
УДК 629.78

Метод определения орбитальных параметров космического мусора бортовыми средствами космического аппарата

Соколов Н.Л.

Центральный научно исследовательский институт машиностроения,

ЦНИИмаш, ул. Пионерская, 4, Королев, Московская область, 141070, Россия

e-mail: sokolov@mcc.rsa.ru

Аннотация

В условиях интенсивного засорения околоземного космического пространства техногенным веществом важное значение приобретает проблема обеспечения безопасности полетов космических аппаратов (КА). Одним из основных условий решения этой проблемы является оперативное определение орбитальных параметров фрагментов космического мусора, что дает возможность оценки характеристик их сближений с управляемыми аппаратами. В работе предложен аналитический метод, позволяющий без проведения итерационных процессов определить элементы орбит космического мусора по измерениям, проводимым бортовыми средствами КА. В основу метода положено преобразование исходной системы дифференциальных уравнений движения КА с использованием ряда обоснованных допущений и составление конечных вычислительных зависимостей

для расчета времени и углового положения КА между двумя следующими друг за другом моментами измерений. Оцениваются погрешности расчетов и продолжительность вычислений, приводятся численные и графические материалы. Предложенный метод принципиально позволяет обеспечить расчеты параметров орбит фрагментов космического мусора в широком диапазоне исходных условий при требуемой точности вычислений.

Ключевые слова: космический аппарат, космический мусор, орбитальные параметры, бортовые измерительные средства, аналитический метод, преобразование системы уравнений, вычислительные погрешности.

Введение

Планируемое расширение состава орбитальных группировок космических аппаратов (КА), функционирующих на орбитах искусственного спутника Земли, значительно повышает требования к средствам управления для оперативного определения и непрерывного уточнения орбитальных параметров космических объектов. Проблема еще более усложняется в связи с высокой интенсивностью техногенного засорения околоземного космического пространства и с необходимостью идентификации и определения координат движения космического мусора (КМ), столкновения с которым представляют серьезную угрозу безопасности полетов управляемых КА. Следует отметить, что обнаружение многочисленных малоразмерных фракций КМ (менее 10 см) наземными средствами является весьма затруднительным. В связи с этим, представляется необходимым поиск путей

повышения оперативности и надежности определения орбитальных параметров космических объектов с использованием бортовых средств КА.

Определение орбит космических объектов, удовлетворяющих заданным граничным условиям, является одной из основных задач механики полета. Известны различные методы определения орбит в задаче двух тел [1-5]. Однако, использование указанных методов связано с проведением итерационных вычислительных процессов, что сопряжено со значительными затратами расчетного времени и ограничивает возможность применения этих методов в бортовом исполнении. В настоящей работе предлагается аналитический метод, позволяющий вычислять значения орбитальных элементов по конечным формулам, что сокращает продолжительность расчетов $\sim 5-8$ раз. Использование такого метода принципиально позволяет значительно повысить оперативность решения указанной задачи с помощью бортовых средств космического аппарата и, во – многом, будет способствовать повышению безопасности полетов КА.

Постановка задачи

Разработка метода определения орбитальных параметров движения космического мусора решалась в два этапа. Сначала получены аналитические соотношения для расчета элементов орбит космического аппарата в зависимости от двух его радиус-векторов r_0 и r_1 , измеренных в моменты времени t_0 и t_1 при известном угловом расстоянии движения КА между этими моментами $\Delta\vartheta$. Затем, основываясь на этих соотношениях и измерениях относительного расположения

фрагмента КМ и КА, разработаны конечные зависимости для расчета орбитальных параметров космического мусора.

Движение космических объектов по аналогии с работами [6,7] описывается системой дифференциальных уравнений в скоростной системе координат в предположении центральности поля тяготения:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\frac{\mu}{r^2} \sin \theta, & \frac{d\theta}{dt} &= \left(\frac{V}{r} - \frac{\mu}{r^2 V} \right) \cos \theta, \\ \frac{dr}{dt} &= V \sin \theta, & \frac{d\vartheta}{dt} &= \frac{V}{r} \cos \theta. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь V – скорость движения космического объекта, θ – угол наклона вектора скорости к местному горизонту, r – радиус-вектор, соединяющий центр притяжения Земли и центр масс космического объекта, ϑ – истинная аномалия, t – время полета, μ – произведение гравитационной постоянной на массу Земли.

Итак, данные уравнения являются исходными для разработки метода определения орбитальных параметров космического мусора. Для решения поставленной задачи требуется получить аналитические вычислительные соотношения, связывающие переменные V , θ , r , ϑ , t , и преобразовать их к удобному виду для расчета элементов орбит космических объектов.

Методика расчета орбитальных параметров КА по двум измерениям

Перейдем по формуле $\frac{1}{dt} = V \sin \theta / dr$ к новой независимой переменной r . Отметим, что рассматривается некруговое движение КА ($dr \neq 0$), т.е. величина r может изменяться в диапазоне от радиуса перицентра r_{π} до радиуса апоцентра r_{α}

орбиты (при прохождении перицентра или апоцентра приращение dr меняет знак на противоположный).

После замены переменной и интегрирования первого уравнения системы (1) получим интеграл живых сил [8]:

$$\frac{2\mu}{r} - V^2 = C_1. \quad (2)$$

Преобразуем второе и третье уравнение системы (1) к виду

$$\operatorname{tg}d\theta = \left(\frac{1}{r} - \frac{\mu}{r^2 V^2} \right) dr.$$

Из этого уравнения определим зависимость траекторного угла θ от радиус-вектора r :

$$\theta = \arccos \sqrt{\frac{C_2}{r(2\mu - C_1 r)}}, \quad (3)$$

где

$$C_2 = r^2 V^2 \cos^2 \theta.$$

Для получения закона изменения истинной аномалии ϑ от величины r используем дифференциальное уравнение: $d\vartheta/dr = \operatorname{ctg}\theta(r)/r$.

После его интегрирования имеем

$$\vartheta = \vartheta_0 + \arcsin A(r) - \arcsin A(r_0), \quad (4)$$

где

$$A(r) = \mu - C_2/r/\sqrt{\mu^2 - C_1 C_2}.$$

Интегрируя уравнение $dt = dr/V(r) \sin \theta(r)$, можно найти соотношение между временем движения КА t и радиус-вектором r :

$$t = t_0 - \frac{\mu}{C_1^{3/2}} [\arcsin B(r_1) - \arcsin B(r_0)] - C(r_1) + C(r_0), \quad (5)$$

где

$$B(r) = \frac{\mu - C_1 r}{\sqrt{\mu^2 - C_1 C_2}}, \quad C(r) = \frac{\sqrt{-C_1 r^2 + 2\mu r - C_2}}{C_1}.$$

Формулы (2) - (5) дают возможность определить параметры и время движения КА при известных начальных условиях и текущих значениях радиус-вектора r .

Будем использовать эти формулы при разработке метода определения орбит по двум положениям КА. Сформулируем задачу: по известным значениям углового расстояния $\Delta\vartheta$ и времени перелета Δt между двумя точками орбиты, характеризуемыми радиус-векторами r_0 и r_1 , определить параметры движения КА.

Зависимости (4) и (5) могут быть преобразованы к виду

$$\begin{aligned} \Delta\vartheta &= \arcsin \left[A(r_1)\sqrt{1 - A^2(r_0)} - A(r_0)\sqrt{1 - A^2(r_1)} \right] = \\ &= \arcsin \left\{ \frac{\sqrt{C_2}}{\mu^2 - C_1 C_2} [(\mu r_1 - C_2)C(r_0) - (\mu r_0 - C_2)C(r_1)] \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Delta t &= -C(r_1) + C(r_0) - \frac{\mu}{C_1^{3/2}} \arcsin \left[B(r_1)\sqrt{1 - B^2(r_0)} - B(r_0)\sqrt{1 - B^2(r_1)} \right] = \\ &= -C(r_1) + C(r_0) - \frac{\mu}{C_1^{3/2}} \arcsin \left\{ \frac{\sqrt{C_1}}{\mu^2 - C_1 C_2} [(\mu - C_1 r_1)C(r_0) - (\mu - C_1 r_0)C(r_1)] \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Отметим, что переход к уравнениям (6) и (7) справедлив при:

$$A(r_1)A(r_0) \geq 0 \quad \text{или} \quad A^2(r_1) + A^2(r_0) \leq 1 \quad (8)$$

и

$$B(r_1)B(r_0) \geq 0 \quad \text{или} \quad B^2(r_1) + B^2(r_0) \leq 1. \quad (9)$$

Анализ выражений $A(r)$ и $B(r)$ показал, что при увеличении радиус-вектора r от r_π до r_α переменная $A(r)$ изменяется от -1 до 1, а $B(r)$ - от 1 до -1, причем $A(r) = 0$ при $r = p$ и $\Delta\vartheta = 90^\circ$, а $B(r) = 0$ при $r = r' \leq p$ и $\Delta\vartheta = \Delta\vartheta' \leq 90^\circ$

(значения $\Delta\theta'$ в зависимости от параметров орбит находятся в диапазоне от 75° до 90°). Следовательно, условие (8) будет гарантировано соблюдаться, если угловое расстояние между радиус-векторами r_0 и r_1 не превышает 90° , а условие (9) – при $\Delta\theta \leq \Delta\theta' \approx 75^\circ$.

Соотношения (6) и (7) представляют систему уравнений с двумя неизвестными C_1 и C_2 . Нетрудно видеть, что определить константы интегрирования C_1 и C_2 по известным значениям Δt , $\Delta\theta$, r_0 и r_1 с использованием формул (6) и (7) можно лишь путем проведения итерационного процесса.

Для получения конечных расчетных зависимостей введем допущение о малости значений аргументов функций \arcsin , входящих в формулы (6) и (7), т.е. $\arcsin x \approx x$. В этом случае при $x \leq 10^\circ$ вычислительные погрешности не превышают 1%, а при $x < 20^\circ$ - 2%.

Данное допущение, очевидно, сужает область применения предлагаемого метода. Вместе с тем в достаточно широком диапазоне исходных параметров Δt , $\Delta\theta$, r_0 и r_1 , который будет выявлен путем анализа численных результатов, методические погрешности будут сравнительно малы (не более 1-2%). Кроме того, будет показано, что в этом диапазоне будут всегда выполняться условия (8) и (9).

В результате уравнение (6) запишется следующим образом:

$$\Delta\theta = \frac{\sqrt{C_2}}{r_0 r_1 (\mu^2 - C_1 C_2)} [(\mu r_1 - C_2)C(r_0) - (\mu r_0 - C_2)C(r_1)]. \quad (10)$$

После преобразования выражения (7) с учетом введенного допущения определим зависимость между радиус-векторами r_0 и r_1 , интервалом времени Δt и постоянными C_1 и C_2 :

$$\Delta t = \frac{1}{\mu^2 - C_1 C_2} [(\mu r_1 - C_2)C(r_0) - (\mu r_0 - C_2)C(r_1)]. \quad (11)$$

Поделив уравнение (10) и (11), получим достаточно простое соотношение между известными значениями Δt , $\Delta\vartheta$, r_0 и r_1 и константой интегрирования C_2 :

$$\frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{\sqrt{C_2}}{r_0 r_1} \quad \text{или} \quad C_2 = \frac{r_0^2 r_1^2 \Delta\vartheta^2}{\Delta t^2}. \quad (12)$$

С учетом (12) находим фокальный параметр орбиты:

$$p = C_2 / \mu. \quad (13)$$

Решая систему двух уравнений

$$r_0 = \frac{p}{1 + e \cos \vartheta_0} \quad \text{и} \quad r_1 = \frac{p}{1 + e \cos(\vartheta_0 + \Delta\vartheta)},$$

определим истинную аномалию ϑ_0 , соответствующую радиус-вектору r_0

$$\operatorname{tg} \vartheta_0 = \operatorname{ctg} \Delta\vartheta - r_0 (p - r_1) [r_1 (p - r_0) \sin \Delta\vartheta]^{-1}. \quad (14)$$

Зная значения p и ϑ_0 , по известным формулам можно определить и другие элементы искомой орбиты: эксцентриситет e , радиусы перицентра r_π и апоцентра r_α , большую полуось a :

$$\begin{aligned} e &= (p - r_0) r_0^{-1} \cos^{-1} \vartheta_0, & r_\pi &= p / (1 + e), \\ r_\alpha &= p / (1 - e), & a &= \frac{r_\pi + r_\alpha}{2} \end{aligned} \quad (15)$$

Итак, по формулам (12) – (15) можно вычислить элементы эллиптических орбит по двум положениям.

Анализ численных результатов

Оценим ошибки вычислений, вызванные введением отмеченного выше допущения, и определим диапазон исходных условий, при которых предлагаемый метод работает с удовлетворительной точностью.

Сравнительный анализ численных результатов расчетов элементов орбит (радиусов перицентра r_{π} и апоцентра r_{α} , фокального параметра p , эксцентриситета e , большой полуоси a), полученных для широкого диапазона изменения величин Δt , $\Delta \vartheta$, r_0 , r_1 по предложенному методу и с использованием итерационного метода [1], показал, что при изменении Δt (а следовательно, и $\Delta \vartheta$) в течение одного полувитка вычислительные погрешности $\delta p, \delta e, \delta a$ имеют ярко выраженные максимумы, реализующиеся при некоторых величинах Δt^* ($0 < \Delta t^* \leq 0,5 T$), т.е.

$$\delta p_{max} = \delta p(\Delta t^*), \quad \delta e_{max} = \delta e(\Delta t^*), \quad \delta a_{max} = \delta a(\Delta t^*).$$

При этом значения δp_{max} , δe_{max} , δa_{max} возрастают с увеличением эксцентриситета орбиты. Так, если для орбиты ИСЗ с высотами $h_{\pi}=500$ км и $h_{\alpha}=700$ км ($e = 1,434 \times 10^{-2}$) максимальные значения ошибок составляют: $\delta p_{max} = \delta a_{max} \approx 0,2\%$, $\delta e_{max} \approx 2,3\%$, то при $h_{\pi}=500$ км и $h_{\alpha}=1000$ км ($e = 3,51 \times 10^{-2}$) $\delta a_{max} \approx 0,49\%$, $\delta p_{max} \approx 0,47\%$, $\delta e_{max} \approx 6,8\%$, а при $h_{\pi}=500$ км и $h_{\alpha}=5000$ км ($e = 0,408$) $\delta a_{max} \approx 15,9\%$, $\delta p_{max} \approx 8,6\%$, $\delta e_{max} \approx 40\%$.

Итак, проведенное исследование позволило установить, что предлагаемый метод для низкокруговых орбит ИСЗ ($e \leq 0,04$) имеет методические ошибки, не

превышающие 2% при угловых расстояниях между радиус-векторами r_0 и r_1 , не более 90° и не превосходящее $0,3 \div 0,5\%$ при угловых расстояниях менее 25° .

Для орбит ИСЗ с $e > 0,04$ при достаточно больших интервалах времени Δt точность расчетов может заметно ухудшиться. Поэтому представляется интересным определить максимально допустимый интервал Δt , при котором максимальные ошибки вычислений не превышают заранее установленной величины. Из рассмотрения данных, часть из которых представлена на рис. 1 и 2, видно, что ошибки расчетов, не превышающие 1%, могут быть получены для орбиты ИСЗ с параметрами $h_{\pi}=500$ км: $h_{\alpha}=1000$ км при $\Delta t \leq 200-300$ с; $h_{\alpha}=10000$ км при $\Delta t \leq 70-80$ с; $h_{\alpha}=36\,000$ км при $\Delta t \leq 35-40$ с.

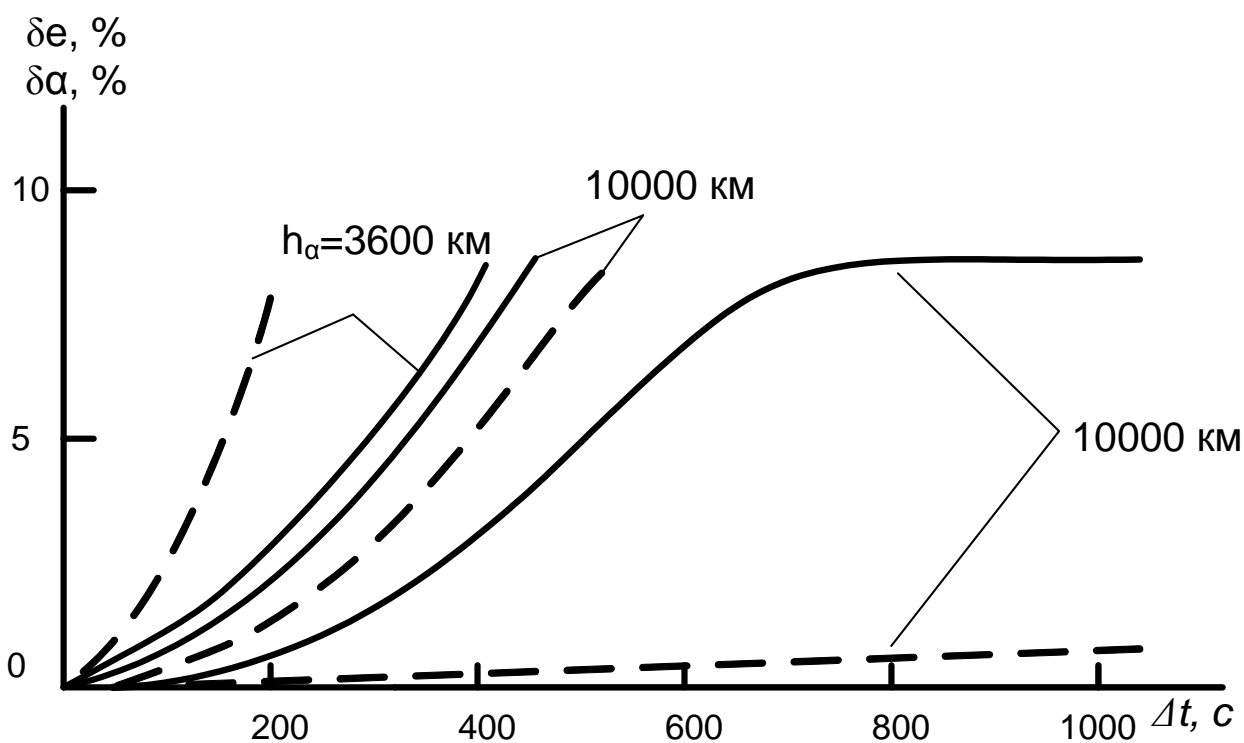


Рис. 1. Изменение погрешностей вычисления эксцентриситета δ_e и большой полуоси δ_{α} от времени полета КА между двумя фиксированными положениями $\Delta t (h = 500 \text{ км})$.

Сплошные линии — зависимости для δ_e . Штриховые линии - зависимости для δ_a .

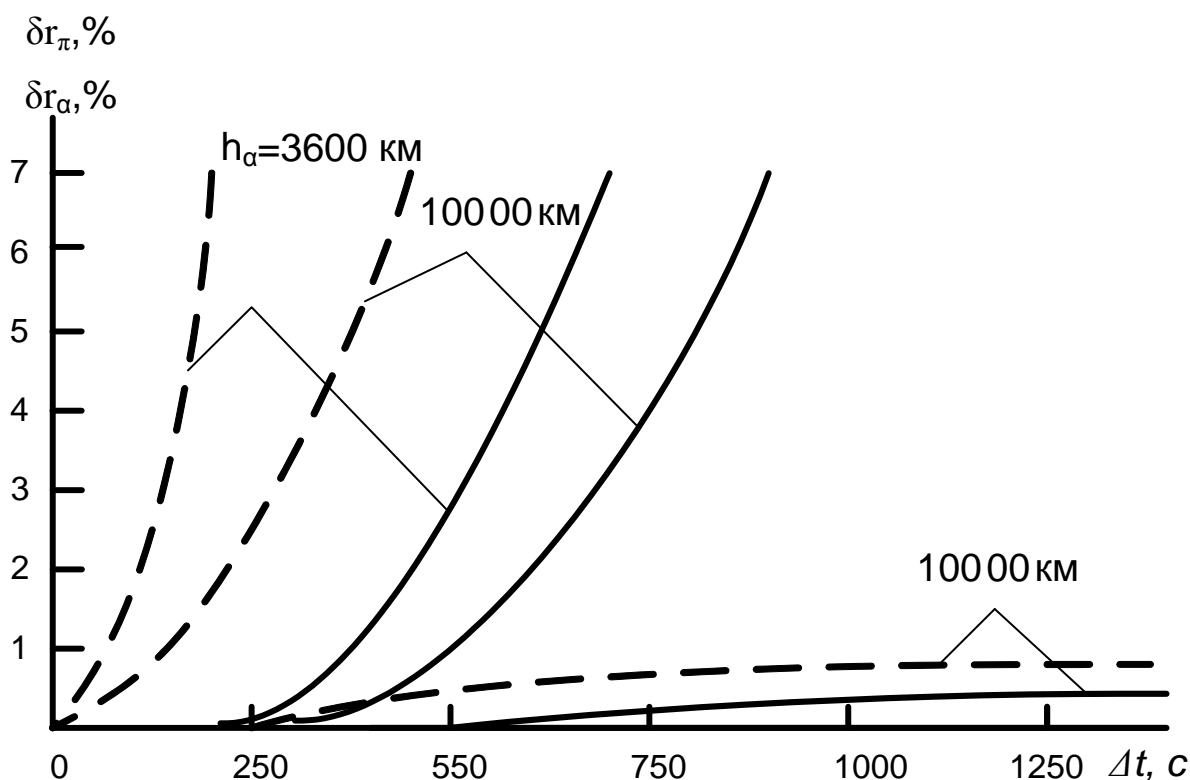


Рис. 2. Изменение погрешностей вычисления радиусов апоцентра δr_a и перигея δr_π от времени полета КА между двумя фиксированными положениями $\Delta t (h_\pi = 500 \text{ км})$.

Сплошные линии - зависимость для δr_π . Штриховые линии - зависимость для δr_a .

Для всех расчетных вариантов были определены значения $A(r_1)$, $A(r_0)$, $B(r_1)$, $B(r_0)$ с целью проверки выполнения условий (8) и (9). Установлено, что во всем диапазоне исходных данных, где ошибки вычислений не превышают 1÷2%, эти условия удовлетворяются (таблица).

Таблица 1.

Расчеты параметров $A(r)$, $B(r)$

r_0, KM	r_1, KM	$\Delta t, \text{c}$	$\Delta \theta,$ град	$A(r_0)$	$A(r_1)$	$A^2(r_0) +$ $+A^2(r_1)$	$B(r_0)$	$B(r_1)$	$B^2(r_0) -$ $-B^2(r_1)$
6921	6971	480	30	-0,48	$1,95 \cdot 10^{-2}$	0,24	-0,499	$4,7 \cdot 10^{-4}$	0,25
6921	7021	965	60	-0,48	0,516	0,5	-0,499	0,5	0,5
6921	6971	263	17	-0,78	-0,576	0,95	-0,799	-0,599	0,997
6921	7071	680	42	-0,78	-0,165	0,65	-0,799	-0,2	0,678
6921	7171	1060	65	-0,78	0,234	0,67	-0,799	0,199	0,678
6921	7271	1490	90	-0,78	0,623	1	-0,799	0,599	1
6921	6971	93	6,5	-0,96	-0,927	1,7	-0,977	-0,955	1,866
6921	7171	330	22	-0,96	-0,788	1,55	-0,977	-0,866	1,704
6921	7371	504	33	-0,96	-0,657	1,36	-0,977	-0,778	1,56
6921	8571	1280	75	-0,96	$1,86 \cdot 10^{-3}$	0,93	-0,977	-0,245	1,015
6921	6971	72	5	-0,97	-0,944	1,83	-0,983	-0,973	1,913
6921	7171	255	18	-0,97	-0,85	1,66	-0,983	-0,932	1,835
6921	7371	385	27	-0,97	-0,762	1,52	-0,983	-0,889	1,756
6921	6971	55	4,5	-0,98	-0,965	1,89	-0,997	-0,994	1,982
6921	7171	190	15	-0,98	-0,9	1,77	-0,997	-0,983	1,96

Таким образом, проведенные исследования показали высокую эффективность использования предложенного метода для расчета элементов кеплеровских орбит с малым эксцентриситетом ($e \leq 0,04$) при угловых расстояниях между двумя радиус-векторами, не превышающих 25° . Метод может быть применен также для

определения элементов высокоэллиптических орбит ($e \approx 0,3 \div 0,7$), когда время полета КА между двумя фиксированными положениями не более 4÷8 мин. Погрешности определения орбитальных параметров не превышают 0,5%. Продолжительность вычислений сокращается в $\sim 5 \div 8$ раз по сравнению с известными итерационными методами [1].

Метод расчета параметров КМ по измерениям бортовых средств КА

Предполагается, что при условии нахождения фрагментов космического мусора в зоне видимости установленных на борту КА оптических датчиков, существует возможность в моменты времени t_i измерять расстояния до фрагмента КМ Δr и углы наклона вектора \vec{r} к местному горизонту α и к плоскости движения КА β .

На рис. 3 приведена информация, характеризующая относительное расположение двух объектов в плоскости движения КА.

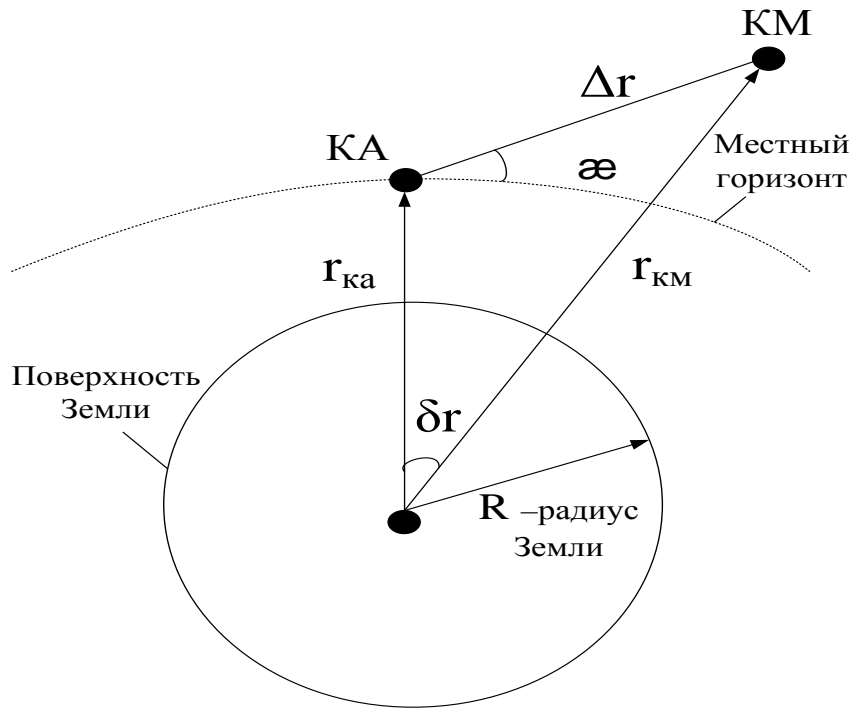


Рис. 3 Относительное расположение объектов в плоскости движения КА

По известным значениям радиус-вектора космического аппарата $r_{ка}$ и измерениям Δr и α вычислим радиус-вектор космического мусора $r_{км}$ и угловое расстояние δr между текущими положениями КА и КМ:

$$r_{км} = \sqrt{r_{ка}^2 + \Delta r^2 - 2r_{ка} \Delta r \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)},$$

$$\delta r = \arcsin\left[\frac{\Delta r}{r_{км}} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right].$$

Для двух следующих друг за другом моментов измерений t_i и t_{i+1} рассчитаем угловое расстояние $\delta r_{ка}$ между векторами $r_{ка}(t_i)$ и $r_{ка}(t_{i+1})$. На рис. 4. представлен сферический треугольник, образованный дугами, соединяющими положения КА в

моменты t_i и t_{i+1} ($\delta r_{\text{КА}}$), положения КА и КМ при $t_i(\delta r)$, а также положения КА в момент t_{i+1} и КМ в момент $t_i(\sigma)$.

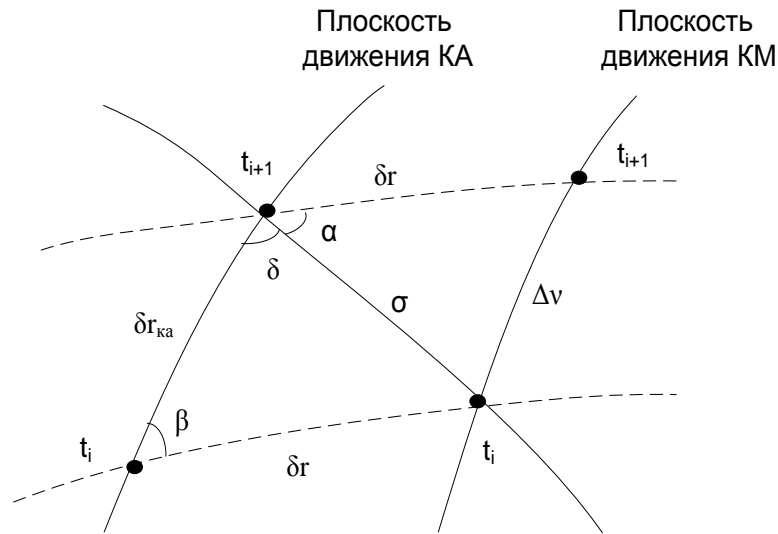


Рис. 4 Относительное расположение плоскостей движения КА и КМ

По формулам сферической тригонометрии определим дугу σ :

$$\sigma = \arccos[\cos \delta r(t_i) \cos \delta r_{\text{КА}} - \sin \delta r(t_i) \sin \delta r_{\text{КА}} \cos \beta(t_i)]$$

и угол δ между дугами $\delta r_{\text{КА}}$ и σ :

$$\delta = \arcsin \left[\sin \delta r(t_i) \frac{\sin \beta(t_i)}{\sin \sigma} \right].$$

Затем, рассматривая сферический треугольник, образованный дугой σ , а также дугами, соединяющими положения КА и КМ в момент $t_{i+1}(\delta r)$ и положения КМ в моменты t_i и $t_{i+1}(\Delta v)$, определим угол α между дугами δr и σ :

$$\alpha = \pi - \beta(t_{i+1}) - \delta$$

и угловое расстояние между положениями фрагмента космического мусора

Δv :

$$\Delta v = \arccos[\cos \sigma \cos \delta r(t_{i+1}) - \sin \sigma \sin \delta r(t_{i+1}) \cos \alpha]. \quad (16)$$

Таким образом, используя исходные значения радиус-векторов $r_{\text{ка}}(t_i)$ и $r_{\text{ка}}(t_{i+1})$, временного отрезка $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ и определяя по формуле (16) угловые расстояния Δv можно рассчитать значения фокального параметра p , истинной аномалии ϑ_0 , эксцентриситета e , большой полуоси a для параметров движения космического мусора в соответствии с зависимостями (12 – 15).

Далее определим наклонение орбиты КМ (i). Прежде всего вычислим значение курсового угла между проекцией вектора скорости КА на местный горизонт и местной параллелью в момент t_i :

$$\varepsilon_{\text{ка}}(t_i) = \arccos \left[\frac{\cos i_{\text{ка}}}{\cos \varphi_{\text{ка}}(t_i)} \right].$$

С учетом измеренного значения $\beta(t_i)$, найдем аналогичный курсовой угол для плоскости условной орбиты, проходящей через широты подспутниковых точек КА и КМ в момент t_i

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{ка}}(t_i) - \beta(t_i).$$

Определим наклонение этой орбиты (j), дугу, лежащую в ее плоскости и соединяющую подспутниковую точку КА с плоскостью экватора (δz) и широту полета КА при t_i :

$$j = \arccos[\cos \varepsilon \cos \varphi_{\text{ка}}(t_i)], \quad \delta z = \arcsin \left[\frac{\sin \varphi_{\text{ка}}(t_i)}{\sin j} \right],$$

$$\varphi_{\text{км}}(t_i) = \arcsin[\sin j \sin(\delta z + \delta r)].$$

На рис. 5 представлены проекции трасс движения КА и КМ относительно экваториальной плоскости.

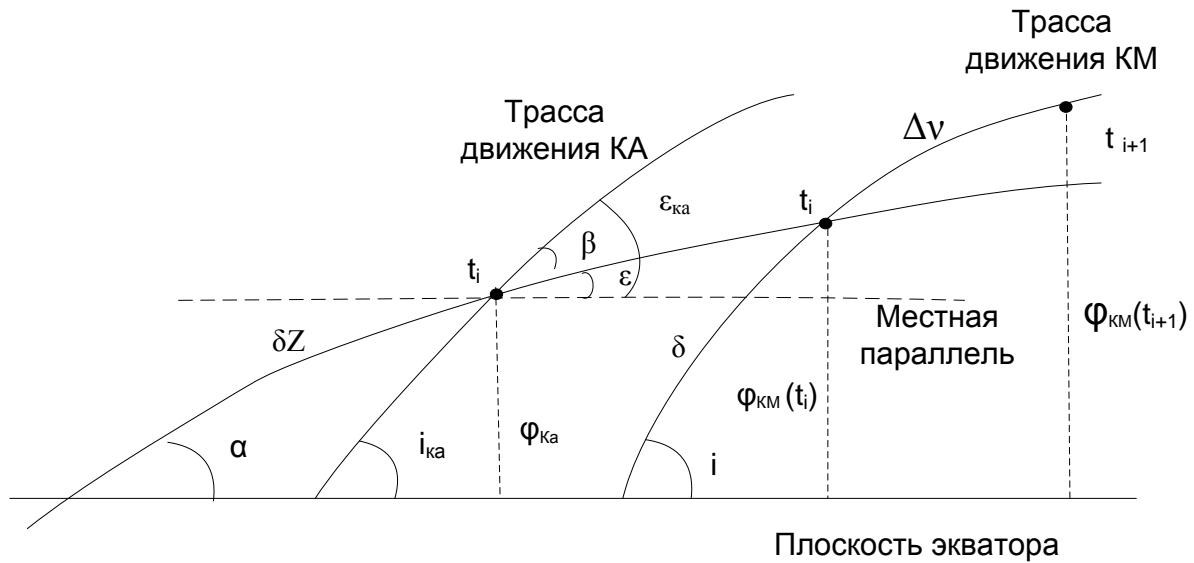


Рис. 5 Трассы движения КА и КМ

Далее рассмотрим два сферических треугольника, образованных плоскостью движения КМ, плоскостью экватора, а также двумя полярными плоскостями, проходящими через широту $\varphi_{\text{КА}}(t_i)$ и через широту $\varphi_{\text{КА}}(t_{i+1})$. В соответствии с теоремой синусов запишем следующие уравнения:

$$\frac{\sin \varphi_{\text{КА}}(t_i)}{\sin i} = \sin s, \quad \frac{\sin \varphi_{\text{КА}}(t_{i+1})}{\sin i} = \sin(s + \Delta\nu),$$

где s - дуга, лежащая в плоскости движения КМ и соединяющая его положение в момент t_i с плоскостью экватора.

Совместное решение этих уравнений позволяет определить дугу s и наклонение орбиты КМ i :

$$s = \arctg \left[\frac{\sin \Delta\nu \sin \varphi_{\text{КА}}(t_i)}{\sin \varphi_{\text{КА}}(t_{i+1}) - \cos \Delta\nu \sin \varphi_{\text{КА}}(t_i)} \right],$$

$$i = \arcsin \left[\frac{\sin \varphi_{\text{KM}}(t_i)}{\sin s} \right]. \quad (17)$$

Итак, по формулам (13-15, 17) можно вычислить элементы орбит космического мусора по измерениям его параметров с использованием бортовых оптических датчиков, установленных на КА.

Выводы

Проведенные исследования позволили оценить ошибки вычислений, вызванные введением отмеченных выше допущений и определить диапазон исходных условий, при которых предлагаемый метод обеспечивает требуемую точность расчетов параметров орбит космического мусора. Показано, что для низкокруговых орбит при интервалах измерений Δt , не превышающих ~100 сек, расчетные погрешности не более 0,2-0,5%. Аналогичный уровень точности расчетов также может быть обеспечен при определении параметров высокоэллиптических орбит ($e \leq 0,7$), но в условиях сокращения интервалов Δt до 20-25 сек. При этом, с учетом неоднократных измерений параметров орбит КМ и применения известных алгоритмов фильтрации и сглаживания данных, расчетные погрешности могут быть снижены.

Таким образом, предлагаемый метод принципиально позволяет обеспечить расчеты параметров орбит фрагментов космического мусора в широком диапазоне изменения исходных условий при требуемой точности вычислений. Вместе с тем для окончательной оценки точности расчетов необходим учет возмущающих факторов, влияющих на динамику движения космических объектов: погрешности

реализации управляющих воздействий, измерений, изменения баллистического коэффициента.

Библиографический список

1. Беттин Р. Наведение в космосе. - М.: Машиностроение, 1966. - 448 с.
2. Baker R.M.L., Jr. and Makemson M.W. *An introduction to Astrodynamics*. - New York: Academic Press, October, 1960. - 358 p.
3. Godal Th. Method for determining the initial velocity corresponding to a given time of free flight transfer between given points in a simple gravitational field. *Astronautics*. February, 1961.
4. Plummer M. C. *An introductory treatise on dynamical astronomy*. New York: Dover, 1960.
5. Sun F.T. A new treatment of Lambertian mechanics. *Acta Astronautica*. 1981, vol. 8, no. 2, 105-122 pp.
6. Иванов Н.М., Мартынов А.И. Движение космических летательных аппаратов в атмосферах планет. - М.: Наука, 1985.- 384 с.
7. Андреевский В.В. Динамика спуска космических аппаратов на Землю. - М.: Машиностроение, 1970. - 235 с.
8. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. - М.: Наука, 1965. - 537 с.