

УДК 629.7.024

**Расчет и проектирование контурно подкрепленной композитной панели,
нагруженной поперечной силой**

А.А. Дудченко, Ле Ким Кыонг, С.А. Лурье

В статье рассматривается расчет и проектирование контурно подкрепленной композитной панели, нагруженной поперечной нагрузкой. Решение строится в аналитической форме с использованием вариационного метода В.З. Власова в рядах по перемещениям в плоскости конструкции. Панель может быть нагружена произвольной поперечной силой и иметь произвольные условия закрепления. Полученное решение является основой для удовлетворения условия прочности в задаче проектирования. Приведены примеры решения задачи.

Ключевые слова:

контурно подкрепленная панель, композитный материал, поперечная нагрузка, метод В.З.Власова.

Расчет и проектирование авиационных конструкций из полимерных композиционных материалов (ПКМ) на начальном этапе создания изделий с помощью МКЭ является необоснованным и не корректным. В настоящее время разработано достаточно большое количество методов расчета и проектирования – математических и численных, но все они громоздки и не позволяют оперативно и с достаточной степенью точности проводить нахождение искомых параметров для реальных силовых конструкций из многослойных волокнистых композиционных материалов на стадии эскизного проектирования в элементах планера самолета. Знание рациональной структуры элементов конструкции с учетом всех прочностных, жесткостных, конструктивно-технологических и эксплуатационных требований является необходимым условием создания планера современного самолета минимальной массы. Проектирование заключается в определении большого количества конструктивных, геометрических, технологических параметров. Предлагаемый подход позволяет, используя особенности многослойной структуры композиционного материала (КМ), существенно упростить технологию расчета и проектирования.

Рассмотрим практический подход к расчету и проектированию контурно подкрепленной панели, нагруженной поперечной силой, с использованием условия равнопрочности. Для многослойной структуры материала, состоящего из однонаправлено ориентированных слоев или слоев ткани с ортогонально ориентированной структурой волокон, предельное состояние определяется пределом прочности при растяжении-сжатии в каждом направлении слоя и сдвиге в его плоскости. Подкрепленные панели являются часто используемыми несущими элементами силовых конструкций типа лонжеронов и нервюр, поэтому необходимо для определения напряженно-деформированного состояния

(НДС) корректно строить аналитические расчетные модели с последующим использованием решения в ограничении по прочности. Построение общего подхода к решению произвольной задачи часто приводит к необоснованным осложнениям. Панели могут иметь различные граничные условия закрепления, различные способы нагружения в ее плоскости как сосредоточенными, так и распределенными силами. Так как задачи решаются в линейной постановке, то любую сложную проблему можно разложить на простые составляющие задачи, решать каждую из них отдельно и затем использовать принцип суперпозиции. Аналитические решения имеют преимущество перед современными разностными методами, так как позволяют получить прямую аналитическую связь между искомыми параметрами. Это преимущество удобно использовать в задачах проектирования, если аналитическое решение достаточно просто, но обладает необходимой степенью точности.

Сначала построим решение поставленной задачи. Для определения напряженно-деформированного состояния в элементах панели, которое позволит оценить их прочность, используется вариационный метод В.З. Власова [1]. Решение проводится в перемещениях, которые в соответствии с этим методом определяются с учетом условий нагружения и закрепления панелей. Такой подход к решению задач позволяет учесть способ и место приложения сил, определить концентрацию напряжений и область их расположения. Это особенно важно для определения ресурса работы конструкции, когда в ней идет накопление повреждений и происходит изменение механических характеристик материала.

Рассмотрим панель, нагруженную поперечными силами (рис.1).

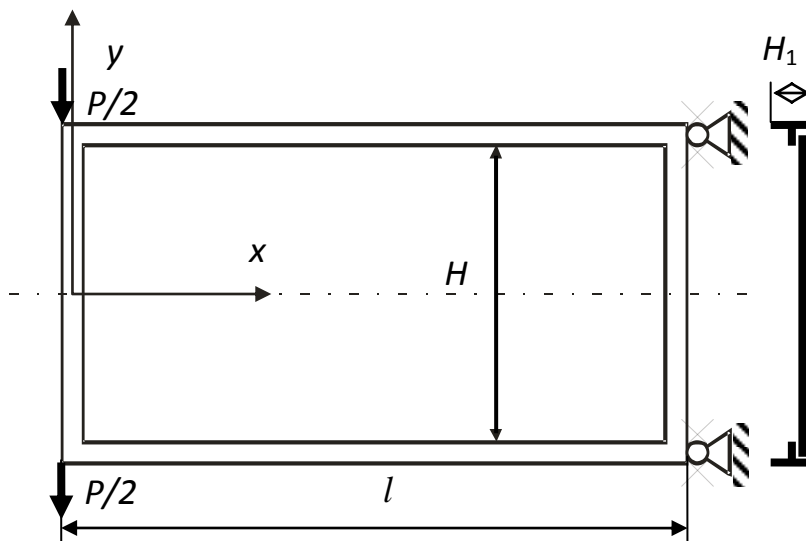


Рис. 1.

В соответствии с методом В.З. Власова функции перемещений u вдоль оси x и v вдоль оси y ищем в виде следующих рядов:

$$u = \sum_{i=1}^m U_i(x) \varphi_i(y); \quad v = \sum_{k=1}^n V_k(x) \psi_k(y). \quad (1)$$

Здесь функции $\varphi_i(y)$ и $\psi_k(y)$, называемые аппроксимирующими, выбираются с учетом условий нагружения и закрепления панели, а функции $U_i(x)$ и $V_k(x)$ подлежат определению в процессе решения задачи. Так как задача решается в перемещениях, то

выбираемые функции должны быть непрерывными и должны удовлетворять геометрическим граничным условиям, если таковые имеются.

Примем физические уравнения в следующем виде:

для ортотропной пластины

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \bar{B}_{11}\varepsilon_x + \bar{B}_{12}\varepsilon_y = \bar{B}_{11}\frac{\partial u}{\partial x} + \bar{B}_{12}\frac{\partial v}{\partial y}; & \sigma_y &= \bar{B}_{21}\varepsilon_x + \bar{B}_{22}\varepsilon_y = \bar{B}_{11}\frac{\partial u}{\partial x} + \bar{B}_{12}\frac{\partial v}{\partial y}; \\ \tau_{xy} &= \bar{B}_{33}\gamma_{xy} = \bar{B}_{33}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right);\end{aligned}\quad (2)$$

для подкрепляющих элементов

$$P_c = \sigma_c F_c = E_c F_c \varepsilon_c = E_c F_c \frac{\partial u(y_c)}{\partial x}.$$

Здесь \bar{B}_{pq} – средние значения упругих констант пластины, вычисление которых приведено в [2]; E_c и F_c – модуль упругости и площадь поперечного сечения подкрепляющих элементов.

Учтем, что усилия и жесткости B_{pq} в пластине имеют вид

$$N_x = \sigma_x h; \quad N_y = \sigma_y h; \quad N_{xy} = \tau_{xy} h; \quad B_{pq} = \bar{B}_{pq} h, \quad (3)$$

где $\int dz = h$ – толщина многослойной пластины.

Подставляя в (2) и (3) формулы для перемещений (1) и полученные выражения в полную энергию $\mathcal{E} = U - A$ плоской подкрепленной панели, запишем составляющие энергии:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dx dy dz + \sum_r \int_{l_r} \sigma_c \varepsilon_c F_c dx; \quad (4)$$

$$\begin{aligned}A &= \int_0^l \int_{H_1}^{H_2} (pu + qv) dx dy + \\ &+ \sum_p P_p(x=0, l) u(x=0, l; y_p) + \sum_q P_q(x=0, l) v(x=0, l; y_q) + \\ &+ \int_{H_1}^{H_2} [p_x u(x=0) + p_y v(x=0)] dy - \sum_t \int_{H_1}^{H_2} [p_{\delta, t} u_t(x_t) + q_{\delta, t} v_t(x_t)] dy,\end{aligned}\quad (5)$$

где σ_x , σ_y – средние постоянные по толщине пластины нормальные и τ_{xy} касательное напряжения, а ε_x , ε_y , γ_{xy} – соответствующие деформации в панели; σ_c , ε_c , F_c – напряжение, деформация и площадь поперечных сечений в продольных подкрепляющих элементах панели; $p(x, y)$ и $q(x, y)$ – поверхностные силы в обшивке, параллельные осям x и y соответственно; P_p и P_q – сосредоточенные силы; p и q – номера сил, прикладываемые в точках с соответствующими координатами x , y ; u и v – функции перемещений вдоль координат x и y соответственно; p_x и p_y – внешние

распределенные силы, приложенные на поперечной границе панели; $p_{\bar{0},t}$ и $q_{\bar{0},t}$ – реакции изгиба и удлинения поперечных балок; t – номер балки.

Тогда усилия в пластине будут равны $N_x = \sigma_x h$; $N_y = \sigma_y h$; $N_{xy} = \tau_{xy} h$, где $\int dz = h$ – толщина многослойной пластины.

Интегрируя выражение полной энергии по координате y , так как функции $\varphi_i(y)$ и $\psi_k(y)$ известны, то полная энергия \mathcal{E} превратится в функционал вида

$\mathcal{E} = \int_0^{\ell} \Phi(x, U_i, U_i', V_k, V_k') dx$. Минимум этого функционала в соответствии с принципом

Лагранжа даст соответственно уравнения равновесия и статические граничные условия :

$$\sum_{i=1}^m (U_i'' a_{ij} - U_i' b_{ij}) - \sum_{k=1}^n V_k' (c_{kj} - d_{kj}) + p_j = 0 \quad (j=1,2,\dots,m); \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^m (U_i' (\bar{c}_{ih} - \bar{d}_{ih})) + \sum_{k=1}^n (V_k'' r_{kh} - V_k' s_{kh}) + q_h = 0 \quad (h=1,2,\dots,n), \quad (7)$$

где коэффициенты уравнений равновесия имеют вид

$$a_{ij} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{11} \varphi_i \varphi_j h dy + \sum_{r=1}^R E_c F_c \varphi_i(y_c) \varphi_j(y_c); \quad b_{ij} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{33} \varphi_i' \varphi_j' h dy; \quad (8)$$

$$c_{kj} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{33} \psi_k \varphi_j' h dy; \quad \bar{c}_{ik} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{33} \varphi_i' \psi_k h dy; \quad d_{kj} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{12} \psi_k' \varphi_j h dy; \quad p_j = \int_{-H/2}^{H/2} p \varphi_j dy;$$

$$\bar{d}_{ih} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{12} \varphi_i \psi_h' h dy; \quad r_{kh} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{33} \psi_k \psi_h h dy; \quad s_{kh} = \int_{-H/2}^{H/2} B_{22} \psi_k' \psi_h' h dy; \quad q_h = \int_{-H/2}^{H/2} q \psi_h dy$$

и учитывают все плоские формы деформации обшивки. Здесь $H = H_1 + H_2$ – полная высота панели, продольная ось x делит панель пополам ($H_1 = H_2$), а естественные граничные условия для свободных границ запишутся как

$$\left[\int_{-H_1}^{H_2} (\sigma_x n h - p_x - p_{\bar{0}}) \varphi_j dy - \sum_{p=1}^M P_p \varphi_j(y_p) \right] \delta U_j \Big|_0 = 0; \quad (9)$$

$$\left[\int_{-H_1}^{H_2} (\tau_{xy} n h - p_y - q_{\bar{0}}) \psi_h dy - \sum_{q=1}^N P_q \psi_h(y_q) \right] \delta V_h \Big|_0 = 0, \quad (10)$$

где $p_{\bar{0}}$ и $q_{\bar{0}}$ – реакция поперечного силового элемента от действующих на него сил; n – нормаль к поверхности на рассматриваемой границе. Принимая, что продольные подкрепления работают только на растяжение, а поперечные на растяжение и изгиб, выражая напряжения в (9) и (10) через перемещения и раскрывая реакцию балок в виде

$p_{\bar{0}} = E_{\bar{0}} I_{\bar{0}} \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = E_{\bar{0}} I_{\bar{0}} \sum_{i=1}^m U_i \varphi_i^{IV}$ и $q_{\bar{0}} = \frac{dN_{\bar{0}}}{dy} = E_{\bar{0}} F_{\bar{0}} \sum_{k=1}^n V_k \psi_k''$, запишем статические

граничные условия в окончательной форме

$$\begin{aligned}
& - \int_{-H}^{H_2} E_6 I_6 \left(\sum_i U_i \varphi_i'' \right) \varphi_j'' dy - E_c F_c \left(\sum_i U_i' \varphi_i \right) \varphi_j \Big|_{-H_1}^{H_2} + \\
& + \int_{-H_1}^{H_2} \left[B_{11} \sum_{i=1}^m U_i' \varphi_i + B_{12} \sum_{k=1}^n V_k \psi_k' \right] \varphi_j h dy = \int_{-H_1}^{H_2} p_x \varphi_j dy + \sum_p P_p \varphi_j (y_p); \\
& \int_{-H_1}^{H_2} E_6 F_6 \left(\sum_k V_k \psi_k' \right) \psi_h' dy + \int_{-H_1}^{H_c} B_{33} \left(\sum_{i=1}^m U_i \varphi_i' + \sum_{k=1}^n V_k \psi_k \right) \psi_h h dy = \\
& = \int_{-H_1}^{H_2} p_y \psi_h dy + \sum_q P_q \psi_h (y_q).
\end{aligned} \tag{11}$$

Здесь функции φ_i и ψ_k учитывают балочную часть перемещений и деформацию поперечного сечения. Балочные функции определяют поворот поперечного сечения функцией $\varphi_1 = y$ и вертикальное смещение вдоль оси y функцией $\psi_1 = 1$. Остальные функции учитывают деформацию сечения с учетом геометрических условий точечного закрепления по координате y и отвечают смыслу задачи. Например, начальные первообразные функции φ_i и ψ_k для задачи изгиба можно выбрать в полиномиальном виде: $\bar{\varphi}_2 = y - 4y^3 / H^2$; $\bar{\varphi}_3 = y - 16y^5 / H^4$ и т.д. и $\bar{\psi}_2 = 1 - 4y^2 / H^2$; $\bar{\psi}_3 = y - 16y^5 / H^4$ и т.д. Здесь принято, что функция $\varphi_1 = y$ учитывает только продольное перемещение в подкрепляющих элементах при значении $y = \pm H/2$, а функция $\psi_1 = 1$ справедлива для всего сечения, включая и продольные элементы. Для решения задачи необходимо провести ортогонализацию выбранных функций между собой, чтобы коэффициенты $a_{ij} = 0$ и $r_{kh} = 0$ уравнений (6) и (7) при $i \neq j$ и $k \neq h$ обращались в нуль.

На закрепленном краю граничные условия должны удовлетворять условиям точечного закрепления и свободной границе между этими точками (рис. 1). Тогда с учетом проведенной ортогонализации функции перемещений запишутся в форме

$$u = [U_1 + c_1 U_2 + (c_2 + c_1 c_3) U_3] \varphi_1 + U_2 \bar{\varphi}_2 + U_3 (\bar{\varphi}_3 + c_3 \bar{\varphi}_2); \tag{12}$$

$$v = [V_1 + d_1 V_2 + (d_2 + d_1 d_3) V_3] \psi_1 + V_2 \bar{\psi}_2 + V_3 (\bar{\psi}_3 + d_3 \bar{\psi}_2). \tag{13}$$

Так как функции φ_2 , φ_3 , ψ_2 и ψ_3 уже удовлетворяют условиям закрепления, то из (12) и (13) следует

$$U_1 + c_1 U_2 + (c_2 + c_1 c_3) U_3 = 0; \quad V_1 + d_1 V_2 + (d_2 + d_1 d_3) V_3 = 0. \tag{14}$$

На свободной границе между точками закрепления ставим статические условия (11) при отсутствии внешних нагрузок с использованием функций φ_2 , φ_3 , ψ_2 и ψ_3 .

Проведя ортогонализацию заданных функций, разрешающую систему задачи (6) и (7) запишем с учетом вида выбранных функций и значений коэффициентов в виде:

$$\begin{aligned}
& a_{11}U_1'' - b_{11}U_1 - b_{21}U_2 - b_{31}U_3 - b_{11}V_1' - (c_{21} - d_{21})V_2' + d_{31}V_3' = 0; \\
& -b_{12}U_1 + a_{22}U_2'' - b_{22}U_2 - b_{32}U_3 - b_{12}V_1' - (c_{22} - d_{22})V_2' - (c_{32} - d_{32})V_3' = 0; \\
& -b_{13}U_1 - b_{23}U_2 + a_{22}U_3'' - b_{33}U_3 - b_{13}V_1' + d_{32}V_2' - (c_{33} - d_{33})V_3' = 0; \\
& b_{11}U_1' + b_{12}U_2' + b_{13}U_3' + b_{11}V_1'' = 0; \\
& (c_{21} - d_{21})U_1' + (c_{22} - d_{22})U_2' + (c_{23} - d_{23})U_3' + r_{22}V_2'' - s_{22}V_2 - s_{32}V_3 = 0; \\
& (\bar{c}_{13} - \bar{d}_{13})U_1' + (\bar{c}_{23} - \bar{d}_{23})U_2' + (\bar{c}_{33} - \bar{d}_{33})U_3' + r_{33}V_3'' - s_{23}V_2 - s_{33}V_3 = 0.
\end{aligned} \tag{15}$$

Здесь учтено, что $d_{11} = \bar{d}_{11} = d_{12} = \bar{d}_{21} = d_{13} = \bar{d}_{31} = s_{11} = s_{12} = s_{21} = s_{13} = s_{31} = 0$; $c_{21} = \bar{c}_{12} = 0$; $c_{31} = \bar{c}_{13} = 0$ в результате ортогональности функций в этих выражениях, а между коэффициентами существует связь $b_{11} = c_{11} = r_{11}$; $b_{12} = b_{21} = c_{12} = \bar{c}_{21}$; $c_{21} = \bar{c}_{12}$; $d_{21} = \bar{d}_{12}$; $b_{13} = b_{31} = c_{13} = \bar{c}_{31}$; $c_{31} = \bar{c}_{13}$; $d_{31} = \bar{d}_{13}$.

Проинтегрировав четвертое уравнение системы (15) и учтя условие на границе $x = 0$, оно принимает вид с учетом связи между коэффициентами

$$b_{11}U_1 + b_{21}U_2 + b_{31}U_3 + r_{11}V_1' - P = 0. \tag{16}$$

Учитывая связь между балочными функциями уравнения (16) и первым уравнением системы (15), его можно переписать в виде

$$a_{11}U_1'' + d_{21}V_2' = P$$

или, проинтегрировав один раз и удовлетворив статическое граничное условие $M(x=0) = 0$, переписать в виде

$$a_{11}U_1' + d_{21}V_2 = Px. \tag{17}$$

Тогда разрешающая система будет содержать второе, третье, пятое и шестое уравнения системы (15) и уравнения (16) и (17).

Для выбора вида и количества задаваемых функций рассмотрим и проанализируем точность решения 8-ми комбинаций функций φ_1 , φ_2 , φ_3 , ψ_1 , ψ_2 и ψ_3 в следующей последовательности: φ_1 , ψ_1 , ψ_2 ; φ_1 , ψ_1 , ψ_2 и ψ_3 ; φ_1 , φ_2 , ψ_1 ; φ_1 , φ_2 , ψ_1 , ψ_2 ; φ_1 , φ_2 , ψ_1 , ψ_2 и ψ_3 ; φ_1 , φ_2 , φ_3 , ψ_1 ; φ_1 , φ_2 , φ_3 , ψ_1 , ψ_2 ; φ_1 , φ_2 , φ_3 , ψ_1 , ψ_2 и ψ_3 . Решения были проведены при следующих механических значениях материала и геометрических размерах подкрепленной панели. Расчетные параметры панели: длина панели $L = 1,2$ м, высота панели $H = 0,8$ м, площади поперечных сечений контурных балок для продольных стержней F_c и поперечных F_6 балок равны $0,5 \text{ см}^2$, момент инерции поперечных балок $J_6 = 0,02 \text{ см}^4$, модуль упругости балки стержня принят $E = 120$ ГПа. Для пластины панели берем композитную однонаправленную ленту со следующими характеристиками: модуль упругости вдоль направления волокон $E_1 = 144$ ГПа, поперек – $E_2 = 7,5$ ГПа, модуль сдвига $G_{12} = 6,5$ ГПа, коэффициент Пуассона $\mu_{21} = 0,28$, углы укладки $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = -\varphi_3 = \pi/4$; $\varphi_4 = \pi/2$ и толщины слоев $h_1 = 0$; $h_2 = h_3 = 0,2$ мм; $h_4 = 0,2$ мм. Поперечная сила $P = 10000$ кг.

Сравнение вариантов решения приведены для перемещений u и v , усилия N_x и силы в поясе панели N_c по координате x при значении координаты $y = H / 2$. На рис.2 дано перемещение u , на рис.3 - перемещение v , на рис.4 - усилие в стенке панели N_x , на рис.5 - изменение силы N_c в поясе по длине панели.

Как видно из представленного решения последний вариант с тремя функциями φ_i и тремя функциями ψ_k дает наиболее точное и правильное решение задачи.

Рассмотрим задачу проектирования панели, используя ограничение равнопрочности. Считаем, что панель в рамках заданной геометрии имеет постоянные геометрические и значения параметров по длине. Методика проектирования часто зависит от конструктивно-технологических ограничений, габаритов конструкции, характера изменения нагрузки и др. Поэтому, практически, никогда не удастся спроектировать действительно конструкцию минимальной массы, а можно говорить только о рационально спроектированной. Рассмотрим один из возможных подходов к процессу определения параметров панели в следующей последовательности.

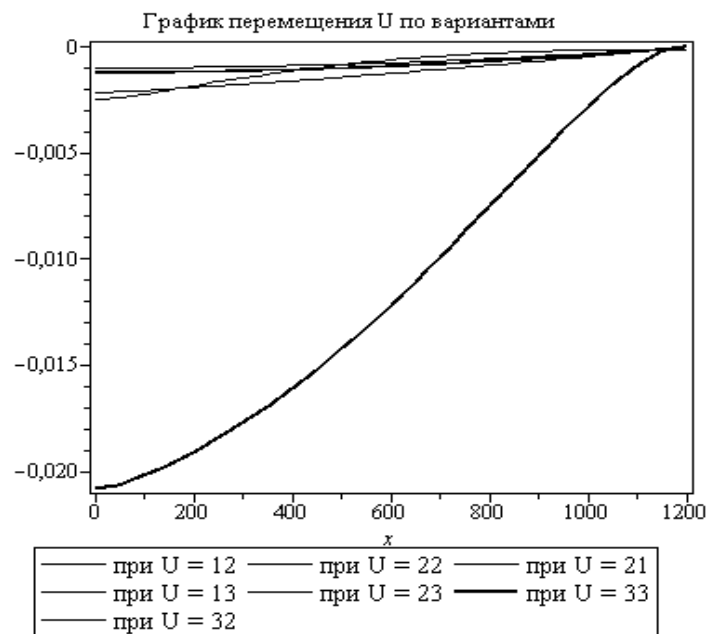


Рис 2. Перемещение u по рассмотренным вариантам

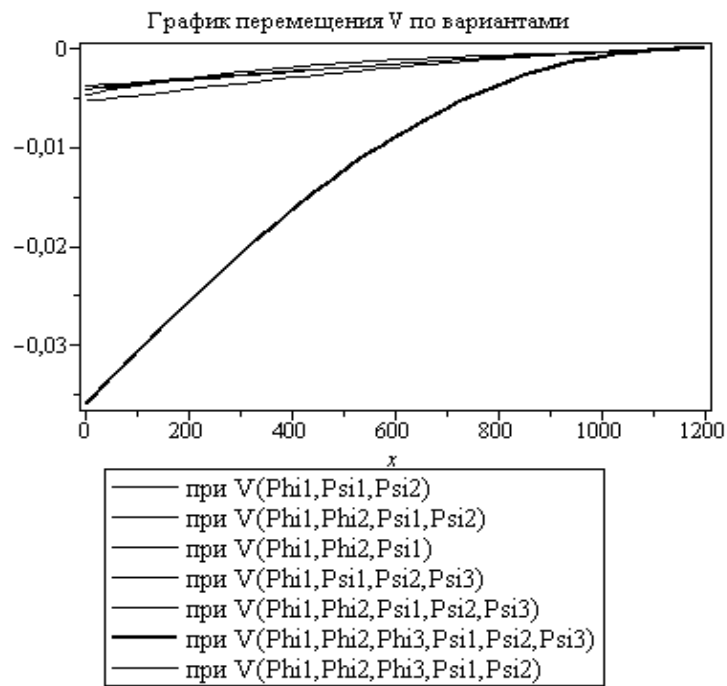


Рис.3. Перемещения V по рассмотренным вариантам

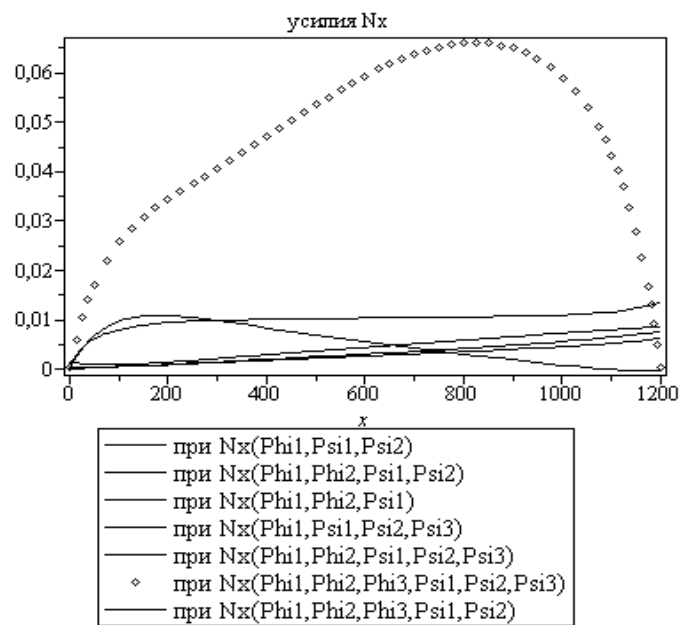


Рис.4. Распределение усилия N_x по расчетным вариантам

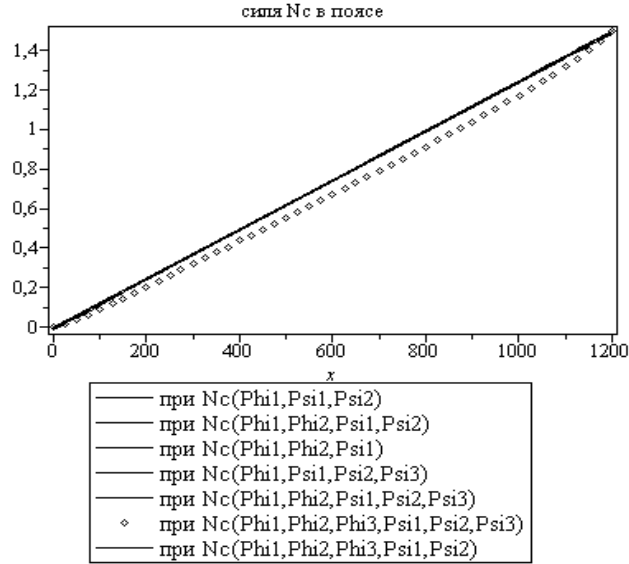


Рис.5. Изменение величины силы N_c по длине пояса

1. Из решения задачи находим область в стенке, где усилие N_x достигает максимального значения. Эта область расположена при значениях координат $x = 840$ мм и $y = 400$ мм. В этой точке усилие N_y достигает максимальной величины, а $N_{xy} \approx 0$, но максимума N_{xy} достигает при значении $y = 0$. Расчетным сечением для поясов будут точки закрепления $x = l$, где в стенке $N_x = 0$.

2. После определения расчетных усилий в стенке найдем толщины слоев композитной структуры стенки. Структура стенки панели, работающая в основном на сдвиг, обычно состоит из трех слоев с углами укладки $\varphi_2 = -\varphi_3 = \pi/4$ и $\varphi_4 = \pi/2$ по отношению к оси x . Задача определения усилий N_i в слоях трехслойного пакета в направлении волокон проводится без учета влияния связующего и является статически определимой, и эти усилия находятся из статических соотношений в точке

$$N_x = \sum_{i=2}^4 N_i \cos \varphi_i; \quad N_y = \sum_{i=2}^4 N_i \sin \varphi_i; \quad N_{xy} = \sum_{i=2}^4 N_i \sin \varphi_i \cos \varphi_i,$$

которые имеют вид

$N_2 = N_x + N_{xy}; \quad N_3 = N_x - N_{xy}; \quad N_4 = -N_x$. Учитывая, что $N_i = \sigma_i h_i$, где σ_i – напряжение в i -м слое; h_i – толщина этого слоя, и принимая, что напряжения в слоях достигают предела прочности σ_{b1} , определяем толщины каждого слоя $h_i = N_i / \sigma_{b1}$.

Для четырехслойного пакета толщины слоев с углами укладки $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = -\varphi_3 = \pi/4$ и $\varphi_4 = \pi/2$ без учета влияния связующего соответствующие толщины определяются с помощью формулы

$$h_i^{(k+1)} = \frac{1}{\sigma_{b1}} \left\{ h_i E_{li} \left[\frac{1}{E_z h} (\cos^2 \varphi_i - \mu_{sz} \sin^2 \varphi_i) N_z + \frac{(\sin \varphi_i \cos \varphi_i)}{G_{zs} h} N_{zs} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{E_s h} (\sin^2 \varphi_i - \mu_{zs} \cos^2 \varphi_i) N_s \right] \right\}^{(k)}$$

где k – номер приближения. Знаки числителя и знаменателя должны быть одинаковыми, так как толщины есть положительные величины. Для ортотропной структуры слоев с углами укладки $\varphi_{2,3} = \pm \frac{\pi}{4}$ необходимо, чтобы $h_2 = h_3$, но из самих формул получается, что $h_2 \neq h_3$ из-за действия усилия N_x . Так как h_2 и h_3 получаются неодинаковыми, то для ортотропной структуры мы должны принять, что $h_2 = h_3 = h_{\max}$ (из этих двух значений выбираем максимальное). Процесс расчета продолжается до тех пор, пока два последних приближения вычисления толщин не будут отличаться друг от друга на заданную величину. Для найденных толщин определяем с учетом связующего напряжения σ_{1i} , σ_{2i} и τ_{12i} и сравниваем их с предельными значениями. Если во всех слоях выполняется условие $\sigma_{1i} \leq \sigma_{B1}$; $\sigma_{2i} \leq \sigma_{B2}$; $\tau_{12i} \leq \bar{\tau}_{12}$, то на этом определение толщин считаем законченным. Чаще всего не выполняется условие $\sigma_{2i} \leq \sigma_{B2}$, т.е. не выполняется условие прочности по связующему. Поэтому рационально проводить проектирование без учета связующего, а затем, если поверочный расчет показывает разрушение связующего, увеличивать толщину всех слоев пропорционально одному коэффициенту, пока во всех слоях все напряжения будут меньше разрушающих значений.

3. После определения структуры стенки и распределения в сечении $x = 840$ мм усилий N_x , N_y и N_{xy} можно найти силы $N_c = \max$ в поясах и затем площадь поперечного сечения, если задаться значением модуля упругости продольного элемента E_c при известной в этом сечении деформации ε_c . Тогда среднее напряжение в поясе равно $\sigma_c = E_c \varepsilon_c$, а площадь сечения будет $F_c = P_c / \sigma_c$. Максимальное значение площади поперечного сечения поясов будет в точках закрепления панели и равно $F_c^{\max} = Pl / H \sigma_{bc}$.

Все расчеты на прочность проводились с учетом постоянства параметров и характеристик материала панели по длине. Поэтому если принять площадь продольных подкреплений панели переменной по длине, то необходимо проверить прочность панели численным методом.

4. После определения всех параметров определяем масса панели M_1 .

В качестве примера рассмотрим прямоугольную панель, нагруженную поперечной силой (см. рис. 1). В данной задаче искомыми параметрами являются толщина стенки h и площадь подкрепления F_c . Искомые параметры должны обеспечивать минимум массы и удовлетворять ограничениям по прочности. Примем, что стенка имеет трехслойную структуру с углами укладки $\pm 45^\circ, 90^\circ$. Материал имеет следующие характеристики: модуль упругости вдоль и поперек волокон $E_1 = 120$ ГПа, $E_2 = 7$ ГПа, модуль сдвига $G_{12} = 6,5$ ГПа, коэффициент Пуассона $\mu_{12} = 0,26$, прочность материала вдоль направления волокон $\sigma_{B1} = 1000$ МПа, поперек направления волокон $\sigma_{B2} = 60$ МПа, прочность при сдвиге $\tau_{12} = 70$ МПа. Изгибающая нагрузка $P = 10000$ кг. Длина панели $l = 2000$ мм, высота панели $H = 400$ мм. Модуль подкрепляющего элемента $E_c = 90$ ГПа.

Расчетные величины толщин стенки панели равны $h_2 = h_3 = 0,584$ мм, $h_4 = 0,2685$ мм (толщины даны без технологических ограничений). Также $E_x = 113185$ МПа, $E_y = 163925$ МПа, $G_{xy} = 62200$ МПа, модуль упругости стержня $E_c = 90000$ МПа, а $F_c = 580$ мм².

После этого была проведена проверка на прочность. Оказалось, что в слое с укладкой $\pm 45^\circ$ напряжения σ_2 превышают предел прочности. Для удовлетворения условия прочности и не нарушения свойств рациональной структуры увеличиваем пропорционально толщины всех слоев до тех пор, пока во всех слоях не будут удовлетворены условия прочности. Оказалось, что это происходит при увеличении толщин на 10%. В этом случае панель имеет следующие параметры с учетом технологических ограничений $h_2 = h_3 = h_4 = 0,6$ мм. Модуль упругости подкрепления $E_c = 90000$ МПа, площадь подкрепления $F_c = 580$ мм² и масса панели $M = 3,8$ кг.

Библиографический список

1. Дудченко А.А., Елпатьевский А.Н. Прочность композитных подкрепленных панелей, нагруженных в своей плоскости // Механика композитных материалов. 1993. Т.29. №1. – С. 84–92.
2. Анизотропные панели – плоская задача / А.А.Дудченко, А.Н. Елпатьевский, С.А. Лурье, В.В. Фирсанов.– М.: Изд-во МАИ, 1991. – 96 с.

Сведения об авторах

Дудченко Александр Александрович, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н., e-mail: a_dudchenko@mail.ru

Кьонг Ле Ким, аспирант Московского авиационного института (национального исследовательского университета), e-mail: lekimcuong150367@yahoo.com

Лурье Сергей Альбертович, главный научный сотрудник ИПРИМ РАН, д.т.н., профессор, e-mail: lurie@ccas.ru

