz$   $E_{zi} = E = 1176 \text{ МПа}$ ; коэффициент Пуассона  $\mu = 0,3$ ; коэффициент линейного температурного расширения  $\alpha_{zi} = \alpha = 60 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{град}}$ .

Результаты расчета представлены на рисунках 2, 3.

На рис. 2 показано распределение температуры по толщине пакета:

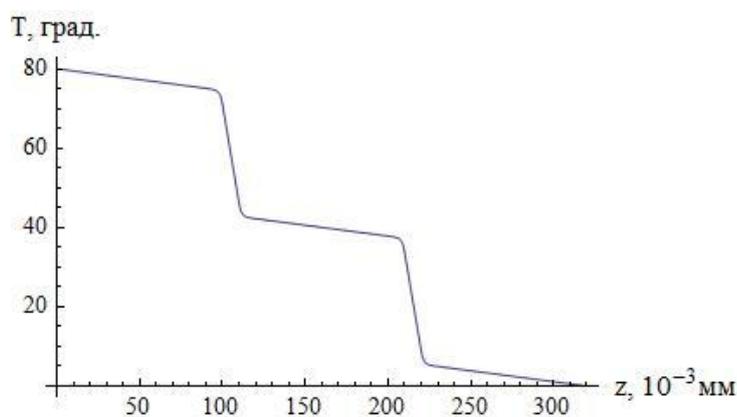


Рис. 2

На рис. 3 представлены кривые, показывающие распределение локализованных около границ контакта поперечных напряжений  $\sigma_{zi}$ , найденных с учетом градиентных эффектов.

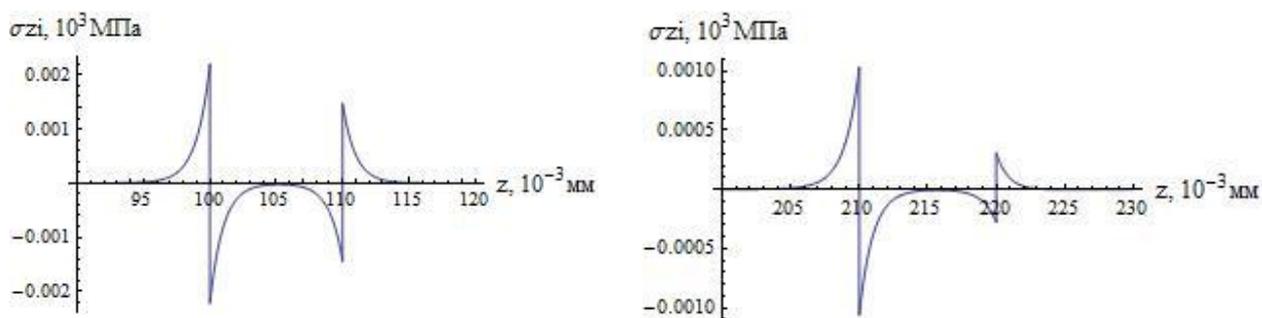


Рис. 3

Вдали от границ контакта распределение напряжений стремится к нулю, что соответствует распределению напряжений  $\sigma_{zi}$  в классической постановке. Градиентные составляющие напряжений, отличные от нуля, локализуются только лишь в окрестности границ контакта.

Найдем теперь распределение напряжений в плоскости слоев (в плоскости  $xoy$ ).

В приближенной постановке для этого можно использовать средние значения температур в слоях. В таблице 1 даны значения средних температур каждого слоя

Таблица 1

Значения средних температур каждого слоя

1-й слой	2-й слой	3-й слой
$T_1 = 75 \text{ } ^\circ\text{C}$	$T_2 = 40 \text{ } ^\circ\text{C}$	$T_3 = 4,5 \text{ } ^\circ\text{C}$

В таблице 2 приведены значения температурных напряжений в месте контакта слоя и прослойки

Таблица 2

Температурные напряжения в месте контакта слоя и прослойки

Номер слоя и прослойки	Слой 1	Прослойка 1	Слой 2	Прослойка 1	Слой 2	Прослойка 2	Слой 3	Прослойка 2
Координата $z$ мм	0,1	0,1	0,11	0,11	0,21	0,21	0,22	0,22
Значение напряжения $\sigma_{z1}$ МПа	2,2	- 2,2	1,5	- 1,5	1,0	- 1,0	0,3	- 0,3

Запишем физические соотношения, определяющие связь между напряжениями и деформациями в  $i$ -м слое в системе координат  $xoy$ :

$$\begin{cases} \sigma_{xi} = b_{11}^i \varepsilon_x + b_{12}^i \varepsilon_y + b_{13}^i \gamma_{xy} - b_{t1}^i T_i; \\ \sigma_{yi} = b_{21}^i \varepsilon_x + b_{22}^i \varepsilon_y + b_{23}^i \gamma_{xy} - b_{t2}^i T_i; \\ \tau_{xyi} = b_{31}^i \varepsilon_x + b_{32}^i \varepsilon_y + b_{33}^i \gamma_{xy} - b_{t3}^i T_i, \end{cases} \quad i = 1 \div 3 \quad (15)$$

где  $T_i$  - средние температуры для каждого слоя;  $b_{pq}^i$  - коэффициенты преобразования характеристик анизотропного материала в осях 1, 2 к осям  $x, y$  представлены ниже

$$\begin{cases} b_{11}^i = \bar{E}_1^i \cos^4 \varphi_i + 2\bar{E}_1^i \mu_{12}^i \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \bar{E}_2^i \sin^4 \varphi_i + G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i; \\ b_{12}^i = b_{21}^i = (\bar{E}_1^i + \bar{E}_2^i - 4G_{12}^i) \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \bar{E}_1^i \mu_{12}^i (\sin^4 \varphi_i + \cos^4 \varphi_i); \\ b_{13}^i = b_{31}^i = \left[ (\bar{E}_1^i \cos^2 \varphi_i - \bar{E}_2^i \sin^2 \varphi_i) - (\bar{E}_1^i \mu_{12}^i + 2G_{12}^i) \cos 2\varphi_i \right] \sin \varphi_i \cos \varphi_i; \\ b_{22}^i = \bar{E}_1^i \sin^4 \varphi_i + 2\bar{E}_1^i \mu_{12}^i \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \bar{E}_2^i \cos^4 \varphi_i + G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i; \\ b_{23}^i = b_{32}^i = \left[ (\bar{E}_1^i \sin^2 \varphi_i - \bar{E}_2^i \cos^2 \varphi_i) + (\bar{E}_1^i \mu_{12}^i + 2G_{12}^i) \cos 2\varphi_i \right] \sin \varphi_i \cos \varphi_i; \\ b_{33}^i = (\bar{E}_1^i + \bar{E}_2^i - 2\bar{E}_1^i \mu_{12}^i) \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + G_{12}^i \cos 2\varphi_i; \\ b_{t1}^i = \bar{E}_1^i (\alpha_1^i + \mu_{12}^i \alpha_2^i) \cos^2 \varphi_i + \bar{E}_2^i (\alpha_2^i + \mu_{21}^i \alpha_1^i) \sin^2 \varphi_i; \\ b_{t2}^i = \bar{E}_1^i (\alpha_1^i + \mu_{12}^i \alpha_2^i) \sin^2 \varphi_i + \bar{E}_2^i (\alpha_2^i + \mu_{21}^i \alpha_1^i) \cos^2 \varphi_i; \\ b_{t3}^i = \left[ \bar{E}_1^i (\alpha_1^i + \mu_{12}^i \alpha_2^i) - \bar{E}_2^i (\alpha_2^i + \mu_{21}^i \alpha_1^i) \right] \sin \varphi_i \cos \varphi_i. \end{cases} \quad (16)$$

Уравнения равновесия рассматриваемого пакета слоев при отсутствии силового нагружения при действии только температуры имеют вид

$$\begin{cases} \sigma_x = \bar{h}_1 \sigma_{x1} + \bar{h}_2 \sigma_{x2} + \bar{h}_3 \sigma_{x3} = 0; \\ \sigma_y = \bar{h}_1 \sigma_{y1} + \bar{h}_2 \sigma_{y2} + \bar{h}_3 \sigma_{y3} = 0; \\ \tau_{xy} = \bar{h}_1 \tau_{xy1} + \bar{h}_2 \tau_{xy2} + \bar{h}_3 \tau_{xy3} = 0, \end{cases} \quad (17)$$

где  $\bar{h}_i = \frac{h_i}{h}$ ,  $h = h_1 + h_2 + h_3$ .

Из системы уравнений (15) и (16), найдем напряжения в слоях  $\sigma_{xi}$ ,  $\sigma_{yi}$  и деформации  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  для всего пакета, учитывая совместность деформаций. Их численные значения приведены в таблице 3.

Для определений касательных напряжений в прослойках считаем приближенно, что каждый слой независимо деформируется только вследствие действия температуры  $T_i$ . Деформацию слоя определяем так:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x1} &= \alpha_{x1} T_1; & \varepsilon_{x2} &= \alpha_{x2} T_2; & \varepsilon_{x3} &= \alpha_{x3} T_3; \\ \varepsilon_{y1} &= \alpha_{y1} T_1; & \varepsilon_{y2} &= \alpha_{y2} T_2; & \varepsilon_{y3} &= \alpha_{y3} T_3. \end{aligned} \quad (18)$$

Прослойка обеспечивает монолитность пакета. Касательные напряжения в ней приближенно определяются как произведение модуля сдвига прослойки на разность нормальных деформаций между слоями

$$\begin{aligned} \tau_{zx1} &= G(\varepsilon_{x2} - \varepsilon_{x1}); & \tau_{zx2} &= G(\varepsilon_{x3} - \varepsilon_{x2}); \\ \tau_{zy1} &= G(\varepsilon_{y2} - \varepsilon_{y1}); & \tau_{zy2} &= G(\varepsilon_{y3} - \varepsilon_{y2}). \end{aligned} \quad (19)$$

Численные значения расчетов деформаций  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  и напряжений  $\sigma_{xi}$ ,  $\sigma_{yi}$  для различных структур приведены в таблице 3.

Таблица 3

Значения деформаций и напряжений  $\sigma_{xi}$ ,  $\sigma_{yi}$  для различных структур

структура		$0^0-90^0-0^0$	$0^0-\pm 45^0-0^0$	$90^0-\pm 45^0-90^0$	$\pm 45^0-90^0-\pm 45^0$
Деформации всего пакета слоев	$\varepsilon_x$	0,000079	0,000048	0,0018	0,00097
	$\varepsilon_y$	0,00015	0,00076	0,00012	0,00014
Температурные напряжения в плоскости слоев структур МПа	$\sigma_{x1}$	- 3,23	- 6,33	- 2,83	-6,16
	$\sigma_{x2}$	- 7,0	- 0,83	- 8,04	-1,28
	$\sigma_{x3}$	10,25	7,17	10,88	7,44
	$\sigma_{y1}$	- 13,48	- 9,6	4,69	- 13,5
	$\sigma_{y2}$	13,24	5,48	- 22,88	13,41
	$\sigma_{y3}$	0,24	4,12	18,19	0,097
структура		$0^0-90^0-0^0$	$0^0-\pm 45^0-0^0$	$90^0-\pm 45^0-90^0$	$\pm 45^0-90^0-\pm 45^0$
Температурные деформации не связных свободных слоев	$\varepsilon_{x1}$	0,000075	0,000075	0,0023	0,0013
	$\varepsilon_{x2}$	0,0012	0,00062	0,00062	0,0012
	$\varepsilon_{x3}$	0,0000045	0,0000045	0,00014	0,00007
	$\varepsilon_{y1}$	0,0023	0,023	0,000075	0,0013
	$\varepsilon_{y2}$	0,00004	0,00062	0,00062	0,00004
	$\varepsilon_{y3}$	0,00014	0,00014	0,0000045	0,00007
Величины касательных напряжений, возникающие в прослойках МПа	$\tau_{zx1}$	0,17	0,082	- 0,24	0,0056
	$\tau_{zx2}$	- 0,18	- 0,092	- 0,073	- 0,17
	$\tau_{zy1}$	- 0,33	- 0,24	0,082	- 0,17
	$\tau_{zy2}$	0,014	- 0,073	- 0,092	0,0045

Для заданных параметров рассмотренной конкретной структуры найдены значения деформаций и напряжений, связанные с тепловым нагружением. Напряженное состояние следует учитывать при оценке НДС всей слоистой структуры, поскольку оно дополняет НДС, возникающее от

реальных действующих сил. Учет дополнительных напряжений в слоях и прослойках может оказаться существенным и привести к разрушению конструкции, особенно в случае действия циклических силовых и температурных воздействий.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-01-00273).*

### **Библиографический список**

1. Lurie S., Belov P., Volkov-Bogorodsky D., Tuchkova N. Nanomechanical Modeling of the Nanostructures and Disperesed Composites // Int. J. Comp. Master. Scs. 2003. 28(3-4). P.529-539.
2. Образцов И.Ф., Лурье С.А., Белов П.А., Волков-Богородский Д.Б., Яновский Ю.Г., Кочемасова Е.И., Дудченко А.А., Потупчик Е.М., Шумова Н.П. Основы теории межфазного слоя// Механика композиционных материалов и конструкций, 2004, вып.4, 596-612.
3. Волков-Богородский Д.Б., Евтушенко Ю.Г., Зубов В.И., Лурье С.А. Численно- аналитический учет масштабных эффектов при расчете деформаций нанокompозитов // Вычислительная математика и математическая физика, 2006, т.46, № 7, с. 1318-1337.
4. Lurie S.A., Volkov-Bogorodsky D.B., Zubov V.I., Tuchkova N.P. (2009). Advanced theoretical and numerical multiscale modeling of cohesion/adhesion interactions in continuum mechanics and its applications for filled nanocomposites. Int. J. Comp. Mater. Scs. 45(3), 390 709-714. 2009.

5. Лурье С.А., Белов П.А., Рабинский Л.Н., Жаворонок С.И. Масштабные эффекты в механике сплошных сред. Материалы с микро- и наноструктур. –М.: Изд-во МАИ, 2011. 160-с.
6. Лурье С.А., Фам Тьюнг., Соляев Ю.О. Градиентная модель термоупругости и ее приложения к моделированию тонкослойных композитных структур // Механика композиционных материалов и конструкций. 2012. Т. 18. №3. С. 440-449.
7. Лурье С.А., Соляев Ю.О. Моделирование механических свойств наноструктурированных пористых керамик // Деформирование и разрушение материалов. 2012. №1. С. 6-15.
8. S.A. Lurie, A.A. Kasimovskii, Yu.O. Solyaev, D.D. Ivanova. Methods for predicting effective thermoelastic properties of composite ceram reinforced with carbon nanotubes // International Journal of Nanomechanics Science and Technology. 2012. №. 3(1). P. 1-14.
9. Лурье С.А., Полянский М.Н., Соляев Ю.О., Лысокова Е.Д. Моделирование теплопроводности неоднородных материалов и структур // Механика композиционных материалов и конструкций. Сборник трудов IV всероссийского симпозиума, 2012, т. 2, стр. 235-241.