

Труды МАИ. 2024. № 139
Trudy MAI. 2024. No. 139. (In Russ.)

Научная статья
УДК 629.78, 531.55
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=183447>
EDN: <https://www.elibrary.ru/BUHQVW>

КОРРЕКЦИЯ АРГУМЕНТА ПЕРИГЕЯ СРЕДНЕЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ОРБИТЫ С ПОСТОЯННОЙ БОЛЬШОЙ ПОЛУОСЬЮ И РАЗЛИЧНЫМ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТОМ

**Сергей Геннадьевич Иванов^{1✉}, Дмитрий Александрович Гришко²,
Андрей Анатольевич Баранов³**

^{1,2,3}Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
Москва, Россия

¹isgsial@mail.ru✉

²dim.gr@mail.ru

Аннотация. Рассматривается задача импульсной коррекции положения линии апсид орбиты космического объекта, находящегося в регионе глобальных навигационных спутниковых систем. Большая полуось и наклонение орбиты считаются известными и равными 26 578 км и 55° соответственно, а эксцентриситет может изменяться от 0 до 0.76 под действием возмущений от Солнца и Луны. Такой эффект обусловлен гравитационным резонансом, возникающим при длительном поддержании суммы долготы восходящего узла и удвоенного аргумента перигея вблизи значения 270°. Возможны две противоположные задачи: увеличение эксцентриситета для увода объекта из района глобальных навигационных систем или создание устойчивой околокруговой орбиты захоронения. В обоих случаях требуется коррекция

положения линии апсид. Исследованы затраты характеристической скорости, необходимые для её поворота в случае околокруговой орбиты в данном регионе с ограничением на сохранение значения большой полуоси. Показано, что при эксцентриситете до 0.01 для отклонения аргумента перицентра на 90° требуются трансверсальные импульсы скорости не более 25 м/с. В общем случае для эллиптической орбиты с фиксированной начальной большой полуосью численно найдено решение, позволяющее изменить ориентацию вектора эксцентриситета, при этом происходит уменьшение большой полуоси орбиты. Показано, что затраты на поворот линии апсид на 15° меняются от 50 м/с до 550 м/с для значений эксцентриситета от 0.1 до 0.76. Доказано, что при $e < 0.76$ для формирования устойчивой орбиты захоронения или создания и поддержания гравитационного резонанса, поворот линии апсид экономичнее поворота линии узлов, который выполняется импульсным манёвром или с использованием промежуточной орбиты ожидания.

Ключевые слова: эллиптическая орбита, глобальные навигационные спутниковые системы, возмущения от Солнца и Луны, гравитационный резонанс, аргумент перигея, эволюция вектора эксцентриситета, манёвры коррекции орбиты

Финансирование: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-00419, <https://rscf.ru/project/23-29-00419/>

Для цитирования: Иванов С.Г., Гришко Д.А., Баранов А.А. Коррекция аргумента перигея средней эллиптической орбиты с постоянной большой полуосью и различным эксцентриситетом // Труды МАИ. 2024. № 139. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=183447>

Original article

CHANGE OF PERIGEE ARGUMENT OF MEDIUM EARTH ORBIT WITH CONSTANT SEMI-MAJOR AXIS AND DIFFERENT ECCENTRICITY

Sergey G. Ivanov¹, Dmitriy A. Grishko², Andrey A. Baranov³

^{1,2,3}Bauman Moscow State Technical University,

Moscow, Russia

¹isgsial@mail.ru✉

²dim.gr@mail.ru

Abstract. The problem of impulse correction of the orientation of the apsidal line of the orbit of a space object located in the region of global navigation satellite systems is considered. The semi-major axis and inclination of the orbit are assumed to be known and equal to 26 578 km and 55°, respectively, and the eccentricity can vary from 0 to 0.76 under the action of perturbations from the Sun and the Moon. This effect is due to gravitational resonance, which occurs when the sum of the doubled perigee argument and right ascension of the ascending node is maintained for a long time near the value of 270°. Two opposing objectives are possible: increasing the eccentricity to remove the object from the global navigation systems region or creating a stable near-circular disposal orbit. In both cases, correction of the apsidal line orientation is required. The article studies the costs of the characteristic velocity required for its rotation in the case of a circular orbit in this region with a restriction on preserving the value of the large semi-major axis. It is shown that at eccentricity up to 0.01, transversal velocity impulses of no more than 25 m/s are required to deflect the pericentre argument by 90°. In the general case for an elliptical orbit with a fixed initial semi-major axis, a solution has been numerically found that allows to change the

orientation of the eccentricity vector, while reducing the semi-major axis. It is shown that the cost of rotating the apsidal line by 15° varies from 50 m/s to 550 m/s for eccentricity values from 0.1 to 0.76. It is proved that at $e < 0.76$ formation of a stable disposal orbit or creation and maintenance of gravitational resonance should be realized via the change of perigee argument. The calculations show that the apsidal line rotation is more economical than the node line rotation, which is performed by impulse maneuver or by using an intermediate drift orbit.

Keywords: elliptical orbit, global navigation satellite systems, Solar and Lunar gravity perturbations, gravitational resonance, argument of perigee, evolution of eccentricity vector, orbit correction maneuvers

Funding: This work was supported by the Russian Science Foundation under grant № 23-29-00419, <https://rscf.ru/project/23-29-00419/>

For citation: Ivanov S.G., Grishko D.A., Baranov A.A. Change of perigee argument of medium Earth orbit with constant semi-major axis and different eccentricity. *Trudy MAI*. 2024. No. 139. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=183447>

Введение

В настоящее время регион средних орбит, расположенный между высотами от двух до 35.5 тыс. км, преимущественно заполнен только космическими объектами, относящимися к Глобальным навигационным спутниковым системам (ГНСС). Они расположены на околокруговых орбитах и занимают средние эшелоны высот 19 130 км (ГЛОНАСС), 20 180 км (GPS), 21 500 км (BeiDou) и 23 222 км (Galileo). Помимо

активных космических аппаратов (КА) с каждой из этих систем связано некоторое количество нефункционирующих спутников и разгонных блоков (РБ), орбиты которых не поддерживаются, но расположены вблизи рабочих высот систем (рис. 1).

Увеличение количества объектов в регионе, вызванное необходимостью замены устаревших или вышедших из строя КА, ведёт к тому, что задача безопасного управления объектами спутниковых систем становится всё более комплексной. В этой связи на первый план выходит обеспечение устойчивости и безопасности орбит, испытывающих гравитационные возмущения со стороны Луны и Солнца. Это может потребовать специальных корректирующих манёвров для формирования и поддержания целевой орбиты, уклонения от столкновений и перевода объекта на орбиту захоронения (ОЗ) после окончания его жизненного цикла [1, 2].

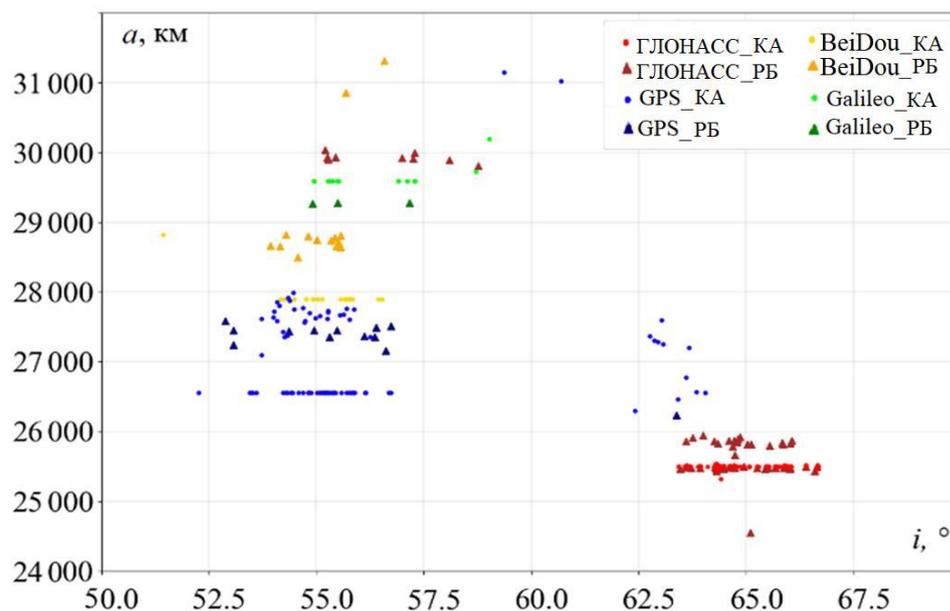


Рисунок 1. Большая полуось и наклонение орбит объектов в регионе ГНСС по данным CelesTrack [3] (большая часть спутников системы Galileo были запущены при помощи российских средств выведения, которые для этой системы также отмечены как ГЛОНАСС_РБ)

В отличие от низких орбит и окрестности геостационарной орбиты [4, 5] параметры ОЗ в рассматриваемом регионе до сих пор выбираются каждым национальным оператором самостоятельно [6]. В качестве ОЗ в основном выбирается околокруговая орбита, расположенная на несколько сотен километров выше рабочей [7-9]. Основным требованием к такой ОЗ является обеспечение её устойчивости на длительном интервале времени (обычно 200-300 лет). Теоретически возможен и противоположный вариант: создать неустойчивую ОЗ, которая позволит достичь верхних слоёв атмосферы. В естественных условиях такой вариант не успевает реализоваться [10], так как взаимное положение линии узлов и линии аписид орбиты, изменяясь во времени, уходит из резонансного режима, для поддержания которого требуется коррекция аргумента перицентра или долготы восходящего узла (ДВУ).

Целью данной работы является оценка энергетических затрат, необходимых для изменения ориентации линии аписид орбиты КА, большая полуось которой равна 26 578 км, а эксцентриситет может изменяться от 0.001 до 0.76.

1. Модель эволюции эксцентриситета орбиты под действием гравитационных возмущений со стороны третьего тела

В общем случае влияние третьих тел на изменение параметров орбиты космического объекта описывается возмущающим ускорением. Для его нахождения необходимо из ускорения, сообщаемого третьим телом Земле, вычесть ускорение, сообщаемое третьим телом движущемуся КА:

$$\bar{a}_3 = \mu_s \left[-\frac{\bar{r}_s}{r_s^3} - \left(-\frac{\bar{r}_s - \bar{r}}{|\bar{r}_s - \bar{r}|^3} \right) \right] + \mu_m \left[-\frac{\bar{r}_m}{r_m^3} - \left(-\frac{\bar{r}_m - \bar{r}}{|\bar{r}_m - \bar{r}|^3} \right) \right], \quad (1)$$

где индексы s и m соответствуют Солнцу и Луне, μ – гравитационный параметр, \bar{r} – радиус-вектор КА (и аналогично Солнца и Луны) в инерциальной системе координат АГЭСК, связанной с Землёй. Данному возмущающему ускорению соответствует силовая функция:

$$U_3 = \mu_s \left[\frac{1}{|\bar{r}_s - \bar{r}|} - \frac{\bar{r}_s \bar{r}}{r_s^3} \right] + \mu_m \left[\frac{1}{|\bar{r}_m - \bar{r}|} - \frac{\bar{r}_m \bar{r}}{r_m^3} \right]. \quad (2)$$

Введя угол между направлениями на КА и третье тело и принимая во внимание, что $r/r_3 \ll 1$, Кауфман [11] разложил силовую функцию в ряд до второго порядка малости и путём осреднения и исключения короткопериодических слагаемых получил сложное выражение, содержащее многократное перемножение Кеплеровых элементов орбиты КА и третьего тела. В работе 1979 года Чао [12] использовал этот промежуточный результат, разложив его в ряд по элементам орбиты. Подход Чао позволил получить частные производные силовой функции по Кеплеровым элементам и подставить эти выражения в классическую систему уравнений движения КА в оскулирующих элементах. Им было получено, что в результате повторного осреднения большая полуось орбиты не имеет вековых уходов, вызванных притяжением третьего тела, а уравнение изменения эксцентриситета e вследствие действия возмущений от Солнца или Луны принимает вид:

$$\frac{de}{dt} = -\frac{15}{8} e \gamma s [C_1 \sin 2(\omega - \Delta\Omega) + C_2 \sin(2\omega - \Delta\Omega) + C_3 \sin 2\omega + C_4 \sin(2\omega + \Delta\Omega) + C_5 \sin 2(\omega + \Delta\Omega)], \quad (3)$$

где ω – аргумент перигея орбиты КА, $\Delta\Omega = \Omega - \Omega_3$ представляет собой разницу между долготами восходящих узлов орбит КА и третьего тела в АГЭСК, $s = \sqrt{1 - e^2}$, $\gamma = n_3^2/n$ для Солнца и $\gamma = n_3^2/(82.3n)$ для Луны, n и n_3 – средние движения КА и третьего тела. Коэффициенты C_i определяются по формулам:

$$C_1 = 0.5 \sin^2 i_3 [\cos i + 0.5 \sin^2 i - 1], \quad (4.1)$$

$$C_2 = 0.5 \sin i \sin 2i_3 [\cos i - 1], \quad (4.2)$$

$$C_3 = \sin^2 i [1.5 \sin^2 i_3 - 1], \quad (4.3)$$

$$C_4 = 0.5 \sin i \sin 2i_3 [1 + \cos i], \quad (4.4)$$

$$C_5 = 0.5 \sin^2 i_3 [0.5 \sin^2 i - \cos i - 1], \quad (4.5)$$

при этом под i_3 понимается наклонение орбиты третьего тела к земному экватору.

В результате обработки эфемерид [13] получено, что ДВУ «орбиты Солнца» совершает слабо выраженные колебания в окрестности нуля, а наклонение – вблизи значения 23.435° с периодом в один год. Элементы орбиты Луны также подвержены колебаниям: $i_{3m} \approx 23.5_{-5}^{+5^\circ}$ и $\Omega_{3m} \approx 0_{-15}^{+15^\circ}$ с периодом около 18.5 лет. Поэтому на длительном (100-300 лет) интервале времени при анализе возмущений и от Солнца, и от Луны распространён подход, заключающийся в усреднении обоих элементов орбиты в уравнении (3). Поскольку средние значения ДВУ и наклона у орбит Солнца и Луны совпадают, то при моделировании движения объекта с наклонением орбиты 55° формула (3) принимает вид [14]:

$$\frac{de}{dt} = -\frac{15}{8} eys [-0.0072 \sin 2(\omega - \Omega) - 0.1277 \sin(2\omega - \Omega) - 0.5110 \sin 2\omega + \quad (5)$$

$$+ 0.4714 \sin(2\omega + \Omega) - 0.0984 \sin 2(\omega + \Omega)].$$

Основное влияние на величину de/dt оказывает четвертое слагаемое. Это связано с тем, что вековой уход величин 2ω и Ω , вызванный полярным сжатием Земли, при $i = 55^\circ$ происходит почти с одинаковой скоростью, и в разном направлении. Начальные условия движения, при которых $2\omega + \Delta\Omega \approx 270^\circ$, способны сохраняться длительное время, что приводит к резкому возрастанию эксцентриситета орбиты при неизменной большой полуоси (рис. 2).

В естественных условиях расхождение кривых 2ω и Ω не даёт гравитационному резонансу реализоваться в полную силу, в связи с чем орбита объекта периодически снова принимает околокруговую форму. Такая динамика не соответствует эффекту Лидова-Козаи [15], поэтому наклонение эволюционирующей орбиты остаётся вблизи значения 55° .

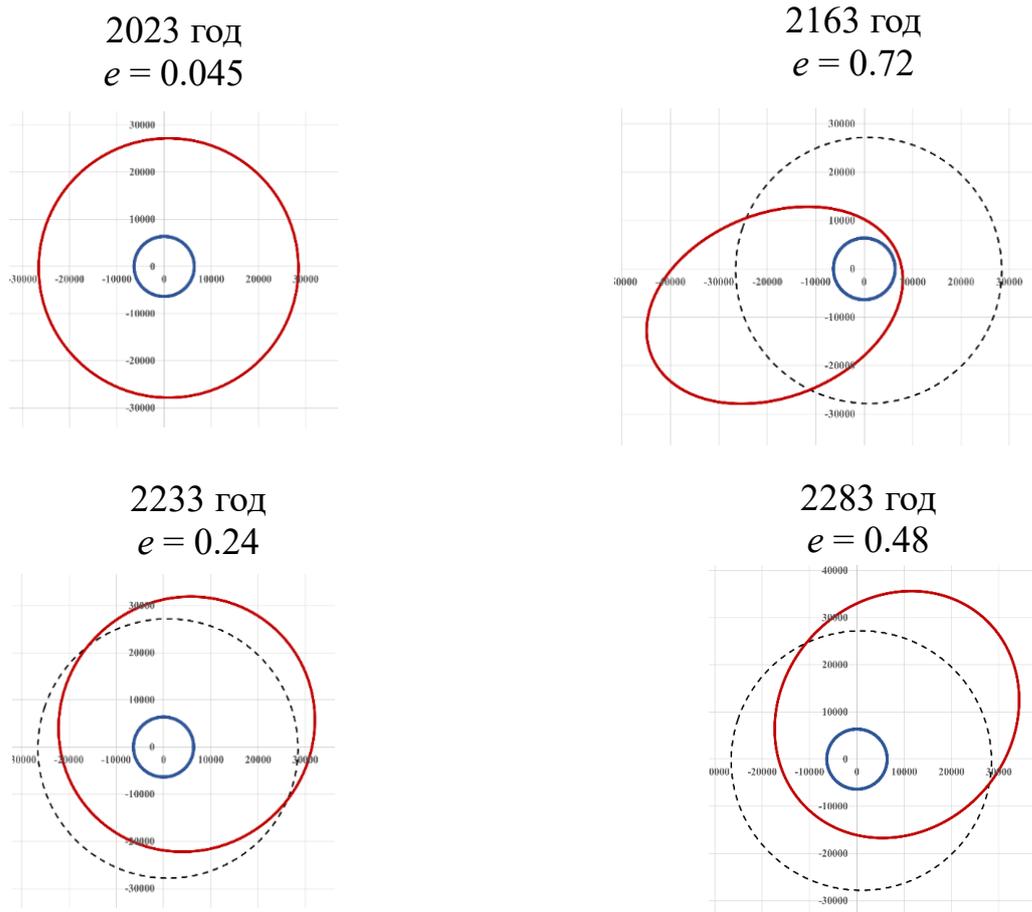


Рисунок 2. Эволюция орбиты одного из РБ системы GPS (NORAD 41020)

Результаты численного прогноза движения объектов ГНСС на 300 лет вперёд, выполненного как авторами, так и другими исследователями [16-19], хорошо согласуются с приведённой выше моделью, объясняющей причины возникновения гравитационного резонанса. Если в этом регионе необходимо сформировать и / или поддерживать устойчивую околокруговую орбиту, то с наименьшими затратами этого можно достичь за счёт коррекции аргумента перигея, применяя основы теории маневрирования на околокруговых орбитах.

2. Коррекция аргумента перицентра при малом эксцентриситете для обеспечения устойчивости орбиты

Пусть вспомогательная ось x направлена в восходящий узел орбиты, а ось z сонаправлена интегралу площадей и задаёт плоскость движения объекта. Необходимо, не изменяя эксцентриситет ($e_0 = e_f$), повернуть линию апсид так, чтобы аргумент перицентра изменил своё значение с ω_0 на ω_f . Орбиты космических средств выведения, относящихся к ГНСС, являются околосферными. Поэтому удобно воспользоваться линеаризованными уравнениями движения, позволяющими получить простые и наглядные формулы для расчёта параметров манёвров с целью коррекции ориентации линии апсид [20]:

$$\sum_i \left(\frac{\Delta V_{ri}}{V_0} \sin \varphi_i + 2 \frac{\Delta V_{ti}}{V_0} \cos \varphi_i \right) = e_f \cos \omega_f - e_0 \cos \omega_0 = \Delta e_x, \quad (6.1)$$

$$\sum_i \left(-\frac{\Delta V_{ri}}{V_0} \cos \varphi_i + 2 \frac{\Delta V_{ti}}{V_0} \sin \varphi_i \right) = e_f \sin \omega_f - e_0 \sin \omega_0 = \Delta e_y, \quad (6.2)$$

$$\sum_i 2 \frac{\Delta V_{ti}}{V_0} = \frac{\Delta a}{a_0}. \quad (6.3)$$

Здесь V_0 – местная круговая скорость, φ_i – аргумент широты, соответствующий точке приложения i -го импульса скорости (радиального ΔV_{ri} или трансверсального ΔV_{ti}), а e_0 , ω_0 и e_f , ω_f – начальные и конечные эксцентриситет и аргумент перигея соответственно.

Из уравнений (6) следует, что трансверсальные импульсы скорости вдвое эффективнее для изменения эксцентриситета, однако они дополнительно могут изменить и большую полуось орбиты a_0 . Следовательно, необходимы два одинаковых

по модулю, но противоположно направленных трансверсальных импульса скорости. Как показано в [20], данная задача имеет бесконечное множество решений с одинаковыми энергетическими затратами, но разными точками исполнения манёвров. Можно выбрать угол приложения одного из импульсов, например, $\varphi_1 = \varphi_{1f}$, а затем определить остальные параметры манёвра:

$$\Delta V_{t1} = \frac{\Delta e^2 - (\Delta a/a_0)^2}{4(\Delta e_y \sin\varphi_{1f} + \Delta e_x \cos\varphi_{1f} - \Delta a/a_0)} V_0, \quad (7.1)$$

$$\Delta V_{t2} = \frac{\Delta a V_0}{2a_0} - \Delta V_{t1}, \quad (7.2)$$

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{0.5\Delta e_y - \frac{\Delta V_{t1}}{V_0} \sin\varphi_{1f}}{0.5\Delta e_x - \frac{\Delta V_{t1}}{V_0} \cos\varphi_{1f}}. \quad (7.3)$$

Формулы для расчёта являются наиболее компактными, если φ_{1f} совпадает с направлением оптимальной коррекции вектора эксцентриситета:

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \Delta e_y / \Delta e_x, \quad \varphi_2 = \varphi_1 + \pi, \quad (8.1)$$

$$\Delta V_{t1} = \frac{\Delta e}{4} V_0, \quad \Delta V_{t2} = -\Delta V_{t1}. \quad (8.2)$$

Не нарушая общности решения, можно предположить, что $\omega_0 = 0^\circ$, а $\omega_f = \Delta\omega$. Тогда точка исполнения импульса скорости $\varphi_1 \in [0; 2\pi)$ и СХС манёвра определяются выражениями:

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{\sin\Delta\omega}{\cos\Delta\omega - 1}, \quad (9.1)$$

$$\Delta V_\Sigma = \frac{\Delta e}{2} V_0 = V_0 e_0 \left| \sin \frac{\Delta\omega}{2} \right|. \quad (9.2)$$

откуда следует, что точка исполнения первого манёвра лежит во второй ($\Delta\omega > 0$) или третьей ($\Delta\omega < 0$) четверти отсчёта истинной аномалии. При $\Delta\omega = +30^\circ$, она отдаляется от апекса не более, чем на 15° . Зависимость функции ΔV_Σ от величины корректируемого отклонения аргумента перигея и от начального эксцентриситета приведена на рис. 3. Для орбит, близких к круговым ($e = 0.001..0.01$), поворот линии апсид на угол 90 градусов при помощи двух трансверсальных импульсов скорости потребует не более 25 м/с. Учитывая, что в четвёртое слагаемое формулы (5) входит величина 2ω и направления прецессии ω и Ω отличаются, такой коррекции, выполненной в нужном направлении, достаточно, чтобы увести сумму $2\omega + \Omega$ от значения 270° .

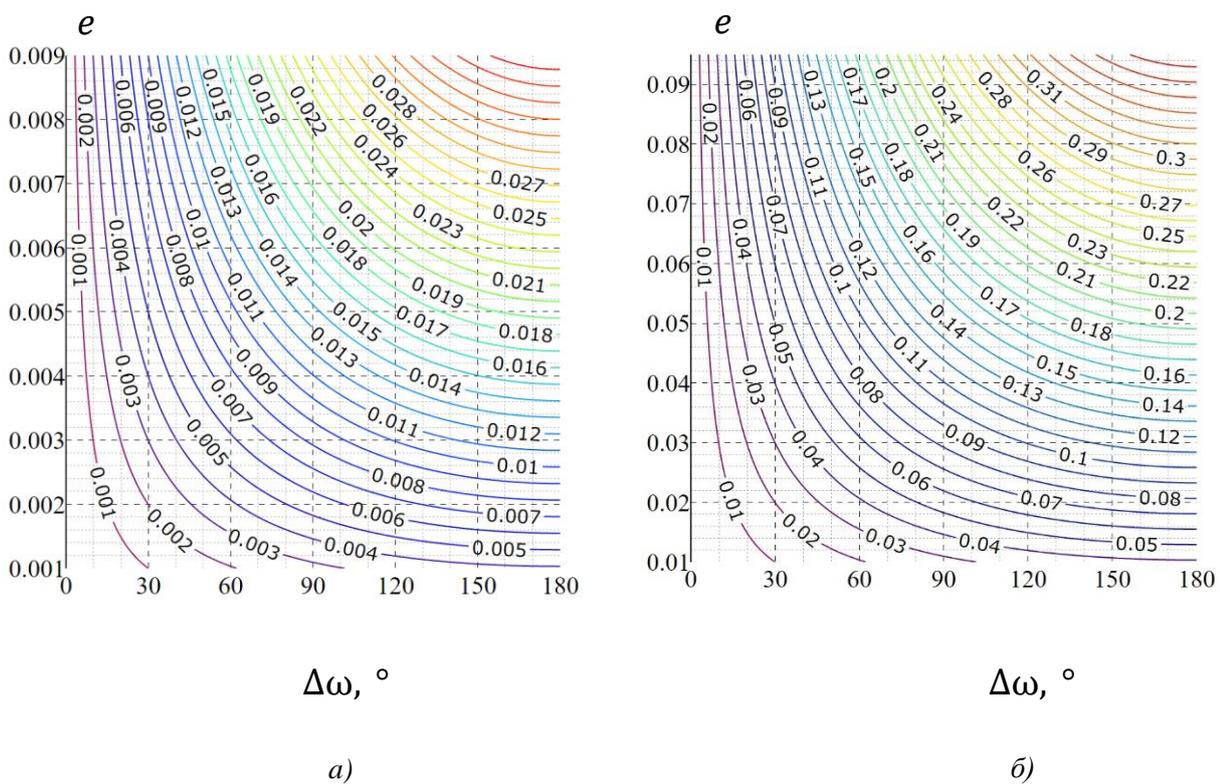


Рисунок 3. Вид функции $\Delta V_\Sigma(\Delta\omega, e_0)$ для интервала значений эксцентриситета $0.001..0.01$ (а) и $0.01..0.1$ (б)

При эксцентриситете, приближающемся к 0.1, для поворота линии апсид на 90° требуется уже приращение скорости около 270-280 м/с, но это всё равно выгоднее, чем изменять ДВУ: при таких энергетических затратах её можно импульсно изменить на 5° или примерно на 20° за пять лет с использованием орбиты ожидания. При формировании устойчивой околокруговой орбиты захоронения поворот линии апсид может одновременно быть совмещённым с увеличением большой полуоси исходной орбиты.

3. Коррекция аргумента перицентра эллиптической орбиты для поддержания резонансного режима

Гравитационный резонанс, вызванный притяжением Солнца и Луны, увеличивает эксцентриситет орбиты при её неизменной большой полуоси. Это может вытянуть апоцентр до геосинхронной орбиты и уменьшить высоту перицентра до верхних слоёв атмосферы (рис. 2). Представляется, что эффект роста эксцентриситета орбиты при резонансе может быть использован для того, чтобы увести перигей из региона ГНСС в атмосферу, что обеспечит дальнейшее быстрое понижение апогея и прекращение баллистического существования объекта. Для этого необходимо привести и *удерживать* сумму $2\omega + \Omega$ вблизи значения 270° , причём наибольший эффект достигается, когда ДВУ составляет 180° , а аргумент перицентра равен 45° или 225° , так как в этом случае третье слагаемое в формуле (5) удваивает положительную величину de/dt . Управление суммой $2\omega + \Omega$ можно реализовать, изменяя как ДВУ, так и аргумент перицентра, причём формульная эффективность последнего вдвое

выше. Вместе с тем, по мере роста эксцентриситета орбиты поворот её линии апсид становится всё более затратной операцией и может уступить коррекции ДВУ. Следовательно, необходимо оценить затраты характеристической скорости для осуществления такого манёвра по изменению ω при различных значениях эксцентриситета. Затраты на поворот линии узлов (как при помощи импульсного манёвра, так и с использованием промежуточной орбиты ожидания) исследованы в работе [21, 22].

В отличие от раздела 2, в данной задаче нет необходимости удерживать большую полуось орбиты постоянной, поэтому можно использовать оптимальное решение, при котором корректирующий импульс скорости имеет как радиальную, так и трансверсальную составляющие. Более того, наиболее благоприятным будет решение, попутно уменьшающее большую полуось (и высоту перигея) орбиты, поскольку это ускорит достижение объектом атмосферы.

В качестве начальной, как и ранее, выбрана орбита с большой полуосью $a = 26\,578$ км и наклоном к экватору 55° , близкая по параметрам к орбитам системы GPS. Под действием возмущений, вызванных полярным сжатием Земли, для рассматриваемого наклона сумма $2\omega + \Omega$ будет, хотя и чрезвычайно медленно, уходить от значения 270° . Одновременно с этим гравитационные возмущения со стороны Луны и Солнца в рассматриваемом высотном регионе приводят к колебаниям наклона орбиты (рис. 4) с амплитудой 0.8-1.4 градуса.

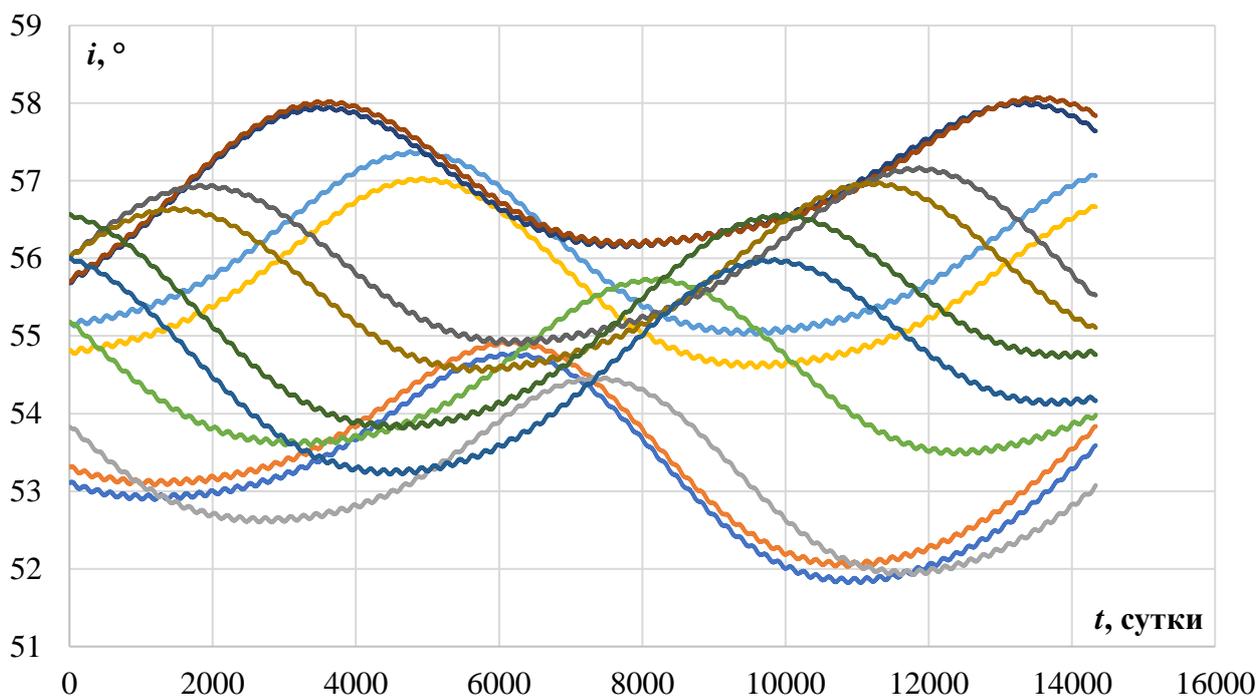


Рисунок 4. Эволюция наклонов 12 разгонных блоков, относящихся к системе GPS

Учитывая, что нулевой вековой уход суммы $2\omega + \Omega$ имеет место при наклоне 56.06° , дрейф этой суммы на длительном интервале времени может происходить как в положительном, так и в отрицательном направлении. Тогда разумно, используя свойства синуса, удерживать её в интервале $270^\circ \pm 15^\circ$. По достижении границ интервала необходимо изменить сумму $2\omega + \Omega$ на 30° . Поэтому далее рассматривается поворот вектора эксцентриситета на 15° при его неизменном модуле, для чего применяется следующий алгоритм.

1. В некоторой точке орбиты с варьируемой истинной аномалией ϑ_1 определяются проекции вектора скорости на радиальное и трансверсальное направление:

$$V_{1r} = \sqrt{\frac{\mu}{p_1}} e \sin \vartheta_1, \quad (8.1)$$

$$V_{1t} = \sqrt{\frac{\mu}{p_1}} (1 + e \cos \vartheta_1). \quad (8.2)$$

при этом значение фокального параметра $p_1 = a_1(1 - e^2)$ известно.

2. Для точки исполнения манёвра определяется истинная аномалия ϑ_2 на новой орбите после поворота линии апсид на угол $\Delta\omega$ (рис. 5а):

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 - \Delta\omega, \quad (9)$$

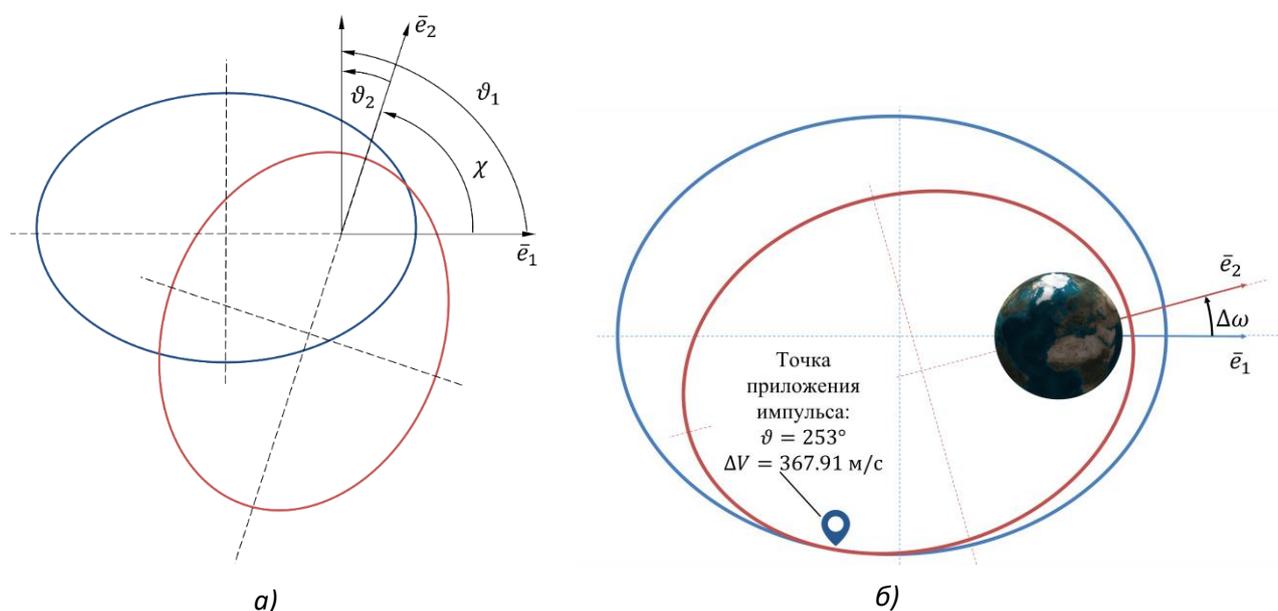


Рисунок 5. Схема нахождения истинной аномалии КА после поворота линии апсид (а) и пример моделирования такого оптимального манёвра при $e = 0.6$ и $\Delta\omega = +15^\circ$ (б)

3. На основе нового значения истинной аномалии ϑ_2 находится фокальный параметр получившейся орбиты:

$$p_2 = r(1 + e \cos \vartheta_2), \quad (10)$$

а из выражения $p_2 = a_2(1 - e^2)$ – её новая большая полуось.

4. После применения формул, аналогичных (8), определяются компоненты вектора скорости V_{2r} и V_{2t} после исполнения манёвра, что позволяет найти параметры самого корректирующего импульса:

$$\Delta V_r = V_{2r} - V_{1r} \quad (11.1)$$

$$\Delta V_t = V_{2t} - V_{1t} \quad (11.2)$$

$$\Delta V = \sqrt{\Delta V_r^2 + \Delta V_t^2}. \quad (11.3)$$

Поиск минимальных затрат характеристической скорости ΔV осуществлялся на всём интервале значений истинной аномалии ϑ_1 , являющейся точкой исполнения манёвра. Эксцентриситет начальной орбиты рассматривался в диапазоне от 0 до 0.76, что соответствует максимально возможному значению при постоянной большой полуоси 26 578 км. Результаты расчётов приведены на рис. 6.

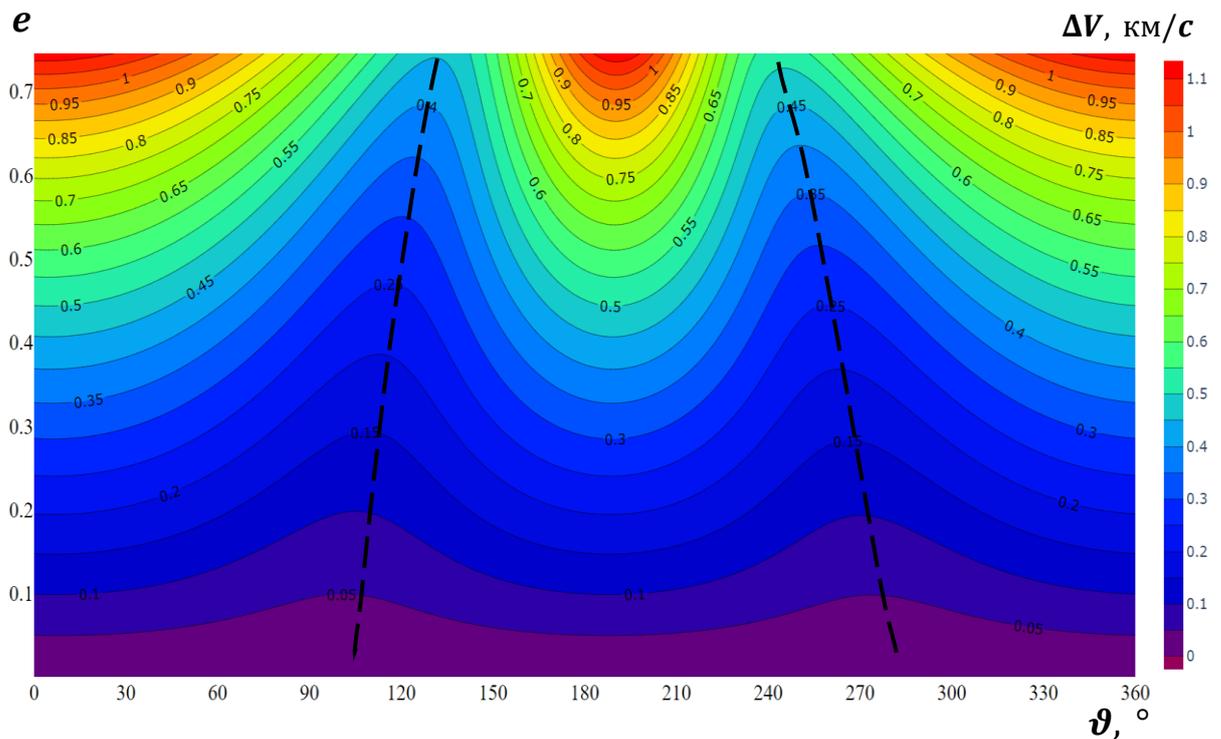


Рисунок 6. Затраты характеристической скорости на коррекцию аргумента перигея на $+15^\circ$

Чёрными пунктирными линиями на рис. 6 соединены точки, соответствующие минимальным значениям ΔV для всех рассматриваемых величин эксцентриситета. Важно, что каждому значению e на начальной орбите соответствуют две точки исполнения манёвра, в которых затраты на изменение аргумента перигея на заданную величину являются минимальными. Отличие этих точек заключается в том, что происходит с большой полуось орбиты в результате приложения импульса скорости (рис. 7): первое решение сопровождается её увеличением, а второе – уменьшением.

Δa , км

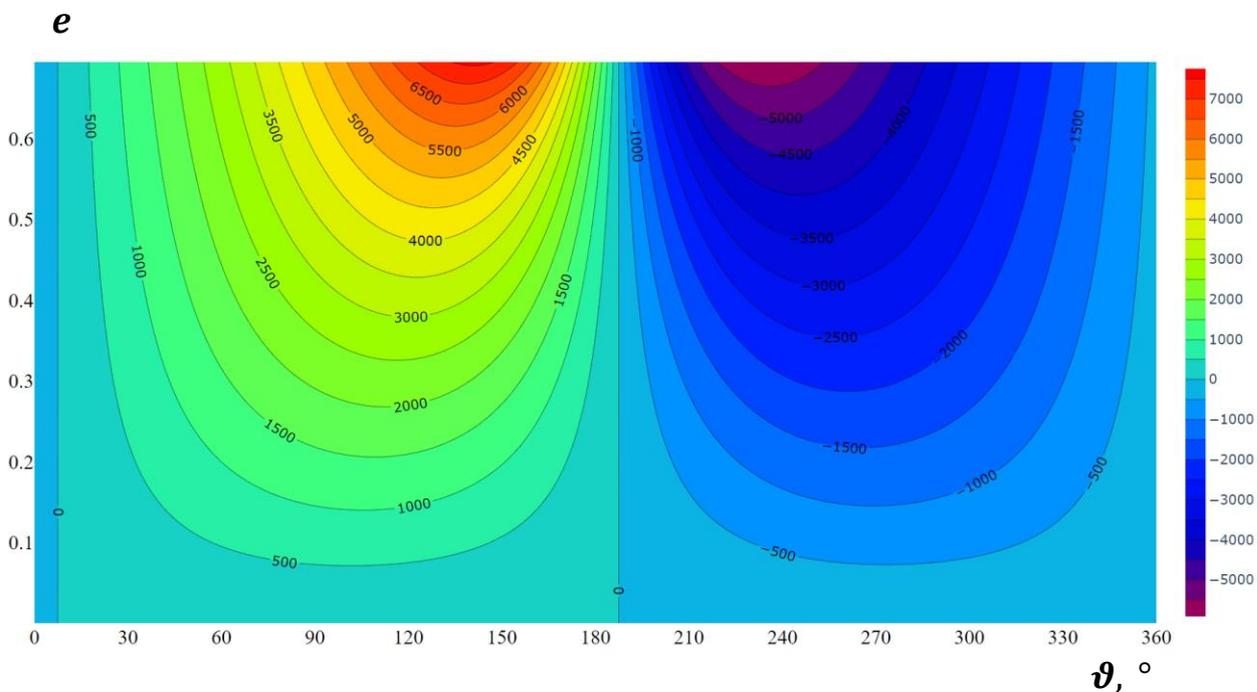


Рисунок 7. Изменение большой полуоси начальной орбиты при повороте вектора эксцентриситета на угол +15 градусов

Сведения, приведённые на рис. 7, показывают, что уменьшение большой полуоси в результате приложения оптимального импульса коррекции направления вектора эксцентриситета является достаточно большим, составляя, в зависимости от величины e , от 500 до 5000 км. Пример такого манёвра с поворотом линии апсид на $+15^\circ$ при $e = 0.6$ приведён на рис. 5б.

Ранее было показано, что для околокруговых орбит трансверсальные импульсы скорости вдвое эффективнее радиальных в задаче коррекции вектора эксцентриситета. В данном разделе для точного манёвра перехода между двумя пересекающимися эллиптическими орбитами использован один импульс скорости, содержащий как радиальную, так и трансверсальную составляющие. На рис. 8 приведён угол отклонения (α) вектора $\Delta\vec{V}$ от радиального орта в направлении против

часовой стрелки: 90° соответствуют положительному трансверсальному импульсу, 180° – отрицательному радиальному, а 270° – отрицательному трансверсальному.

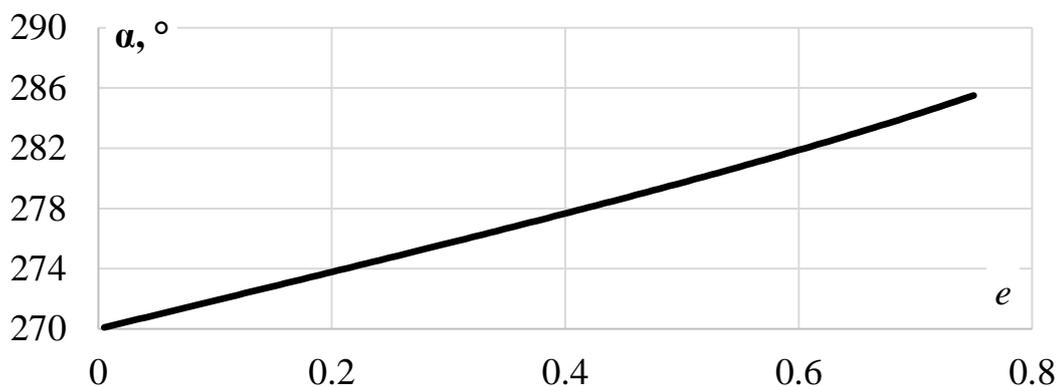


Рисунок 8. Угол между радиальным ортом и наименьшим импульсом скорости, необходимым для поворота вектора эксцентриситета эллиптической орбиты

Данные, представленные на рис. 8, соответствуют точкам минимума затрат ΔV , полученным для второго, правого решения (рис. 6) и приводящим к уменьшению большой полуоси орбиты (рис. 7) при повороте вектора эксцентриситета. Хорошо видно, что даже для выраженных эллиптических орбит основной вклад в изменение ориентации линии апсид вносят трансверсальные составляющие импульса скорости. Поэтому при $\Delta\omega = +15^\circ$ данные с рис.3б для граничного значения $e = 0.1$ совпадают с результатами, представленными на рис. 6.

Интересно сравнить затраты характеристической скорости на коррекцию ориентации линии апсид на 15° и линии узлов на 30° (предполагается удерживать сумму $2\omega + \Omega$ в интервале $270^\circ \pm 15^\circ$). В работе [21] показано, что даже при $e \approx 0.76$ (перигей орбиты достигает плотных слоёв атмосферы) поворот линии узлов обойдется не менее, чем в 600 м/с. С другой стороны, по данным с рис. 5 наибольшие

затраты на поворот линии апсид при $e \approx 0.76$ не превосходят 550 м/с. Следовательно, для поддержания значения суммы $2\omega + \Omega$ вблизи некоторого значения более эффективной является коррекция ориентации линии апсид.

Выбор предпочтительного способа приведения суммы $2\omega + \Omega$ к значению 270° на околокруговой орбите также не является сложным. Орбиты разгонных блоков в регионе ГНСС имеют средний эксцентриситет 0.006, редко доходящий до 0.02. В предельном случае потребуется изменение ω на 90° или Ω на 180° . Тогда для поворота линии апсид нужно 17-55 м/с (рис. 3а), а для изменения ДВУ даже с использованием орбиты ожидания потребуется перелёт с длительностью более 100 лет. Таким образом, рассматривая орбиты из региона ГНСС, для создания и поддержания режима гравитационного резонанса на всём интервале эволюции эксцентриситета лучше выбирать управление посредством аргумента перигея.

Выводы

1. Орбиты пассивных объектов из региона ГНСС испытывают заметные возмущения со стороны Солнца и Луны. При определённом сочетании значений аргумента перигея и ДВУ эти возмущения создают так называемый гравитационный резонанс, при котором орбита «вытягивается» за счёт роста эксцентриситета, но при этом её большая полуось остаётся неизменной.
2. Для обеспечения устойчивости околокруговой орбиты захоронения с наклоном 55° необходимо создать такие начальные условия движения, чтобы сумма $2\omega + \Omega$ была как можно дальше от значения 270° , или хотя бы оказалась в диапазоне $0^\circ..180^\circ$. Наибольшие затраты для этой операции не превысят 25 м/с при эксцентриситете 0.01. Затраты $\Delta V \approx 22-36$ м/с на формирование большой полуоси

орбиты захоронения могут быть совмещены с манёврами коррекции её линии апсид.

3. Для поддержания гравитационного резонанса с целью сведения объекта с орбиты необходимо время от времени корректировать сумму $2\omega + \Omega$. Манёвр, обеспечивающий поворот вектора эксцентриситета, необходимо выполнять в однозначно определяемой точке орбиты так, чтобы одновременно происходило и уменьшение её большой полуоси.
4. В задаче обеспечения устойчивости околокруговой орбиты захоронения в регионе ГНСС и в задаче поддержания гравитационного резонанса средней орбиты с растущим эксцентриситетом наиболее экономичным является управление значением аргумента перигея, а не долготой восходящего узла. Затратность изменения параметров 2ω и Ω становится одинаковой для значений эксцентриситета 0.79-0.8, которые для рассматриваемых значений большой полуоси возникнуть не могут.
5. Дальнейшие исследования будут направлены на то, чтобы сравнить временные и энергетические затраты, необходимые для реализации двух способов захоронения объектов из региона ГНСС. Для исследования затрат на поддержание устойчивой орбиты захоронения или резонансного режима необходимо моделировать эволюцию орбит и необходимые корректирующие манёвры в полной силовой модели движения.

Список источников

1. Улыбышев С.Ю. Математическое моделирование и сравнительный анализ схем применения аппарата-буксировщика для решения задачи увода объектов космического мусора на орбиту захоронения. Часть 1 // Труды МАИ. 2019. № 106. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=105746>
2. Улыбышев С.Ю. Математическое моделирование и сравнительный анализ схем применения аппарата-буксировщика для решения задачи увода объектов космического мусора на орбиту захоронения. Часть 2 // Труды МАИ. 2019. № 107. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=107855>
3. Satellite catalog. URL: <http://www.celestrak.com/satcat/search.asp>
4. ISO 24113:2019 (E), Space Systems - Space Debris Mitigation Requirements. Impl. 2019 – 07, ISO Central Secretariat, Geneva, 2019, p. 13.
5. ISO 26872:2019 (E), Space systems - Disposal of satellites operating at geosynchronous altitude. Impl. 2019 – 07, ISO Central Secretariat, Geneva, 2019, p. 46.
6. U.S. Government Orbital Debris Mitigation Standard Practices, November 2019 Update. URL: https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/library/usg_orbital_debris_mitigation_standard_practices_november_2019.pdf
7. Jenkin A.B., McVey J.P., Peterson G.E., Sorge M.E. Analysis of ODMSP-compliant near-circular GPS disposal orbits and resulting long-term collision risk // Journal of Space Safety Engineering, 2022, 9 (3), pp. 427–439. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jsse.2022.06.003>

8. Domínguez-González R., Sánchez-Ortiz N., Francesco C. et al. Disposal strategies analysis for MEO orbits // Proceedings of the International Astronautical congress, 2013, Paper ID: IAC-13, A6,2,5, x19061.
9. Афанасьева Т.И., Гридчина Т.А., Колюка Ю.Ф., Лаврентьев В.Г. Выбор орбит захоронения для крупноразмерного космического мусора и исследование их долговременной эволюции в разных областях околоземного пространства // Всероссийская научная конференция с международным участием «Космический мусор: фундаментальные и практические аспекты угрозы» (Москва, 17 апреля–19 октября 2019): сборник трудов. - М.: ИКИ РАН, 2019. 236 с. DOI: [10.21046/spacedebris2019-163-170](https://doi.org/10.21046/spacedebris2019-163-170)
10. Ivanov S., Grishko D. Possible disposal strategies for the O3b and Skif satellite systems // Proceedings of the International Astronautical Congress, 2023, Baku, Azerbaijan. URL: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56741414400>
11. Kaufman B. Variation of Parameters and Long-Term Behavior of Planetary Orbits. AIAA Paper No. 70-1055 // AAS/AIAA Astrodynamics Conference, Santa Barbara, CA, August 1970.
12. Chao C.C. An Analytical Integration of the Averaged Equations of Variation due to Sun-Moon Perturbations and Its Application // The Aerospace Corporation Report No. SDTR-80-12, October 1979.
13. Казмерчук П.В., Вернигора Л.В. Практическое использование эфемерид ЕРМ и DE // Труды МАИ. 2022. № 125. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=168190>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-18](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-18)

14. Chao C.C. Applied Orbit Perturbation and Maintenance. The Aerospace Press, El Segundo, California, 2005, 297 p.
15. Лидов М.Л. Эволюция орбит искусственных спутников под воздействием гравитационных возмущений внешних тел // Искусственные спутники Земли. 1961. Т. 8. С. 5-45.
16. Kuznetsov E.D., Avvakumova E.A. Dynamical evolution of space debris in the vicinity of GNSS regions // Acta Astronautica, 2018, vol. 158, pp. 140-147. URL: <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.02.001>
17. Alessi E.M. et al. Effectiveness of GNSS disposal strategies // Acta Astronautica, 2014, vol. 99, pp. 292-302. URL: <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2014.03.009>
18. Alessi E.M. et al. A Numerical Investigation on the Eccentricity Growth of GNSS Disposal Orbits // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2016, vol. 125, pp. 71-89. URL: <https://doi.org/10.1007/s10569-016-9673-4>
19. Celletti A., Gales C. A study of the lunisolar secular resonance $2\dot{\omega} + \dot{\Omega} = 0$ // Frontiers in Astronomy and Space Sciences, 2016, vol. 3. DOI: [10.3389/fspas.2016.00011](https://doi.org/10.3389/fspas.2016.00011)
20. Баранов А.А. Маневрирование космических аппаратов в окрестности круговой орбиты. - М: Спутник +, 2016, - 511 с.
21. Иванов С.Г., Гришко Д.А., Баранов А.А. Изменение долготы восходящего узла средних орбит с постоянной большой полуосью и различным эксцентриситетом // Инженерный журнал: наука и инновации. 2024. № 9. DOI: [10.18698/2308-6033-2024-9-2383](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2024-9-2383)
22. Баранов А.А., Баранов А.А. Маневры формирования спутниковых систем // Труды МАИ. 2009. № 34. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=8223>

References

1. Ulybyshev S.Yu. Mathematical modeling and comparative analysis of the schemes of using a tow vehicle to solve the problem of removing space debris objects into a burial orbit. Part. 1. *Trudy MAI*. 2019. No. 106. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=105746>
2. Ulybyshev S.Yu. Mathematical modeling and comparative analysis of the schemes of using a tow vehicle to solve the problem of removing space debris objects into a burial orbit. Part. 2. *Trudy MAI*. 2019. No. 107. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=107855>
3. *Satellite catalog*. URL: <http://www.cesetrak.com/satcat/search.asp>
4. ISO 24113:2019 (E), *Space Systems - Space Debris Mitigation Requirements*. Impl. 2019 – 07, ISO Central Secretariat, Geneva, 2019. P. 13.
5. ISO 26872:2019 (E), *Space systems - Disposal of satellites operating at geosynchronous altitude*. Impl. 2019 – 07, ISO Central Secretariat, Geneva, 2019. P. 46.
6. U.S. Government Orbital Debris Mitigation Standard Practices, November 2019 Update. URL: https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/library/usg_orbital_debris_mitigation_standard_practices_november_2019.pdf
7. Jenkin A.B., McVey J.P., Peterson G.E., Sorge M.E. Analysis of ODMSP-compliant near-circular GPS disposal orbits and resulting long-term collision risk. *Journal of Space Safety Engineering*. 2022. 9 (3). P. 427–439. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jsse.2022.06.003>

8. Domínguez-González R., Sánchez-Ortiz N., Francesco C. et al. Disposal strategies analysis for MEO orbits. *Proceedings of the International Astronautical congress*, 2013. Paper ID: IAC-13, A6,2,5, x19061.
9. Afanas'eva T.I., Gridchina T.A., Kolyuka Yu.F., Lavrent'ev V.G. Selection of disposal orbits for large-size space debris and study of their long-term evolution in different regions of near-Earth space. *Vserossiiskaya nauchnaya konferentsiya s mezhdunarodnym uchastiem «Kosmicheskii musor: fundamental'nye i prakticheskie aspekty ugrozy»* (Moscow, April 17-19, 2019): sbornik trudov. Moscow: IKI RAN Publ., 2019. 236 p. DOI: [10.21046/spacedebris2019-163-170](https://doi.org/10.21046/spacedebris2019-163-170)
10. Ivanov S., Grishko D. Possible disposal strategies for the O3b and Skif satellite systems. *Proceedings of the International Astronautical Congress*. 2023. Baku. Azerbaijan. URL: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56741414400>
11. Kaufman B. Variation of Parameters and Long-Term Behavior of Planetary Orbits. AIAA Paper No. 70-1055. *AAS/AIAA Astrodynamics Conference*, Santa Barbara, CA, August 1970.
12. Chao C.C. An Analytical Integration of the Averaged Equations of Variation due to Sun-Moon Perturbations and Its Application. *The Aerospace Corporation Report No. SDTR-80-12*, October 1979.
13. Kazmerchuk P.V., Vernigora L.V. Pactical use of EPM and DE ephemeris. *Trudy MAI*. 2022. No. 125. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=168190>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-18](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-18)
14. Chao C.C. *Applied Orbit Perturbation and Maintenance*. The Aerospace Press, El Segundo, California, 2005. 297 p.

15. Lidov M.L. The evolution of the orbits of artificial satellites under the influence of gravitational perturbations of external bodies. *Iskusstvennye sputniki Zemli*. 1961. V. 8, P. 5-45. (In Russ.)
16. Kuznetsov E.D., Avvakumova E.A. Dynamical evolution of space debris in the vicinity of GNSS regions. *Acta Astronautica*. 2018. V. 158, P. 140-147. URL: <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.02.001>
17. Alessi E.M. et al. Effectiveness of GNSS disposal strategies. *Acta Astronautica*. 2014. V. 99, P. 292-302. URL: <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2014.03.009>
18. Alessi E.M. et al. A Numerical Investigation on the Eccentricity Growth of GNSS Disposal Orbits. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2016. V. 125, P. 71-89. URL: <https://doi.org/10.1007/s10569-016-9673-4>
19. Celletti A., Gales C. A study of the lunisolar secular resonance $2\omega + \Omega = 0$. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*. 2016. V. 3. DOI: [10.3389/fspas.2016.00011](https://doi.org/10.3389/fspas.2016.00011)
20. Baranov A.A. *Spacecraft Manoeuvring in the Vicinity of a Near-Circular Orbit*, Cambridge Scholars Publishing. 2022.
21. Ivanov S.G., Grishko D.A., Baranov A.A. Change of right ascension of the ascending node of medium Earth orbits with constant semi-major axis and different eccentricity. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii*. 2024. No. 9. (In Russ.). DOI: [10.18698/2308-6033-2024-9-2383](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2024-9-2383)
22. Baranov A.A., Baranov A.A. Maneuvers of formation of satellite systems. *Trudy MAI*. 2009. No. 34. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=8223>

Статья поступила в редакцию 29.09.2024

Одобрена после рецензирования 05.10.2024

Принята к публикации 25.12.2024

The article was submitted on 29.09.2024; approved after reviewing on 05.10.2024; accepted for publication on 25.12.2024