УДК 539.31

О расчете тонкостенных конструкций открытого профиля из композиционного материала

Н.Н. Курдюмов

Рассмотрена задача о сложном нагружении тонкостенной конструкции открытого профиля, несимметричного по геометрическим и жесткостным характеристикам. Принятая в изложеном ниже решении расчетная схема позволяет отказаться от гипотезы об отсутствии сдвига в серединной поверхности, принятой В.З. Власовым [2]. Так же в приведенной работе построена система разрешающих уравнений, которая имеет некоторые отличия от известных уравнений В.З. Власова и определено положение точки, относительно которой происходит поворот сечения, и которая в данной работе и в дальнейшем названа центром вращения.

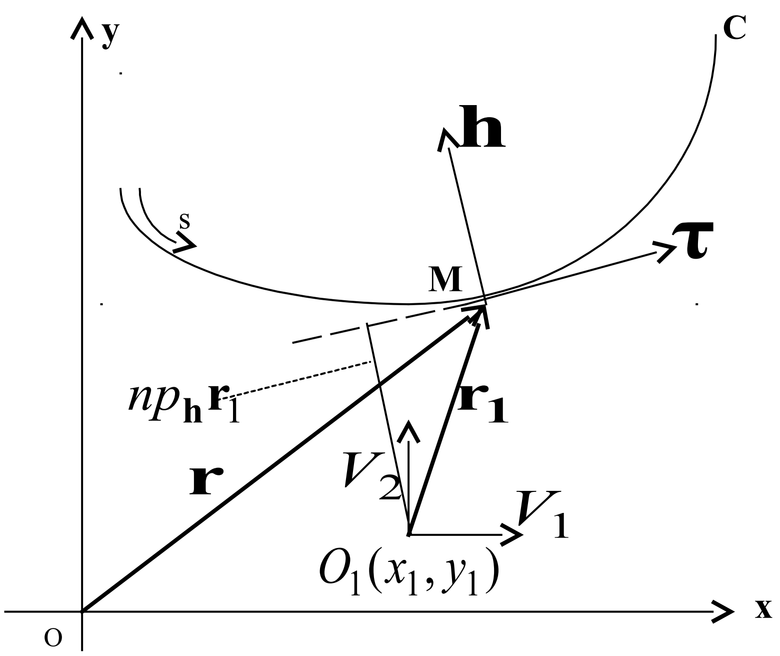
1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем рассматривать тонкостенную конструкцию из композиционного материала профильная линия которой (контур) задана параметрически, т. е. C : $x = x(s)$, $y = y(s)$ или в векторной форме $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s) = (x(s), y(s))$, где s - контурная координата (Рис. 1):

Рис. 1

На рисунке 1 через $\boldsymbol{\tau}$ и $\mathbf{h}$ обозначены соответственно вектор касательной и вектор нормали к контуру C : $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}(s) = (x'(s), y'(s))$, $\mathbf{h} = \mathbf{h}(s) = (-y'(s), x'(s))$.

В качестве допущения введем гипотезу о недеформируемости контура, согласно которой вектор



перемещения точки M может быть представлен в виде:

$\mathbf{V}(M) = \mathbf{V}_{O_1} + \mathbf{V}_B$,

где $\mathbf{V}_{O_1} = V_1\mathbf{e}_1 + V_2\mathbf{e}_2$, $\mathbf{V}_B = [\boldsymbol{\theta} \times \mathbf{r}_1]$, $\boldsymbol{\theta} = (0,0,V_3)$, $\mathbf{r}_1 = (x - x_1, y - y_1, 0)$,

$$\mathbf{V}_B = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ 0 & 0 & V_3 \\ x - x_1 & y - y_1 & 0 \end{vmatrix} = V_3(-(y - y_1), (x - x_1), 0).$$

Распишем перемещение вдоль $\boldsymbol{\tau}$:

$$V = (\mathbf{V}, \boldsymbol{\tau}) = (\mathbf{V}_{O_1}, \boldsymbol{\tau}) + (\mathbf{V}_B, \boldsymbol{\tau}) = V_1 x' + V_2 y' + V_3 np_{\mathbf{h}}\mathbf{r}_1.$$

Так как

$$np_{\mathbf{h}}\mathbf{r}_1 = (\mathbf{r}_1, \mathbf{h}) = (x - x_1)y' - x'(y - y_1) = \rho_1,$$

то формулу перемещения вдоль контура можно записать в виде:

$$V = V_1 x' + V_2 y' + V_3 \rho_1.$$

Теория тонкостенных стержней, построенная В.З. Власовым, строится на двух основных гипотезах:

1. отсутствие деформации контура;
2. отсутствие деформации сдвига в серединной поверхности тонкостенного профиля.

Что касается первой гипотезы, то, как было показано выше, для тонкостенных пространственных систем открытого профиля, раскрепленных системой поперечных элементов типа нервюр или шпангоутов, она является очевидной и оправданной. Благодаря этой гипотезе смещение вдоль контура $V(z,s)$ следует принять в виде:

$$V(z,s) = V_1(z) \cdot x'(s) + V_2(z) \cdot y'(s) + V_3(z) \cdot \rho_1(s). \quad (1.1)$$

В формуле (1.1) через V_1 и V_2 обозначены прогибы вдоль главных центральных осей xoy поперечного сечения; V_3 - угол закручивания относительно некоторого центра, а ρ_1 - перпендикуляр из этого центра на касательную к контуру, где xoy - декартова система координат (Рис.1); x' и y' - производные по контурной координате s : $x' = \dfrac{\partial x}{\partial y}$, $y' = \dfrac{\partial y}{\partial s}$.

Точка, относительно которой происходит закручивание***, как следует из второй гипотезы,*** оказывается центром изгиба. Но ряд проведенных экспериментов под руководством А.Н. Елпатьевского не подтверждают закручивание относительно центра изгиба, что говорит о ***неточности второй гипотезы*** и необходимости её ***изменения***.

Для построения теории, свободной от второй гипотезы, запишем формулу закона Гука для деформации сдвига в серединной поверхности:

$$\frac{\partial U}{\partial s}+\frac{\partial V}{\partial z}=\frac{\tau_{zs}}{G}. \qquad (1.2)$$

Определяя интегрированием формулы (1.2) представленное продольное перемещение $U(z,s)$ и внося в полученное выражение формулу (1.1), напишем :

$$U(z,s)=U_0(z)-V_1'\cdot x-V_2'\cdot y-V_3'\cdot\omega_1+\int_{s_0}^{s}\frac{\tau_{zs}}{G}ds. \qquad (1.3)$$

В формуле (1.3) обозначено: U_0 - произвольная функция интегрирования, ω_1 - секториальная характеристика относительно некоторого, пока произвольного, центра ($\omega_1=\int_0^s\rho_1 ds$).

Очевидно, что при $G\to\infty$ формула (1.3) определяет продольное перемещение по теории тонкостенных стержней В.З. Власова.

В силу того, что в соответствии с (1.1) рассматривается приближенная теория, то входящее в (1.3) касательное напряжение можно представить в виде разложения по функциям, зависящим от контурной координаты. При этом учтем, что центром изгиба называется точка, относительно которой момент всех внутренних касательных сил в сечении при изгибе без кручения равен нулю.

$$\frac{\tau_{zs}}{G}=\tau_1\cdot x'+\tau_2\cdot y'-V_3'\cdot(\rho_2-\rho_1)+\tau_3\cdot\rho_2. \qquad (1.4)$$

В формуле (1.4) $\rho_2=\rho_2(s)$- некоторая, пока произвольная, функция (по смыслу – длина перпендикуляра к контуру, опущенного из произвольной точки).

Внося (1.4) в (1.3), получим:

$$U=U_0-(V_1'-\tau_1)\cdot x-(V_2'-\tau_2)\cdot y-(V_3'-\tau_3)\cdot\omega_2. \qquad (1.5)$$

В формуле (1.5) обозначено: $\omega_2=\int_0^s\rho_2 ds$.

Для дальнейших выкладок введем следующие обозначения:

$$\left.\begin{aligned} V_1'-\tau_1&=U_1\\ V_2'-\tau_2&=U_2\\ V_3'-\tau_3&=U_3\end{aligned}\right\}. \qquad (1.6)$$

В соответствии с (1.6) формула (1.5) запишется в следующем виде:

$$U=U_0-U_1\cdot x-U_2\cdot y-U_3\cdot\omega_2. \qquad (1.7)$$

На основании (1.6) и (1.4) можем написать:

$$\tau_{zs}=G[(V_1'-U_1)x'+(V_2'-U_2)y'-V_3'\rho_1+U_3\rho_2]. \qquad (1.8)$$

Используя закон Гука и выражение (1.7) при $\varepsilon_s=0$ запишем продольное нормальное напряжение в следующем виде [1]:

$$o_z = E(U_0' - U_1'x - U_2'y - U_3'\omega_2). \quad (1.9)$$

В формулах (1.8) и (1.9) E и G модули первого и второго рода, которые для многослойной волокнистой структуры сечения стержня из композитного материала определяются по формулам [1]:

$$E = \sum_{j=1}^{m} \bar{\delta}_j (\bar{E}_1^j \cos^4\theta_j + \bar{E}_2^j \sin^4\theta_j + G_{12}^j \sin^2 2\theta_j + \bar{E}_1^j \mu_{12}^j \sin^2\theta_j \cos^2\theta_j);$$

$$G = \sum_{j=1}^{m} \bar{\delta}_j [G_{12}^j \cos^2 2\theta_j + (\bar{E}_1^j + \bar{E}_2^j - 2G_{12}^j)\sin^2\theta_j \cos^2\theta_j],$$

где $\bar{\delta}_j$ - относительная толщина слоя $\bar{\delta}_j = \dfrac{\delta_j}{\delta}$,

$\bar{E}_{1,2}^j = \dfrac{E_{1,2}^j}{(1-\mu_{12}^j \mu_{21}^j)}$ - модули слоя в продольном и поперечном направлениях,

θ_j - угол укладки волокон слоя,

m - количество слоев.

Таким образом, напряженное и деформированное состояния рассматриваемой теории в соответствии с формулами (1.1), (1.2), (1.8), (1.9) определяется функциями U_i и V_k.

2. ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ РАЗРЕШАЮЩИХ УРАВНЕНИЙ

Для определения функций U_i и V_k воспользуемся принципом Лагранжа и запишем функционал энергии [3]:

$$Э = \int_L \left\{ \int_c \left[\frac{E\delta}{2}(U_0' - U_1'x - U_2'y - U_3'\omega_2)^2 - pu - qv + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{G\delta}{2}((V_1' - U_1)x' + (V_2' - U_2)y' - U_3\rho_2 + V_3'\rho_1)^2 \right] ds + \frac{G\Im_T}{2}(V_3')^2 \right\} dz. \quad (2.1)$$

Последним членом в (2.1) учитывается работа касательных напряжений в серединной поверхности:

$$G\Im_T = \frac{1}{3}\int_c G\delta^3 ds. \quad (2.2)$$

Для дальнейших выкладок потребуем, чтобы все функции, зависящие от контурной координаты (x, y, ω_2, ρ_1), отвечали следующим условиям ортогональности:

$$\int_c Ex\delta ds = \int_c Ey\delta ds = 0. \quad (2.3.1)$$

$$\int_c Exy\delta ds = 0. \quad (2.3.2)$$

$\int\limits_c E\omega_2 \delta ds = \int\limits_c E\omega_2 x\delta ds = \int\limits_c E\omega_2 y\delta ds = 0.$ (2.3.3)

$\int\limits_c G\rho_1 x'\delta ds = \int\limits_c G\rho_1 y'\delta ds = 0.$ (2.3.4)

На возможности выполнения условий (2.3.1)-(2.3.4) остановимся позднее.

При выполнении условий (2.3) функционал (2.1) примет следующий вид:

$$Э = \int\limits_L \Big[\frac{a_{00}}{2}(U_0')^2 + \frac{a_{11}}{2}(U_1')^2 + \frac{a_{22}}{2}(U_2')^2 + \frac{a_{33}}{2}(U_3')^2 +$$

$$+ \frac{b_{11}}{2}(V_1' - U_1)^2 + \frac{b_{22}}{2}(V_2' - U_2)^2 + b_{12}(V_1' - U_1)(V_2' - U_2) +$$

$$+ \frac{b_{33}}{2}(U_3)^2 - b_{13}U_3(V_1' - U_1) - b_{23}U_3(V_2' - U_2) -$$

$$- b_{34}V_3'U_3 + \frac{b_{44}}{2}(V_3')^2 - p_0U_0 - p_1U_1 - p_2U_2 - p_3U_3 -$$

$$- q_1V_1 - q_2V_2 - q_3V_3 \Big] dz. \quad (2.4)$$

В выражении функционала (2.4) введены следующие обозначения для квадратур:

$a_{00} = \int\limits_c EdF$, $a_{11} = \int\limits_c Ex^2 dF$, $a_{22} = \int\limits_c Ey^2 dF$, $a_{33} = \int\limits_c E\omega_2^2 dF$,

$b_{11} = \int\limits_c G(x')^2 dF$, $b_{12} = \int\limits_c Gx'y'dF$, $b_{22} = \int\limits_c G(y')^2 dF$, $b_{33} = \int\limits_c G\rho_2^2 dF$,

$b_{44} = \int\limits_c G\rho_1^2 dF + G\Im_T$, $b_{13} = \int\limits_c Gx'\rho_2 dF$, $b_{23} = \int\limits_c Gy'\rho_2 dF$, $b_{34} = \int\limits_c G\rho_1\rho_2 dF$

$b_{14} = \int\limits_c Gx'\rho_1 dF$, $b_{24} = \int\limits_c Gy'\rho_1 dF$, $p_0 = \int\limits_c pds$, $p_1 = \int\limits_c pxds$, $p_2 = \int\limits_c pyds$, $p_3 = \int\limits_c p\omega_2 ds$,

$q_1 = \int\limits_c qx'ds$, $q_2 = \int\limits_c qy'ds$, $q_3 = \int\limits_c q\rho_1 ds.$ (2.5)

Обозначая выражение в квадратных скобках в функционале (2.4) через $\Phi = \Phi(z, U_i, V_k, U_i', V_k')$, запишем уравнения Эйлера-Лагранжа и естественные граничные условия в следующем виде:

$$\frac{d}{dz}\frac{\partial \Phi}{\partial U_i'} - \frac{\partial \Phi}{\partial U_i} = 0 \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial U_i'}\delta U_i \Big|_0^L = 0 \quad i = \overline{0,3},$$

$$\frac{d}{dz}\frac{\partial \Phi}{\partial V_k'} - \frac{\partial \Phi}{\partial V_k} = 0 \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial V_k'}\delta V_k \Big|_0^L = 0 \quad k = \overline{1,3}. \quad (2.6)\ .$$

Вычисляя производные, входящие в (2.6), и внося полученные выражения в выше обозначенные формулы, получим разрешающие уравнения задачи и естественные граничные условия в следующем виде:

$a_{00}U_0'' + p_0 = 0.$ (2.7.1)

$(a_{00}U_0')\delta U_0 \Big|_0^L = 0.$ (2.7.2)

$$a_{11}U_1'' + b_{11}(V_1' - U_1) + b_{12}(V_2' - U_2) - b_{13}U_3 + p_1 = 0. \quad (2.8.1)$$

$$b_{11}(V_1'' - U_1') + b_{12}(V_2'' - U_2') - b_{13}U_3' + q_1 = 0. \quad (2.8.2)$$

$$a_{22}U_2'' + b_{12}(V_1' - U_1) + b_{22}(V_2' - U_2) - b_{23}U_3 + p_2 = 0. \quad (2.8.3)$$

$$b_{12}(V_1'' - U_1') + b_{22}(V_2'' - U_2') - b_{23}U_3' + q_2 = 0. \quad (2.8.4)$$

$$(a_{11}U_1')\delta U_1 \quad \Big|_0^L = 0. \quad (2.8.5)$$

$$\left[b_{11}(V_1' - U_1) + b_{12}(V_2' - U_2) - b_{13}U_3\right]\delta V_1 \quad \Big|_0^L = 0. \quad (2.8.6)$$

$$(a_{22}U_2')\delta U_2 \quad \Big|_0^L = 0. \quad (2.8.7)$$

$$\left[b_{12}(V_1' - U_1) + b_{22}(V_2' - U_2) - b_{23}U_3\right]\delta V_2 \quad \Big|_0^L = 0. \qquad (2.8.8)$$

$$a_{33}U_3'' - b_{33}U_3 + b_{34}V_3' + b_{13}(V_1' - U_1) + b_{23}(V_2' - U_2) + p_3 = 0. \quad (2.9.1)$$

$$-b_{34}U_3' + b_{44}V_3'' + q_3 = 0. \quad (2.9.2)$$

$$(a_{33}U_3')\delta U_3 \quad \Big|_0^L = 0. \quad (2.9.3)$$

$$\left[b_{34}U_3' - b_{44}V_3''\right]\delta V_3 \quad \Big|_0^L = 0. \quad (2.9.4)$$

Уравнением (2.7.1) описывается задача растяжения-сжатия, системой уравнений (2.8.1-2.8.4) задача изгиба, системой уравнений (2.9.1-2.9.2) задача кручения.

Следует отметить, что для определенного класса контуров, для которых выполняется условие равенства нулю коэффициента b_{12}, система уравнений (2.8.1-2.8.4) распадется на две независимые системы уравнений (2.8.1-2.8.2) и (2.8.3-2.8.4).

Естественно, что распадение общей задачи о напряженно-деформированном состоянии тонкостенного стержня на частные, полученные выше, задачи произойдет только при выполнении сформулированных условий ортогональности (2.3.1)-(2.3.4). Поэтому подробнее рассмотрим реализацию этих условий.

Так как задача решается в центральных главных координатах, то условия (2.3.1) и (2.3.2) выполняются тождественно.

Представим функцию ρ_1 в виде:

$$\rho_1 = \rho_{10} + C_1 x' + C_2 y'. \quad (2.10)$$

Удовлетворяя двум условиям ортогональности (2.3.4), получаем:

$$C_1 = \frac{b_{22}\int_c G\rho_{10}x'dF - b_{12}\int_c G\rho_{10}y'dF}{b_{12}^2 - b_{11}b_{22}}; \quad C_2 = \frac{-b_{12}\int_c G\rho_{10}x'dF + b_{11}\int_c G\rho_{10}y'dF}{b_{12}^2 - b_{11}b_{22}}. \quad (2.11)$$

Для выполнения трех оставшихся условий ортогональности (2.3.3), представим функцию ρ_2 в виде:

$$\rho_2 = \rho_{20} + C_3 x' + C_4 y', \quad (2.12)$$

и тогда в соответствии со смыслом обобщенной секториальной координаты ω_2 будем иметь следующее выражение:

$$\omega_2 = \int_{s_0}^{s} \rho_{20} ds + C_3 x + C_4 y + C_5. \quad (2.13)$$

Внося (2.13) в (2.3.3), получим:

$$C_3 = -\frac{\int\limits_c E\left(\int\limits_{s_0}^{s} \rho_{20} ds\right) x dF}{\int\limits_c E y^2 dF}, \quad (2.14.1)$$

$$C_4 = -\frac{\int\limits_c E\left(\int\limits_{s_0}^{s} \rho_{20} ds\right) y dF}{\int\limits_c E x^2 dF}, \quad (2.14.2)$$

$$C_5 = -\frac{\int\limits_c E\left(\int\limits_{s_0}^{s} \rho_{20} ds\right) dF}{\int\limits_c E dF}. \quad (2.14.3)$$

3. АНАЛИЗ СИСТЕМЫ РАЗРЕШАЮЩИХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений (2.7)-(2.9).

Уравнение (2.7.1) не требует каких-либо пояснений. Что же касается уравнений (2.8), описывающих изгиб, то они отличаются от аналогичных уравнений, полученных В.З. Власовым [2]. Запишем первые два из этих уравнений (2.8.1) и (2.8.2):

$$a_{11}U_1'' + b_{11}(V_1' - U_1) + b_{12}(V_2' - U_2) - b_{13}U_3 + p_1 = 0,$$

$$b_{11}(V_1'' - U_1') + b_{12}(V_2'' - U_2') - b_{13}U_3' + q_1 = 0. \quad (3.1)$$

Интегрируя последнее уравнение, запишем:

$$b_{11}(V_1'' - U_1') + b_{12}(V_2'' - U_2') - b_{13}U_3' = Q_1 = Q_{10} - \int_0^z q_1 dz. \quad (3.2)$$

Здесь Q_{10} - опорная реакция в сечении $z = 0$, Q_1 - эпюра перерезывающих сил. Исключая из первого уравнения полученное выражение и интегрируя его, запишем:

$$U_1 = -\frac{1}{a_{11}}\int_0^z\int_0^z (Q_1 + p_1)dzdz + \lambda_1 z + \lambda_2. \quad (3.3.1)$$

Проведя аналогичную операцию со второй группой уравнений (2.8.3) и (2.8.4), можем записать выражение для функции U_2:

$$U_2 = -\frac{1}{a_{22}}\int_0^z\int_0^z (Q_2 + p_2)dzdz + \lambda_3 z + \lambda_4. \quad (3.3.2)$$

Интегрируя один раз два оставшихся уравнения и решая их совместно, определяем функции прогибов V_1 и V_2:

$$V_1 = \frac{\eta_1 b_{22} - \eta_2 b_{12}}{b_{11}b_{22} - b_{12}^2}, \quad (3.4.1)$$

$$V_2 = \frac{\eta_2 b_{11} - \eta_1 b_{12}}{b_{11}b_{22} - b_{12}^2}. \quad (3.4.2)$$

В формулах (3.4.1) и (3.4.2) введены следующие обозначения:

$$\eta_1 = \int_0^z [Q_1 + b_{11}U_1 + b_{12}U_2 + b_{13}U_3]dz + \lambda_5,$$

$$\eta_2 = \int_0^z [Q_2 + b_{12}U_1 + b_{22}U_2 + b_{23}U_3]dz + \lambda_6.$$

Как следует из (3.3.3), прогибы зависят от функции U_3, связанной с задачей кручения.

Для описания задачи кручения предварительно определим из уравнения (2.9.2) и выражения (3.2) следующие выражения:

$$(V_1' - U_1) = \frac{b_{12}}{b_{12}^2 - b_{11}b_{22}}(b_{23}U_3 + Q_2) - \frac{b_{22}}{b_{12}^2 - b_{11}b_{22}}(b_{13}U_3 + Q_1), \quad (3.5.1)$$

$$(V_2' - U_2) = \frac{b_{12}}{b_{12}^2 - b_{11}b_{22}}(b_{13}U_3 + Q_1) - \frac{b_{11}}{b_{12}^2 - b_{11}b_{22}}(b_{23}U_3 + Q_2), \quad (3.5.2)$$

$$U_3 = \frac{b_{44}}{b_{34}}V_3' - \frac{M_{kp}}{b_{34}}. \quad (3.5.3)$$

Здесь обозначено: $M_{kp} = M_{kp}^0 - \int_0^z q_3 dz$, а M_{kp}^0 - крутящий момент в сечении $z = 0$.

Внося выражения (5.3) в уравнение (2.9.1), получим:

$$V_3''' - k^2 V_3' = f. \quad (3.6)$$

В уравнении (3.6) введены обозначения:

$$k^2 = \frac{1}{a_{33}}\left[b_{33} - \frac{b_{34}^2}{b_{44}} - 2\frac{b_{12}b_{13}b_{23}}{b_{12}^2 - b_{11}b_{22}} + \frac{b_{13}^2 b_{22}}{b_{12}^2 - b_{11}b_{22}} + \frac{b_{23}^2 b_{11}}{b_{12}^2 - b_{11}b_{22}}\right]. \quad (3.7.1)$$

$$f=\frac{M''_{kp}}{b_{44}}-\frac{M_{kp}}{a_{33}b_{44}}\left[b_{33}-2\frac{b_{12}b_{13}b_{23}}{b_{12}^2-b_{11}b_{22}}+\frac{b_{13}^2b_{22}}{b_{12}^2-b_{11}b_{22}}+\frac{b_{23}^2b_{11}}{b_{12}^2-b_{11}b_{22}}\right]-$$

$$-\frac{b_{34}}{a_{33}b_{44}(b_{12}^2-b_{11}b_{22})}\left(b_{23}b_{12}-b_{13}b_{22}\right)Q_1-$$

$$-\frac{b_{34}}{a_{33}b_{44}(b_{12}^2-b_{11}b_{22})}\left(b_{13}b_{12}-b_{23}b_{11}\right)Q_2. \quad (3.7.2)$$

Интеграл уравнения (3.6) запишется в следующем виде:

$$V_3=\lambda_7e^{-kz}+\lambda_8e^{kz}+\lambda_9+V_3^{част}. \quad (3.8)$$

4. РЕШЕНИЕ ТЕСТОВОЙ ЗАДАЧИ

В качестве тестовой задачи рассмотрим кручение профиля, показанного на Рис.2 толщиной δ из материала с модулем упругости E. Поскольку профиль симметричный, то главные центральные координаты известны.

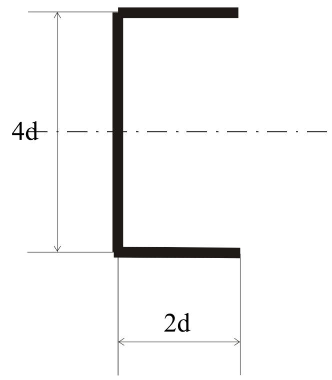


Рис. 2

Для построения функций ρ_2 и ω_2, начальные функции примем в виде, показанном на (Рис.3).

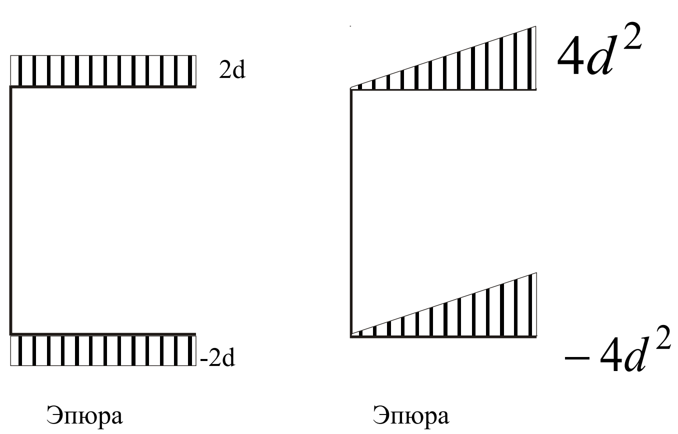


Рис. 3

В силу того, что эпюра ω_{20} кососимметрична, то она ортогональна с $\mathbf{1}$ и x, и поэтому $C_3 = C_5 = 0$, а:

$$C_4 = -\frac{\int\limits_c E\omega_{20} y\delta ds}{a_{22}} = -\frac{3}{4}d,$$

и ,следовательно, (Рис. 4):

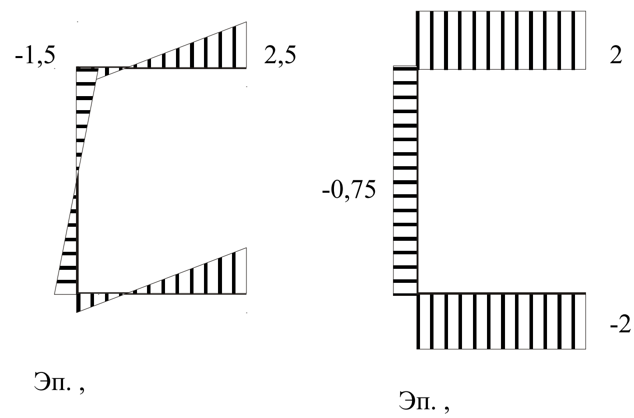


Рис. 4

$$\rho_2 = \rho_{20} - \frac{3}{4}dy', \qquad \omega_2 = \omega_{20} - \frac{3}{4}dy.$$

За функцию ρ_{10} принимаем ρ_{20}, которая заведомо ортогональна с x' и y', а поэтому $C_1 = C_2 = 0$ и $\rho_1 = \rho_{10}$.

Таким образом, центр изгиба (ЦИ) расположен на расстоянии $H = \frac{3}{4}d$ от стенки профиля, а центр вращения (ЦВ) в месте пересечения стенкой профиля оси $0x$ (Рис.5)

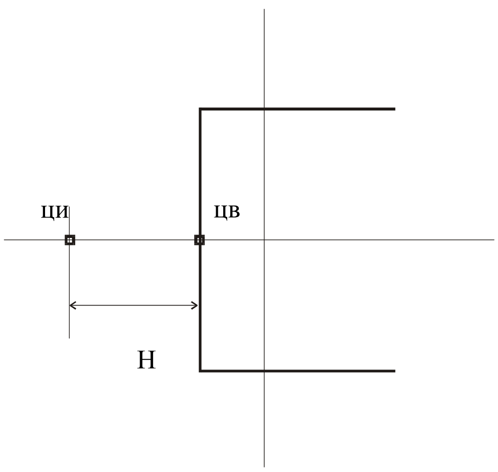


Рис. 5

Как известно из экспериментов, если поперечная сила, приложенная на конце консольного стержня, проходит через центр изгиба, то закручивания не происходит. Исследуем этот вопрос в полученном решении, для чего определим следующие коэффициенты:

$b_{22} = 4d\delta$, $b_{33} = \frac{74}{4}d^3\delta$, $b_{23} = 3d^2\delta$, $b_{34} = 16d^3\delta$.

Для рассматриваемой задачи правая часть уравнения (3.6) будет равна:

$$f = \left[-\left(b_{33} - \frac{b_{23}^2}{b_{22}} \right) M_{kp} - Q_2 \frac{b_{23} b_{34}}{b_{22}} \right] \frac{1}{a_{33} b_{44}} .$$

Если сила приложена в центре изгиба, то $M_{kp} = -\frac{3}{4}dQ_2$. Подсчитывая коэффициенты, входящие в выражение f, получим:

$$b_{33} - \frac{b_{23}^2}{b_{22}} = 16d^3\delta ,$$

$$\frac{b_{23} b_{34}}{b_{22}} = 12d^4\delta ,$$

и, следовательно, $f = 0$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключении можно сделать следующие выводы:

1.Принятая в изложеном выше решении расчетная схема позволяет отказаться от гипотезы об отсутствии сдвига в серединной поверхности, принятой В.З. Власовым.

2.В приведенной работе построена система разрешающих уравнений, которая имеет некоторые отличия от известных уравнений В.З. Власова.

3.Определено положение точки, относительно которой происходит поворот сечения, и которая в данной работе и в дальнейшем названа центром вращения, то есть, если граничные условия на торцах тонкостенной конструкции однородны, то при действии поперечной силы, проходящей через центр изгиба, закручивания не происходит и $V_3 = 0$. В то же время, при действии иной нагрузки или при условии, что линия действия перерезывающей силы не проходит через центр изгиба, закручивание происходит относительно центра вращения .

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. - М.: Машиностроение, 1988.- 272с.

2.Власов В.З. Избранные труды. - М.: АН СССР, 1963, т.2.- 508 с.

3.Строительная механика ЛА ./под ред. Образцова И.Ф. – М.: Машиностроение,1986.-536 с.

Курдюмов Николай Николаевич, ассистент кафедры сопротивления материалов, динамики и прочности машин Московского государственного авиационного института (технического университета).