УДК 539.3

Обобщение задачи В.З. Власова о напряженном состоянии цилиндрических сосудов при гидростатическом давлении на случай физически ортотропного материала

Ву Ба Зуи

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

e-mail: duyvuba1511@gmail.com

Аннотация

Исследуется влияние механических характеристик материала физически ортотропных цилиндрических оболочек с шарнирным закреплением на напряжённо-деформированное состояние при действии гидростатического давления, постоянного по длине, что соответствует горизонтальному расположению сосудов, частично заполненных жидкостью.

Ключевые слова: ортотропный материал, цилиндрическая оболочка, гидростатическое давление, сосуд, дифференциальное уравнение, ряд Фурье.

Введение. Постановка задачи.

Определение напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек, являющихся непременным элементом многих частично заполненных жидкостью сосудов, под действием гидростатического давления, представляет интерес для расчётов прочности авиационных и ракетно-космических тонкостенных конструкций [1-3]. Например, обечайки топливных баков, предназначенных для размещения компонентов жидкого топлива (окислителя, горючего), в полете нагружены внутренним избыточным давлением, складывающимся из гидростатического давления и наддува.

В случае изотропного материала задача определения напряженного состояния оболочек при гидростатическом давлении рассматривалась в монографии В.З.Власова [4], где на основе приближенной, полубезмоментной теории оболочек представлены некоторые результаты расчета напряжений.

В отличие от [4] здесь рассматриваются: *во-первых*, оболочки из не изотропного, а физически ортотропного материала. Такой вид материала, когда плоскости упругой симметрии совпадают с координатными плоскостями, представляется важным ввиду его широкого применение в конструкциях [5]; *во-вторых*, используется наиболее точная, общая теория оболочек из физически ортотропных материалов.

1. Дифференциальные уравнения задачи. При использовании полных уравнений теории физически ортотропных упругих тонких оболочек, построенной на основе принятия гипотез Кирхгофа-Лява, задача о действии на оболочку нормальной поверхностной нагрузки $p(\alpha,\beta)$ может быть приведена к следующему разрешающему дифференциальному уравнению относительно функции $\Phi(\alpha,\beta)$ [6] [7] :

$$L\Phi(\alpha,\beta) = R^4 D_1^{-1} p(\alpha,\beta) \tag{1.1}$$

$$L = \frac{\partial^8}{\partial\alpha^8} + a_{6,2}\frac{\partial^8}{\partial\alpha^6\partial\beta^2} + 2\nu_2\frac{\partial^6}{\partial\alpha^6} + a_{4,4}\frac{\partial^8}{\partial\alpha^4\partial\beta^4} +$$

$$+a_{4,2}\frac{\partial^6}{\partial\alpha^4\partial\beta^2} + \lambda\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4} + a_{2,6}\frac{\partial^8}{\partial\alpha^2\partial\beta^6} + a_{2,4}\frac{\partial^6}{\partial\alpha^2\partial\beta^4} +$$

$$+a_{2,2}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^2\partial\beta^2} + \lambda^2\frac{\partial^4}{\partial\beta^4}\left(\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}+1\right)^2 + \frac{1-\nu_1\nu_2}{c^2}\lambda \quad \frac{\partial^4}{\partial\alpha^4}$$

$$a_{6,2} = \frac{\lambda-\nu_2^2}{\mu_1} + 4\mu_1\,; \;\; a_{4,4} = 2\lambda\left[3 + \frac{\nu_1}{\mu_2}(1-\nu_1\nu_2) - 4\nu_1(\nu_2+\mu_1)\right]\,;$$

$$a_{4,2} = a_{4,4}\,; \;\; a_{2,6} = a_{6,2}\,; \;\; a_{2,4} = 2\lambda\big(a_{6,2}-\nu_2\big)\,; \tag{1.2}$$

$$a_{2,2} = \lambda\left(\frac{\lambda-\nu_2^2}{\mu_1} - 2\nu_2\right)\,; \;\; \lambda = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\nu_2}{\nu_1}\,; \;\; c^2 = \frac{h^2}{12R^2}\,;$$

$$\mu_i = \frac{G}{E_i}(1-\nu_1\nu_2)\,; \quad D_i = \frac{E_i h^3}{12(1-\nu_1\nu_2)}\,; \qquad (i=1;2)$$

α, β – безразмерные продольная и окружная координаты соответственно; R, h – радиус, толщина оболочки; E_1, E_2 – модули упругости материала оболочки в направлениях α и β соответственно; G – модуль сдвига; ν_1 – коэффициент поперечного сжатия в направлении β при растяжении в направлении α; ν_2 – коэффициент поперечного сжатия в направлении α при растяжении в направлении β.

Перемещения, усилия, изгибающие моменты связаны с разрешающей функцией $\Phi(\alpha,\beta)$ с помощью следующих дифференциальных зависимостей:

$$u(\alpha,\beta) = \nu_2 \frac{\partial^3\Phi}{\partial\alpha^3} - \lambda \frac{\partial^3\Phi}{\partial\alpha\partial\beta^2} - c^2 \left\{\frac{\partial^5}{\partial\alpha^5} + \frac{1}{\mu_1} \left[\lambda - (\nu_2 + 2\mu_1)^2\right] \times\right.$$

$$\left.\times \frac{\partial^5}{\partial\alpha^3\partial\beta^2} - \lambda \frac{\partial^5}{\partial\alpha\partial\beta^4}\right\} \Phi \,;$$

$$v(\alpha,\beta) = \left(\frac{\lambda - {\nu_2}^2}{\mu_1} - 2\nu_2\right)\frac{\partial^3\Phi}{\partial\alpha^2\partial\beta} + \lambda \frac{\partial^3\Phi}{\partial\beta^3} - 2c^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + (\nu_2 + 2\mu_1)\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\right]\frac{\partial^3\Phi}{\partial\alpha^2\partial\beta} \,;$$

$$w(\alpha,\beta) = \left[\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4} + \left(\frac{\lambda - {\nu_2}^2}{\mu_1} - 2\nu_2\right)\frac{\partial^4}{\partial\alpha^2\partial\beta^2} + \lambda\frac{\partial^4}{\partial\beta^4}\right]\Phi \,;$$

$$T_1(\alpha,\beta) = -\frac{E_1 h}{R}\left\{\lambda\frac{\partial^4\Phi}{\partial\alpha^2\partial\beta^2} + \frac{2\mathrm{c}^2}{1 - \nu_1\nu_2}\left[2\mu_1\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^4\partial\beta^2} + (\lambda - {\nu_2}^2 - 2\nu_2\mu_1)\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^2\partial\beta^4}\right]\right\} \,;$$

$$T_2(\alpha,\beta) = -\frac{E_2 h}{R}\left\{\frac{\partial^4\Phi}{\partial\alpha^4} + \frac{\mathrm{c}^2}{1 - \nu_1\nu_2}\left[\nu_1\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^6} + \left(3 + \lambda\frac{\nu_1}{\mu_1} - \frac{\nu_1}{\mu_1}(\nu_2 + 2\mu_1)^2\right) \times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times \frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^4\partial\beta^2} + \left(\frac{\lambda - {\nu_2}^2}{\mu_1} + 4\mu_1 - \nu_2\right)\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^2\partial\beta^4} + \lambda\frac{\partial^6\Phi}{\partial\beta^6}\right]\right\} \,;$$

$$S_1(\alpha,\beta) = \frac{Gh}{R}\left[\frac{\lambda - {\nu_2}^2}{\mu_1}\frac{\partial^4\Phi}{\partial\alpha^3\partial\beta} - 2\mathrm{c}^2\left(\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^5\partial\beta} - \lambda\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha\partial\beta^5}\right)\right] \,; \qquad (1.3)$$

$$S_2(\alpha,\beta) = \frac{Gh}{R}\left\{\frac{\lambda - {\nu_2}^2}{\mu_1}\frac{\partial^4\Phi}{\partial\alpha^3\partial\beta} - 2\mathrm{c}^2\left[2\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^5\partial\beta} + \left(\frac{\lambda - {\nu_2}^2}{\mu_1} - 2\nu_2\right)\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^3\partial\beta^3}\right]\right\} \,;$$

$$G_1(\alpha,\beta) = -\frac{D_1}{R^2}\left\{\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^6} + \left(\frac{\lambda - {\nu_2}^2}{\mu_1} - 2\nu_2\right)\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^4\partial\beta^2} + \nu_2\frac{\partial^4\Phi}{\partial\alpha^4} + \right.$$

$$+ \left[\lambda + \nu_2\left(\frac{\lambda - {\nu_2}^2}{\mu_1} - 2\nu_2\right)\right]\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^2\partial\beta^4} - \left[\lambda + {\nu_2}^2\ \frac{(\lambda - {\nu_2}^2)\nu_2}{\mu_1}\right]\frac{\partial^4\Phi}{\partial\alpha^2\partial\beta^2} +$$

$$\left. + \lambda\nu_2\left(\frac{\partial^6\Phi}{\partial\beta^6} + \frac{\partial^4\Phi}{\partial\beta^4}\right)\right\};$$

$$G_2(\alpha,\beta) = -\frac{D_2}{R^2}\left\{\nu_1\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^6} + \frac{\partial^4\Phi}{\partial\alpha^4} + \left[1 + {\nu_2}^2\ \frac{(\lambda - {\nu_2}^2)\nu_1}{\mu_1} - 2\nu_1\nu_2\right]\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^4\partial\beta^2} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\lambda - {\nu_2}^2}{\mu_1} - \nu_2\right)\frac{\partial^6\Phi}{\partial\alpha^2\partial\beta^4} + \left(\frac{\lambda - {\nu_2}^2}{\mu_1} - 2\nu_2\right)\frac{\partial^4\Phi}{\partial\alpha^2\partial\beta^2} + \lambda\left(\frac{\partial^6\Phi}{\partial\beta^6} + \frac{\partial^4\Phi}{\partial\beta^4}\right)\right\};$$

2. Решение уравнений (1.1 - 1.3) при гидростатическом давлении.

Влияние параметров ортотропии материала на напряженно-деформированное состояние рассмотрим на примере оболочки с шарнирным закреплением поперечных краев. Краевые условия в этом случае, как известно, математически формулируются следующим образом:

$$w = v = T_1 = G_1 = 0 \quad ; \qquad \alpha = 0,\ \alpha = \alpha_1, \tag{2.1}$$

где $\alpha_1 = L/R$ – относительная длина оболочки.

Таким образом, краевая задача о нахождении напряженно-деформированного состояния рассматриваемой оболочки формулируется так: необходимо найти разрешающую функцию Ф(α,β), являющуюся решением разрешающего уравнения (1.1), удовлетворяющую краевым условиям (1.4), которые записываются через Ф(α,β) с помощью соотношений (1.3).

Поверхностную нагрузку p(α,β) - гидростатическое давление жидкости - представим в виде произведения амплитудного значения давления p_0 и двух безразмерных функций, характеризующих его распределение вдоль образующей и контура:

$$p(\alpha,\beta) = p_0\theta(\alpha)\theta(\beta),$$

$$p(\alpha,\beta) = p_0\theta(\alpha)\theta(\beta) = p_0\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\theta_m\theta_n \sin\chi_m\alpha\cos n\beta. \quad (2.2)$$

где p_0 - амплитудное значение, $p_0 = -\gamma R$, γ - плотность жидкости, а знак «минус» обусловлен принятым здесь, как и в [7], правилом знаков для внешней нагрузки;

$\theta(\alpha)$, $\theta(\beta)$ - безразмерные функции распределения нагрузки в продольном и окружном направлениях, соответственно.

В продольном направлении гидростатическое давление принимается постоянным, поэтому $\theta(\alpha)=1$, $0 \le \alpha \le \alpha_1$, а в окружном оно меняется по закону, принятому в монографии [4]:

$$\theta(\beta) = \begin{cases} \cos\beta - \cos\beta_0, & |\beta| \le \beta_0 \\ 0, & |\beta| > \beta_0 \end{cases},$$

где β_0 - половина угла заполнения сосуда жидкостью,

В представлении нагрузки (2.2) приняты обозначения:

θ_m – коэффициент разложения $\theta(\alpha)$ в тригонометрический ряд по синусам с периодом $2\alpha_1$

$$\theta(\alpha) = \sum_{m=1}^{\infty} \theta_m \sin \chi_m \alpha, \quad \text{где } \chi_m = \frac{m\pi}{\alpha_1};$$

θ_n - коэффициент разложения в тригонометрический ряд Фурье

$$\theta(\beta) = \sum_{n=0}^{\infty} \theta_n \cos n\beta = \theta_0 + \theta_1 \cos\beta + \sum_{n=2}^{\infty} \theta_n \cos n\beta,$$

$$\theta_0 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\beta_0} (\cos\beta - \cos\beta_0) d\beta = \frac{2}{\pi}(\sin\beta_0 - \beta_0 \cos\beta_0);$$

$$\theta_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\beta_0} (\cos\beta - \cos\beta_0) \cos n\beta \, d\beta =$$
$$= \frac{2}{\pi} \left[\frac{\sin(n-1)\beta_0}{2(n-1)} + \frac{\sin(n+1)\beta_0}{2(n+1)} - \cos\beta_0 \frac{\sin n\beta_0}{n} \right].$$

Здесь первые два члена ряда (n=0, n=1) соответствуют деформированию сосуда без изменения формы поперечного кругового сечения, а остальные характеризуют деформирование контура.

Граничные условия (2.1) будут удовлетворены, если представить разрешающую функцию $\Phi(\alpha, \beta)$ в виде двойного тригонометрического ряда

$$\Phi(\alpha, \beta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_{mn} \sin \chi_m \alpha \cos n\beta.$$

В результате очевидных подстановок для разрешающей функции получаем выражение:

$$\Phi(\alpha, \beta) = 12(1 - \nu_1 \nu_2)\left(\frac{R}{h}\right)^3 \frac{p_0 R}{E_1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\theta_m \theta_n}{L_{mn}} \sin \chi_m \alpha \cos n\beta,$$

где

$$L_{m,n} = \chi_m{}^8 + a_{6,2}\chi_m{}^6 n^2 - 2\nu_2\chi_m{}^6 + a_{4,4}\chi_m{}^4 n^4 - a_{4,2}\chi_m{}^4 n^2 + \lambda\chi_m{}^4 +$$
$$+ a_{2,6}\chi_m{}^2 n^6 - a_{2,4}\chi_m{}^2 n^4 + a_{2,2}\chi_m{}^2 n^2 + \lambda^2 n^4 (n^2-1)^2 + \lambda\frac{1-\nu_1\nu_2}{c^2}\chi_m{}^4;$$

Вычислительные формулы в виде рядов для перемещений, усилий и моментов находим в результате подстановки $\Phi(\alpha,\beta)$ в соотношения (1.3), связывающие искомые факторы с разрешающей функцией. Приведем наиболее важные из них:

$$\frac{E_1}{p_0 R} w = 12(1-\nu_1\nu_2)(\frac{R}{h})^3 \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\theta_m\theta_n}{L_{mn}} w_{mn}\sin\chi_m\alpha\cos n\beta;$$

$$\frac{1}{p_0 R} T_i = -12(1-\nu_1\nu_2)(\frac{R}{h})^2 \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\theta_m\theta_n}{L_{mn}} t_{imn}\sin\chi_m\alpha\cos n\beta; \qquad (2.3)$$

$$\frac{1}{p_0 R^2} G_i = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\theta_m\theta_n}{L_{mn}} g_{imn}\sin\chi_m\alpha\cos n\beta; \qquad (i=1,2),$$

где $$w_{mn} = \chi_m{}^4 + \left(\frac{\lambda-\nu_2{}^2}{\mu_1} - 2\nu_2\right)\chi_m{}^2 n^2 + \lambda n^4;$$

$$t_{1mn} = \lambda\chi_m{}^2 n^2 + \frac{2c^2}{1-\nu_1\nu_2}\left[2\mu_1\chi_m{}^4 n^2 + (\lambda - \nu_2{}^2 - 2\nu_2\mu_1)\chi_m{}^2 n^4\right];$$

$$t_{2mn} = \lambda\left\{\chi_m{}^4 - \frac{2c^2}{1-\nu_1\nu_2}\left[\nu_1\chi_m{}^6 + \left(3 + \lambda\frac{\nu_1}{\mu_1} - \frac{\nu_1}{\mu_1}(\nu_2+2\mu_1)^2\right)\chi_m{}^4 n^2 + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \left(\frac{\lambda-\nu_2{}^2}{\mu_1} + 4\mu_1 - \nu_2\right)\chi_m{}^2 n^4 + \lambda n^6\right]\right\};$$

$$g_{1mn}=\left[\chi_m{}^6+\left(\frac{\lambda-\nu_2{}^2}{\mu_1}-\nu_2\right)\chi_m{}^4n^2+-\nu_2\chi_m{}^4+\left[\lambda+\nu_2\left(\frac{\lambda-\nu_2{}^2}{\mu_1}-\nu_2\right)\right]\chi_m{}^2n^4+\right.$$

$$\left.+\left(\lambda+\nu_2{}^2-\frac{\left(\lambda-\nu_2{}^2\right)\nu_2}{\mu_1}\right)\chi_m{}^2n^2-\lambda\nu_2\left(n^4-n^6\right)\right];$$

$$g_{2mn}=\lambda\left[\nu_1\chi_m{}^6-\chi_m{}^4+\left[1+\frac{\left(\lambda-\nu_2{}^2\right)\nu_1}{\mu_1}-2\nu_1\nu_2\right]\chi_m{}^4n^2+\left(\frac{\lambda-\nu_2{}^2}{\mu_1}-\nu_2\right)\chi_m{}^2n^4-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{\lambda-\nu_2{}^2}{\mu_1}-2\nu_2\right)\chi_m{}^2n^2-\lambda\left(n^4-n^6\right)\right];$$

3. Численные результаты расчета оболочек. В качестве объекта исследования влияния ортотропии на напряженно-деформированное состояние рассмотрим оболочку с геометрическими параметрами, принятыми в работе [4]: длина L=4000 см, радиус R=320 см, толщина h=0,6 см. Угол заполнения сосуда жидкостью $2\beta_0$= 66 град.

3.1. Анализ влияния на напряженно-деформированное состояние параметра ортотропии λ**.** Результаты расчётов по формулам (2.3) для гипотетических ортотропных материалов исследуемой оболочки представим в виде графиков на рис. 1-5 , где дано распределение нормального перемещения, продольного и кольцевого усилий, продольного и кольцевого изгибающих моментов: w, T_1, T_2, G_1, G_2 - вдоль нулевой образующей оболочки в зависимости от значений параметра ортотропии материала λ, который изменяется в достаточно широком диапазоне (λ= 0,1 - 10). Имеет место весьма сильная зависимость приведенных факторов от величины λ. Причем, при росте параметра ортотропии

λ значения кольцевого изгибающего момента увеличиваются, а нормального перемещения и продольного усилия уменьшаются.

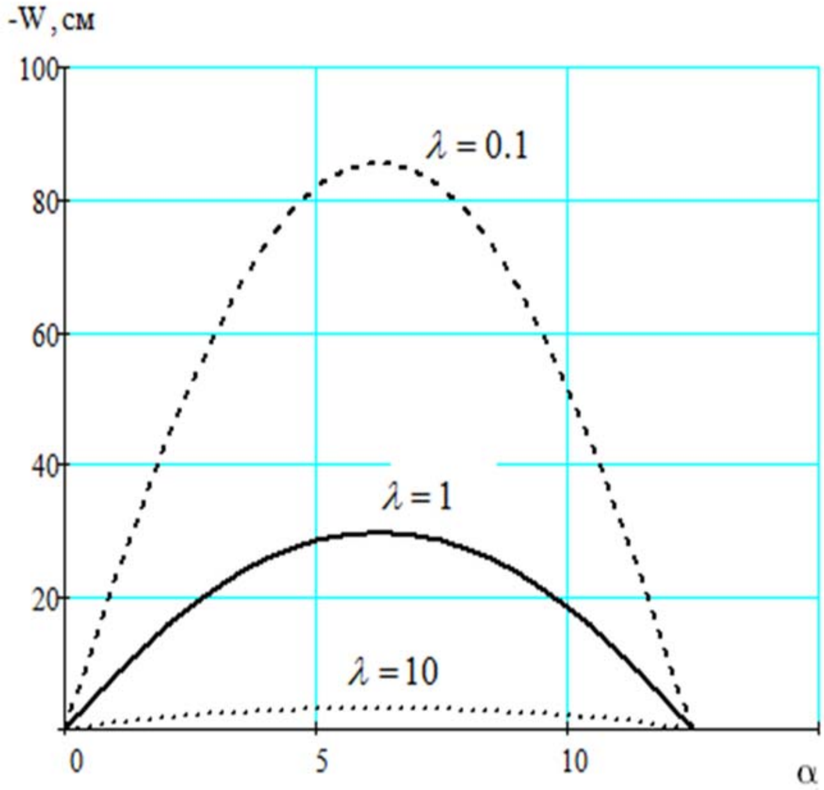

Рис.1. Изменение радиального перемещения вдоль нулевой образующей оболочки при различных значениях параметра ортотропии материала λ.

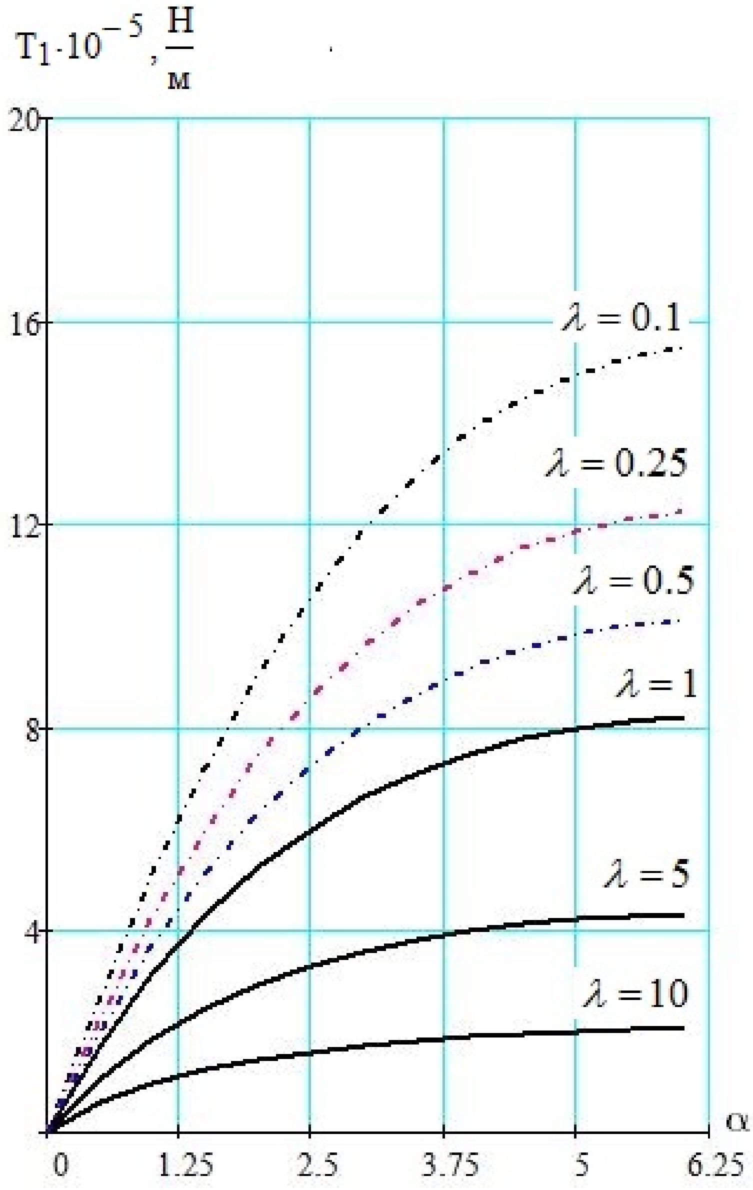

Рис.2. Изменение продольного усилия вдоль нулевой образующей оболочки при различных значениях параметра ортотропии λ.

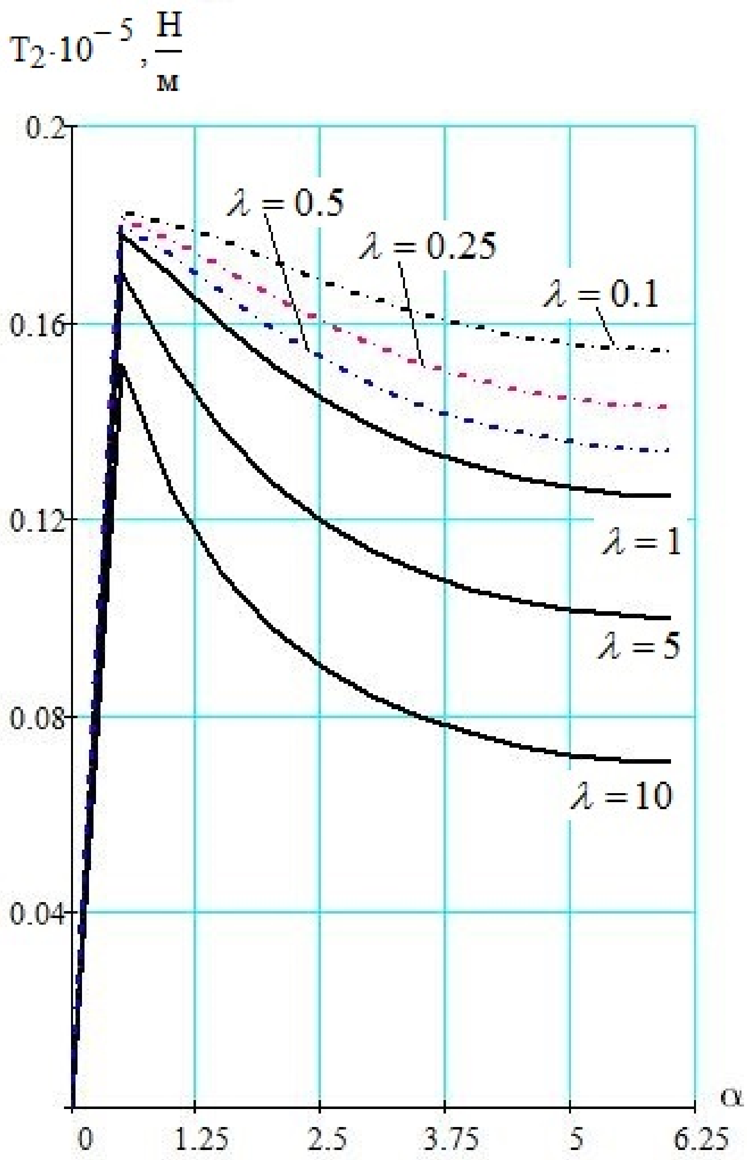

Рис.3. Изменение кольцевого усилия вдоль нулевой образующей оболочки при различных значениях параметра ортотропии λ.

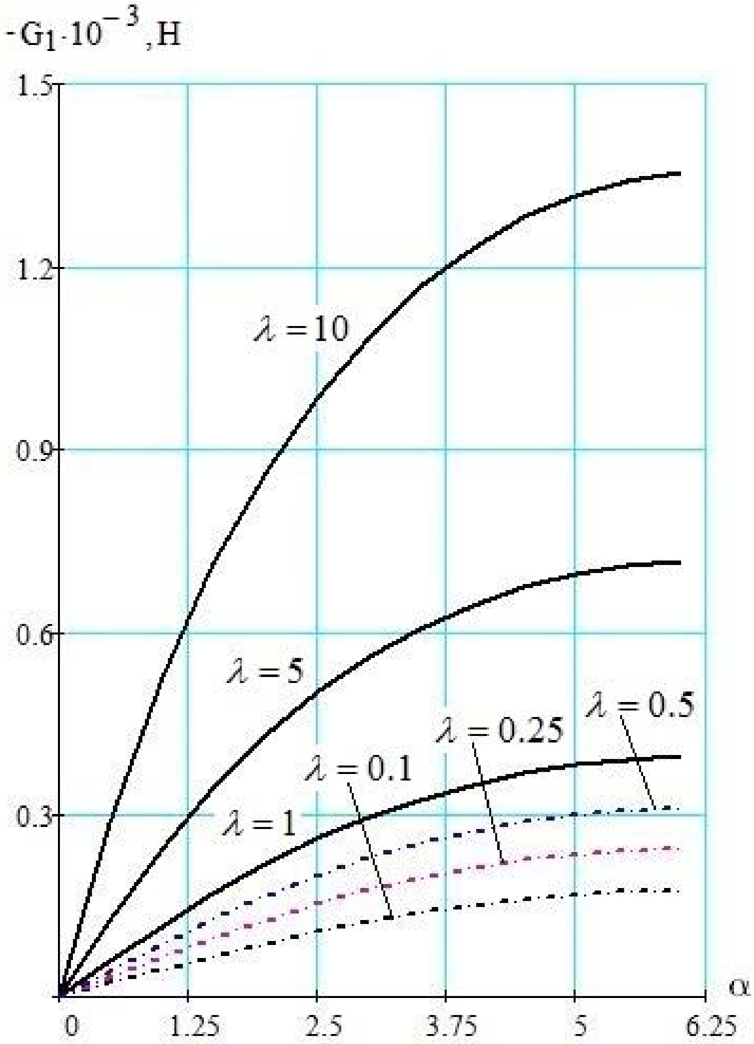

Рис.4. Изменение продольного изгибающего момента вдоль нулевой образующей оболочки с различными значениями параметра ортотропии λ.

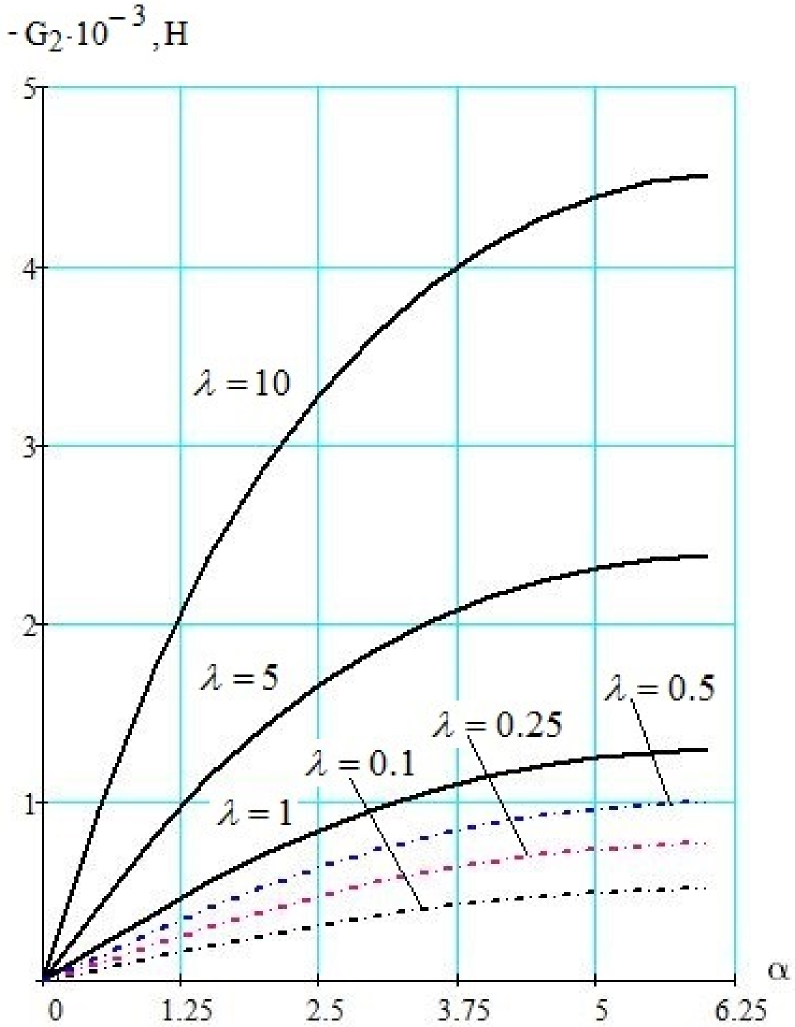

Рис.5. Изменение кольцевого изгибающего момента вдоль нулевой образующей оболочки с различными значениями параметра ортотропии λ.

Отметим, что в соответствии с принятым правилом знаков, как в [6,7], отрицательное нормальное перемещение направлено в сторону увеличения радиуса, положительные усилия – растягивающие, а положительные изгибающие моменты создают растягивающие напряжения на внешней поверхности оболочки.

Результат расчёта максимального значения нормального продольного напряжения, в середине оболочки, для частного случая изотропного материала, при $\lambda = 1$, сопоставлялся с полученным в монографии приближенным решением [4].

При этом его отклонение от полученного здесь точного результата составляет более 10%.

3.2. К выбору типа материала для сосуда. В качестве другого примера рассмотрим цилиндрические оболочки с шарнирным закреплением, изготовленные из стали 1Х18Н10Т, алюминиевого сплава Д16Т и композитного материала со следующими механическими характеристиками:

1 - Сталь 1Х18Н10Т: $E_1 = E_2 = 21 \cdot 10^4\, мПа, \quad \nu_1 = \nu_2 = 0.3;$

2 - Алюминиевый сплав Д16Т: $E_1 = E_2 = 7.2 \cdot 10^4\, мПа, \quad \nu_1 = \nu_2 = 0.3;$

3 -Боропластик: $E_1 = 21.1 \cdot 10^4\ мПа,\ E_2 = 2.11 \cdot 10^4\ мПа,\ \nu_1 = 0.35,\ \nu_2 = 0.035;$

4 - Стеклопластик:

$E_1 = 6.25 \cdot 10^4\ мПа,\ E_2 = 2.12 \cdot 10^4\ мПа,\ \nu_1 = 0.215,\ \nu_2 = 0.073.$

Оболочки имеют указанные в начале раздела **3** геометрические параметры и угол заполнения жидкостью $2\beta_0 = 66^0$.

Численные значения максимальных напряжений, полученные по формулам (2.3), на наружной и внутренней поверхностях оболочки, приведены в таблице 1. Максимальные нормальные перемещения записаны в последнем столбце этой таблицы.

Таблица 1

Материал оболочки	Напряжение, мПа				Нормальное перемещение, см
	$s_{1\max}^{+}$	$s_{1\max}^{-}$	$s_{2\max}^{+}$	$s_{2\max}^{-}$	W
1X18H10T	70.6	202.3	-214	218	29.6
Д 16	70.6	202.3	-214	218	86.4
Боропластик	224	291	-83	89	85.5
Стеклопластик	163	226	-134	139	180

В таблице 1 приняты обозначения: s_1^{+} и s_2^{+} - меридиональное и окружное напряжения на наружной поверхности; s_1^{-} и s_2^{-} - меридиональное и окружное напряжения на внутренней поверхности оболочки.

Выводы. Таким образом, дано обобщение задачи В.З.Власова на случай анизотропного, физически ортотропного, материала. Построенное эффективное решение позволяет получать достаточно легко точную информацию о напряженно-деформированном состоянии оболочек с шарнирными условиями закрепления из ортотропных композитных материалов при действии радиальной нагрузки, а для конкретных конструкций выбирать подходящие материалы. Влияние граничных условий закрепления оболочек, отличных от шарнирных, исследовано в работе [8], а анализу влияния анизотропии на напряженное состояние при нагрузке, отличной от рассмотренной, а именно продольной, посвящена работа [9].

Библиографический список

1. Кан С.Н., Свердлов И.В. Расчет на прочность самолета. - М.: Машиностроение, 1966. - 519 с.

2. Новиков В.Н., Авхимович Б.М., Вейтин В.Е. Основы устройства и конструирования летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1991.- 368 с.

3. Моссаковский В.И., Макаренков А.Г., Никитин П.И., Саввин Ю.И., Спиридонов И.Н. Прочность ракетных конструкций. - М.: Высшая школа, 1990. - 359 с.

4. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. - М.: Изд-во АН СССР, 1962. - 528 с.

5. Белозеров Л.Г., Киреев В.А. Композитные оболочки при силовых и тепловых воздействиях. – М.: Физматлит, 2003. – 388 с.

6. Образцов И.Ф., Нерубайло Б.В., Андрианов И.В. Асимптотические методы в строительной механике тонкостенных конструкций. - М.: Машиностроение, 1991. - 416 с.

7. Нерубайло Б.В. Локальные задачи прочности цилиндрических оболочек. - М.: Машиностроение, 1983. - 248 с.

8. Нерубайло Б.В., Ву Ба Зуи, Зайцев В.М. К расчёту напряжений в цилиндрических сосудах при несимметричном гидростатическом давлении и нагреве // Электронный журнал «Труды МАИ», 2013, вып.67: http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=41403 (дата публикации 25.08.2013).

9. Нерубайло Б.В., Ву Ба Зуи. Дифференциальные уравнения физически ортотропны и изотропных цилиндрических оболочек при действии продольных нагрузок // Вестник Московского авиационного института, 2013. Т.20. С. 173-184.