



Научная статья / Original Article

УДК 676.017.2, 616-073.756.8, 539.32

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188102>

EDN: <https://www.elibrary.ru/OXEOZK>

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ СВЯЗИ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ И ДАННЫХ РЕНТГЕНОВСКОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

О.А. Саченков  

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия

 [4works@bk.ru](mailto:4works@bk.ru)

---

**Цитирование:** Саченков О.А. Теоретическое обоснование связи механических свойств и данных рентгеновской компьютерной томографии // Труды МАИ: электрон. журнал. № 147. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188102>

---

**Аннотация.** В настоящей работе исследуется физическая взаимосвязь между данными рентгеновской компьютерной томографии и механическими свойствами конструкционных материалов. Актуальность темы обусловлена растущей потребностью в методах неразрушающего контроля внутренней структуры изделий, что особенно важно для дефектоскопии элементов конструкций летательных аппаратов. Экспериментально показано, что линейный коэффициент ослабления рентгеновского излучения напрямую коррелирует с локальной плотностью вещества. Поскольку плотность неизбежно изменяется при механической деформации, становится возможным оценивать объемную деформацию путем цифрового сравнения томограмм, полученных до и после нагружения образца. На основе фундаментального принципа сохранения массы авторами выведено аналитическое соотношение, связывающее изменения коэффициентов ослабления с величиной деформации. Кроме того, предложена оригинальная модель, позволяющая коррелировать усреднённый коэффициент ослабления с ключевыми упругими константами материала, такими как модуль

Юнга и коэффициент Пуассона. Однако внедрение метода имеет практические ограничения. Требуется тщательная материальная калибровка для учета неоднородности состава. Также значительное влияние оказывают артефакты реконструкции, возникающие от металлического нагружающего оборудования. Несмотря на сложности, подход открывает новые перспективы для диагностики скрытых повреждений и прогнозирования ресурса деталей в авиастроении и машиностроении без разрушения образцов.

**Ключевые слова:** Рентгеновская компьютерная томография; механические свойства; напряженно-деформированное состояние; неразрушающий контроль; дефектоскопия; упругие свойства.

**Финансирование:** исследование выполнено при финансовой поддержке, выделяемой Казанскому федеральному университету по государственному заданию в сфере научной деятельности, проект № FZSM-2026-0006.

---

## THEORETICAL BASIS FOR THE RELATIONSHIP BETWEEN MECHANICAL PROPERTIES AND X-RAY COMPUTED TOMOGRAPHY DATA

O.A. Sachenkov  

Kazan Federal University, Kazan, Russia

 [4works@bk.ru](mailto:4works@bk.ru)

---

**Citation:** Sachenkov O.A. Theoretical basis for the relationship between mechanical properties and X-ray computed tomography data // Trudy MAI. 2026. No. 147. (In Russ.).

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188102>

---

**Abstract.** This study investigates the physical relationship between X-ray computed tomography data and the mechanical properties of structural materials. The relevance of this topic stems from the growing need for non-destructive testing methods for the internal structure of components, which is particularly important for the defect inspection of aircraft structural elements. It is experimentally demonstrated that the linear X-ray attenuation coefficient directly correlates with the local material density. Since density inevitably changes during mechanical deformation, it becomes possible to estimate volumetric strain by digitally comparing tomograms obtained before and after sample loading. Based on the fundamental principle of mass conservation, the authors

derived an analytical relationship linking changes in attenuation coefficients to the magnitude of strain. Furthermore, an original model is proposed that allows correlating the average attenuation coefficient with key elastic constants of the material, such as Young's modulus and Poisson's ratio. However, the implementation of this method has practical limitations. Careful material calibration is required to account for compositional heterogeneity. Reconstruction artifacts arising from metallic loading equipment also have a significant impact. Despite these challenges, the approach opens new perspectives for diagnosing hidden damage and predicting the service life of components in the aerospace and mechanical engineering industries without destroying the samples.

**Keywords:** X-ray computed tomography; mechanical properties; stress-strain state; non-destructive testing; defect inspection; elastic properties.

**Funding:** the study was conducted with financial support allocated to Kazan Federal University under the state assignment in the field of scientific research, Project No. FZSM-2026-0006.

---

## Введение

Развитие современной рентгеновской компьютерной томографии (РКТ) позволило значительно расширить область исследования: от медицинской диагностики [1, 2] до промышленного материаловедения [3, 4]. Особую актуальность данные методы приобретают в аэрокосмической и самолетной отраслях, где требования к надежности, весовой эффективности и безопасности конструкций являются критическими. Современные исследования показывают, что РКТ стала важным мостом между внутренней структурой материалов и их механическими свойствами. Это особенно востребовано для оценки напряженно-деформированного состояния ответственных элементов конструкций летательных аппаратов по данным их сканирования [3], что позволяет прогнозировать остаточный ресурс деталей без их разрушения.

Широкому распространению такого подхода в авиации способствовало и активное внедрение технологий изготовления композиционных материалов [4, 5], обеспечивающих высокую удельную прочность при существенном снижении

массы самолета. Однако гетерогенная структура композитов требует более глубокого анализа. При этом исследователи проводят не только оценку внутренних дефектов изделия, таких как расслоения или поры [6], но и оценку объемного распределения физико-механических свойств [7] и локализацию скрытых дефектов [8], возникающих в процессе эксплуатации под циклическими нагрузками. Несмотря на широкое распространение подхода в практике неразрушающего контроля, в литературе отсутствует строгое математическое обоснование наличия связи между данными РКТ и локальными физико-механическими свойствами. Большинство авторов опираются на эмпирические закономерности, что недостаточно для жестких процедур сертификации критических узлов авиадвигателей и планера, где требуется физически обоснованная модель поведения материала.

Таким образом, целью данного исследования заключается в определении характера физической связи между данными РКТ и локальными физико-механическими свойствами. Решение этой задачи создаст теоретическую базу для повышения точности диагностики и обеспечения безопасности эксплуатации техники в авиастроении.

## **Материалы и методы**

### **Основы рентгенографии**

Рентгеновское излучение испускается отдельными фотонами, энергии которых связаны с частотой формулой [9, 10]:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (1)$$

где  $\nu$  – частота,  $\lambda$  – длина волны,  $c$  – скорость света,  $h$  – постоянная Планка.

Характерный диапазон длины волны рентгеновского излучения составляет от 100 нм до  $10^{-3}$  нм. Рентгеновское излучение обладает фотоэффектом, когда энергия фотона достаточна для ионизации атома [11]:

$$h\nu \approx A_u, \quad (2)$$

где  $A_u$  – энергия ионизации.

Энергия ионизации – энергия, необходимая для удаления внутренних электронов за пределы атома или молекулы. В результате взаимодействия с веществом первичный пучок рентгеновского излучения ослабляется в соответствии с законом:

$$\Phi = \Phi_0 e^{-\mu x}, \quad (3)$$

где  $\Phi_0$  – начальный поток рентгеновского излучения,  $\Phi$  – поток рентгеновского излучения после прохождения через среду,  $\mu$  – линейный коэффициент ослабления,  $x$  – глубина проникновения.

Линейный коэффициент ослабления аддитивно может быть разложен на три составляющие:

$$\mu = \mu_k + \mu_{нк} + \mu_f, \quad (4)$$

здесь  $\mu_k$  – вклад когерентного рассеяния,  $\mu_{нк}$  – вклад некогерентного рассеяния и  $\mu_f$  – вклад фотоэффекта.

Для рентгеновского излучения в условиях (2) в (4) можно пренебречь двумя слагаемыми и оставить только вклад фотоэффекта. Эффекты интерференции и дифракции рентгеновского излучения возникают на структурах с характерным размером в диапазоне от 0.01 нм до 10 нм.

Известно, что поток рентгеновского излучения ослабляется пропорционально числу атомов вещества, через которое этот поток проходит [11]. Этот факт позволяет оценивать плотность материала. Так, если сжать образец вдоль одной оси излучения в  $K$  раз, то ослабление пучка не изменится, так как число атомов останется прежним. Следовательно, показатель степени в (3) не изменится:

$$\mu_1 x_1 = \mu_2 x_2 = \frac{\mu_2 x_1}{K}, \quad (5)$$

а значит:

$$\mu_1 = \frac{\mu_2}{K}. \quad (6)$$

А значит, линейный коэффициент ослабления  $\mu$  зависит от плотности вещества.

Если обратиться к реальным устройствам, например компьютерному рентгеновскому томографу, то съемка производится в некотором микрообъеме, часто называемом вокселем. При этом в этом объеме, по сути, определяют коэффициент ослабления. Тогда линейный коэффициент ослабления для микрообъема можно определить как:

$$\mu = \sum_{i=1}^N \rho_i \int_V k_i \lambda_i^3 Z_i^3 dV, \quad (7)$$

здесь интегрирование производится по микрообъему  $V$ .

В виду выражения (7) линейный коэффициент ослабления иногда называют средним линейным коэффициентом ослабления [12]. На практике часто возникает обратная задача – определение плотности материала на основе линейного коэффициента ослабления. Обратить выражение (7) не представляется возможным, поэтому для сложных соединений зачастую обратное выражение к (7) аппроксимируют линейной регрессией [13]:

$$\rho = K_1 \mu + K_2, \quad (8)$$

где  $K_1$ ,  $K_2$  – коэффициенты линейной регрессии, а  $\rho$  – средняя плотность микрообъема.

В общем случае при различных уровнях энергии величина коэффициентов ослабления может варьироваться для одного и того же материала, поэтому на практике удобно нормировать значения. Зачастую для этого используют величины линейных коэффициентов ослабления известных веществ. Так, в медицинской рентгенодиагностике получила распространение шкала Хаунсфилда [14, 15]. В этом случае конструируется аналог шкалы температур с реперными точками величин линейного ослабления излучения дистиллированной воды и воздуха:

$$HU = 1000 \frac{\mu - \mu_W}{\mu_W - \mu_A}, \quad (9)$$

где  $\mu$  – коэффициент линейного ослабления исследуемого материала,  $\mu_w$ ,  $\mu_a$  – коэффициент линейного ослабления излучения дистиллированной воды и воздуха соответственно.

Пересчет в приведенную шкалу Хаунсфилда в медицинских рентгенодиагностических устройствах реализовано на программно-аппаратном уровне. В случае исследования на промышленных компьютерных рентгеновских томографах, где регуляция энергии излучения может варьироваться в больших диапазонах, такого программно-аппаратного решения не предусмотрено, поэтому нормировку полученных данных проводят самостоятельно. В этом случае может быть использована и модифицированная шкала Хаунсфилда, где величины линейных коэффициентов ослабления дистиллированной воды и воздуха заменяются на известные величины линейных коэффициентов ослабления иных материалов.

### **Рентгенография и объемная деформация**

Тогда если рассмотреть некоторое тело в напряженно-деформированном состоянии, то локальную плотность можно оценить на основе выражения объемной деформации:

$$\theta = \text{tr}\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3, \quad (10)$$

где  $\varepsilon_i$  – соответствующая главная деформация.

При этом для всего тела должно соблюдаться очевидное условие сохранения массы. Тогда локальная начальная плотность может быть выражена через плотность в напряженно-деформированном состоянии как:

$$\rho_A = \rho_0(\theta + 1), \quad (11)$$

где  $\rho_0$  – начальная локальная плотность,  $\rho_A$  – локальная плотность в напряженно-деформированном состоянии.

А значит для одного материала можно оценить объемную деформацию на основе измерений линейного коэффициента ослабления, для этого необходимо произвести съемку рентгеновским излучением до и во время нагружения:

$$\theta = \frac{\rho_A}{\rho_0} - 1 = \frac{\mu_A}{\mu_0} - 1, \quad (12)$$

где  $\mu_0$  – линейный коэффициент ослабления материала в свободном состоянии,  $\mu_A$  – линейный коэффициент ослабления материала в нагруженном состоянии.

Здесь необходимо отметить, что измерения должны производиться в одной и той же точке с учетом кинематики среды. То есть, в случае свободного состояния мы получаем результат измерения в некоторой точке, а для нагруженного состояния сначала необходимо определить, куда первоначальная точка сместилась, и в зоне около смещенного положения произвести измерение.

Из условия сохранения массы можно получить выражения для функций плотности и объемной деформации однородного тела:

$$\int_{V_0} \rho_0 dV = \int_{V_A} \rho_A dV = \int_{V_0} \rho_0 (\theta + 1) dV, \quad (13)$$

откуда используя (7) получим выражение для линейных коэффициентов ослабления однородного тела:

$$\int_{V_0} \mu_0 dV = \int_{V_A} \mu_A dV, \quad (14)$$

где  $V_0$  – объем тела в свободном состоянии,  $V_A$  – объем тела в нагруженном состоянии.

Этот эффект применяется для оценки качества сегментации данных компьютерной томографии в, так называемых, исследованиях *in situ*, когда образец снимается рентгеновским излучением до и во время нагружения [16].

### Случай осевого сжатия

Рассмотрим пример – продольное растяжение-сжатие однородного стрежня. В этом случае продольная деформация будет определена как:

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx}, \quad (15)$$

где  $\sigma_{xx}$ ,  $\varepsilon_{xx}$  – продольные напряжения и деформация соответственно,  $E$  – модуль Юнга.

Определим поперечные деформации на основе коэффициента Пуассона:

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = -\nu\varepsilon_{xx}. \quad (16)$$

Определим величину объемной деформации:

$$\theta = \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{xx} = (1 - 2\nu)\varepsilon_{xx}. \quad (17)$$

А значит на основании (12) получим оценку на величину измеряемого линейного коэффициента ослабления:

$$\mu_A = \mu_0(\theta + 1) = \mu_0((1 - 2\nu)\varepsilon_{xx} + 1). \quad (18)$$

Здесь стоит отметить, что знак линейного коэффициента ослабления зависит в первую очередь от знака продольной деформации. При растяжении объем увеличивается, плотность снижается, линейный коэффициент ослабления увеличивается относительно величин свободного состояния. При сжатии объем напротив – уменьшается, плотность увеличивается, а линейный коэффициент ослабления уменьшается.

На практике такого рода измерения могут быть использованы не только для определения распределения объемной деформации, но и для определения коэффициента Пуассона. В этом случае проводится измерение образца в свободном состоянии, затем образец нагружается и проводится повторное сканирование. На основе измерений определяются деформации, а затем величины линейных коэффициентов ослабления пересчитывают согласно полученному выражению (18).

### **Рентгенографии и упругие свойства**

Рассмотрим подробнее характер измерений некоторого материала в микрообъеме (рисунок 1). В зависимости от разрешающей способности рентгенографическое измерение суть некоторое осреднение линейных коэффициентов ослабления ( $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_3$ ) проходящих через микрообъем из

источника  $(A_{i-2}, A_{i-1}, A_i, A_{i+1})$ , которые может обладать некоторой неоднородностью, но меньшего масштаба.

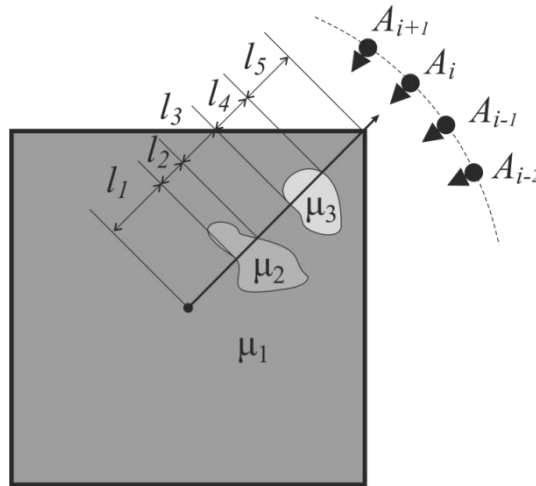


Рисунок 1 - Пример микрообъема с вложениями и источников излучения  
(обозначены литерой  $A$ )

Для обобщения приведенных рассуждений введем параметр  $\varphi$ , в общем случае он зависит от ориентации излучения:  $\varphi = \varphi(\mathbf{x})$ , тогда:

$$\varphi = f(\vec{n}), f: S^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (19)$$

здесь  $f$  – некая скалярная функция, определённая на единичной сфере  $S^2$ .

Введенную в (19) функцию  $f$  в литературе называют функцией ориентированного распределения [17, 18, 19] свойства  $\varphi$ . Введенная функция должна удовлетворять естественному условию:

$$f(\vec{n}) = f(-\vec{n}). \quad (20)$$

А значит должна существовать функция:

$$f(\vec{n}) = f^*(\vec{n} \otimes \vec{n}) = f^*(N), f^*: S^2 \otimes S^2 \rightarrow \mathbb{R}. \quad (21)$$

Пусть функция  $f^*$  интегрируема с квадратом:

$$\int_{S^2} |f^*(N)|^2 ds < +\infty, \quad (22)$$

где  $ds = \sin\theta d\theta d\varphi$  – элементарная поверхность сферы  $S^2$ .

Известно, что в этом случае функция  $f^*$  может быть разложена в ряд Фурье [20, 21, 22]:

$$f^*(N) = g \cdot I + G' : F'(N) + G'' :: F''(N) + \dots, \quad (23)$$

где  $\{I, F'(N), F''(N), \dots\}$  – обобщенный сферические гармоники [22], определяющие ортогональный базис для интегрируемых с квадратом функций на сфере,  $I, F', F''$  – тензора нулевого, второго и четвертого рангов соответственно.

Рассмотрим первое слагаемое в выражении (23) – суть которого осреднение распределения (19) и может быть подсчитано согласно выражению:

$$g = \frac{1}{4\pi} \int_{S^2} f^*(N) ds. \quad (24)$$

Определим на основании (7) для рассматриваемого микрообъёма функцию измерения скалярной величины  $\varphi$  как:

$$\varphi(\vec{n}) = \int_{-R}^R \mu(r) l(r) dr, \quad (25)$$

где  $\mu$  – линейный коэффициент ослабления материала, а длина вектора  $l$  характеризует протяженность материала в направлении  $n$ , а интегрирование проводится вдоль направления  $n$ .

На рисунке 1 приведена разъясняющая иллюстрация. К источнику  $A_i$  в направлении  $n$  проведена линия, которая пересекает вложения. Длины для суммы в (25) указаны на рисунке 1а ( $l_1, \dots, l_5$  соответственно).

На рисунке 2 зеленым цветом показано распределение функции  $\varphi$ , подсчитанной по (25). А красным цветом показан средний линейный коэффициент ослабления в микрообъеме – по сути, аппроксимация распределения  $\varphi$  окружностью (24).

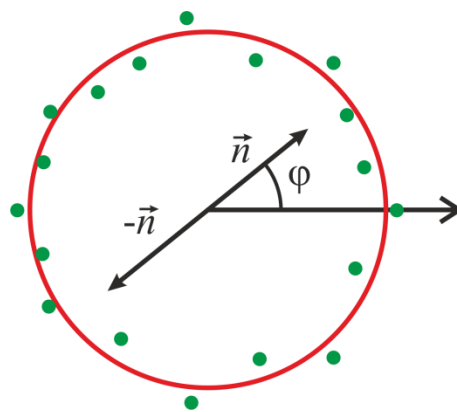


Рисунок 2 - Пример распределения функции ориентированного распределения (зеленые точки) и ее аппроксимация (красная линия)

Таким образом, показано, что измерения РКТ в точке суть средний линейный коэффициент ослабления в микрообъеме. Размер микрообъема определяется разрешающей способностью режима съемки для конкретного измеряющего устройства. Здесь стоит сделать оговорку на наименьший размер микрообъема. На практике при исследовании материалов рентгеновским излучением используют фотоны с энергией порядка 60-120 кэВ, что характеризует диапазон длины волны от 100 нм до  $10^{-3}$  нм. А значит, на структурах с характерным размером в диапазоне от 0.01 нм до 10 нм возникают эффекты интерференции и дифракции, и приведенные выше рассуждения, теряют истинность. Поэтому линейный размер микрообъема снизу должен быть ограничен как минимум размером в 10 нм. На практике разрешающая способность РКТ в лучшем случае достигает 1-5 мкм, и эффекты интерференции и дифракции не возникают. При этом стоит отметить, что характер вложений в микрообъеме в общем случае не известен, это могут как микро вложения (в том числе, микропоры, микротрещины), так и распределение крупных молекулярных структур, из которых состоит рассматриваемый микрообъем.

Чтобы связать средний линейный коэффициент ослабления в микрообъеме с тензором упругих констант, рассмотрим тензор напряжений как функцию тензора деформаций и среднего линейного коэффициента ослабления:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(\langle \mu \rangle, \boldsymbol{\varepsilon}), \quad (26)$$

очевидным является требование следующего свойства:

$$\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{Q}^T = \boldsymbol{\sigma}(\langle \mu \rangle, \boldsymbol{Q}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{Q}^T), \quad (27)$$

где  $\boldsymbol{Q}$  – ортогональный оператор.

Предположим линейную связь с тензором деформаций и воспользуемся полиномиальным разложением [23]:

$$\boldsymbol{\sigma} = b_1(\langle \mu \rangle)\boldsymbol{I} + b_2(\langle \mu \rangle)\boldsymbol{\varepsilon}, \quad (28)$$

где  $b_1, b_2$  – некоторые функции от инварианта тензора деформаций и среднего линейного коэффициента ослабления в микрообъеме.

Из условия (27) для (28) можно показать, что:

$$\boldsymbol{\sigma} = (c_3(\langle \mu \rangle)\text{Tr}\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{I} + 2c_2(\langle \mu \rangle)\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (29)$$

где  $c_1, c_2$  – некоторые функции от среднего линейного коэффициента ослабления в микрообъеме.

Покомпонентное сравнение (29) и обобщённого закона Гука, с учетом базовых симметрий тензора упругих констант приводит к выражению:

$$C_{ijkl} = c_3(\langle \mu \rangle)\delta_{ij}\delta_{kl} + c_2(\langle \mu \rangle)(\delta_{ki}\delta_{lj} + \delta_{li}\delta_{kj}). \quad (30)$$

здесь  $c_2, c_3$  – функции среднего линейного коэффициента ослабления в микрообъеме и суть аналог постоянных Ламе  $\mu$  и  $\lambda$  соответственно.

Легко видеть, что полученный таким образом тензор упругости является изотропным. Это является ожидаемым результатом, так как описание всех неоднородностей микрообъема в нашем случае производится одной скалярной величиной. Покажем выражения для ненулевых компонент:

$$C_{1111} = C_{2222} = C_{3333} = \lambda(\langle \mu \rangle) + 2\mu(\langle \mu \rangle), \quad (31)$$

$$C_{1122} = C_{1133} = C_{3322} = \lambda(\langle \mu \rangle), \quad (32)$$

$$C_{1212} = C_{1313} = C_{3232} = \mu(\langle \mu \rangle). \quad (33)$$

Полученные выражения (31)-(33) иллюстрируют наличие математической связи между упругими свойствами микрообъема и его величиной среднего

линейного коэффициента ослабления. С физической точки зрения, полученные выражения в общем смысле кажутся не верными, так как вместо среднего линейного коэффициента ослабления микрообъема можно вообще-то подставить любую скалярную характеристику. Этим и объясняется наличие функциональной связи между постоянных Ламе и среднего линейного коэффициента ослабления микрообъема в полученных выражениях, именно они подразумевают наличие физической связи характеристик. Но эти же функции в общем случае не известны.

В случае исследования конкретного материала необходимо находить эти функции экспериментально. Множество экспериментальных исследований [24-27] показало, что существует функциональная связь между средним линейным коэффициентом ослабления микрообъема и упругими константами [28-30], в общем виде эта связь для большинства материалов может быть записана как:

$$E = a_E (a_\rho + b_\rho \langle \mu \rangle)^{b_E}, \quad (37)$$

где  $E$  – модуль Юнга, коэффициенты  $a$ ,  $b$  с соответствующими индексами определяются для конкретного материала экспериментально.

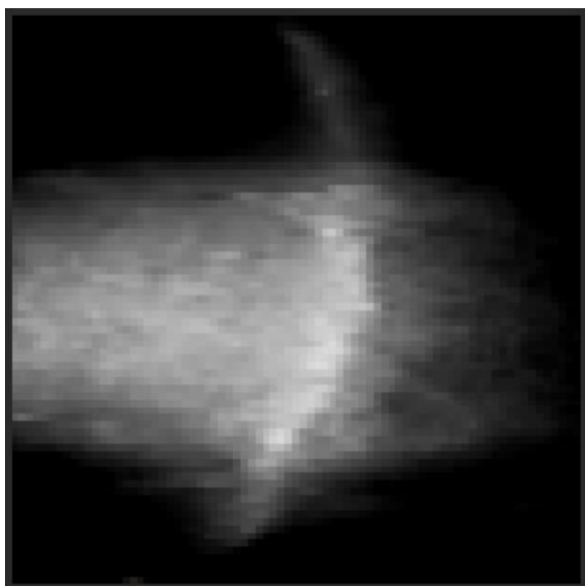
Выражение в скобках в (2.60) часто выделяют отдельно и называют плотностью или оптической плотностью материала в точке [27-29]:

$$\rho = a_\rho + b_\rho \langle \mu \rangle, \quad (38)$$

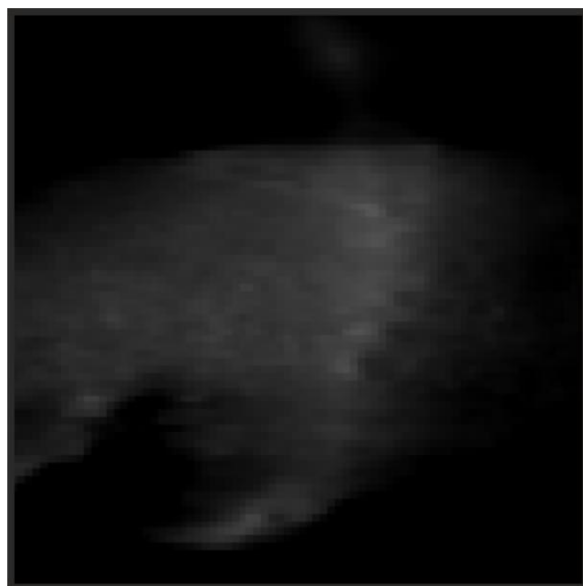
Выражение (38) на самом деле является следствием выражения (8), но с известными коэффициентами  $a_\rho$  и  $b_\rho$ . В случае применения выражений (37), (38) необходима априорная информация об исследуемом материале. Так как для различных материалов можно получить одинаковые выражения среднего линейного коэффициента ослабления микрообъема, но при этом параметры функций в (37), (38) будут разными. Иными словами равенство среднего линейного коэффициента ослабления микрообъема не означает одинаковость материала. Это связано с характером выражения (7) и (25) в котором в мультипликативной форме связаны атомные номера материала и его плотность.

## Результаты

Для иллюстрации описанных эффектов был взят цилиндр длиной 65 мм и диаметром 20 мм, аддитивно изготовленный методом лазерной стереолитографии из акрилатного мономера (заявленный производителем модуль Юнга материала в диапазоне от 1400 МПа до 1600 МПа). Образец помещался в винтовой пресс с малой фиксацией, удерживающей свободное падение образца из захватов (соответствующая осевая нагрузка до 10 Н) и производилась съемка на рентгеновском компьютерном томографе (Green, Корея) с максимальным ускоряющим напряжением 94 кВ и силой тока 13 мА, линейный размер вокселя составил 0,12 мм в каждом направлении. Затем с помощью винтового пресса к образцу была приложена кинематическая нагрузка – сжатие на 0,67 мм и съемка повторялась в том же режиме.



а



б

Рисунок 3 - Рентгенограмма образца с помощью РКТ в свободном состоянии (а), под нагрузкой (б)

На рисунке 3 приведен пример образца, который был отсканирован на РКТ в свободном состоянии (рис. 3а) и под нагрузкой (рис. 3б). На рисунке 3а материал более светлый (что соответствует большим значениям чисел Хаунсфилда), в то время как на рисунке 3б материал темнеет (что соответствует снижению значений чисел Хаунсфилда). Характерное затемнение связано с уменьшением величин линейных коэффициентов ослабления согласно (18). Если

перейти к количественным величинам, то значение чисел Хаунсфилда снизилось с  $1768 \pm 38$  ( $p < 0,05$ ) до  $1673 \pm 94$  ( $p < 0,05$ ). Относительное снижение значений чисел Хаунсфилда составило порядка 5.7%, само характерное снижение соответствует полученному выражению (18). Расхождение экспериментальных величин с расчетным по выражению (18) составило 6%. Это расхождение может быть объяснено наличием артефактного излучения в области исследования. Так, с точки зрения точности измерений механических величин на основании съемки в рентгеновском излучении под нагрузкой актуальной задачей становится проблема подавления артефактного излучения от системы нагружения [16, 31-33]. На рисунке 3а видны характерные яркие области, возникающие по причине наличия металлических элементов винтового пресса. Этим и объясняется, пусть и небольшое, но пересечение доверительных интервалов значений чисел Хаунсфилда в приведенном примере.

### **Выводы**

В работе показано, что линейный коэффициент ослабления рентгеновского излучения зависит от плотности и атомного состава материала. Поскольку плотность изменяется при объемной деформации, показано, что линейный коэффициент ослабления рентгеновского излучения становится чувствительным индикатором объемной деформации и, следовательно, напряжённо-деформированного состояния. Это открытие имеет критическое значение для аэрокосмической отрасли, где контроль остаточных напряжений в деталях двигателей и элементах планера напрямую влияет на безопасность полетов и возможность своевременного выявления усталостных повреждений.

На основании полиномиальной связи тензора напряжений и тензора деформаций совместно с линейным коэффициентом ослабления показано, что при таком подходе коэффициенты Ламе должны быть функциями линейного коэффициента ослабления. Это позволяет перейти от усредненных характеристик к локальной оценке жесткости материала, что необходимо для точного моделирования поведения современных авиационных композитов и металлических сплавов. Конкретная функциональная связь должна быть определена с учетом априорной информации о характере материалов и

установлена экспериментально. Для самолетостроения это означает необходимость создания библиотек калибровочных зависимостей для алюминиевых сплавов, титана и углепластиков, используемых в производстве критических узлов.

Применимость приведенных рассуждений ограничена физическими масштабами, так как эффекты дифракции и интерференции становятся значимыми при структурных элементах с характерным размером более 10 нм. Однако в то же время разрешение промышленных РКТ обычно составляет микрометры, что подтверждает широкую применимость полученных результатов для диагностики реальных конструктивных элементов летательных аппаратов. Внедрение данного метода позволит оптимизировать регламенты технического обслуживания, снизить вес конструкций за счет более точного обоснования запасов прочности и повысить общую надежность эксплуатации авиационной техники.

---

### **Конфликт интересов**

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

### **Conflict of interest**

The author declares no conflict of interest.

### **Список источников**

1. Lorenzatti D., Pina P., Daich J., et al. Diagnostic accuracy of virtual non-contrast CT for aortic valve stenosis severity evaluation // J. Cardiovasc. Comput. Tomogr. – 2024. – Vol. 18. – No. 50. – P. 5.
2. Cai Y., Zioupos P., Marquez-Grant N., Budair B., Junaid S. Producing micro-finite element models from real-time clinical CT scanners: calibration, validation and material mapping strategies // Front. Bioeng. Biotechnol. – 2025. – Vol. 13. – P. 1670428.
3. Толстикова В.Г., Пыхалов А.А. Анализ напряженно-деформированного состояния деталей планера самолета из композиционных материалов на основе

сканирования и решения глобально-локальной задачи // Труды МАИ. – 2021. – № 118. – С. 5.

4. Rashidi A., Olfatbakhsh T., Crawford B., Milani A.S. A Review of Current Challenges and Case Study toward Optimizing Micro-Computed X-Ray Tomography of Carbon Fabric Composites // Materials. – 2020. – Vol. 13. – No. 16. – P. 3606.

5. Ларин А.А., Резниченко В.И. Применение рентгеновской томографии для контроля агрегатов летательных аппаратов из композиционных материалов // Труды МАИ. – 2012. – № 52. – С. 33.

6. Пантелеев А.В., Турбин Н.В., Тучков Н.А., Талья Р.Л., Ахмедов И.А. Методика количественной оценки степени растрескивания слоистого композита по данным компьютерной томографии // Труды МАИ. – 2025. – № 143. – С. 16.

7. Douarche N., Rouby D., Peix G., Jouin J.M. Relations between X-ray tomography, density and mechanical properties in carbon-carbon composites // Carbon. – 2001. – Vol. 39. – Is. 10. – P. 1455-1465.

8. Бойцов Б.В., Васильев С.Л., Громашев А.Г., Юргенсон С.А. Методы неразрушающего контроля, применяемые для конструкций из перспективных композиционных материалов // Труды МАИ. – 2011. – № 49. – С. 70.

9. Novelline R. Squire's Fundamentals of Radiology. – Harvard University Press. 5th edition. – 1997. – 660 p. ISBN 0-674-83339-2.

10. Hermena S., Young M. CT-scan Image Production Procedures. – StatPearls. StatPearls Publishing. – 2025. – 187 p.

11. Industrial radiography. IAEA. – International Atomic Energy Agency. – 2024.

12. Ham B.M., MaHam A. Analytical chemistry: a toolkit for scientists and laboratory technicians (2nd ed.). – Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. – 2024. – 688 p.

13. Mateus G.L., Eduardo I.J. X-ray computed tomography for effective atomic number and density evaluation: A review // Radiation Physics and Chemistry. – 2024. – Vol. 225. – P. 112130.

14. Levine Z.H., Peskin A.P., Holmgren A.D., Garboczi E.J. Preliminary X-ray CT investigation to link Hounsfield unit measurements with the International System of Units (SI) // Plos One. – 2018. – Vol. 13. – No. 12. – P. e0208820.

15. Hurrell M. A., Butler A.P.H., Cook N.J., Butler P.H., Ronaldson J.P., Zainon, R. Spectral Hounsfield units: a new radiological concept // European Radiology. – 2012. – Vol. 22. – No. 5. – P. 1008–1013.
16. Харин Н.В. Об устройстве для автоматизированного сжатия образцов совместно со съемкой рентгеновского компьютерного томографа // Труды МАИ. – 2025. – № 143. – С. 4.
17. Cowin S.C. Anisotropic poroelasticity: fabric tensor formulation // Mechanics of Materials. – 2004. – Vol. 36. – Is. 8. – P. 665-677.
18. Harrigan T.P., Mann R.W. Characterization of microstructural anisotropy in orthotropic materials using a second rank tensor // J. Mater. Sci. – 1984. – Vol. 19. – P. 761–767.
19. Салтыков С.А. Стереологическая металлография. – М.: Металлургия. – 1958. – 122 с.
20. Vilenkin N.J. Fonctions Spéciales et Théorie de la Représentation des Groupes. – Dunod, Paris. – 1969. – 42 p.
21. Bunge G. Texture Analysis in Material Science – Mathematical Methods. – Butterworth, London. – 1970. – 593 p.
22. Jones M.N. Spherical Harmonics and Tensors for Classical Field Theory. – Wiley, New York. – 1985. – 244 p.
23. Truesdell C., Noll W. The non-linear field theories of mechanics. – Handbuch der Physik, vol. III/3, Springer, Berlin. – 1965. – 602 p.
24. Акулич А.Ю., Акулич Ю.В., Денисов А.С. Экспериментальное определение разрушающих касательных напряжений трабекулярной костной ткани головки бедра человека // Российский журнал биомеханики. – 2010. – Т. 14. – № 4. – С. 7–16.
25. Акулич Ю.В., Акулич А.Ю., Денисов А.С., Шайманов П.С., Шулятьев А.Ф. Уточнение индивидуальной зависимости модуля упругости трабекулярной костной ткани от объемного содержания матрикса // Российский журнал биомеханики. – 2014. – Т. 18. – № 2. – С. 158–167.

26. Cuppone M., Seedhom B.B., Berry E., Ostell A.E. The longitudinal Young's modulus of cortical bone in the midshaft of human femur and its correlation with CT scanning data // *Calcified Tissue International*. – 2004. – Vol. 74. – No. 3. – P. 302–309.
27. Gupta S., Dan P. Bone geometry and mechanical properties of the human scapula using computed tomography data // *Trends Biomater. Artif. Organs*. – 2004. – Vol. 17. – No. 2. – P. 61–70.
28. Kaneko T.S., Pejcic M.R., Tehranzadeh J., Keyak J.H. Relationships between material properties and CT scan data of cortical bone with and without metastatic lesions // *Med. Eng. Phys.* – 2003. – Vol. 25. – No. 6. – P. 445–54.
29. Rho J.Y., Hobatho M.C., Ashman R.B. Relations of mechanical properties to density and CT numbers in human bone // *Med. Eng. Phys.* – 1995. – Vol. 17. – No. 5. – P. 347–55.
30. Schmid S., Timothy J.J., Woydich E. et al. Comparison of methods for estimating Young's moduli of mortar specimens // *Sci. Rep.* – 2024. – Vol. 14. – P. 14198.
31. Kharin N., Akifyev K., Spiridonova K., Statsenko E., Semenova E., Bolshakov P., Sachenkov O. Inter-track porosity and macroporosity insights into mechanical properties of FDM printed samples using in-situ 4D XCT // *International Journal of Mechanics and Materials in Design*. – 2025. – Vol. 21. – P. 1239-57.
32. Харин Н.В., Акифьев К.Н., Стаценко Е.О. и др. Исследование пористости образца с флюид насыщенными закрытыми пора́ми под действием внешней нагрузки // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*. – 2024. – № 3. – С. 70–92.
33. Akifyev K.N., Statsenko E.O., Smirnova V.V., Kharin N.V., Bolshakov P.V., Sachenkov O.A. Method for studying the porosity of fluid phase samples by X-ray computed tomography under uniaxial compression // *PNRPU Mechanics Bulletin*. – 2023. – Vol. 2. – P. 11-22.

## References

1. Lorenzatti D., Pina P., Daich J., et al. Diagnostic accuracy of virtual non-contrast CT for aortic valve stenosis severity evaluation // *J. Cardiovasc. Comput. Tomogr.* – 2024. – Vol. 18. – No. 50. – P. 5.

2. Cai Y., Zioupos P., Marquez-Grant N., Budair B., Junaid S. Producing micro-finite element models from real-time clinical CT scanners: calibration, validation and material mapping strategies // *Front. Bioeng. Biotechnol.* – 2025. – Vol. 13. – P. 1670428.
3. Tolstikov V.G., Pykhalov A.A. Analysis of the stress-strain state of airframe parts made of composite materials based on scanning and solving a global-local problem // *Trudy MAI.* – 2021. – № 118. – P. 5.
4. Rashidi A., Olfatbakhsh T., Crawford B., Milani A.S. A Review of Current Challenges and Case Study toward Optimizing Micro-Computed X-Ray Tomography of Carbon Fabric Composites // *Materials.* – 2020. – Vol. 13. – No. 16. – P. 3606.
5. Larin A.A., Reznichenko V.I. Application of X-ray tomography for monitoring aircraft assemblies made of composite materials // *Trudy MAI.* – 2012. – № 52. – P. 33.
6. Panteleev A.V., Turbin N.V., Tuchkov N.A., Talia R.L., Akhmedov I.A. Method of quantitative assessment of the degree of cracking of a layered composite according to computed tomography // *Trudy MAI.* – 2025. – № 143. – P. 16.
7. Douarche N., Rouby D., Peix G., Jouin J.M. Relations between X-ray tomography, density and mechanical properties in carbon-carbon composites // *Carbon.* – 2001. – Vol. 39. – Is. 10. – P. 1455-1465.
8. Boytsov B.V., Vasiliev S.L., Gromashev A.G., Yurgenson S.A. Non-destructive testing methods used for structures made of promising composite materials // *Trudy MAI.* – 2011. – № 49. – P. 70.
9. Novelline R. *Squire's Fundamentals of Radiology.* – Harvard University Press. 5th edition. – 1997. – 660 p. ISBN 0-674-83339-2.
10. Hermena S., Young M. *CT-scan Image Production Procedures.* – StatPearls. StatPearls Publishing. – 2025. – 187 p.
11. *Industrial radiography.* IAEA. – International Atomic Energy Agency. – 2024.
12. Ham B.M., MaHam A. *Analytical chemistry: a toolkit for scientists and laboratory technicians (2nd ed.).* – Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. – 2024. – 688 p.

13. Mateus G.L., Eduardo I.J. X-ray computed tomography for effective atomic number and density evaluation: A review // Radiation Physics and Chemistry. – 2024. – Vol. 225. – P. 112130.
14. Levine Z.H., Peskin A.P., Holmgren A.D., Garboczi E.J. Preliminary X-ray CT investigation to link Hounsfield unit measurements with the International System of Units (SI) // Plos One. – 2018. – Vol. 13. – No. 12. – P. e0208820.
15. Hurrell M. A., Butler A.P.H., Cook N.J., Butler P.H., Ronaldson J.P., Zainon, R. Spectral Hounsfield units: a new radiological concept // European Radiology. – 2012. – Vol. 22. – No. 5. – P. 1008–1013.
16. Kharin N.V. About the device for automated compression of samples in conjunction with X-ray computed tomograph // Trudy MAI. – 2025. – № 143. – P. 4.
17. Cowin S.C. Anisotropic poroelasticity: fabric tensor formulation // Mechanics of Materials. – 2004. – Vol. 36. – Is. 8. – P. 665-677.
18. Harrigan T.P., Mann R.W. Characterization of microstructural anisotropy in orthotropic materials using a second rank tensor // J. Mater. Sci. – 1984. – Vol. 19. – P. 761–767.
19. Saltykov S.A. Stereological metallography. – Moscow: Metallurgiya. – 1958. – 122 c.
20. Vilenkin N.J. Fonctions Spéciales et Théorie de la Représentation des Groupes. – Dunod, Paris. – 1969. – 42 p.
21. Bunge G. Texture Analysis in Material Science – Mathematical Methods. – Butterworth, London. – 1970. – 593 p.
22. Jones M.N. Spherical Harmonics and Tensors for Classical Field Theory. – Wiley, New York. – 1985. – 244 p.
23. Truesdell C., Noll W. The non-linear field theories of mechanics. – Handbuch der Physik, vol. III/3, Springer, Berlin. – 1965. – 602 p.
24. Akulich A.Yu., Akulich Yu.V., Denisov A.S. The experimental fracture shear stress determination of the human femoral head spongy bone tissue // Russian Journal of Biomechanics. – 2010. – Vol. 14. – Is. 4. – P. 7–16.
25. Akulich Yu.V., Akulich A.Yu., Denisov A.S., Shaymanov P.S., Shulyatev A.F. Correction of trabecular bone tissue individual relation between young's modulus and

volume bone fraction // Russian Journal of Biomechanics. – 2014. – Vol. 18. – Is. 2. – P. 135–143.

26. Cuppone M., Seedhom B.B., Berry E., Ostell A.E. The longitudinal Young's modulus of cortical bone in the midshaft of human femur and its correlation with CT scanning data // Calcified Tissue International. – 2004. – Vol. 74. – No. 3. – P. 302–309.

27. Gupta S., Dan P. Bone geometry and mechanical properties of the human scapula using computed tomography data // Trends Biomater. Artif. Organs. – 2004. – Vol. 17. – No. 2. – P. 61–70.

28. Kaneko T.S., Pejčić M.R., Tehranzadeh J., Keyak J.H. Relationships between material properties and CT scan data of cortical bone with and without metastatic lesions // Med. Eng. Phys. – 2003. – Vol. 25. – No. 6. – P. 445–54.

29. Rho J.Y., Hobatho M.C., Ashman R.B. Relations of mechanical properties to density and CT numbers in human bone // Med. Eng. Phys. – 1995. – Vol. 17. – No. 5. – P. 347–55.

30. Schmid S., Timothy J.J., Woydich E. et al. Comparison of methods for estimating Young's moduli of mortar specimens // Sci. Rep. – 2024. – Vol. 14. – P. 14198.

31. Kharin N., Akifyev K., Spiridonova K., Statsenko E., Semenova E., Bolshakov P., Sachenkov O. Inter-track porosity and macroporosity insights into mechanical properties of FDM printed samples using in-situ 4D XCT // International Journal of Mechanics and Materials in Design. – 2025. – Vol. 21. – P. 1239-57.

32. Kharin N.V., Akifyev K.N., Statsenko E.O et al. Research of porosity in a sample with the fluid-saturated closed pores exposed to external load // Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences. – 2024. – № 3. – P. 70–92.

33. Akifyev K.N., Statsenko E.O., Smirnova V.V., Kharin N.V., Bolshakov P.V., Sachenkov O.A. Method for studying the porosity of fluid phase samples by X-ray computed tomography under uniaxial compression // PNRPU Mechanics Bulletin. – 2023. – Vol. 2. – P. 11-22.

## Информация об авторах

**Саченков Оскар Александрович**, доц., к.ф.-м.н., заведующий кафедрой компьютерной математики и информатики института математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета, г. Казань, Россия; Scopus ID: 56449284900; WOS ID: L-4813-2015; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8554-2938>; e-mail: [4works@bk.ru](mailto:4works@bk.ru)

## Information about the authors

**Oskar A. Sachenkov**, Candidate of Science (Physics and Maths), Head of the Department of Computer Mathematics and Informatics, N.I. Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics. Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russian Federation Scopus ID: 56449284900; WOS ID: L-4813-2015; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8554-2938>; e-mail: [4works@bk.ru](mailto:4works@bk.ru)

---

Получено 06 февраля 2026 ● Принято к публикации 17 марта 2026 ● Опубликовано 30 апреля 2026  
Received 06 February 2026 ● Accepted 17 March 2026 ● Published 30 April 2026

---