

## РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ

Научная статья

УДК 621.396

DOI: [10.34759/trd-2023-130-12](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-12)

### **РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ЛАЗЕРНОГО ТРИАНГУЛЯЦИОННОГО ДАЛЬНОМЕРА СО СТРУКТУРИРОВАННОЙ ПОДСВЕТКОЙ**

Алексей Алексеевич Гуменюк<sup>1</sup>, Ирина Алексеевна Маринина<sup>2</sup>,

Екатерина Сергеевна Штрунова<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина,  
РГРТУ, Рязань, Россия

<sup>1</sup>[gr912.gymenyuk.a.a@gmail.com](mailto:gr912.gymenyuk.a.a@gmail.com)

<sup>2</sup>[ira.marinina.01@mail.ru](mailto:ira.marinina.01@mail.ru)✉

<sup>3</sup>[shtrunova.e.s@rsreu.ru](mailto:shtrunova.e.s@rsreu.ru)

**Аннотация.** Рассмотрена задача разработки математической модели лазерного триангуляционного дальномера со структурированной веерной подсветкой. В отличие от известного подхода, основанного на применении алгоритма Брезенхэма, модель обеспечивает субпиксельную точность формирования центров свечения маркеров подсвета, а также учитывает их форму и распределение яркости при проецировании структурированного освещения на объект под различными углами. Обеспечение субпиксельности достигается определением 3D координат пиков яркости маркеров подсвета с помощью метода трассировки лучей, а их пиксельных координат – с помощью модели проективной камеры. Для вычисления интенсивности отражений применяется закон косинусов Ламберта. Форма и угловая

ориентация изображения маркера подсвета определяются по информации об угле между нормалью к поверхности и направлением падающего на объект излучения, а также вариацией параметров двумерного гауссова распределения.

**Ключевые слова:** модель проективной камеры, структурированное освещение, лазерный триангуляционный дальномер, закон отражения Ламберта, субпиксельная точность

**Финансирование:** работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (FSSN - 2020 - 0003)

**Для цитирования:** Гуменюк А.А., Маринина И.А., Штрунова Е.С. Разработка модели лазерного триангуляционного дальномера со структурированной подсветкой // Труды МАИ. 2023. № 130. DOI: [10.34759/trd-2023-130-12](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-12)

Original article

## **RADIO ENGINEERING AND COMMUNICATION**

### **DEVELOPMENT OF A MODEL OF A LASER TRIANGULATION RANGEFINDER WITH A STRUCTURED BACKLIGHT**

**Aleksej A. Gumenyuk<sup>1</sup>, Irina A. Marinina<sup>2</sup>✉, Ekaterina S. Shtrunova<sup>3</sup>**

<sup>1,2,3</sup>Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin,  
RSREU, Ryazan, Russia

<sup>1</sup>[gr912.gymenyuk.a.a@gmail.com](mailto:gr912.gymenyuk.a.a@gmail.com)

<sup>2</sup>[ira.marinina.01@mail.ru](mailto:ira.marinina.01@mail.ru)✉

<sup>3</sup>[shtrunova.e.s@rsreu.ru](mailto:shtrunova.e.s@rsreu.ru)

**Abstract.** The article considers the problem of developing a laser triangulation rangefinder mathematical model with a structured backlight. Unlike the well-known approach based on Bresenham algorithm application, the model enables sub-pixel accuracy of the centers forming of the backlight markers, as well as accounts for their shape and brightness distribution while the structured lighting projecting onto the object at various angles.

Sub-pixel accuracy ensuring is achieved by determining the 3D-coordinates of the highlight markers' brightness peaks employing the ray tracing method, and their pixel coordinates by the projective camera model. Lambert's law of cosines is used to compute the reflections intensity. The shape and angular orientation of the highlight marker image are being determined by information about the angle between the normal to the surface and the direction of the radiation incident on the object, as well as by the parameters variation of the two-dimensional Gaussian distribution.

**Keywords:** projective camera model, structured backlight, triangulation laser rangefinder, Lambert reflection law, subpixel accuracy

**Funding:** The work was carried out within the framework of the state task of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (FSSN - 2020 - 0003)

**For citation:** Gumenyuk A.A., Marinina I.A., Shtrunova E.S. Development of a model of a laser triangulation rangefinder with a structured backlight. *Trudy MAI*, 2023, no. 130.

DOI: [10.34759/trd-2023-130-12](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-12)

## **Введение**

Одним из эффективных способов оценки параметров трехмерных объектов является применение оптико-электронных систем (ОЭС) со структурированной (СП) подсветкой. Данный класс ОЭС в процессе своей работы обеспечивает формирование облаков 3D точек даже при наблюдении сцен без выраженной текстуры с протяженными однородными объектами [1, 2], что позволяет успешно применять подобные системы, например, в системах посадки летательных аппаратов с вертикальным взлётом [3] и системах бесконтактного измерения геометрических размеров крупногабаритных объектов [4].

Известно, что для тестирования и отладки алгоритмов обработки, применяемых в ОЭС, в том числе – авиационных, рационально применять методы математического моделирования [5-9]. Это позволяет, минимизируя временные и материальные затраты на выполнение натуральных либо полунатурных экспериментов, формировать сигналы от виртуальных объектов с использованием имитаторов [10].

### **Известное техническое решение**

В научной периодике задача моделирования системы технического зрения со структурированным освещением наиболее подробно рассмотрена в работе [11], где на примере отработки алгоритма ориентирования взаимного расположения летательных аппаратов проанализирована ОЭС со структурированным освещением в виде сетки лазерных точек. Указанная сетка точек формируется  $N$  лучами устройства подсвета с конгруэнтными углами по горизонтали и вертикали. В качестве критериев качества модели авторами [11] приняты работа в реальном

времени, приближение динамики движения летательных аппаратов сцены к натурному и возможность корректного моделирования большого количества узконаправленных источников освещения (маркеров подсвета структурированного освещения). Определение пиксельных координат точек подсвета на изображении камеры ОЭС в [11] реализовано с помощью алгоритма Брезенхэма [12], так как наличие информации о 3D координатах точек входа и выхода каждого луча структурированной подсветки в поле зрения камеры ОЭС позволяет рассчитать проекции этих точек на пиксельную сетку и провести соединяющую их прямую линию.

Авторы [11] в теоретической части своей работы отмечают, что в публикациях по тематике систем со структурированным освещением, как правило, используют полунатурное моделирование, а компьютерное моделирование в задачах разработки ОЭС со структурированным освещением ранее не применялось, так как в известных публикациях оно использовалось исключительно для оценки качества работы реальной системы.

Несмотря на очевидное преимущество предложенного в [11] подхода – скорости формирования кадров для большой (до 500 м) глубины сцены – применение алгоритма Брезенхэма имеет и недостаток: координаты центров свечения маркеров подсвета являются исключительно целочисленными, что не позволяет корректно моделировать изображения с камеры лазерного триангуляционного дальномера при изменении дальности до объекта на величину  $\Delta D < D \operatorname{tg}(\delta\varphi) \approx D\delta\varphi$ , где  $D$  – расстояние до объекта наблюдения,  $\delta\varphi$  – разрешающая способность фотоприемного устройства по углу.

По этой причине целью настоящей работы является разработка такой математической модели ОЭС типа «лазерный триангуляционный дальномер со структурированной веерной подсветкой», которая обеспечит субпиксельную точность формирования центров свечения маркеров подсвета.

### Постановка задачи

Геометрическая постановка задачи схематично приведена на рис. 1. В качестве модели регистрирующей камеры триангуляционного дальномера принята известная математическая модель проективной камеры [13], согласно которой пиксельные координаты изображения  $\mathbf{m}$  опорной точки с пространственными координатами  $\mathbf{M}$  определяются формулой

$$\lambda \mathbf{m} = \mathbf{P}\mathbf{M}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{P}$  – матрица проекции камеры,  $\lambda$  – нормирующий множитель, имеющий физический смысл глубины (глубины точки сцены  $\mathbf{M}$  относительно главной точки), а  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{M}$  представлены в однородных пиксельных и пространственных координатах соответственно:  $\mathbf{m} = [m_x, m_y, 1]^T$  и  $\mathbf{M} = [X, Y, Z, 1]^T$ . Пространственные координаты точки  $\mathbf{M}$  определяются пересечением луча растра устройства подсвета и поверхности объекта сцены, имеющего координату глубины  $d$ . Каждый луч растра устройства подсвета имеет угловые отклонения  $\varphi_x$  и  $\varphi_y$  от строительной оси  $OZ_{\text{л}}$  лазера в горизонтальной и вертикальной плоскости, а также в ряде прикладных задач [3] может быть развернут вокруг нее на угол  $\varphi_z$ .

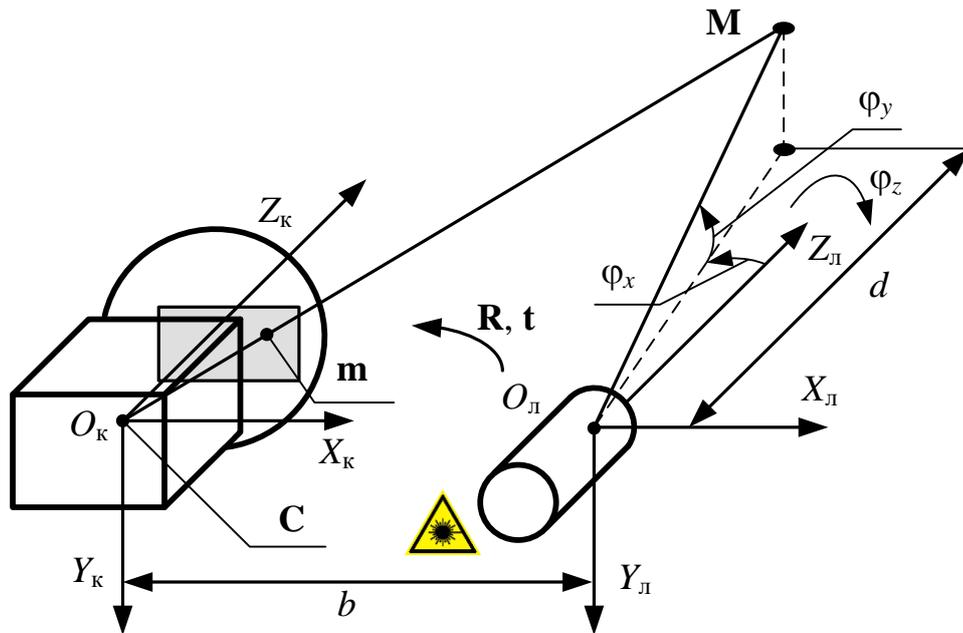


Рис. 1 – Геометрическая постановка задачи моделирования лазерного триангуляционного дальномера с веерной структурированной подсветкой

Известно [13], что матрица проекции камеры  $\mathbf{P}$  может быть выражена через её внешние и внутренние параметры:

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}[\mathbf{R} \mid \mathbf{t}], \quad (2)$$

где  $\mathbf{K}$  – матрица внутренних параметров,  $\mathbf{R}$  – матрица поворота системы координат камеры относительно системы координат устройства подсвета,  $\mathbf{t} = [t_x, t_y, t_z]^T$  – вектор параллельного переноса (трансляции), « $\mid$ » – оператор аугментации, т.е. пристыковки столбца  $\mathbf{t}$  к матрице  $\mathbf{R}$  справа. При известном положении оптического центра камеры  $\mathbf{C} = [C_x, C_y, C_z]^T$  в системе координат устройства подсвета  $O_Л X_Л Y_Л Z_Л$  справедливо [13]:

$$\mathbf{t} = -\mathbf{RC}.$$

Введем следующие ограничения на разрабатываемую модель:

1) расхождением лазерного луча устройства подсвета можно пренебречь: справедливо на малых дальностях до объектов сцены;

2) яркость маркеров много больше собственной яркости наблюдаемых объектов сцены: частично справедливо при использовании светофильтров;

3) контрольная засветка матрицы фотоприёмного устройства в полосе пропускания светофильтра камеры отсутствует;

4) отражение от объектов сцены – диффузное: справедливо для матовых поверхностей;

5) растр структурированной подсветки формируется с помощью установленной перед лазером дифракционной решетки [14] и повернут относительно оси  $OZ_{л}$  на некоторый угол  $\varphi_z$  по аналогии с [3].

Без нарушения общности решаемой задачи, по аналогии с [15] также будем полагать, что вызванные дисторсией объектива камеры [13, 16] геометрические искажения предварительно скомпенсированы.

Также примем гипотезу о том, что двумерное распределение яркости маркера при удалении от его центра описывается двумерным гауссовым распределением:

$$f(x, y, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \rho) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{\frac{-1}{2\sqrt{1-\rho^2}} \left[ \left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2 - 2\rho\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\frac{y-\mu_y}{\sigma_y} + \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2 \right]\right\}, (3)$$

где  $\boldsymbol{\mu} = [\mu_x, \mu_y]^T$  – вектор математических ожиданий,  $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y]^T$  – вектор среднеквадратических отклонений яркости вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно,  $\rho$  – корреляция между величинами  $x$  и  $y$ .

## Аналитический расчет геометрических центров маркеров структурированной подсветки

С учетом введенных ограничений определим аналитические выражения для пиксельных координат маркеров устройства веерного лазерного структурированного подсвета, формирующего  $N_x \times N_y$  лучей в поле с угловыми размерами  $\Delta\varphi_x \times \Delta\varphi_y$ , где  $N_x$ ,  $N_y$  и  $\Delta\varphi_x$ ,  $\Delta\varphi_y$  – количество лучей устройства подсвета и его поля зрения соответственно по горизонтали и вертикали,  $N_x$  и  $N_y$  – нечетные натуральные числа. С учетом геометрической постановки задачи (см. рис. 1) направляющие векторы лучей подсвета  $\mathbf{v}_{ij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_x$ ,  $j = 1, 2, \dots, N_y$ , определяются формулами:

$$\mathbf{v}_{ij} = [v_{xij}, v_{yij}, v_{zij}]^T = \mathbf{R}_z(\varphi_z)\mathbf{R}_x(\varphi_{xi})\mathbf{R}_y(\varphi_{yj})[0, 0, 1]^T, \quad (4)$$

где

$$\mathbf{R}_x(\varphi_{xi}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_{xi} & -\sin\varphi_{xi} \\ 0 & \sin\varphi_{xi} & \cos\varphi_{xi} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_y(\varphi_{yj}) = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{yj} & 0 & \sin\varphi_{yj} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi_{yj} & 0 & \cos\varphi_{yj} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_z(\varphi_z) = \begin{bmatrix} \cos\varphi_z & -\sin\varphi_z & 0 \\ \sin\varphi_z & \cos\varphi_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} -$$

матрицы поворота  $i$ -го по горизонтали ( $j$ -го по вертикали) луча вокруг соответствующих осей (см. рис. 1),

$$\varphi_{xi} = -0,5\Delta\varphi_x + (i - 1)\Delta\varphi_x/(N_x - 1),$$

$$\varphi_{yj} = -0,5\Delta\varphi_y + (j - 1)\Delta\varphi_y/(N_y - 1).$$

Применяя любой из известных алгоритмов, работающих в пространстве изображения [17], например, метод трассировки лучей, можно получить 3D координаты точек сцены, на которые проецируются лучи (4). Так, при проецировании лучей подсвета на плоскость, определяемую каноническим уравнением

$$ax + by + cz + d = [a, b, c, d][x, y, z, 1]^T = 0,$$

координаты искомым точек

$$\mathbf{M}_{ij} = [M_{xij}, M_{yij}, M_{zij}, 1]^T = [Lv_{xij}, Lv_{yij}, Lv_{zij}, 1]^T \quad (5)$$

находятся из условия

$$[a, b, c, d]\mathbf{M}_{ij} = 0,$$

где  $L$  – длина луча  $\mathbf{v}_{ij}$  до точки пересечения с плоскостью:

$$L = -d / \{[a, b, c]\mathbf{v}_{ij}\}.$$

Подстановка  $\mathbf{M}_{ij}$  в (1) позволяет вычислить пиксельные координаты центра маркера структурированной подсветки с субпиксельной точностью и затем применить значения  $(m_{xij}, m_{yij})$  для математических ожиданий распределения яркости соответственно по  $x$  и  $y$  в выражении (3).

Действительно, при моделировании согласно формулам [11] (рис. 2, а-в) разность двух симитированных кадров (рис. 2, в) для расположенной нормально строительной оси устройства подсвета плоскости с уравнением  $z + d = 0$  при малых (доли сантиметров) изменениях дальности показывает, что для 46 % (т.е. почти половины от общего количества) маркеров изменение дальности по факту не приводит к изменению их пиксельных координат в модели.

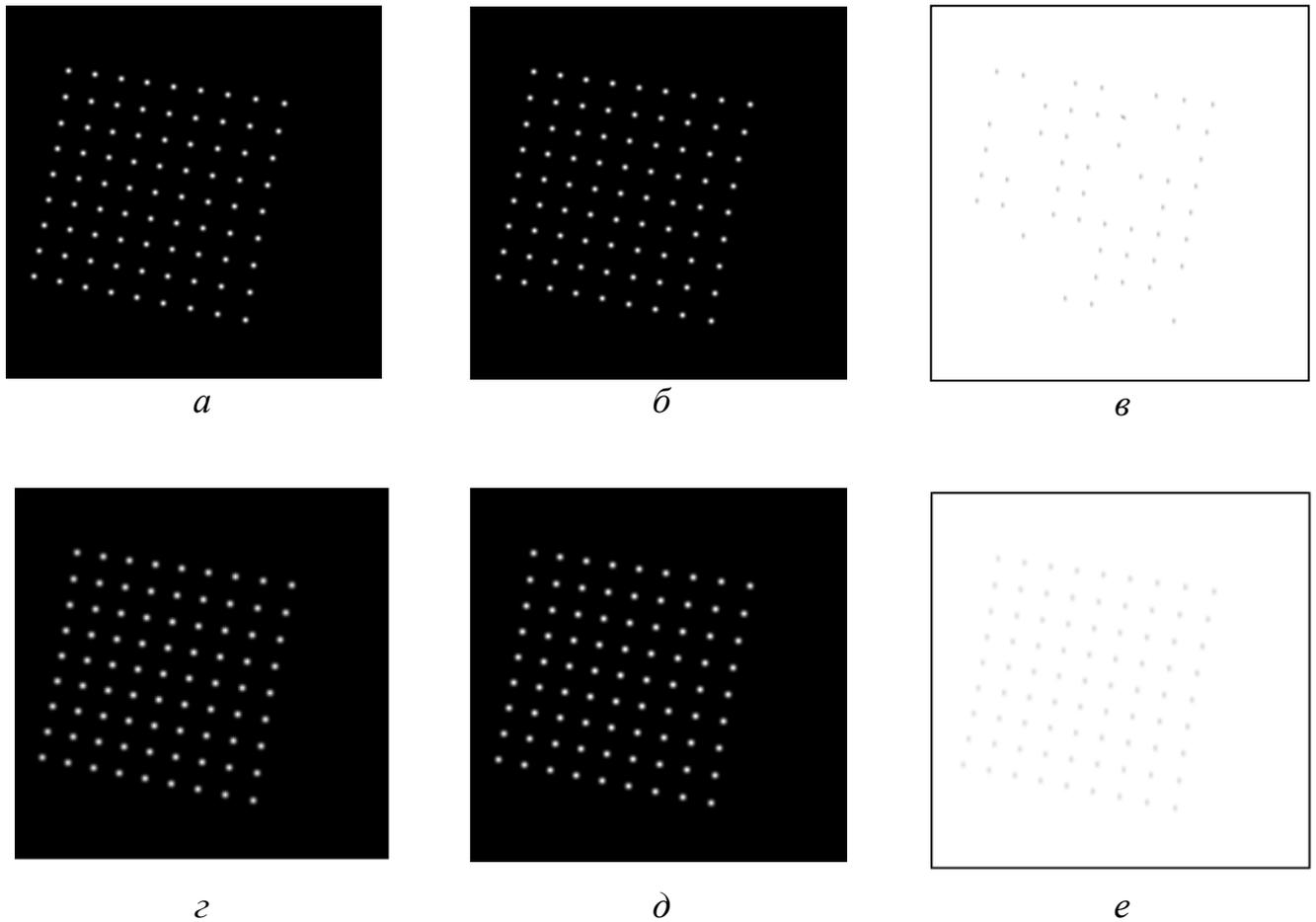


Рис. 2 – Кадры, симитированные по алгоритму [11] (*a–в*) и предлагаемому подходу (*г–е*) для устройства веерного лазерного подсвета  $9 \times 9$  лучей с полем подсвета  $24^\circ \times 24^\circ$  и полем зрения камеры  $40^\circ \times 40^\circ$  для близких значений дальности до плоскости  $d$ :

$$a - d_1 = 1 \text{ м, } б - d_2 = 1,005 \text{ м, } в - \text{разность кадров } a \text{ и } б \text{ (негатив),}$$

$$г - d_1 = 1 \text{ м, } д - d_2 = 1,005 \text{ м, } е - \text{разность кадров } г \text{ и } д \text{ (негатив)}$$

При имитации отражений от аналогичной сцены по формулам (1)–(5) данный эффект не наблюдается (рис. 2, *г-е*).

При моделировании изображений рис. 2 были приняты следующие численные значения параметров:  $\mathbf{C} = [0,2, 0, 0]^T$  (все элементы вектора  $\mathbf{C}$  – в метрах),  $\mathbf{R} = \mathbf{E}$ , где

$\mathbf{E}$  – единичная матрица размера  $3 \times 3$ ,  $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 700 & 0 & 256 \\ 0 & 700 & 256 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , параметры для функции

распределения яркости (3) –  $\rho = 0$ ,  $\sigma_x = \sigma_y = 3$ .

### **Учет формы и интенсивности отражений от различных объектов**

С учетом ограничений, введенных в постановке задачи, для разработки модели триангуляционного дальномера ограничимся матовыми поверхностями, которые обладают свойством диффузного отражения – равномерного по всем направлениям рассеивания света.

Для модели диффузного отражения справедлив закон косинусов Ламберта, согласно которому интенсивность отражения  $I_{\text{дифф}}$  вычисляется по формуле:

$$I_{\text{дифф}} = I_0 k_d \cos \Theta, \quad (6)$$

где  $I_0$  – интенсивность падающего на объект излучения,  $k_d$  – коэффициент диффузного отражения,  $0 < k_d \leq 1$ ,  $\Theta$  – угол между нормалью к поверхности и направлением падающего на объект излучения.

Аналитическое решение для построения формы отражения от неплоской поверхности – например, сферы (так называемая бильярдная задача Альхазена [18]) – в общем случае приводит к поиску корней полинома 4-й степени [19, 20] и поиску уравнений конических сечений. С целью упрощения модели авторами статьи предложен упрощенный эвристический подход к поиску формы маркеров структурированной подсветки. Его идея заключается, во-первых, в учете при расчете интенсивности отражения коэффициента  $\cos \Theta$  из (6), а, во-вторых, в вариации параметров  $\rho$ ,  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  в (3), определяющих форму и угловую ориентацию

маркера. Для каждого луча устройства подсвета  $\mathbf{v}_{ij}$  уравнение интенсивности отражения с учетом (3) определяется по следующей формуле:

$$I_{ij}(x, y) = \begin{cases} I_0 \cos \Theta_{ij} f \left( x, y, \begin{bmatrix} m_{ijx} \\ m_{ijy} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} t_x \sigma_x \\ t_y \sigma_y \end{bmatrix}, \rho \right), & \text{если } t_x \neq 0 \& t_y \neq 0, \\ I_0 \cos \Theta_{ij} f \left( x, y, \begin{bmatrix} m_{ijx} \\ m_{ijy} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_x \\ t_y \sigma_y \end{bmatrix}, 0 \right), & \text{если } t_x = 0 \& t_y \neq 0, \\ I_0 \cos \Theta_{ij} f \left( x, y, \begin{bmatrix} m_{ijx} \\ m_{ijy} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} t_x \sigma_x \\ \sigma_y \end{bmatrix}, 0 \right), & \text{если } t_x \neq 0 \& t_y = 0, \\ I_0 \cos \Theta_{ij} f \left( x, y, \begin{bmatrix} m_{ijx} \\ m_{ijy} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{bmatrix}, 0 \right), & \text{если } t_x = 0 \& t_y = 0, \end{cases} \quad (7)$$

где для всех маркеров принята равная интенсивность падающего излучения  $I_0 = 255$ ;  $\rho_{ij} = -|\cos \Theta_{ij}|$ ; коэффициент  $\cos \Theta_{ij} = \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{M}_{ij})$ , где « $\cdot$ » – символ скалярного произведения векторов;  $\mathbf{n}(\mathbf{M}_{ij})$  – нормаль к облучаемой устройством подсвета поверхности в точке с пространственными однородными координатами  $\mathbf{M}_{ij}$ ;  $t_x$  и  $t_y$  – коэффициенты, определяющие тангенциальные составляющие отражения применительно к осям  $O_k X$  и  $O_k Y$  соответственно:

$$t_x = \text{sign}[\mathbf{n}(\mathbf{M}_{ij})_x][1 - \mathbf{n}(\mathbf{M}_{ij})_x^2]^{0,5},$$

$$t_y = \text{sign}[\mathbf{n}(\mathbf{M}_{ij})_y][1 - \mathbf{n}(\mathbf{M}_{ij})_y^2]^{0,5},$$

где  $\text{sign}(\cdot)$  – функция, возвращающая знак числа.

Сравнение формы отражений от матовой сферы с радиусом  $R_{\text{сф}} = 0,5$  и координатами центра  $\mathbf{C}_{\text{сф}} = [0,1, -0,1, 2,5]$  (все элементы вектора  $\mathbf{C}$  – в метрах) в системе координат устройства подсвета для алгоритма из [11] и предлагаемого подхода на основе выражения (7) приведено на рис. 3. Как и для рис. 2, при

моделировании для функции распределения яркости (3) приняты среднеквадратические отклонения  $\sigma_x = \sigma_y = 3$ .

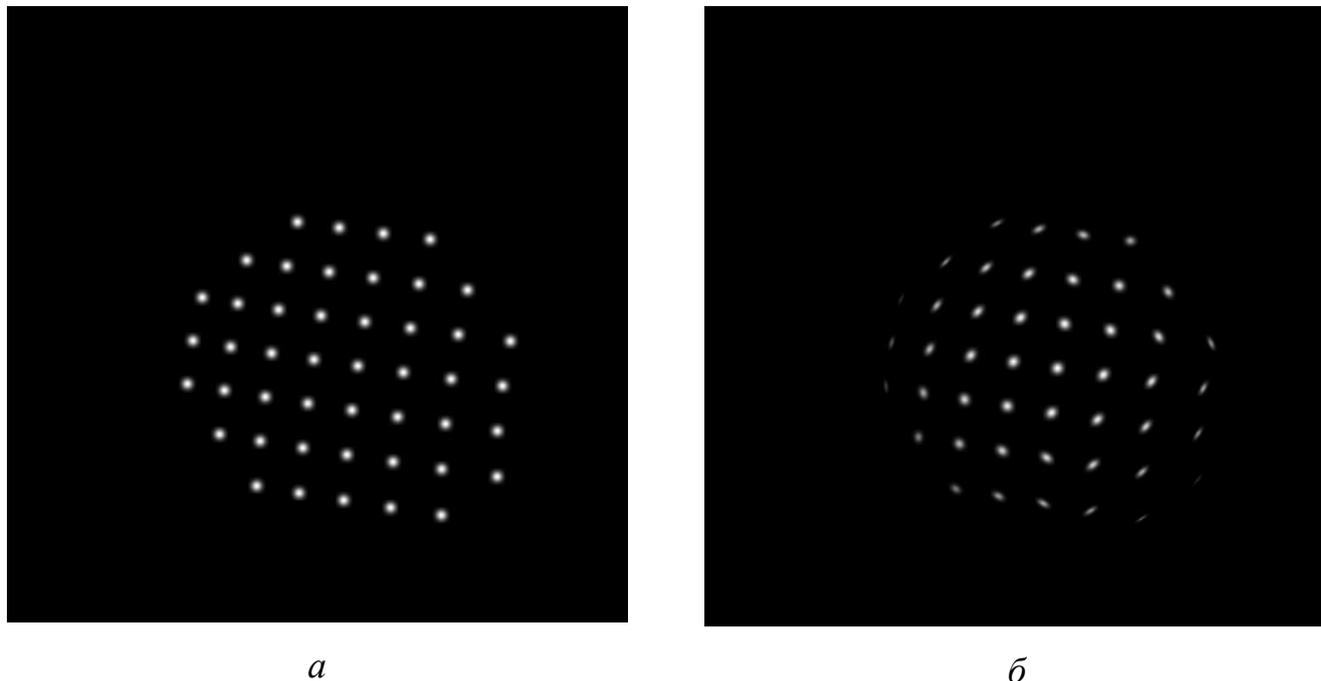


Рис. 3 – Кадры, симитированные по алгоритму [11] (*a*) и предлагаемому подходу (*б*) для устройства веерного лазерного подсвета  $9 \times 9$  лучей с полем подсвета  $24^\circ \times 24^\circ$  и полем зрения камеры  $40^\circ \times 40^\circ$  для отражений от матовой сферы

Из сопоставления рис. 3, *a* и рис. 3, *б* видно, что применение (7), во-первых, учитывает изменение яркости, формы и угловой ориентации маркеров структурированной подсветки при проецировании лучей на участки поверхности с различными нормальными, а, во-вторых, лучше соответствует субъективному восприятию совокупности отражений лучей подсвета от сферического объекта.

### Заключение

Таким образом, в статье описана логика функционирования математической модели лазерного триангуляционного дальномера со структурированной

подсветкой, в которой учтены субпиксельность, а также вариации формы и яркости отражений маркеров подсвета от поверхностей.

Дальнейшее развитие работы авторы видят в разработке макета лазерного триангуляционного дальномера для проведения полунатурных экспериментов на сценах с априори известной картой глубин с целью сопоставления их результатов с изображениями, сформированными моделью.

### **Список источников**

1. Geng J. Structured-light 3D surface imaging: a tutorial // *Advances in Optics and Photonics*, 2011, vol. 3, pp. 128-160. DOI:[10.1364/AOP.3.000128](https://doi.org/10.1364/AOP.3.000128)
2. Гужов В.И. Методы измерения 3D-профиля объектов. Контактные, триангуляционные системы и методы структурированного освещения. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. - 82 с.
3. Баранчиков А.И., Муратов Е.Р., Никифоров М.Б., Устюков Д.И. Обнаружение точек лазерного подсвета стереосистемы на сложном фоне // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. 2018. № 9. С. 10-19.
4. Михайличенко А.А., Клещенков А.Б. Способ бесконтактного измерения размеров крупногабаритных объектов // *27-я Международная конференция по компьютерной графике и машинному зрению «GraphiCon 2017»* (Пермь, 24-28 сентября 2017): труды конференции. - Пермь: ПГНИУ, 2017. С. 223-227.
5. Ефимов А.И., Костяшкин Л.Н., Логинов А.А., Муратов Е.Р., Никифоров М.Б., Новиков А.И. Обработка изображений в многоспектральных системах технического

зрения // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2017. № 60. С. 83-92.

6. Новиков А.И., Пронькин А.В. Детектор границ градиентного типа для изображений подстилающей поверхности // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2019. № 68. С. 68-76.

7. Хисматов И.Ф. Методика воспроизведения метеоусловий при имитационном моделировании авиационных оптико-электронных систем // Труды МАИ. 2019. № 108. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=109572>. DOI: [10.34759/trd-2019-108-18](https://doi.org/10.34759/trd-2019-108-18)

8. Труфус М.В., Абдуллин И.Н. Алгоритм обнаружения маркерных изображений для вертикальной посадки беспилотного летательного аппарата // Труды МАИ. 2021. № 116. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=121099>. DOI: [10.34759/trd-2021-116-13](https://doi.org/10.34759/trd-2021-116-13)

9. Сельвесюк Н.И., Веселов Ю.Г., Гайденков А.В., Островский А.С. Оценка характеристик обнаружения и распознавания объектов на изображении от специальных оптико-электронных систем наблюдения летного поля // Труды МАИ. 2018. № 103. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=100782>

10. Гусев С.Н., Сахно И.В., Хуббиев Р.В. Методика оценивания качества формирования виртуальных объектов на радиолокационных изображениях // Труды МАИ. 2019. № 104. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=102169>

11. Алпатов Б.А., Бабаян П.В., Евтеев И.Е. Моделирование работы системы технического зрения со структурированным освещением // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2020. № 71. С. 128-136.

12. Bresenham J.E. Algorithm for computer control of a digital plotter // IBM Systems Journal, 1965, vol. 4, no. 1, pp. 25-30.

13. Hartley R., Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision: 2<sup>nd</sup> edition. Cambridge: Cambridge university press, 2003, 656 p.
14. Ландсберг Г.С. Оптика: учебное пособие. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017. – 852 с.
15. Калинин А.И., Холопов И.С. Исследование погрешности оценивания угловых координат объекта по двум реперным точкам с помощью камеры и инерциального измерительного модуля // Радиотехника. 2019. Т. 83. № 11 (18). С. 57-63.
16. Brown D.C. Close-range camera calibration // Photogrammetric engineering, 1971, vol. 37, no. 8, pp. 855-866.
17. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. - М.: Мир, 2001. - 608 с.
18. Elkin J.M. A deceptively easy problem // Mathematics Teacher, 1965, vol. 58, no 3, pp. 194-199.
19. Berry E.M. The reflection of light from a sphere // Journal of the Optical Society of America, 1929, vol. 7, pp. 679-682.
20. Glaeser G. Reflections on spheres and cylinders of revolution // Journal for Geometry and Graphics, 1999, vol. 3, no. 2, pp. 121-139.

## References

1. Geng J. Structured-light 3D surface imaging: a tutorial, *Advances in Optics and Photonics*, 2011, vol. 3, pp. 128-160. DOI:10.1364/AOP.3.000128
2. Guzhov V.I. *Metody izmereniya 3D-profilya ob"ektov. Kontaktnye, triangulyatsionnye sistemy i metody strukturirovannogo osveshcheniya* (Methods for measuring the 3D profile

of objects. Contact, triangulation systems and structured lighting methods), Novosibirsk, Izd-vo NGTU, 2015, 82 p.

3. Baranchikov A.I., Muratov E.R., Nikiforov M.B., Ustyukov D.I. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*, 2018, no. 9, pp. 10-19.

4. Mikhailichenko A.A., Kleshchenkov A.B. *27-ya Mezhdunarodnaya konferentsiya po komp'yuternoi grafike i mashinnomu zreniyu «GraphiCon 2017»: trudy konferentsii*. - Perm', PGNIU, 2017, pp. 223-227.

5. Efimov A.I., Kostyashkin L.N., Loginov A.A., Muratov E.R., Nikiforov M.B., Novikov A.I. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*, 2017, no. 60, pp. 83-92.

6. Novikov A.I., Pron'kin A.V. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*, 2019, no. 68, pp. 68-76.

7. Khismatov I.F. *Trudy MAI*, 2019, no. 108. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=109572>. DOI: 10.34759/trd-2019-108-18

8. Trufus M.V., Abdullin I.N. *Trudy MAI*, 2021, no. 116. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=121099>. DOI: 10.34759/trd-2021-116-13

9. Sel'vesyuk N.I., Veselov Yu.G., Gaidenkov A.V., Ostrovskii A.S. *Trudy MAI*, 2018, no. 103. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=100782>

10. Gusev S.N., Sakhno I.V., Khubbiev R.V. *Trudy MAI*, 2019, no. 104. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=102169>

11. Alpatov B.A., Babayan P.V., Evteev I.E. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*, 2020, no. 71, pp. 128-136.

12. Bresenham J.E. Algorithm for computer control of a digital plotter, *IBM Systems Journal*, 1965, vol. 4, no. 1, pp. 25-30.
13. Hartley R., Zisserman A. *Multiple view geometry in computer vision*: 2nd edition. Cambridge: Cambridge university press, 2003, 656 p.
14. Landsberg G.S. *Optika* (Optics), Moscow, FIZMATLIT, 2017, 852 p.
15. Kalinkin A.I., Kholopov I.S. *Radiotekhnika*, 2019, vol. 83, no. 11 (18), pp. 57-63.
16. Brown D.C. Close-range camera calibration, *Photogrammetric engineering*, 1971, vol. 37, no. 8, pp. 855-866.
17. Rodzhers D., Adams Dzh. *Matematicheskie osnovy mashinnoi grafiki* (Mathematical foundations of computer graphics), Moscow, Mir, 2001, 608 p.
18. Elkin J.M. A deceptively easy problem, *Mathematics Teacher*, 1965, vol. 58, no 3, pp. 194-199.
19. Berry E.M. The reflection of light from a sphere, *Journal of the Optical Society of America*, 1929, vol. 7, pp. 679-682.
20. Glaeser G. Reflections on spheres and cylinders of revolution, *Journal for Geometry and Graphics*, 1999, vol. 3, no. 2, pp. 121-139.

Статья поступила в редакцию 14.03.2023

Одобрена после рецензирования 22.03.2023

Принята к публикации 27.06.2023

The article was submitted on 14.03.2023; approved after reviewing on 22.03.2023; accepted for publication on 27.06.2023