УДК 531:532:533:62

Особенности анализа нагружения ракетно-космических конструкций по результатам обработки телеметрической информации

Титов В.А.

Центральный научно-исследовательский институт машиностроения, ЦНИИмаш, ул. Пионерская, 4, Королев, Московская область, 141070, Россия

e-mail: titovva4@yandex.ru

Аннотация

Обсуждаются алгоритмы анализа нагрузок и напряженно-деформированного состояния конструкций ракетно-космической техники в условиях, когда прямые измерения силовых воздействий отсутствуют, но имеются данные измерений параметров, зарегистрировавшие отклики конструкции и тем самым характеризующие условия внешнего нагружения. Общая идея этих алгоритмов состоит в определении внешних воздействий путем математической обработки телеметрических данных с использованием уравнений движения и последующем интегрировании этих уравнений при известной правой части для определения внутренних силовых факторов и напряженно-деформированного состояния в интересующих элементах конструкции. Созданное на базе предложенных алгоритмов программное обеспечение использовалось для анализа нагрузок на конструкции ракет-носителей, Международной космической станции и жидкостного ракетного двигателя при проведении огневых испытаний.

Ключевые слова: нагрузки, напряженно-деформированное состояние, внешнее нагружение, телеметрическая информация, расчетные динамические модели.

При анализе условий нагружения и напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкций ракетно-космической техники возникают ситуации, когда информация о внешних воздействиях отсутствует, но имеются замеры экспериментальных или телеметрических параметров, зарегистрировавшие отклики анализируемой конструкции и тем самым характеризующие условия внешнего нагружения. Общая схема анализа нагрузок в таких случаях состоит в определении внешних воздействий путем математической обработки телеметрических данных с использованием уравнений движения [1]

$$M\,\frac{\partial^2 \vec{W}}{\partial t^2} + MH\,\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + L\vec{W} = \vec{F}\left(\vec{X},\ t\right) \qquad (1)$$

для граничных условий свободных краев или закрепления и начальных условий

$$\vec{W}_{\varepsilon}(\vec{X}, t_0) = \vec{W}_{\varepsilon}^{(0)}(\vec{X}),\ \frac{\partial}{\partial t}\vec{W}_{\varepsilon}\,(\vec{X}, t_0) = \dot{\vec{W}}_{\varepsilon}^{(0)}(\vec{X})\,, \qquad (2)$$

характеризующих поля упругих перемещений и скоростей в начальный момент времени, и последующем интегрировании этих уравнений при известной правой части для определения внутренних силовых факторов и напряженно-деформированного состояния в интересующих элементах анализируемой конструкции. Здесь $M,\ L,\ H$ - матрица масс, матрица жесткости и оператор вязкого демпфирования, поле внешних сил в условиях конечно-элементного моделирования представляется в форме

$$\vec{F}(\vec{X},\,t)=\sum\nolimits_k q_k(t)\vec{F}_k\delta\left(\vec{X}-\vec{X}_k\right).$$

Задачи указанного типа возникают для решения вопросов послеполетного анализа нагрузок на ракеты-носители, восстановления силовых воздействий на конструкцию долговременной орбитальной станции, отработки высотного двигателя в условиях наземных огневых испытаний, адаптации РН к изменившимся условиям железнодорожного транспортирования. Эти задачи различны по параметрам динамических свойств анализируемых конструкций и характеристикам внешнего нагружения. Несмотря на это удалось выработать общую схему их решения, реализованную в виде универсальных программных блоков.

Схема анализа условий нагружения и НДС по косвенной информации о внешних воздействиях

Обсуждаемые задачи можно поделить на три группы, в каждой из которых воздействие может быть:

- детерминированного квазистатического характера, причем измеряемые кинематические параметры содержат отделяемые составляющие сигналов, характеризующие перемещения конструкции как твердого тела;

- детерминированного характера, и его характерные временные характеристики соотносятся с частотами колебаний конструкции;

- распределенного по пространству случайного характера и результаты измерений представляют собой отклики конструкции с учетом динамичности в широком спектре частот.

Достоверность получаемых результатов анализа нагружения и НДС обеспечивается соблюдением требований о высокой степени соответствия используемых динамических моделей конструкции своим натурным объектам. Соблюдение этих требований – результат большого объема отдельно проводимых верификационных работ. Отдельным вопросом является идентификация диссипативных характеристик.

Используемые динамические модели имеют высокую размерность (так, размерности моделей высотных двигателей более чем 2E+6), а восстанавливаемые силовые воздействия – большую длительность. При этом острыми являются потребности выполнения оперативных расчетов в обеспечение принятия решений и проведение статистических расчетных исследований (при варьировании конструкционных параметров или характеристик внешнего нагружения). Это формирует требования по скорости вычислений в разрабатываемых алгоритмах.

При указанных требованиях общая схема анализа условий нагружения и НДС состоит в следующем.

1. Используются верифицированные созданные с использованием стандартных конечно-элементных пакетов динамические модели конструкций, в рамках которых выделяются узлы измерения экспериментальных временных зависимостей, узлы и элементы приложения силовых воздействий, узлы и элементы в которых выполняется анализ кинематических параметров, внутренних силовых факторов или НДС.

2. Предварительно рассчитываются частоты ω_m и формы $\vec{\Phi}_m$ собственных колебаний, являющиеся для к свободной конструкций решениями уравнений

$$L\,\vec{\Phi}_m(\vec{X}) = \omega_m^2 M\vec{\Phi}_m(\vec{X}), \qquad m = -5,...,0,1,2,...$$

с граничными условиями свободных краев. Осуществляется ортогонализация первых шести форм $(m = -5,...,0)$ с нулевыми частотами, отвечающих перемещениям и поворотам конструкции как твердого тела (аналогично определяются формы и частоты колебаний при закреплении). Формы собственных колебаний ортогональны и нормируются по приведенной массе. Действие оператора демпфирования вводится по гипотезе вязкого трения

$$H\vec{\Phi}_m = \frac{\delta_m \omega_m}{\pi}\vec{\Phi}_m \ .$$

Заранее рассчитываются вектора обобщенных сил $Q_m^{(k)} = \left\{\vec{F}_k, \vec{\Phi}_m(\vec{X}_k)\right\}$ (здесь и далее фигурные скобки означают скалярное произведение векторов применительно к рассматриваемой конструкции).

В случае широкополосного пространственного воздействия выполняется расчёт передаточных функций между единичными значениями пульсаций давлений и значениями деформаций и напряжений.

Эти данные считываются из формируемых стандартным конечно-элементным пакетом текстовых файлов, и сохраняются в удобном для дальнейшей обработки бинарном виде.

3. На этапе оперативных расчетов отдельно определяются диссипативные характеристики конструкций путем анализа затухающих временных зависимостей

кинематических параметров. Определение силовых воздействий и решение прямых задач выполняется с использованием заранее рассчитанных данных (п.п. 1, 2), что уже существенно экономит временные ресурсы, с помощью алгоритмов с повышенными временными характеристиками вычислений.

4. Качество решения обратной задачи (восстановленного воздействия) во всех случаях определяется путем оценки соответствия телеметрируемых (измеряемых в эксперименте) параметров с результатами расчетов этих параметров по используемым динамическим моделям от восстановленных силовых воздействий.

Далее остановимся отдельно на вопросах оптимизации интегрирования уравнений движения, реконструирования воздействий в указанных выше ситуациях и на особенностях определения диссипативных характеристик.

Оптимизация процесса интегрирования уравнений движения упругой конструкции под действием большого числа нагружающих факторов

В вычислительной практике анализа нагрузок эффективно используется метод интегрирования уравнений движения упругой конструкции с выделением квазистатической составляющей [1, 2]. Поле упругих перемещений ищется в форме суммы

$$\vec{W}_{\varepsilon}(\vec{X},t)=\sum\nolimits_{k} q_k(t)\vec{W}_k(\vec{X})+\sum\nolimits_{m=1}^{\infty} S_m(t)\vec{\Phi}_m(\vec{X})$$

предварительно вычисляемых квазистатических составляющих, определяемых исходя из уравнений

$$L\vec{W}_k=\vec{F}_k\delta(\vec{X}-\vec{X}_k)-M\vec{A}_k$$

со свободными краями, и динамической упругой поправки. Применение процедуры Галеркина [1] приводит к распадающейся системе уравнений

$$\ddot{S}_m + \frac{\delta_m \omega_m}{\pi}\dot{S}_m + \omega_m^2 S_m = -\frac{1}{\omega_m^2}\sum\nolimits_k \left(\ddot{q}_k + \frac{\delta_m \omega_m}{\pi}\dot{q}_k\right) Q_m^{(k)},\ m = 1,2,...; \tag{3}$$

$$\begin{aligned} S_m(t_0) &= \left\{ M\vec{W}_\varepsilon^{(0)}(\vec{X}), \vec{\Phi}_m \right\} - \frac{1}{\omega_m^2}\sum\nolimits_k q_k(t_0) Q_m^{(k)}; \\ \dot{S}_m(t_0) &= \left\{ M\dot{\vec{W}}_\varepsilon^{(0)}(\vec{X}), \vec{\Phi}_m \right\} - \frac{1}{\omega_m^2}\sum\nolimits_k \dot{q}_k(t_0) Q_m^{(k)}; \end{aligned} \tag{4}$$

$$\ddot{S}_m(t) = \sum\nolimits_k q_k(t) Q_m^{(k)},\ m = -5,...,0.$$

Скорость вычислений при интегрировании уравнений (1)-(2) в практически важных случаях больших размерностей используемых динамических моделей и длительностей внешних воздействий определяется качеством алгоритма решения уравнений (3)-(4).

Будем использовать значения обобщенной координаты и ее производной на текущем шаге τ_j по времени как начальные данные для вычислений на следующем временном шаге τ_{j+1}. Имеем:

$$S_m(\tau_{j+1}) = T_m(\tau_{j+1} - \tau_j) -$$

$$-\frac{1}{\alpha_m \omega_m^3}\sum\nolimits_k Q_m^{(k)} \left(\int_{\tau_j}^{\tau_{j+1}} \ddot{q}_k(s) V_m(\tau_{j+1} - s) ds + \frac{\delta_m \alpha_m}{\pi}\left[\dot{q}_k(\tau_{j+1}) - \dot{q}_k(\tau_j) U_m(\tau_{j+1} - \tau_j) \right] \right),$$

$$\dot{S}_m(\tau_{j+1}) = \dot{T}_m(\tau_{j+1} - \tau_j) - \frac{1}{\alpha_m \omega_m^3}\sum\nolimits_k Q_m^{(k)} \left(\int_{\tau_j}^{\tau_{j+1}} \ddot{q}_k(s) \dot{V}_m(\tau_{j+1} - s) ds - \dot{q}_k(\tau_j)\frac{\delta_m \alpha_m}{\pi}\dot{U}_m(\tau_{j+1} - \tau_j) \right),$$

где $\alpha_m = \sqrt{1 - \frac{\delta_m^2}{4\pi^2}}$, $\omega_m^* = \alpha_m \omega$, $E_m(s) = \exp\left(-\frac{\delta_m \omega_m}{2\pi} s \right)$,

$$V_m(s) = E_m(s)\left(\left[1 - \frac{\delta_m^2}{2\pi^2}\right]\sin\omega_m^* s - \frac{\delta_m \alpha_m}{\pi}\cos\omega_m^* s\right),$$

$$U_m(s) = E_m(s)\left(\frac{\delta_m}{2\pi\alpha_m}\sin\omega_m^* s + \cos\omega_m^* s\right),$$

$$T_m(s) = E_m(s)\left(S_m(\tau_j)\cos\omega_m^* s + \frac{\frac{\delta_m \omega_m}{2\pi} S_m(\tau_j) + \dot{S}_m(\tau_j)}{\omega_m^*}\sin\omega_m^* s\right).$$

Видно, что при большом количестве длительных силовых функций наиболее проблемной компонентой расчетов с точки зрения скорости является вычисление аналогичных по своей структуре сумм

$$B_m\left(\tau_{j+1}\right) = \sum\nolimits_k Q_m^{(k)} \int\limits_{\tau_j}^{\tau_{j+1}} \ddot{q}_k(s) V_m(\tau_{j+1} - s) ds \quad \text{и} \quad \widetilde{B}_m\left(\tau_{j+1}\right) = \sum\nolimits_k Q_m^{(k)} \int\limits_{\tau_j}^{\tau_{j+1}} \ddot{q}_k(s) \dot{V}_m(\tau_{j+1} - s) ds.$$

Ограничимся описанием способа вычислений вектора $B(\tau_{j+1}) = (B_1,\ ...,\ B_m, ...)(\tau_{j+1})$. На практике функции $q_k(t)$ являются кусочно-линейными, определенными в дискретном множестве точек, и объединяются в группы $\{q_n^{(l)}(t)\}_{n=1}^{N_l}$, $\sum_l N_l = K$, с одинаковыми моментами времени своих изломов $t_p^{(l)}, p = 1, ..., P_l, t_1^{(l)} = t_0$. Таким образом,

$$\ddot{q}_n^{(l)}(t) = \sum_{p=1}^{P_l} d_p^{(l,\,n)} \delta(t - t_p^{(l)}),$$

где $d_p^{(l,\,n)}$ − величина скачка первой производной функции $q_n^{(l)}(t)$ в точке $t_p^{(l)}$. Обобщенные силы перегруппировываются в подмножества $\{Q_m^{(l,n)}\}_{n=1}^{N_l}$ в соответствии с тем, как это сделано для силовых функций, и определяются матрицы

$$Q_l = \begin{pmatrix} Q_1^{(l,1)},\, Q_2^{(l,1)},\ \ldots,\, Q_m^{(l,1)},\ldots \\ Q_1^{(l,2)},\, Q_2^{(l,2)},\ \ldots,\, Q_m^{(l,2)},\ldots \\ \ldots \\ Q_1^{(l,N_l)},\, Q_2^{(l,N_l)},\ \ldots,\, Q_m^{(l,N_l)},\ldots \end{pmatrix}.$$

Для всех l на каждом полуинтервале $[\tau_j, \tau_{j+1})$ интегрирования уравнений движения определяются моменты времени $t_p^{(l)} \in [\tau_j, \tau_{j+1})$ с номерами p_1, p_2,… p_r. С использованием операций вычисления приращений элементов матриц по строкам и покомпонентного деления матриц друг на друга, построим матрицы скачков первых производных

$$D_l = \begin{pmatrix} d_{p_1}^{(l,1)},\, d_{p_1}^{(l,2)},\, \ldots,\, d_{p_1}^{(l,N_l)} \\ d_{p_2}^{(l,1)},\, d_{p_2}^{(l,2)},\, \ldots,\, d_{p_2}^{(l,N_l)} \\ \ldots \\ d_{p_r}^{(l,1)},\, d_{p_r}^{(l,2)},\, \ldots,\, d_{p_r}^{(l,N_l)} \end{pmatrix}.$$

В силу свойств дельта-функции, имеем

$$B_m(\tau_{j+1}) = \sum_l \sum_{n=1}^{N_l} Q_m^{(l,n)} \int_{\tau_j}^{\tau_{j+1}} \ddot{q}_n^{(l)}(s) V_m(\tau_{j+1} - s)\, ds =$$

$$= \sum_{n=1}^{N_l} Q_m^{(l,n)} \sum_{p:\ t_p^{(l)} \in [\tau_j, \tau_{j+1})} d_p^{(l,n)} V_m\left(\tau_{j+1} - t_p^{(l)}\right)$$

и, поэтому,

$$B(\tau_{j+1}) = \sum_l e_l \left(Q_l * (D_l^t G_l)\right), \tag{5}$$

$$G_l = \begin{pmatrix} V_1(\tau_{j+1} - t_{p_1}^{(l)}), & \ldots, & V_m(\tau_{j+1} - t_{p_1}^{(l)}),\ldots \\ V_1(\tau_{j+1} - t_{p_2}^{(l)}), & \ldots, & V_m(\tau_{j+1} - t_{p_2}^{(l)}),\ldots \\ & \ldots & \\ V_1(\tau_{j+1} - t_{p_r}^{(l)}), & \ldots, & V_m(\tau_{j+1} - t_{p_r}^{(l)}),\ldots \end{pmatrix},$$

где символ “*” означает покомпонентное умножение элементов матриц одинаковой размерности, а e_l – вектор-строка размерности N_l, заполненная единицами.

Формула (5) представляет собой эффективный способ вычисления вектора $B(\tau_{j+1})$. В частности, использование совокупности операций (5) позволило существенно увеличить до приемлемого уровня скорость вычислений применительно к анализу нагружения ракеты-носителя (РН) пакетной компоновки при ее управляемом движении в плотных слоях атмосферы [3].

Сбор информации о диссипативных характеристиках

Сбор информации о диссипативных характеристиках конструкций ракетно-космической техники* осуществляется путем аппроксимаций свободных затухающих временных зависимостей ускорений суммами вида

$$\alpha_i(\vec{p}) = \sum_k A_k \exp\left(-\mu_k(t_i - t_0)\right)\cos\left(\omega_k(t_i - t_0) + \varphi_k\right),$$

$$\vec{p} = (\mu_1, \ldots \mu_K,\ A_1, \ldots, A_K,\ \omega_1, \ldots, \omega_K,\ \varphi_1, \ldots, \varphi_K),\ \mu_k > 0.$$

Выгодным оказалось использование модификации метода Гаусса–Ньютона. Обозначим через a_i совокупность экспериментальных значений ускорений в моменты времени t_i, $i = 0, 1, 2, \ldots$, и положим

$$\vec{f} = \left(\alpha_0(\vec{p}) - a_0, \ldots, \alpha_i(\vec{p}) - a_i, \ldots\right)^T.$$

Для того чтобы отыскать вектор $\vec{p}$, для которого выполняется оптимальное приближение аналитического выражения $\alpha_i(\vec{p})$ к экспериментальному сигналу, будем решать задачу о наименьших квадратах

* Применительно к конструкции Международной космической станции (МКС) [4]

$$F(\vec{p}) = \left\|\vec{f}\right\|^2 = \sum_i \left(\alpha_i(\vec{p}) - a_i\right)^2 \to \min, \quad \mu_k > 0\,.$$

Градиент $\nabla F(\vec{p})$ этой задачи имеет вид

$$\nabla F(\vec{p}) = 2J^T(\vec{p})\vec{f}(\vec{p})\,,$$

где $J(\vec{p})$ - якобиан вектор-функции $\vec{f}(\vec{p})$. Якобиан $J(\vec{p})$ имеет следующую структуру:

$$J(\vec{p}) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial\alpha_0}{\partial\mu_1},\ldots,\dfrac{\partial\alpha_0}{\partial\mu_K}, & \dfrac{\partial\alpha_0}{\partial A_1},\ldots,\dfrac{\partial\alpha_0}{\partial A_K}, & \dfrac{\partial\alpha_0}{\partial\omega_1},\ldots,\dfrac{\partial\alpha_0}{\partial\omega_K}, & \dfrac{\partial\alpha_0}{\partial\varphi_1},\ldots,\dfrac{\partial\alpha_0}{\partial\varphi_K} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\partial\alpha_i}{\partial\mu_1},\ldots,\dfrac{\partial\alpha_i}{\partial\mu_K}, & \dfrac{\partial\alpha_i}{\partial A_1},\ldots,\dfrac{\partial\alpha_i}{\partial A_K}, & \dfrac{\partial\alpha_i}{\partial\omega_1},\ldots,\dfrac{\partial\alpha_i}{\partial\omega_K}, & \dfrac{\partial\alpha_i}{\partial\varphi_1},\ldots,\dfrac{\partial\alpha_i}{\partial\varphi_K} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \end{pmatrix},$$

где

$$\frac{\partial\alpha_i}{\partial\mu_k} = -(t_i - t_0)A_k \exp\left(-\mu_k(t_i - t_0)\right)\cos\left(\omega_k(t_i - t_0) + \varphi_k\right),$$

$$\frac{\partial\alpha_i}{\partial A_k} = \exp\left(-\mu_k(t_i - t_0)\right)\cos\left(\omega_k(t_i - t_0) + \varphi_k\right),$$

$$\frac{\partial\alpha_i}{\partial\omega_k} = -(t_i - t_0)A_k \exp\left(-\mu_k(t_i - t_0)\right)\sin\left(\omega_k(t_i - t_0) + \varphi_k\right),$$

$$\frac{\partial\alpha_i}{\partial\varphi_k} = -A_k \exp\left(-\mu_k(t_i - t_0)\right)\sin\left(\omega_k(t_i - t_0) + \varphi_k\right).$$

Опишем итерационную процедуру, используемую для минимизации невязки между экспериментальными ускорениями и их аналитическими приближениями. Пусть $\vec{p} = \vec{p}_n$ на шаге с номером *n*. Тогда

$$\vec{p}_{n+1} = \vec{p}_n + \Delta\vec{p}_n\,,$$

где поправка $\Delta\vec{p}_n$ определяется исходя из решения уравнения

$$\left[J^T(\vec{p}_n)J(\vec{p}_n)+\lambda_n diag\left(J^T(\vec{p}_n)J(\vec{p}_n)\right)\right]\Delta\vec{p}_n=-J^T(\vec{p}_n)\vec{f}(\vec{p}_n).$$

Изначально последнее уравнение решается для случая $\lambda_n=0$, соответствующего методу Гаусса-Ньютона. Если в этой ситуации удается уменьшить невязку, то выполняется переход на следующий шаг итеративной процедуры. Если при $\lambda_n=0$ невязка не уменьшается, то последнее уравнение решается для $\lambda_n=1,2,\ldots$ до тех пор, пока не будет достигнуто уменьшение невязки. Если этого не произошло при $\lambda_n=1000$, то компоненты вектора $\vec{p}_n$ изменяются случайным образом и шаг итерационной процедуры выполняется снова.

После того, как выполнена минимизация невязок между экспериментальными сигналами и их аналитическими представлениями, вычисляются собственные частоты λ_k и соответствующие логарифмические декременты δ_k колебаний исследуемой конструкции:

$$\delta_k=2\pi\frac{\mu_k}{\omega_k}\left(1+\frac{\mu_k^2}{\omega_k^2}\right)^{-1/2},\quad \lambda_k=2\pi\frac{\mu_k}{\delta_k}.$$

Случай детерминированного силового воздействия с замеряемыми кинематическими параметрами, содержащими составляющие перемещения конструкции как твердого тела

Сформирована общая методика и создано программно-математическое обеспечение послеполетного анализа нагрузок на основании обработки телеметрической информации о пуске РН. Суть методики состоит в определении временных зависимостей фактических управляющих воздействий и действующих аэродинамических сил, создания на основании этой информации силовых функций работы двигателей и зависимостей углов атаки и рыскания, расчета нагрузок на конструкцию РН с использованием указанных временных зависимостей в качестве исходных данных. При этом осуществляется контроль получаемых зависимостей путем сопоставлений получаемых данных с фактическими телеметрическими временными зависимостями или их производными.

Определение суммарных внешних силовых воздействий выполняется на основании данных о квазистатическом ускорении центра масс изделия и контролируется по телеметрическим параметрам командных углов и произведениям углов атаки/скольжения на скоростной напор.

Выполняется фильтрация телеметрических ускорений в диапазоне от 0 до частоты среза, не превышающей половины величины частоты первого тона колебаний. По двум параметрам оценивается угловое ускорение и ускорение центра масс $\ddot{\varphi} = (a_1 - a_2)/x$, $a_{\text{цм}} = a_2 - r_2\ddot{\varphi}$, где a_1, a_2 - квазистатические ускорения по параметрам, расположенным по разные стороны от центра масс изделия, x - расстояние между ними, r_2 - расстояние одним из акселерометров и центром масс изделия. Угловое ускорение контролируется путем сравнения с результатом численного дифференцирования показаний датчиков угловых скоростей.

Случай детерминированного воздействия с характерными временными характеристиками, соотносящимися с частотами собственных колебаний конструкции

В рамках работ по техническому сопровождению конструкции Российских модулей Международной космической станции острой является задача оперативного расчетного реконструирования интегральных силовых и моментных функций длительных режимов нагружения в зоне РС МКС на основании математической обработки данных о соответствующих фиксируемых на борту МКС кинематических параметрах [5]. Автором разработаны усовершенствованные по сравнению с [6] методика и программное обеспечение, решающие указанную задачу для конструкции с плотным спектром тонов колебаний в области низких частот.

Отсутствие на борту МКС средств измерений быстроменяющихся угловых параметров, в достаточной мере чувствительных к изменениям моментных временных зависимостей, представляет собой главную трудность при реконструкции моментных функций. Для преодоления указанной трудности предлагается родственный методам регуляризации [7] комбинированный способ реконструкции, при котором контроль амплитуд моментных функций осуществляется путем соблюдения согласованности расчетных (полученных при решении прямой задачи динамики по реконструированным силовым и моментным функциям) и экспериментальных амплитуд угловых скоростей. Сложности, связанные с длительностью реконструируемых процессов нагружения (2500-3000 секунд) и использованием данных об ускорениях, фиксируемых различными измерительными системами, преодолены программными средствами.

Предположим, что на временном интервале [*0, T*] известны отклики $a_r(t)$ конструкции МКС по ускорениям, замеренным бортовыми акселерометрами в точках $\vec{X}_r$ вдоль единичных направлений $\vec{e}_r$, на силовое воздействие

$$\vec{F}(\vec{X},t) = \sum_k \vec{F}_k(\vec{X}) q_k(t),$$

где функции $q_k(t)$ подлежат восстановлению.

Обозначим через $b_r(t)$ расчетные аналоги временных зависимостей $a_r(t)$. Будем реконструировать функции $q_k(t)$ путем минимизации невязки

$$\sum_r d_r \left\| a_r(t) - b_r(t) \right\|^2_{L_2[0,\ T]} + \sum_k \mu_k \left\| q_k(t) \right\|^2_{L_2[0,\ T]} \to \min, \quad d_r > 0,\ \mu_k \geq 0.$$

Выбор величин малых параметров $\mu_k \geq 0$ осуществляется таким образом, чтобы добиться соответствия по расчетным (при решении прямой задачи динамики) и экспериментальным показаниям датчиков угловых скоростей.

Разложим экспериментальные временные зависимости в ряды Фурье

$$a_r(t) \approx \sum_{n=-N}^{N} a_n^{(r)} \exp\left(i\lambda_n t\right), \qquad a_n^{(r)} = \frac{1}{T}\int_0^T a_r(t) \exp\left(-i\lambda_n t\right) dt$$

и представим $q_k(t)$ в форме разложений

$$q_k(t) \approx \sum_{n=-N}^{N} q_n^{(k)} \exp\left(i\lambda_n t\right), \qquad q_{-n}^{(k)} = q_n^{(k)}, \quad \lambda_n = \frac{2\pi n}{T}.$$

В наперед заданном частотном диапазоне, содержащем m_1 ненулевых собственных резонансов, расчетные аналоги $b_r(t)$ временных зависимостей $a_r(t)$ выражаются формулами

$$b_r(t) = \sum_{n=-N}^{N} \sum_k q_n^{(k)} \exp\left(i\lambda_n t\right) H^{(k,r)}(\lambda_n),$$

где

$$H^{(k,r)}(\lambda) = \sum_{m=-5}^{0} Q_m^{(k)} \left\{ \vec{\Phi}_m(\vec{X}_r), \vec{e}_r \right\} - \sum_{m=1}^{m_1} \frac{\lambda^2 Q_m^{(k)}}{\omega_m^2 - \lambda^2 + \dfrac{i\delta_m \omega_m \lambda}{\pi}} \left\{ \vec{\Phi}_m(\vec{X}_r),\ \vec{e}_r \right\}.$$

В результате приходим к серии задач (для каждого n) о минимизации невязок методом наименьших квадратов:

$$\sum_r d_r\left(a_n^{(r)}-\sum_k H^{(k,r)}(\lambda_n)q_n^{(k)}\right)\left(\overline{a}_n^{(r)}-\sum_k \overline{H}^{(k,r)}(\lambda_n)\overline{q}_n^{(k)}\right)+\sum_k \mu_k q_n^{(k)}\overline{q}_n^{(k)} \to \min .$$

Минимизирующий эту задачу вектор $\left(q_n^{(1)}, q_n^{(2)},..., q_n^{(k)},...\right)^T$ определяется исходя из решения линейной системы уравнений

$$\sum_k\left(\sum_r d_r H^{(k,r)}(\lambda_n)\overline{H}^{(l,r)}(\lambda_n)\right)q_n^{(k)}+\mu_l q_l^{(k)}=\sum_r d_r a_n^{(r)}\overline{H}^{(l,r)}(\lambda_n),\ l=1...n .$$

Объемы получаемой телеметрии достаточно велики в связи с количеством (на борту Российских модулей измеряется более 100 параметров микроускорений) и длительностью проводимых измерений. Скорость проводимых вычислений обеспечивается за счет использования алгоритмов быстрого преобразования Фурье и алгоритмов решения линейных систем уравнений с использованием LU-разложений.

Случай недетерминированного пространственного широкополосного силового воздействия

Сопла высотных четырёхкамерных двигателей при наземных огневых стендовых испытаниях подвергаются нештатным пульсационным воздействиям на внутренние стенки [8]. Эти воздействия вызывают колебания напряжений, которые могут быть причиной снижения ресурсной прочности в подколлекторной зоне. Возникает задача оценки среднеквадратических значений амплитуд динамических напряжений, реализующихся в стенке сопла под коллектором по данным тензометрирования внешней стенки камеры двигателя при огневых испытаниях (родственным задачам посвящены [9, 10]).

Экспериментальные отклики конструкции рассматриваются как стационарные (на 5−10-секундных временных интервалах) случайные процессы, а сама конструкция – как линейная система, реагирующая на распределенное по пространству случайное воздействие.

Алгоритм восстановления среднеквадратических отклонений компонент тензоров напряжений в критических элементах естественно разделяется на три составные части:

- расчёт динамических характеристик методом конечных элементов;

- расчёт передаточных функций между единичными значениями пульсаций давлений в зоне их воздействий и значениями деформаций и напряжений;

- вычисление интенсивностей нештатных пульсаций давления по выбранной модели воздействия и вычисление соответствующих средне-квадратических компонент тензоров напряжений в критических элементах.

В конечно-элементных подмоделях камер выделены совокупности элементов $P_n^{(l)}$, к поверхностям которых прикладывается переменное давление. Эти элементы для каждой камеры с индексом l обозначены номерами $n = 1, 2, ..., N$. Предполагается, что пульсации давления на элементы $P_{n_1}^{(l_1)}$ и $P_{n_2}^{(l_2)}$, где $l_1 \neq l_2$, некоррелированы между собой.

Обозначим через $S\left(\omega; P_{n_1}^{(l)}, P_{n_2}^{(l)}\right)$ взаимную спектральную плотность пульсаций давлений, действующих на поверхности элементов $P_{n_1}^{(l)}, P_{n_2}^{(l)}$. Обозначим через $\vec{R}_n^{(l)}$ радиус-вектор центра тяжести площадки элемента $P_n^{(l)}$, к которой прикладывается давление. В соответствии с [11], будем считать, что коррелированность воздействий на две различные площадки определяется расстоянием между их центрами тяжести. Будем рассматривать класс функций $S\left(\omega; P_{n_1}^{(l)}, P_{n_2}^{(l)}\right)$ вида

$$S\left(\omega;\, P_{n_1}^{(l)},\, P_{n_2}^{(l)}\right) = pQ\left(\omega;\, \left\| \vec{R}_{n_1}^{(l)} - \vec{R}_{n_2}^{(l)} \right\|\right), \text{ где}$$

$$Q(\omega;\, 0) = 1, \quad Q(\omega;\, r) \in (0,1) \ \textit{для} \ \ r > 0\,.$$

Выбранная таким образом автоспектральная плотность воздействия на фиксированную площадку характеризует белый шум с интенсивностью *p*. Множитель $Q(\omega, r)$ описывает распределение корреляционных связей по пространству.

Обозначим через T_k дисперсию переменной составляющей показаний тензорезистора с номером *k* на частотном диапазоне измерений. Пусть $R_k^{(1)}$ – расчетное значение параметра T_k при воздействии переменного давления с единичной амплитудой и выбранной функции $Q(\omega, r)$ или, в случае полной скоррелированности воздействия, фиксированным вариантом выбора положительных направлений пульсаций давлений на элементы. Искомое значение нормирующего величину давления множителя *p* является результатом минимизации невязки $r = \sum_k \left(pR_k^{(1)} - T_k\right)^2$.

Площадки, на которые действуют пульсации давления, имеют форму четырехугольников с вершинами в узлах $\vec{X}_{n,q}^{(l)}$, здесь $q = 1,2,3,4$, значения *l*, *n* – отвечают индексации конечного элемента в подмодели камеры, которому принадлежит площадка. Преобразуем единичное давление, прикладываемое к площадкам, к четырем приложенным в узлах $\vec{X}_{n,q}^{(l)}$ силам $\vec{F}_{n,q}^{(l)}\delta(\vec{X} - \vec{X}_{n,q}^{(l)})$, ориентированным по направлению изнутри камеры сгорания наружу.

Пусть $H_{n,k}^{(l)}(\omega)$ – передаточная функция показаний тензорезистора с номером k от пульсаций единичного давления, приложенного к соответствующим поверхностям элемента с номером n, принадлежащего соплу камеры с номером l. Обозначим через $\vec{Z}_k^{(1)} = (x_1^k, x_2^k, x_3^k)$, $\vec{Z}_k^{(2)} = (y_1^k, y_2^k, y_3^k)$ координаты узлов модели, образующие базу тензорезистора с номером k. Для передаточных функций $H_{n,k}^{(l)}$ имеем выражения

$$H_{n,k}^{(l)}(\omega) = E\sum_{m=1}^{3}\frac{\left(x_m^k - y_m^k\right)}{\sum_{p=1}^{3}\left(x_p^k - y_p^k\right)^2}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\sum_{q=1}^{4}\left\{\vec{F}_{n,q}^{(l)},\ \vec{\Phi}_j\left(\vec{X}_{n,q}^{\,l}\right)\right\}}{\omega_j^2 - \omega^2 + i\dfrac{\delta\omega\omega_j}{\pi}}\left\{\vec{\Phi}_j\left(\vec{Z}_k^{(1)}\right) - \vec{\Phi}_j\left(\vec{Z}_k^{(2)}\right),\ \vec{e}_m\right\},$$

где E – модуль Юнга материала, на который наклеиваются тензорезисторы; $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ – орты глобальной системы координат.

Взаимные спектральные плотности мощности $S_{kj}(\omega)$ показаний тензорезистора с номерами k и j представляются в виде [9]

$$S_{kj}(\omega) = \sum_{l=1}^{4}\sum_{n_1=1}^{N}\sum_{n_2=1}^{N}H_{n_1,k}^{(l)}(\omega)H_{n_2,j}^{*(l)}(\omega)\,K(P_{n_1}^{(l)})K(P_{n_2}^{(l)})S\left(\omega; P_{n_1}^{(l)},\ P_{n_2}^{(l)}\right). \qquad (6)$$

Если прикладываемое единичное давление требуется ориентировать “изнутри наружу”, положим $K(P_n^{(l)}) = 1$. В противном случае, когда ориентация статического давления и сил противоположны, “снаружи внутрь камеры”, положим $K(P_n^{(l)}) = -1$.

Далее, пусть в точке $\vec{X}$ подколлекторной зоны сопла камеры известны отвечающие собственным формам колебаний тензоры напряжений $\Sigma_j\left(\vec{X}\right)$. Взаимная спектральная плотность компонент тензора напряжений в этой точке рассчитывается по формуле, аналогичной (6), в которой выражения для соответствующих передаточных функций (записанные в тензорном виде) имеют вид

$$\Xi_n^{(l)}(\omega)=\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\sum_{q=1}^{4}\left\{\vec{F}_{n,q}^{(l)},\,\vec{\Phi}_j\left(\vec{X}_{n,q}^{\,l}\right)\right\}}{\omega_j^2-\omega^2+i\dfrac{\delta\omega\omega_j}{\pi}}\Sigma_j(\vec{X})\,.$$

Интегрирование по частотному диапазону измерений от 0 до 50 Гц полученных формул позволяет определить дисперсии пульсаций тензоров напряжений в подколлекторной зоне.

С помощью разработанного алгоритма выполнены расчеты деформаций в точках расположений тензорезисторов и напряжений в подколлекторной зоне для большого количества реализаций различных корреляционных моделей входных воздействий.

Выполнены расчетные восстановления временных зависимостей компонент тензора напряжений в критических элементах подколлекторной зоны в детерминистической постановке. Разложим временную зависимость $D_m(t)$ показаний тензорезистора с номером m в ряд Фурье

$$D_m(t)=\sum_k d_{m,k}\exp(i\lambda_k t)\,.$$

Представим временные зависимости пульсационного давления $p_n^{(l)}(t),\ t\in[0,T]$, действующих на грани элементов с номерами n на камере с номером l, в форме разложений в ряд Фурье:

$$p_n^{(l)}(t)=\sum_k c_{n,k}^{(l)}\exp\left(i\lambda_k t\right),\ \lambda_k=\frac{2\pi}{T}k\,.$$

Поскольку фиксируемые тензорезистором временные зависимости обусловлены пульсационными составляющими, имеем:

$$\sum_k d_{m,k}\exp(i\lambda_k t)=\sum_l\sum_n\sum_k c_{n,k}^{(l)}H_{n,m}^{(l)}\left(\lambda_k\right)\exp(i\lambda_k t)$$

и, стало быть,

$$d_{m,k} = \sum_l \sum_n c_{n,k}^{(l)} H_{n,m}^{(l)}(\lambda_k).$$

Такие условия выписываются для каждого фиксированного k и для тех значений m, отвечающих показаниям тензорезисторов, на основании которых восстанавливаются временные зависимости. Для решения получаемых сильно переопределенных систем линейных уравнений используются различные алгоритмы вычисления псевдообратной матрицы. Расчеты отклика по напряжениям

$$\Sigma(t) = \sum_k \sum_{l=1}^{4} \sum_n c_{n,k}^{(l)} \Xi_n^{(l)}\left(\frac{2\pi}{T}k\right)\exp\left(i\frac{2\pi}{T}kt\right)$$

позволили оценить уровень НДС в интересующих элементах конструкции.

Заключение

С использованием представленных алгоритмов выполнены следующие работы:

- разработаны программы анализа нагрузок на конструкцию РН пакетной компоновки на этапе прохождения плотных слоев атмосферы по результатам зондирования ветровых параметров [12];

- создан программный комплекс анализа взаимосвязи между силовым нагружение конструкции МКС и микрогравитационной обстановкой на ее борту, с использованием которого решены задачи восстановления длительных силовых воздействий на конструкцию станции при выполнении космонавтом физических упражнений в обеспечение оценок доли израсходованного прочностного ресурса конструкции Российских модулей [5, 13];

- выполнены оценки НДС подколлекторной зоны высотного двигателя по данным тензометрических измерений с внешней стороны конструкции во время огневых испытаний [14, 15];

- проведен расчетный анализ нагрузок в обеспечение адаптации эксплуатирующейся ракеты-носителя к новому железнодорожному пути транспортирования [16-17].

Библиографический список

1. Кармишин А.В., Лиходед А.И., Паничкин Н.Г., Сухинин С.Н. Основы отработки прочности ракетно-космических конструкций. – М.: Машиностроение, 2007. - 480 с.

2. Лиходед А.И. О сходимости метода разложения по собственным формам колебаний в задачах динамического нагружения // Механика твердого тела. 1986. №1. С. 180-188.

3. Анисимов А.В., Золкин С.Н., Лиходед А.И., Пономарев Д.А., Сидоров В.В., Титов В.А. Об особенностях расчёта нагрузок для конструкций с переменными массово-инерционными характеристиками // Космонавтика и ракетостроение. 2012. № 2(67). С. 120-128.

4. Бобылев С.С., Титов В.А. Исследование диссипативных свойств конструкции Международной космической станции // Космонавтика и ракетостроение. 2014. № 4(77). С. 171-177.

5. Титов В.А. Расчетные реконструкции силовых и моментных функций при длительных режимах нагружения элементов конструкции на борту Международной космической станции // Космонавтика и ракетостроение. 2015. № 3(82). С. 39-43.

6. Анисимов А.В., Лиходед А.И. Расчетная реконструкция фактических стыковочных силовых воздействий на конструкцию Международной космической станции на основе обработки записей бортовых акселерометров // Космонавтика и ракетостроение. 2007. № 4(49). С. 115-119.

7. Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). – М.: Наука, 1975. - 631 с.

8. Архипов А.Б., Горохов В.Д. и др. Решение проблем наземных испытаний ЖРД РД0124А со штатными высотными соплами / Научно-технический юбилейный сборник КБ химавтоматики – Воронеж: Кварта, 2012. Т. 1. С. 82-86.

9. Рыбаулин А.Г., Сидоренко А.С. Исследование локального напряженного состояния и оценка долговечности конструкции авиационного изделия с дискретными сварными соединениями при случайном нагружении // Труды МАИ. 2015. № 79. URL: http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=55786

10. Зарецкий М.В., Сидоренко А.С. Динамика конструкции авиационного изделия при случайном кинематическом нагружении // Труды МАИ. 2012. № 58. URL: http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=33423

11. Болотин В.В. Случайные колебания упругих систем. – М.: Наука, 1979. - 336 с.

12. Анисимов А.В., Динеев В.Г., Ефимов А.А., Качалова В.В., Лиходед А.И., Мухин А.В., Пономарев Д.А., Сидоров В.В., Титов В.А., Успенская О.А. Моделирование

нагружения конструкции ракеты-носителя «Ангара» в процессе управляемого полета в плотных слоях атмосферы. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012612192 от 28.02.2012.

13. Титов В.А. Программное обеспечение для определения на основании показаний бортовых акселерометров амплитудных и частотных характеристик динамических откликов конструкции Международной космической станции по перегрузкам на различные силовые воздействия. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010617286 от 01.11.2010.

14. Владимиров С.А., Титов В.А., Кондратенко М.А., Корнев Д.В., Трефилов С.И., Горохов В.Д., Жеребчиков С.Н. Моделирование отклика камеры сгорания высотного двигателя на нештатные силовые воздействия при наземных огневых испытаниях // Известия МГТУ «МАМИ». 2015. № 2(24). Т. 4. С. 51-58.

15. Титов В.А., Корнев Д.В. Расчетный анализ динамического отклика камеры высотного двигателя по параметрам деформаций и напряжений на нештатные силовые воздействия, возникающие при наземных огневых испытаниях, на основании данных тензометрирования. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011619546 от 16.12.2011.

16. Бондаренко А.Ю., Золкин С.Н., Лиходед А.И., Титов В.А. Особенности расчетного определения динамических нагрузок и напряжений при транспортировке блоков ракетно-космической техники // Космонавтика и ракетостроение. 2016. № 4(89). С. 60-68.

17. Лиходед А.И., Малинин А.А., Титов В.А., Чесноков Б.В. Основные положения методологии уточнения режимов вибронагружения и обеспечения прочности блоков ракет-носителей при транспортировках их на космодром «Восточный» // Космонавтика и ракетостроение. 2016. № 4(89). С. 55-59.