

УДК 629.7.076:519.854.2

Маршрутизация полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра на основе решения разновидностей задачи коммивояжера

Моисеев Д. В.^{1*}, Чинь Ван Минь^{1}, Мозолев Л. А.^{1***},**

Моисеева С.Г.^{1**}, Фам Суан Куен^{2*****}**

¹*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

²*Вьетнамский государственный технический университет имени Ле Куй Дона, ул.*

Хоанг Куок Вьет, 100, Ханой, Вьетнам

**e-mail: moiseev801@mail.ru*

***e-mail: trinhminh6666@gmail.com*

****e-mail: leonidmozolev@mail.ru*

*****e-mail: svetlamois@mail.ru*

******e-mail: famvn@mail.ru*

Аннотация

В статье развивается подход к формированию наискорейших маршрутов полета легкого беспилотного летательного аппарата (БПЛА) в поле постоянного ветра на основе решения разновидностей задачи коммивояжера. Математические постановки рассмотренных задач сформулированы как задачи булевого линейного программирования. Программно-алгоритмической основой решения задач маршрутизации является метод ветвей и границ, реализованный функцией *bintprog* пакета MATLAB. Приведены примеры построения маршрута полета.

Ключевые слова: задача коммивояжера, задача маршрутизации полета, беспилотный летательный аппарат, задача булевого линейного программирования.

Введение

Решение задачи маршрутизации является важным этапом подготовки полета информационных беспилотных летательных аппаратов, который призван повысить эффективность их целевого функционирования [1]. Одна из распространенных трактовок задачи маршрутизации сводится к формированию последовательности облета точек, известным образом расположенных на земной поверхности [2-5]. При этом минимизируется продолжительность полета по маршруту, поскольку это обеспечивает повышение оперативности сбора информации. Решение ищется в виде замкнутого маршрута полета, связывающего все заданные точки, причем через каждую точку БПЛА пролетает только один раз, то есть маршрут не имеет петель. Таким образом, речь идет о классической замкнутой задаче коммивояжера. Специфика упомянутых работ проявляется в том, что именно понимают авторы под элементами исходной матрицы коммивояжера и, соответственно, каков физический смысл критерия. В [2,3] путевая скорость БПЛА считается известной и постоянной на протяжении всего полета. Таким образом, фактически речь идет о минимизации протяженности маршрута. При этом матрица коммивояжера является симметричной, а задача коммивояжера оказывается планарной. В [4,5] путевая скорость определяется с учетом действия в зоне полета постоянного ветра, имеющего известную скорость и направление. Соответственно минимизируется продолжительность полета с учетом действия ветра, а матрица коммивояжера оказывается несимметричной. Само понятие точек, связываемых маршрутом, может

иметь разное физическое содержание. Например, в [2] это геометрический центр определенного района земной поверхности, в [4] это точка на земной поверхности, из которой камера, размещенная на БПЛА, может снимать представляющий интерес объект под определенным ракурсом. Таким образом, в рамках классической постановки задачи коммивояжера, при внешней простоте ее формулировки, удастся учесть нюансы целевого функционирования различных БПЛА, решающих многообразные задачи информационного обеспечения, включая факторы, связанные с влиянием внешней среды. Следует отметить, что кроме рассмотренной в перечисленных выше статьях замкнутой задачи коммивояжера, представляют практический интерес постановки задачи маршрутизации, которые можно свести к вариантам постановки разомкнутой задачи коммивояжера.

Варианты постановки задачи маршрутизации

Применительно к легким БПЛА задача маршрутизации имеет ряд особенностей. С одной стороны, воздушная скорость таких аппаратов относительно невелика, поэтому необходимо учитывать действие ветра в зоне полета. С другой стороны, для легких БПЛА характерны сравнительно небольшой радиус действия и непродолжительный по времени полет. Это позволяет считать направление и скорость ветра постоянными для всей зоны и времени полета. Будем также считать, что воздушная скорость и высота полета БПЛА при движении по маршруту постоянны.

Предполагается, что курсовой автопилот обеспечивает полет БПЛА с таким направлением вектора воздушной скорости, которое с учетом действия известного постоянного ветра обеспечит полет аппарата между соседними точками маршрута по прямой их соединяющей. Расчет элементов матрицы коммивояжера, то есть расчет времени полета БПЛА в поле известного постоянного ветра между всеми парами точек выполняется по формулам, полученным в [5]. Значение критерия, то есть расчетная продолжительность полета по маршруту, определяется как сумма продолжительностей полета по прямой между всеми точками маршрута. При этом предполагается, что в силу малого радиуса разворота легкого БПЛА величина фактической продолжительности полета по маршруту с учетом разворотов по курсу несущественно отличается от расчетной продолжительности полета по маршруту. Кроме того, считается, что с увеличением продолжительности полета за счет переходного процесса при изменении курса можно пренебречь в силу его незначительности. Постановка задачи маршрутизации как замкнутой задачи коммивояжера заключается в следующем. При известной воздушной скорости БПЛА, а также скорости и направлении ветра в зоне полета требуется найти наискорейший, замкнутый, связный и не имеющий петель маршрут облета всех n заданных своими координатами на земной поверхности точек. Дополним данную постановку замкнутой задачи маршрутизации вариантами постановки задач, которые в дальнейшем интерпретируем как варианты разомкнутой задачи коммивояжера. При известной воздушной скорости БПЛА, а также скорости и направлении ветра в зоне полета требуется найти наискорейший, разомкнутый,

связный и не имеющий петель маршрут облета всех n заданных своими координатами на земной поверхности точек, если

- точки начала и окончания маршрута заданы;
- точка начала маршрута задана, а точка окончания выбирается;
- точка окончания маршрута задана, а точка начала выбирается;
- точки начала и окончания маршрута не заданы и выбираются.

Математические постановки задач маршрутизации

Математическая постановка задачи маршрутизации полета как замкнутой задачи коммивояжера сводится к нахождению $n(n-1)$ булевых переменных $x_{ij} \in \{0, 1\}$, ($i, j = \overline{1, n}; i \neq j$), которые минимизируют время облета всех заданных точек, то есть обеспечивают

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad i \neq j. \quad (1)$$

Здесь t_{ij} - это время перелета из точки с номером i в точку с номером j . Если $x_{ij} = 1$, то двигаясь по маршруту, БПЛА из точки i перелетает непосредственно в точку j . Если $x_{ij} = 0$, то при движении по маршруту, непосредственный перелет из точки с номером i в точку с номером j не предусмотрен.

При этом должны быть выполнены ограничения:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = \overline{1, n}; i \neq j), \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (i = \overline{1, n}; i \neq j). \quad (3)$$

Ограничения отражают то условие, что БПЛА должен побывать в каждой из заданных точек ровно один раз.

Как известно [6], постановка (1) – (3) является задачей о назначениях, решение которой содержит n переменных равных единице, а остальные $n(n-2)$ являются нулевыми. Решение может состоять из нескольких простых вершинно-непересекающихся циклов, так называемых подциклов, проходящих через меньшее чем n число точек. Поэтому, для получения маршрута, связывающего n точек, необходимо дополнить ограничения (1) – (3) условиями, обеспечивающими связность искомого цикла. Такие условия можно записать в виде различных ограничений. В ряде источников, например, в [6], используются ограничения вида

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 1, \quad u_i \geq 0 \quad (i, j = \overline{1, n}; i \neq j). \quad (4)$$

Рассмотрим теперь разомкнутую задачу маршрутизации. Пусть стартовая точка имеет номер s , а финишная точка имеет номер f .

Математическая постановка разомкнутой задачи маршрутизации полета сводится к нахождению $(n-1)(n-2) + 1$ булевых переменных $x_{ij} \in \{0, 1\}$, $(i, j = \overline{1, n}; i \neq j, i \neq f, j \neq s)$, которые минимизируют время облета всех заданных точек, то есть обеспечивают

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad i \neq j, i \neq f, j \neq s, \quad (5)$$

при выполнении ограничений

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = \overline{1, n}; i \neq j, i \neq f, j \neq s), \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (i = \overline{1, n}; i \neq j, i \neq f, j \neq s). \quad (7)$$

Естественно, ограничения (6) – (7) дополняются условием исключения подциклов. Решение данной задачи содержит $(n - 1)$ переменных равных единице, а остальные $(n - 1)(n - 3) + 1$ переменные являются нулевыми.

Данная постановка справедлива и для вариантов, когда не задана либо точка старта, либо точка финиша, или и та и другая одновременно.

Процедура решения и примеры расчета маршрутов

В работах [2-5] не обсуждались подробно вопросы программно-алгоритмического обеспечения решения задачи маршрутизации и возникающие при этом вычислительные трудности, хотя известно [6], что решение задачи коммивояжера в силу ее NP-полноты представляет самостоятельную серьезную проблему.

Вычислительные эксперименты показали, что устранение подциклов введением ограничений типа (4) при количестве точек более 10 приводит к стремительному росту времени решения. В данной работе в качестве альтернативы был использован метод с последовательным исключением подциклов [7]. Суть метода заключается в том, что задача решается без учета ограничений (4), а если получаемое решение содержит подциклы, то вводятся дополнительные ограничения,

которые запрещают эти подциклы, после чего решение повторяется. Процесс продолжается до того момента, пока полученное решение не будет содержать подциклов. Сходимость такой процедуры доказана [8].

Работоспособность предложенного подхода продемонстрирована на примере расчета замкнутого маршрута облета 40 точек, расположенных случайным образом на площадке размером 100×100 километров. Координаты этих точек приведены в таблице 1. Воздушная скорость БПЛА при расчетах принималась равной 19,44 м/с, а скорость юго-западного ветра составляла 11,1 м/с. Эти значения воздушной скорости и значения параметров постоянного ветра были использованы и в остальных примерах.

Таблица 1. Координаты точек маршрута облета (n=40)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x	35	59	92	76	38	8	53	93	57	1	16	31	17	26	69	45	23	15	54	8
y	83	55	29	75	57	5	78	13	47	34	79	53	60	65	75	8	91	83	100	44
№	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
x	11	0	82	8	26	43	18	15	87	55	85	35	40	24	18	42	90	49	34	37
y	96	77	87	40	80	91	26	14	58	14	62	51	8	12	24	5	94	49	90	11

Найденный оптимальный маршрут облета имеет вид:

1 → 7 → 2 → 9 → 38 → 5 → 32 → 12 → 14 → 13 → 33 → 40 → 34 → 6 → 28 →
 → 35 → 27 → 10 → 24 → 20 → 25 → 18 → 11 → 22 → 21 → 17 → 39 → 26 → 19 →
 → 37 → 36 → 16 → 30 → 8 → 3 → 29 → 31 → 15 → 4 → 23 → 1

Расположение 40 точек и связывающий их оптимальный замкнутый маршрут облета показаны на рисунке 1.

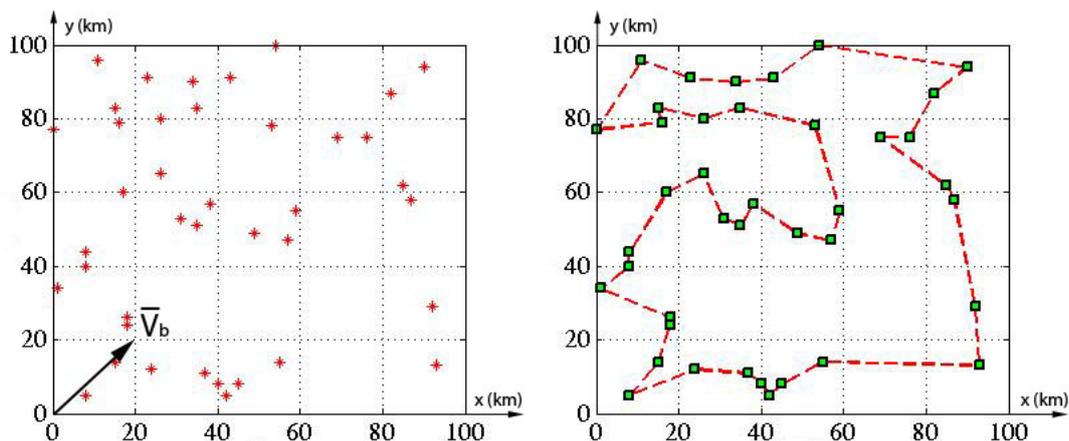


Рисунок 1. Расположение 40 точек и связывающий их оптимальный замкнутый маршрут облета.

Для решения этой и других задач маршрутизации, обсуждаемых в статье, был использован компьютер с процессором Intel(R) i3-4160 CPU @ 3.60GHz и оперативной памятью 4,00 ГБ. Время расчета маршрута для 40 точек составило 61,12 секунд.

Рассмотрим нахождение разомкнутого маршрута облета 15 точек, расположенных случайным образом. Пусть точка начала маршрута имеет номер $s = 2$, а точка окончания имеет номер $f = 6$.

Координаты точек приведены в таблице 2.

Таблица 2. Координаты точек маршрута при $n=15$

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	54	54	52	22	11	40	37	63	93	19	70	53	86	39	74
y	65	72	99	11	6	45	76	77	97	14	9	53	48	67	52

В результате расчета был найден следующий оптимальный разомкнутый маршрут:

$$2 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 1 \rightarrow 12 \rightarrow 15 \rightarrow 13 \rightarrow 11 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 10 \rightarrow 6$$

Расположение 15 точек и связывающий их оптимальный разомкнутый маршрут показаны на рисунке 2.

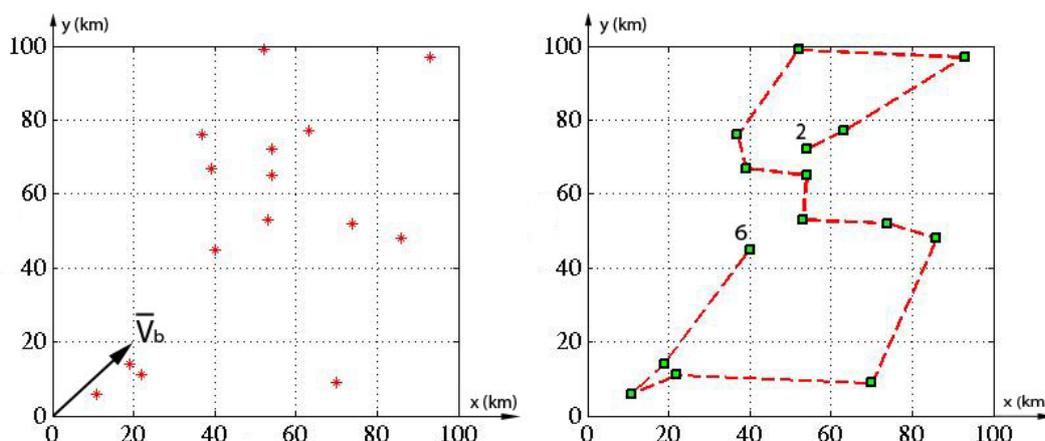


Рисунок 2. Расположение 15 точек и связывающий их оптимальный

разомкнутый маршрут в случае, когда заданы точки начала и окончания маршрута

Время расчета этого маршрута составило 3.06 секунд.

Пусть точка начала маршрута задана и имеет номер $s = 2$, а точка окончания не задана и выбирается. В этом случае задача маршрутизации решается $(n - 1)$ раз для всех возможных вариантов точки окончания маршрута.

Координаты точек, связываемых маршрутом, приведены в таблице 3.

Таблица 3. Координаты точек маршрута ($n=15$)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	79	33	44	77	86	51	59	20	75	79	53	11	68	19	15
y	95	67	83	17	99	88	15	41	83	32	9	14	50	50	5

Результат расчета оптимального разомкнутого маршрута имеют вид:

$$2 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 12 \rightarrow 15 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 10 \rightarrow 13 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 1 \rightarrow 5$$

Расположение 15 точек и связывающий их оптимальный разомкнутый маршрут показаны на рисунке 3.

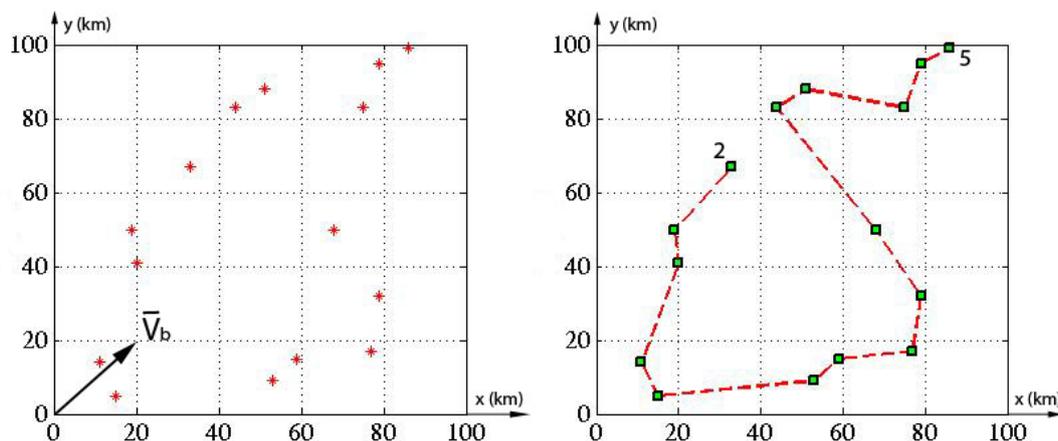


Рисунок 3. Расположение 15 точек и связывающий их оптимальный разомкнутый маршрут в случае, когда точка начала маршрута задана, а точка окончания выбирается

Время расчета этого маршрута составило 3.06 секунд.

Рассмотрим вариант, когда задан номер точки финиша $f = 2$, а точка начала выбирается. Координаты точек приведены в таблице 4.

Таблица 4. Координаты точек маршрута (n=15)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	55	74	69	37	78	93	49	45	51	82	64	81	35	88	62
y	30	19	18	63	8	78	44	31	51	79	38	53	94	55	59

Подход к нахождению стартовой точки аналогичен предыдущему случаю.

Результаты расчетов имеют вид:

$$8 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 10 \rightarrow 6 \rightarrow 14 \rightarrow 12 \rightarrow 15 \rightarrow 11 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6$$

Расположение 15 точек и связывающий их оптимальный разомкнутый маршрут показаны на рисунке 4.

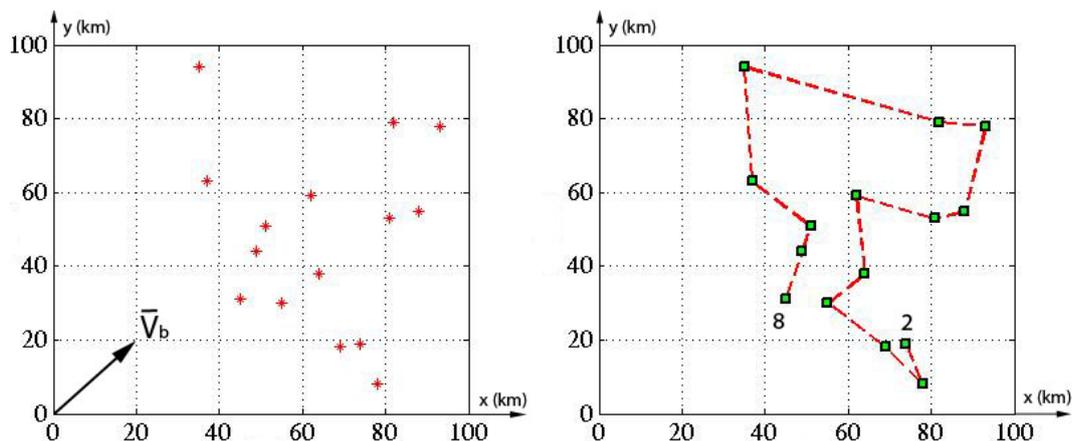


Рисунок 4. Расположение 15 точек и связывающий их оптимальный разомкнутый маршрут в случае, когда точка окончания маршрута задана, а точка начала выбирается

Время расчета составило 4.10 секунд.

Рассмотрим пример нахождения маршрута в случае, когда точки начала и окончания маршрута не заданы и выбираются.

Эта задача тоже решается методом перебора $(n - 1)^2$ вариантов решений задачи маршрутизации при различных заданных точках начала и окончания маршрута. Координаты точек для рассматриваемого примера приведены в таблице 5.

Таблица 5. Координаты точек маршрута (n=10)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	2	17	37	49	95	5	27	55	42	30
y	98	11	20	34	92	74	42	94	98	70

Результат нахождения оптимального разомкнутого маршрута выглядит так:

$$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 5$$

Время расчета составило 41.18 секунд.

Расположение 10 точек, рассматриваемых в этой задаче, и связывающий их оптимальный разомкнутый маршрут показаны на Рисунке 5.

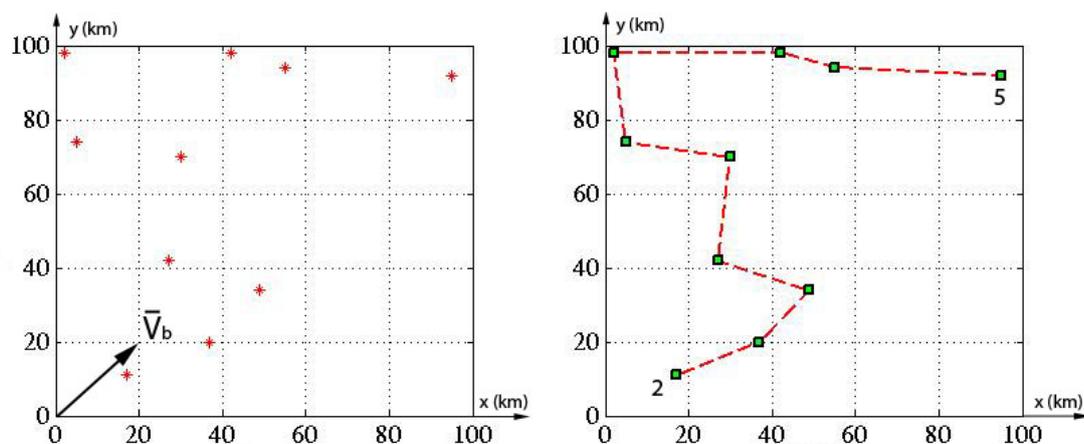


Рисунок 5. Расположение 10 точек и связывающий их оптимальный разомкнутый маршрут в случае, когда не известны точки старта и финиша.

Заключение

1. В статье сформулирован ряд представляющих практический интерес задач нахождения маршрута облета легким беспилотным летательным аппаратом заданных на земной поверхности точек, находящихся в поле постоянного ветра. Задачи маршрутизации сведены к различным вариантам замкнутой и разомкнутой задачи коммивояжера. В частности, для разомкнутой задачи рассмотрены варианты, когда имеется, или отсутствует информация о точках начала и конца маршрута. При этом минимизируется продолжительность полета по маршруту, поскольку это обеспечивает повышение оперативности решения целевой задачи.

2. Обсуждаемые задачи маршрутизации математически формализованы как задачи линейного целочисленного программирования с булевыми переменными.

Каждая из рассмотренных постановок имеет особенности в записи ограничений и целевой функции. В вычислительном плане составление маршрута сведено к последовательному решению задач целочисленного линейного программирования с добавлением условий, исключающих подциклы. Алгоритмической основой решения является метод ветвей и границ, реализованный программно функцией *bintprog* пакета MATLAB.

3. Таким образом, основным результатом работы является разработка унифицированного подхода к математической формализации и численному решению ряда актуальных и практически востребованных задач маршрутизации полета легкого БПЛА в поле постоянного ветра.

4. Приведены примеры построения маршрутов полета. В частности, расчет замкнутого маршрута облета 40 равномерно распределенных в зоне полета точек на компьютере с процессором Intel(R) i3-4160 CPU @ 3.60GHz и оперативной памятью 4,00 ГБ потребовал 61 секунду.

Библиографический список

1. Моисеев В.С., Гущина Д.С., Моисеев Г.В. Основы теории создания и применения информационных авиационных комплексов: Монография. - Казань: Изд-во МОиН РТ, 2010. -196 с.

2. Моисеев В.С., Абсалямов М.Н., Хакимуллина А.Р. Оптимизация траекторий летательного аппарата, выполняющего контроль наземной обстановки // Известия Вузов. Авиационная техника. 2001. №1. С. 16-23.

3. Подлипьян П.Е., Максимов Н.А. Многофазный алгоритм решения задачи планирования полета группы беспилотных летательных аппаратов // Электронный журнал «Труды МАИ», 2011, выпуск № 43. <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=247084> (дата публикации 30.03.2011).

4. Ceccarelli Nicola, Enright John J., Frazzoli Emilio, Rasmussen Steven J. and Schumacher Corey J. Micro UAV Path Planning for Reconnaissance in Wind. Proceedings of the 2007 American Control Conference. New York City, USA, July 11-13, 2007.

5. Таргамадзе Р.Ч., Моисеев Д.В., Фам С.К. О рациональном выборе замкнутого маршрута полета легкого летательного аппарата с учетом прогноза ветра // Вестник ФГУП НПО им. С.А.Лавочкина. 2012. № 3. С. 76-83.

6. Сигал И.Х., Иванова А.П. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003, - 240 с.

7. Козлов М.В., Костюк Ф.В., Сорокин С.В., Тюленев А.В. Решение задачи коммивояжера методом целочисленного линейного программирования с последовательным исключением подциклов: описание и алгоритмическая реализация // Advanced Science. 2012. №2. С. 124-141.

8. Козлов М.В., Костюк Ф.В., Сорокин С.В., Тюленев А.В. Решение задачи коммивояжера методом целочисленного линейного программирования с последовательным исключением подциклов: обоснование, тестовые испытания, применение // Advanced Science. 2012. №2. С. 142-159.