

Сопровождение маневрирующей цели с помощью интерактивного многомодельного алгоритма

П.А. Бакулев, М.И. Сычев, Нгуен Чонг Лыу

Рассмотрен интерактивный многомодельный алгоритм на двух α - β фильтрах при сопровождении траектории маневрирующей цели. Приведены результаты статистического моделирования.

Введение

Сопровождение траектории маневрирующей цели является актуальной проблемой. Характер алгоритмов в известных работах [1-4] связан с использованием специальных обнаружителей маневра и устройств коррекции параметров фильтров, либо их структуры. В последнее время для сопровождения маневрирующей цели предложен интерактивный многомодельный (ИММ) алгоритм на нескольких фильтрах Калмана, соответствующих моделям состояния цели. В процессе работы учитывается апостериорная вероятность каждой модели состояния цели, а выходная оценка вектора состояния цели представляет собой комбинацию всех составляющих оценивания [5]. Преимуществом этого алгоритма является уменьшение влияния запаздывания начала маневра на качество сопровождения, поэтому среднеквадратические ошибки оценивания, как положения, так и скорости цели на участке маневра уменьшены по сравнению с адаптивным алгоритмом.

В системах УВД для сопровождения не маневрирующих целей часто используют α - β фильтры, а для сопровождения маневрирующих целей добавляют алгоритм обнаружения маневра, и после обнаружения маневра изменяют коэффициенты усиления α , β по выбранному заранее закону. Такой метод всегда имеет некоторое запаздывание обнаружения начала маневра. Для устранения этого недостатка в работе предлагается сочетание α - β фильтра с ИММ алгоритмом, в этом случае в устройстве использованы два α - β фильтра: первый с небольшим коэффициентом усиления α_1 соответствует модели состояния цели при отсутствии маневра, а второй с большим коэффициентом усиления α_2 - при наличии маневра.

Интерактивный многомодельный (ИММ) алгоритм

Предполагается, что динамическая система описана следующими уравнениями

$$x(k) = F(\theta_k)x(k-1) + B(\theta_k)w(k) \quad (1)$$

$$z(k) = H(\theta_k)x(k) + v(k) \quad (2)$$

где $\theta_k \in (\theta^1, \dots, \theta^N)$ состояние системы в момент времени k . Вероятность перехода из одного состояния θ_k^i в момент времени k в другое θ_{k+1}^j в момент времени $(k+1)$ определена матрицей переходных вероятностей P , а $w(k) \sim N[0, Q(k)]$, $v(k) \sim N[0, R(k)]$ - белый шум с нулевым средним.

Алгоритм фильтрации основан на использовании N параллельных фильтров Калмана, каждый из которых соответствует одному состоянию системы.

Обозначим

$Z^k = \{z(i)\}, i = 1, \dots, k$ - совокупность наблюдений до момента времени k

$\{\theta_k = \theta^i\} \Leftrightarrow \{\theta_k^i\}, i = 1, \dots, N$ - событие того, что система находится в состоянии θ^i в момент времени k .

$p_{ij} = P\{\theta_k^j | \theta_{k-1}^i, Z^{k-1}\}$ - условная вероятность перехода из состояния θ^i в момент времени $(k-1)$ в состояние θ^j в момент k .

$\mu_j(k) = P\{\theta_k^j | Z^k\}$ - апостериорная вероятность системы, находящейся в состоянии θ^j в момент времени k .

Согласно с формулой полной вероятности получаем апостериорную плотность вектора состояния системы в виде

$$p[x(k) | Z^k] = \sum_{j=1}^N p[x(k) | \theta_k^j, Z^k] P\{\theta_k^j | Z^k\} = \sum_{j=1}^N p[x(k) | \theta_k^j, z(k), Z^{k-1}] \mu_j(k)$$

(3)

Оценка вектора состояния системы представляет собой апостериорное математическое ожидание.

В соответствии с [5] она имеет вид

$$E\{x(k) | Z^k\} = \sum_{j=1}^N E\{x(k) | \theta_k^j, Z^k\} P\{\theta_k^j | Z^k\}$$

или

$$\hat{x}(k/k) = \sum_{j=1}^N \hat{x}^j(k/k) \mu_j(k) \tag{4}$$

Из (3) в соответствии с Байесовским правилом получаем

$$p[x(k) | \theta_k^j, z(k), Z^{k-1}] = \frac{p[z(k) | \theta_k^j, x(k)] \cdot p[x(k) | \theta_k^j, Z^{k-1}]}{p[z(k) | \theta_k^j, Z^{k-1}]}$$

(5)

Видим, что в некоторый момент времени k состояние θ_k^j может быть результатом перехода из $N^{(k-1)}$ предыдущих состояний.

Из (5) согласно с формулой полной вероятности получаем

$$p[x(k) | \theta_k^j, Z^{k-1}] = \sum_{i=1}^N p[x(k) | \theta_k^j, \theta_{k-1}^i, Z^{k-1}] P\{\theta_{k-1}^i | \theta_k^j, Z^{k-1}\}$$

(6)

Из теории *оптимально линейной фильтрации* [7] следует, что рекуррентный фильтр Калмана основан на предположении о *гауссовском характере* начального условия, поэтому $p[x(k)|\theta_k^j, Z^{k-1}]$ является гауссовским распределением.

Из (6) получаем

$$p[x(k)|\theta_k^j, Z^{k-1}] \approx \mathcal{N}\left[x(k); E[x(k)|\theta_k^j, \sum_{i=1}^N \hat{x}^i(k-1|k-1)\mu_{i/j}(k-1|k-1)], \text{cov}[\cdot]\right] \quad (7)$$

где $\mu_{i/j}(k-1|k-1) = P\{\theta_{k-1}^i|\theta_k^j, Z^{k-1}\}$

Из (7) видно, что в момент времени k начальным условием каждого фильтра было смешение N оценок состояния цели и ковариаций по вероятности в момент времени $(k-1)$, это и обуславливает интерактивный характер алгоритма.

Для решения (4) каждый цикл ИММ алгоритма выполнен следующим образом

1. На основе N оценок вектора состояния цели $\hat{x}^i(k-1|k-1)$ и N ковариаций $P^i(k-1|k-1)$ в момент времени $(k-1)$ вычисляются начальные условия каждого фильтра в момент времени k следующим образом

$$\hat{x}^{0j}(k-1|k-1) = \sum_{i=1}^N \hat{x}^i(k-1|k-1)\mu_{i/j}(k-1|k-1) \quad (8)$$

$$P^{0j}(k-1|k-1) = \sum_{i=1}^N \mu_{i/j}(k-1|k-1) \{ P^i(k-1|k-1) + [\hat{x}^i(k-1|k-1) - \hat{x}^{0j}(k-1|k-1)] \times [\hat{x}^i(k-1|k-1) - \hat{x}^{0j}(k-1|k-1)]^T \} \quad (9)$$

согласно Байесовскому правилу получаем

$$\mu_{i/j}(k-1|k-1) = \frac{P\{\theta_k^j|\theta_{k-1}^i, Z^{k-1}\}P\{\theta_{k-1}^j|Z^{k-1}\}}{\sum_{i=1}^N P\{\theta_k^j|\theta_{k-1}^i, Z^{k-1}\}P\{\theta_{k-1}^j|Z^{k-1}\}} = \frac{p_{ij}\mu_i(k-1)}{\sum_{i=1}^N p_{ij}\mu_i(k-1)} \quad (10)$$

2. Учитывая условную плотность вероятности наблюдения, соответствующую состоянию θ_k^j получаем

$$\begin{aligned}\Lambda_j(k) &= p[z(k)|\theta_k^j, Z^{k-1}] = p[z(k)|\theta_k^j, \hat{x}^{0j}(k-1/k-1), P^{0j}(k-1/k-1)] \\ &= |2\pi s_{0j}(k)|^{-1/2} \exp[-0.5 \nu_{0j}^T(k) s_{0j}^{-1}(k) \nu_{0j}(k)]\end{aligned}\quad (11)$$

где $\nu_{0j}(k) = z(k) - H(\theta_k^j)F(\theta_k^j)\hat{x}^{0j}(k-1/k-1)$ - обновляющий процесс

$s_{0j}(k) = H(\theta_k^j)P^{0j}(k/k-1)H(\theta_k^j)^T + R(k)$ - ковариация обновляющего процесса

$P^{0j}(k/k-1) = F(\theta_{k-1}^i)P^{0j}(k-1/k-1)F(\theta_{k-1}^i)^T + Q(k-1)$ - ковариация экстраполяции

3. Учитывая апостериорную вероятность состояния θ_k^j , получаем

$$\mu_j(k) = P\{\theta_k^j|Z^k\} = P\{\theta_k^j|z(k), Z^{k-1}\} = \frac{p[z(k)|\theta_k^j, Z^{k-1}]P\{\theta_k^j|Z^{k-1}\}}{\sum_{j=1}^N p[z(k)|\theta_k^j, Z^{k-1}]P\{\theta_k^j|Z^{k-1}\}} \quad (12)$$

где $P\{\theta_k^j|Z^{k-1}\} = \sum_{i=1}^N P\{\theta_k^j|\theta_{k-1}^i, Z^{k-1}\}P\{\theta_{k-1}^i|Z^{k-1}\} = \sum_{i=1}^N p_{ij}\mu_i(k-1)$

(13)

из (11)-(13) отсюда

$$\mu_j(k) = \frac{\Lambda_j(k) \sum_{i=1}^N p_{ij}\mu_i(k-1)}{\sum_{j=1}^N \Lambda_j(k) \sum_{i=1}^N p_{ij}\mu_i(k-1)} \quad (14)$$

4. Выходное оценивание вектора состояния цели и его ковариация получены на основе линейной комбинации по вероятности всех составляющих

$$\hat{x}(k/k) = \sum_{j=1}^N \hat{x}^j(k/k)\mu_j(k) \quad (15)$$

$$P(k/k) = \sum_{j=1}^N \mu_j(k) \{P^j(k/k) + [\hat{x}^j(k/k) - \hat{x}(k/k)][\hat{x}^j(k/k) - \hat{x}(k/k)]^T\} \quad (16)$$

Этот алгоритм выполняется при заданных начальных условиях $\hat{x}^i(0), \mu_i(0), P^i(0)$.

Схема устройства реализующего ИММ алгоритм на двух α - β фильтрах

Известно, что в системах сопровождения одним из основных источников расходимости является маневр цели, особенно в том случае, когда фильтр сопровождения достиг установившегося режима и усиление мало (фильтр узкополосен). Таким образом, для хорошего сопровождения маневрирующей цели любая система сопровождения должна обеспечивать два противоречивых требования: она должна представлять собой фильтр с узкой полосой при отсутствии маневра цели и фильтр с широкой полосой при наличии маневра цели. Исходя этого, предлагается сочетание α - β фильтра с ИММ алгоритмом, в этом случае в устройстве одновременно использованы два α - β фильтра: первый с небольшим коэффициентом усиления α_1

(фильтр с узкой полосой), а второй с большим коэффициентом усиления α_2 (фильтр с широкой полосой). Схема устройства реализующего ИММ алгоритм приведена на рис.1.

Моделирование

Модель состояния цели и наблюдения принимают виды

$$x(k) = Fx(k-1) + Bw(k)$$

$$z(k) = Hx(k) + v(k)$$

где $F = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $H = [1 \quad 0]$, $B = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix}$, $w(k) \sim N[0, Q(k)]$, $v(k) \sim N[0, R(k)]$ - белые шумы с нулевым средним.

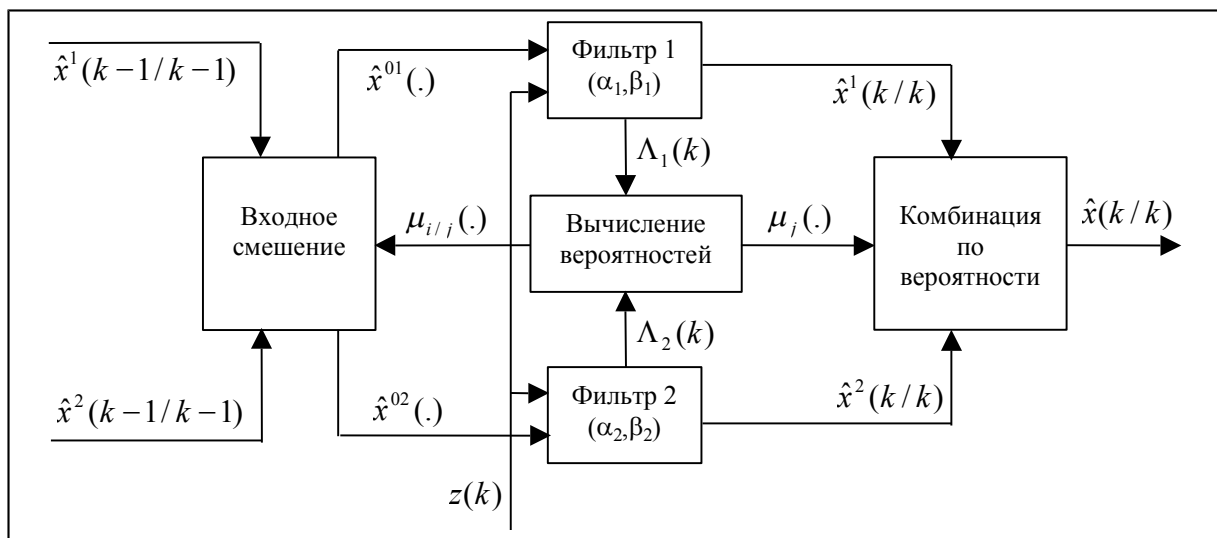
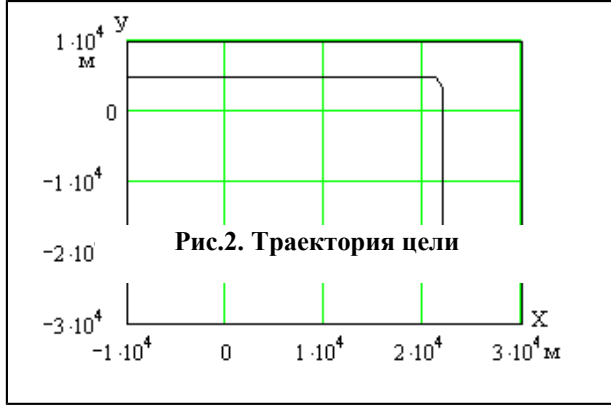


Рис.1. Схема устройства реализующего ИММ алгоритм на двух α - β фильтрах

Сопровождается траектория цели, движущейся параллельно оси oU в прямоугольной системе координат. Траектория цели промоделирована в соответствии с [3]. В момент $50T$ цель начинает поворот на 90° с ускорением $U(k) = [-2.775 \quad -2.775]^T m/c^2$, окончание поворота происходит в момент $55T$ (см. рис.2). Вектор начального состояния цели имеет вид $x(0) = [-10000m \quad 100 \quad 5000m \quad 0m/c]^T$. Точность РЛС характеризуется погрешностями $\sigma_R = 100m$, $\sigma_\beta = 0.25^\circ$ и $T_{\text{обзор}} = 6с$. Используем ИММ алгоритм, состоящий из комбинации алгоритмов двух α - β фильтров с коэффициентами усиления α_1 и α_2 ($\alpha_1 < \alpha_2$) соответственно, а коэффициент

усиления β_j рассчитан по формуле [7] $\beta_j = \frac{\alpha_j^2}{2 - \alpha_j}$. Предполагается, что матрица переходной вероятности принимает вид



$$P = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}, Q(k)=0 \text{ и априорные вероятности}$$

каждой модели $\mu_1(0) = \mu_2(0) = 0.5$, а вектор начального состояния цели можно записать, как

$$\hat{x}^1(0) = \hat{x}^2(0) = x(0) + [N[0, \sigma_x^2(0)] \ N[0, 2\sigma_x^2(0)/T^2] \ N[0, \sigma_y^2(0)] \ N[0, 2\sigma_y^2(0)/T^2]]^T,$$

где $\sigma_x^2(k), \sigma_y^2(k)$ - дисперсии ошибок измерений по осям оХ и оУ соответственно

$$\sigma_x^2(k) = \cos^2 \beta(k) \sigma_R^2 + r(k)^2 \sin^2 \beta(k) \sigma_\beta^2$$

$$\sigma_y^2(k) = \sin^2 \beta(k) \sigma_R^2 + r(k)^2 \cos^2 \beta(k) \sigma_\beta^2$$

$r(k), \beta(k)$ истинные значения дальности и азимута цели в полярной системе координат в момент времени k.

Согласно с (8) и рис.1 получаем входное смешение из двух выходных оценивании вектора состояния цели в момент времени (k-1) каждого фильтра

$$\hat{x}^{01}(k-1/k-1) = \frac{\hat{x}^1(k-1/k-1)p_{11}\mu_1(k-1) + \hat{x}^2(k-1/k-1)p_{21}\mu_2(k-1)}{p_{11}\mu_1(k-1) + p_{21}\mu_2(k-1)}$$

(17)

$$\hat{x}^{02}(k-1/k-1) = \frac{\hat{x}^1(k-1/k-1)p_{12}\mu_1(k-1) + \hat{x}^2(k-1/k-1)p_{22}\mu_2(k-1)}{p_{12}\mu_1(k-1) + p_{22}\mu_2(k-1)} \quad (18)$$

Каждое начальное значение (17) и (18) переходит через α_1 - β_1 и α_2 - β_2 фильтры, на выходе которых получаем оценки вектора состояния цели соответственно в момент времени k [7]

$$\hat{x}^1(k/k) = Fx^{01}(k-1/k-1) + \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1/T \end{bmatrix} [z(k) - HFx^{01}(k-1/k-1)] \quad (19)$$

$$\hat{x}^2(k/k) = Fx^{02}(k-1/k-1) + \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2/T \end{bmatrix} [z(k) - HFx^{02}(k-1/k-1)] \quad (20)$$

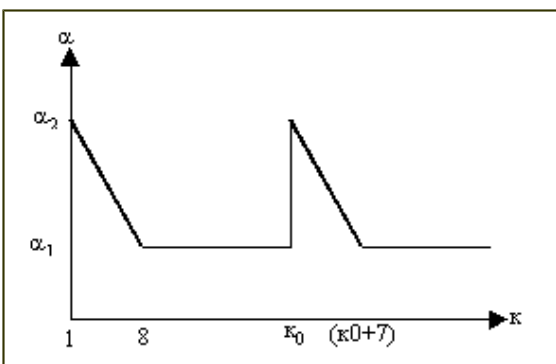
из (14), (15), (19), (20) получаем выходное оценивание вектора состояния цели.

Моделирование выполнено на компьютере с числом повторения опытов $M=500$ в широком диапазоне $\alpha_1 = 0.2 \dots 0.45$ и $\alpha_2 = 0.6 \dots 0.95$. Вычислены среднеквадратические ошибки (СКО)

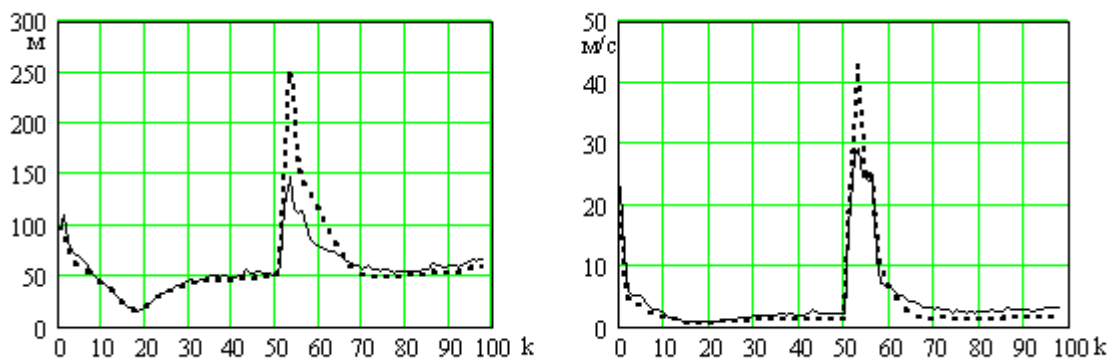
оценивания положения и скорости по формуле: $\overline{\varepsilon(k)} = \left\{ (1/M) \sum_{i=1}^M [x^i(k) - \hat{x}^i(k)]^2 \right\}^{1/2}$ и они приняты

за критерий для сравнения качества фильтрации, как шума, так и ускорения.

Оценив преимущества ИММ алгоритма, результат моделирования которого сравнен с



адаптивным α - β алгоритмом, который предполагается действовать следующим образом: в момент начала работы ($k=1$) коэффициент усиления α_2 , потом α уменьшается по линейному закону до момента $k=8$. С момента $k=8$ коэффициент усиления α принимает постоянное значение α_1 . Если в какой-то момент k_0 маневр обнаруживается, то коэффициент усиления α опять принимается α_2 и уменьшается по линейному закону до момента $k_1=(k_0+7)$ (см. рис.3).



На рис.4 приведены СКО оценивания положения (а) и скорости (б) по оси оХ адаптивным α - β алгоритмом (пунктирная линия) и ИММ алгоритмом на двух α - β фильтрах с $\alpha_1=0.3$ и $\alpha_2=0.7$ (сплошная линия) для траектории, изображенной на рис.2. На рис.5 приведены апостериорные вероятности $\mu_1(k)$ и $\mu_2(k)$ системы, находящейся в состоянии θ_k^1, θ_k^2 соответственно

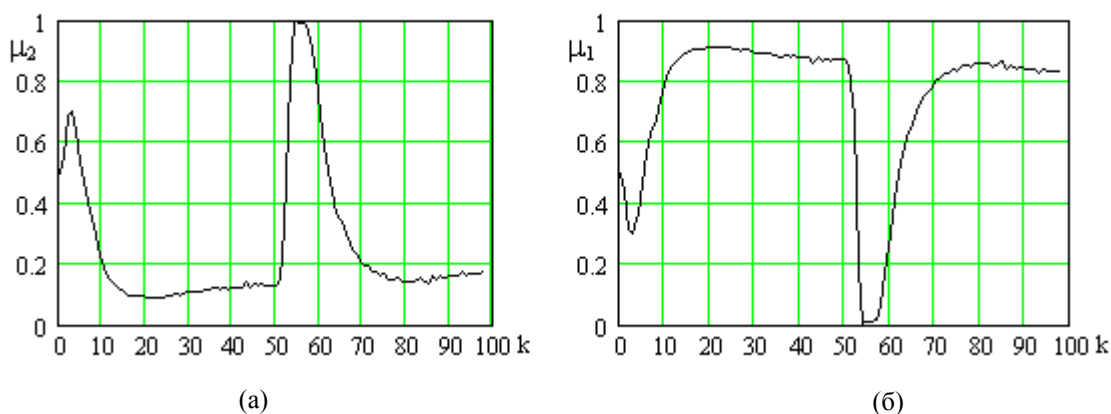


Рис.5. Апостериорные вероятности μ_1, μ_2

Заключение

- Применение ИММ алгоритма на двух α - β фильтрах позволяет существенно уменьшить СКО оценивания положения и скорости цели на участке маневра по сравнению с адаптивным α - β алгоритмом (см. рис. 4).

- Минимальная СКО при моделировании получена при $\alpha_1 = 0.3 \dots 0.45$ и $\alpha_2 = 0.7 \dots 0.95$.

Список литературы

1. В. И. Меркулов, Н. Р. Халимов. Обнаружение маневров цели с коррекцией алгоритмов функционирования систем автосопровождения. // Радиотехника. –1997, № 11. -с.15-20.
2. В. И. Меркулов, В. Д. Добыкин, Н. Р. Халимов. Синтез оптимального фильтра с обнаружителем маневра для радиоэлектронной системы автоматического сопровождения воздушных объектов по направлению. // Радиотехника и Электроника. –1996, № 9.- с.1081-1087.
3. Y.T. Chan, A.G.C. Hu, J.B.Plant. A Kalman Filter Based Tracking Scheme with Input Estimation. // IEEE Trans. on AES. - July 1979, № 2. -p.237-244.
4. Y. Bar-shalom, K. Birmiwal. Variable Dimension Filter for Maneuvering Target Tracking. // IEEE Trans. on AES-18. - September 1982, № 5. -p.621-629.
5. Y. Bar-shalom, H. A. Blom. The Interacting Multiple Model Algorithm for Systems with Markovian Switching Coefficients. // IEEE Trans. on AC-33. -August 1988, № 8. -p.780-783.
6. E. Mazor, A. Averbuch, Y. Bar-shalom, J. Dayan. The Interacting Multiple Model Methods in Target Tracking: A Survey. // IEEE Trans. on AES-34. -1998, № 1. -p.103-123..
7. Фарина А., Студер Ф. Цифровая обработка радиолокационной информации. Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993. -319 с.

Сведения об авторах

Бакулев Петр Александрович, профессор кафедры радиолокация и радионавигация Московского авиационного института (государственного технического университета), д.т.н.

Сычев Михаил Иванович, доцент кафедры радиолокация и радионавигация Московского авиационного института (государственного технического университета), к.т.н.

Нгуен Чонг Лыу, аспирант кафедры радиолокация и радионавигация Московского авиационного института (государственного технического университета).