

Научная статья  
УДК 539.3:534.1  
DOI: [10.34759/trd-2023-129-06](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-06)

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИЖЕНИЯ ТОНКОСТЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С МАЛОЙ ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССОЙ С УЧЕТОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ**

**Артем Юрьевич Добрышкин<sup>1</sup>✉, Олег Евгеньевич Сысоев<sup>2</sup>,  
Евгений Олегович Сысоев<sup>3</sup>, Виктор Викторович Петров<sup>4</sup>,  
Константин Сергеевич Бормотин<sup>5</sup>**

<sup>1,2,3,4,5</sup>Комсомольский-на-Амуре государственный университет, КНАГУ,  
Хабаровский край, Комсомольск-на-Амуре, Россия

<sup>1</sup>[wwwartem21@mail.ru](mailto:wwwartem21@mail.ru)✉

***Аннотация.*** Разрушения оболочечных конструкций – это редкая техногенная катастрофа, возникающая по многочисленным причинам. При проектировании конструкций оболочечного типа производят расчеты на прочность и устойчивость учитывают режимы эксплуатации, а на возникновение явления резонанса, которому подвержены тонкостенные оболочечные конструкции, реальные расчеты не производятся. Это происходит по причинам несовпадения существующих математических моделей с поведением реальных конструкций. Для борьбы с явлением резонанса конструкторы, обычно увеличивают запасы прочности при расчете оболочек, что увеличивает стоимость объектов, но полностью не решает

проблему. В данной работе авторами выполнено уточнение расчетной модели процесса колебаний оболочки малой длины (кольца), несущей малую присоединенную массу с учетом крутильных колебаний, и проведена экспериментальная проверка полученной модели.

**Ключевые слова:** колебания, тонкостенная оболочка, крутильные колебания, малая присоединенная масса

**Финансирование:** исследование выполнено в рамках научного проекта, финансируемого за счет средств КНАГУ № ВН 12/2022.

**Для цитирования:** Добрышкин А.Ю., Сысоев О.Е., Сысоев Е.О., Петров В.В., Бормотин К.С. Исследование частотных характеристик движения тонкостенной цилиндрической оболочки с малой присоединенной массой с учетом крутильных колебаний // Труды МАИ. 2023. № 129. DOI: [10.34759/trd-2023-129-06](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-06)

Original article

## INVESTIGATION OF THE FREQUENCY CHARACTERISTICS OF THE MOTION OF A THIN-WALLED CYLINDRICAL SHELL WITH A LOW ADDED MASS TAKING INTO ACCOUNT TORSIONAL VIBRATIONS

Artem Yu. Dobryshkin<sup>1</sup>✉, Oleg E. Sysoev<sup>2</sup>, Evgeny O. Sysoev<sup>3</sup>,

Viktor V. Petrov<sup>4</sup>, Konstantin S. Bormotin<sup>5</sup>

<sup>1,2,3,4,5</sup>Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia

<sup>1</sup>[wwwartem21@mail.ru](mailto:wwwartem21@mail.ru)✉

**Abstract.** The destruction of shell structures is a rare man-made disaster that occurs for numerous reasons. When designing shell-type structures, calculations are made for strength and stability, operating modes are taken into account, and real calculations are not made for the occurrence of the resonance phenomenon, which thin-walled shell structures are subject to. This happens due to the discrepancy between the existing mathematical models and the behavior of real structures. To combat the phenomenon of resonance, designers usually increase the safety margins when calculating shells, which increases the cost of objects, but does not completely solve the problem. In most cases, this resonance phenomenon is combated by strengthening the structures, which leads to an increase in the material consumption and cost of the structures. Antiresonant devices are used extremely rarely, despite their low cost, since the available mathematical models do not accurately describe the process of vibrations of cylindrical shells. And without accurate mathematical models, it is impossible to control antiresonance devices. In this paper, the authors refined the computational model of the process of vibrations of a shell of small length (ring) carrying a small added mass, taking into account torsional vibrations, and experimentally verified the model obtained. The study is a consideration of the contour, which in this case can be represented as a cylindrical shell of small length (ring). Quite logical is the criterion of the oscillatory motion of this shell, namely, changes in the radius in the course of vibrations. Based on the data obtained, it can be concluded that the vibrations of the shell, in this case, radial and torsional vibrations predominate, are classified as high-frequency vibrations.

**Keywords:** vibrations, thin-walled shell, torsional vibrations, small added mass

**Funding:** the study was carried out as part of a scientific project funded by KnAGU № BH 12/2022.

**For citation:** Dobryshkin A.Yu., Sysoev O.E., Sysoev E.O., Petrov V.V., Bormotin K.S.

Investigation of the frequency characteristics of the motion of a thin-walled cylindrical shell with a low added mass taking into account torsional vibrations. *Trudy MAI*, 2023, no. 129.

DOI: [10.34759/trd-2023-129-06](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-06)

## **1. Введение**

До настоящего времени проведено много исследований колебаний тонкостенных цилиндрических оболочек, однако по еще не создана математическая модель, полностью описывающая этот процесс. Потребность в исследованиях обусловлена масштабностью применения оболочечных конструкций. Самые большие оболочечные конструкции являются строительными объектами, это стадионы и резервуары, плотины, ангары и навесы, а также в самолето и ракетостроении существует большой объем конструкций, имеющих форму оболочки.

## **2. Актуальность, научная значимость вопроса**

Время от времени происходят разрушения тонкостенных оболочечных конструкций, в результате наложения собственных и вынужденных частот колебаний. В большинстве случаев с этим явлением резонанса борются путем усиления конструкций, что приводит к увеличению материалоемкости и стоимости конструкций. Антирезонансные устройства используются крайне редко, несмотря на их незначительную стоимость, так как имеющиеся математические модели недостаточно точно описывают процесс колебаний цилиндрических оболочек. А без точных математических моделей невозможно управлять антирезонансными устройствами.

### 3. Постановка задачи

В рамках решения вопроса уточнения расчетных моделей необходимо так же учитывать наличие у оболочек малой присоединенной массы (технологического оборудования) которые влияют на частоту колебаний тонкостенных цилиндрических оболочек. Разработать математическую модель, для расчета частотных характеристик вынужденных колебаний оболочки с малой присоединенной массой, пытались многие ученые [1-5] поскольку она необходима для проектирования оболочечных конструкций зданий и летательных аппаратов.

### 4. Теоретическая часть

Для начала рассмотрим радиальные колебания круговой оболочки единичной длины (кругового кольца)

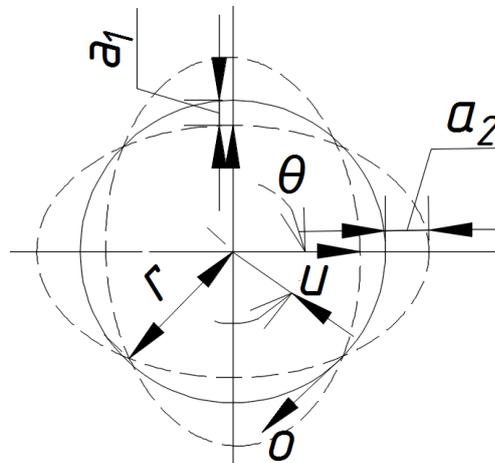


Рисунок 1 – Система координат

Исследование представляет собой рассмотрение контура, которое в данном случае можно представить как цилиндрическую оболочку малой длины (кольцо). Вполне логичным является критерий колебательного движения данной оболочки, а именно изменения радиуса в ходе вибраций.

При этом энергию растяжения контура можно приравнять к потенциальной энергии, что может быть описано следующим выражением:

$$V = \frac{MAEu^2}{2r^2} 2\pi r$$

где  $r$  – радиус осевой линии недеформированного кольца,  $u$  – радиальное перемещение,  $A$  – площадь поперечного сечения кольца,  $u/r$  – относительное удлинение кольца в окружном направлении,  $M$  – величина малой присоединенной массы.

Для нашей задачи радиальное перемещение является первостепенно изучаемым фактором.

Энергию кинетической составляющей опишем как

$$T = \frac{MA\gamma}{2g} u^2 2\pi r$$

Преобразовывая выражение получим:

$$\ddot{u} + \frac{Eg}{\gamma} \frac{M}{r^2} u = 0$$

где  $u = C_1 \cos pt + C_2 \sin pt + C_3 \cos pt$ , а составляющая будет равна

$$p = M \sqrt{\frac{Eg}{\gamma r^2}}$$

Тогда определим частоту колебаний:

$$f = \frac{M\rho}{2\pi} = \frac{M}{2\pi} \sqrt{\frac{Eg}{\gamma r^2}}$$

### Расчет крутильных колебаний

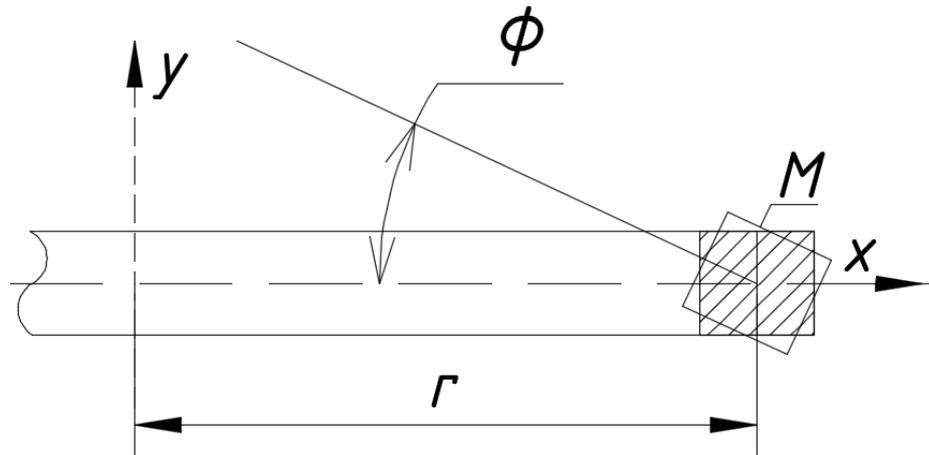


Рисунок 2 – Схема координат

Рассматривая колебательное движение, нужно принять в качестве начальных условий отсутствие деформаций осевой линии и поворот поперечного сечения рассматриваемой оболочки малой длины (кольца) на равный друг другу угол. Тогда можем выявить, что точка  $M$ , находящаяся на расстоянии  $\gamma$  от срединной плоскости оболочки, изменит свое положение на  $\gamma\phi_1$ , являющееся радиальным перемещением. Общее удлинение вдоль окружного направления опишем как  $\gamma\phi/r$ . Тогда потенциальная энергия растяжения кольца запишем как:

$$V = 2\pi r M \int_A \frac{E}{2} \left( \frac{\gamma\phi}{r} \right)^2 dA = \frac{\pi E J_x \phi^2}{r},$$

где  $J_x$  – момент инерции поперечного сечения относительно оси  $x$ .

А кинетическую энергию можно определить как:

$$T = 2\pi r M \frac{J_p \gamma}{2g} \dot{\varphi}^2$$

где  $J_p$  – полярный момент инерции поперечного сечения.

Используя полученные уравнения найдем:

$$\ddot{\varphi} + \frac{MEg J_x}{\gamma r^2 J_p} \varphi = 0,$$

откуда

$$\varphi = C_1 \cos pt + C_2 \sin pt + C_3 \cos pt$$

где

$$p = M \sqrt{\frac{Eg J_x}{\gamma r^2 J_p}}$$

Тогда получаем частоту крутильных колебаний

$$f = \frac{M}{2\pi} \sqrt{\frac{Eg J_x}{\gamma r^2 J_p}}$$

Сравнивая данные, полученные в ходе определения крутильные и изгибные

колебаний можно определить соотношение, которое равно  $\sqrt{\frac{J_x}{J_p}}$ . Для случая кольца,

представляющего круглую проволоку, превращенную в оболочку, колебаний будут равны:

$$f_i = \frac{M}{2\pi} \sqrt{\frac{Eg}{2\gamma r^2}} \sqrt{1 + i^2}$$

Исходя из которых можно выявить:

$$M \sqrt{\frac{Eg}{\gamma r^2}} = \frac{a}{r}$$

где  $a$  – скорость распространения звука вдоль тела оболочки

На основании полученных данных можно сделать выводы, что колебания оболочки, в данном случае преобладают радиальные и крутильные, относят к группе высокочастотных.

Изгибные колебаний кругового кольца. Изгибные колебания цилиндрической оболочки малой длины являются обобщением изгибных колебаний по причине деформаций в плоскости, а так же кручению.

Для решения данной задачи следует ввести следующие обозначения:  $\theta$  – угол положения точки осевой линии,  $u$  – радиальные перемещения, принимаемые положительным по направлению движения к центру,  $v$  – касательное перемещение, положительное в направлении возрастания  $\theta$ ,  $J$  – момент инерции поперечного сечения относительно главной оси, перпендикулярной к плоскости кольца.

Деформации осевой линии в любых точках, на деле являющиеся относительными величинами, вызванные перемещениями  $u$  и  $v_1$  можно описать как:

$$e = -\frac{u}{r} + \frac{\partial v}{r\partial\theta^2}$$

Далее найдем изменение кривизны оболочки, являющееся неотъемлемой частью

$$\frac{1}{r + \Delta r} - \frac{1}{r} = \frac{\partial^2 u}{r^2 \partial \theta^2} + \frac{u}{r^2}$$

Для решения задачи изгибных колебаний кольца следует упростить описание до тригонометрического луча:

$$u = a_1 \cos \theta + a_2 \cos 2\theta + \dots + b_1 \sin \theta + b_2 \sin 2\theta + \dots,$$

где коэффициенты  $a_1, a_2, b_1, b_2, \dots$  являются функциями времени.

Если при колебаниях деформаций растяжения не происходит, то  $e = 0$ .

Тогда выражение примет другой вид:

$$u = -\partial v / \partial \theta$$

Пройдя процедуры подстановки и интегрирования можно получить:

$$v = -a_1 \sin \theta - \frac{1}{2} a_2 \sin 2\theta - \dots + b_1 \cos \theta + \frac{1}{2} b_2 \cos 2\theta + \dots$$

Описание изгибающего момента в любом сечении можно определить с помощью выражения:

$$M_0 = -\frac{MEI}{r^2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + u \right)$$

из чего можно найти потенциальную энергию изгибных деформаций

$$U = \frac{MEI}{2r^4} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + u \right)^2 r d\theta.$$

Используя преобразования интегрируем формы колебаний

$$\int_0^{2\pi} \cos m\theta \cos n\theta d\theta = 0; \int_0^{2\pi} \sin m\theta \sin n\theta d\theta = 0; \text{ при } m \neq n;$$

$$\int_0^{2\pi} \cos m\theta \sin n\theta d\theta = 0; \int_0^{2\pi} \cos^2 m\theta d\theta = \int_0^{2\pi} \sin^2 m\theta d\theta = \pi$$

находим

$$U = \frac{MEI\pi}{2r^3} \sum_{i=1}^{\infty} (1 - i^2)^2 (a_i^2 + b_i^2)$$

Кинетическая энергия вибраций оболочки

$$T = \frac{M\rho F}{2} \int_0^{2\pi} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2) r d\theta$$

Преобразуя полученные выражения можем получить:

$$T = \frac{M\pi r \rho F}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) (\dot{a}_i^2 + \dot{b}_i^2)$$

На основании уравнения Лагранжа для консервативной системы с использованием обобщенных координат  $a_i$ , можем получить математическую модель колебательного движения:

$$\pi r \rho F \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \ddot{a}_i + \frac{MEI\pi}{r^3} (1 - i^2)^2 a_i = 0$$

Или

$$\bar{a}_i + \frac{EIi^2(1 - i^2)^2}{\rho Fr^4(1 + i^2)} a_i = 0.$$

Такое же уравнение получаем и для обобщенной координаты  $b_i$ . Отсюда находим, что частота колебаний по  $i$ -й форме

$$f_i = \frac{M}{2\pi} \sqrt{\frac{EIi^2(1-i^2)^2}{\rho Fr^4(1+i^2)}}$$

При  $i = 1$  получаем  $f_i = 0$ . В этом случае  $u = a_1 \cos \theta$  и  $v = a_1 \sin \theta$ , и кольцо движется как абсолютно жесткое тело. Как видно коэффициент  $a_1$  определяет движение как абсолютно жесткого тела в направлении оси  $x$ . При  $i = 2$  имеет место основная форма изгибных колебаний кольца.

В случае изгибных колебаний кольца с поперечным сечением круговой формы, когда учитываются как перемещения, направленные под прямым углом к плоскости кольца, так и кручение, частоты основных форм колебаний можно определить с помощью найденной формулы

$$f_i = \frac{M}{2\pi} \sqrt{\frac{EIi^2(1-i^2)^2}{\rho Fr^4(1+i^2+V)}}$$

где  $V$  — коэффициент Пуассона. Видим, что даже для низшей формы ( $i = 2$ ) колебаний из рассмотренных двух видов изгибных колебаний частоты различаются, но не значительно.

#### 4. Численный эксперимент

Программный комплекс MSC «Nastran» предоставляет возможность решать задачи нахождения амплитудно-частотных характеристик колебательного процесса тонкостенной цилиндрической оболочки. В данном случае кольца при плоской

деформации, на котором расположена малая дополнительная масса. Характеристику массы опишем как  $M = 0,1M_0$ , которую расположим равномерно по всей поверхности. Характеристику оболочки примем исходя из следующих параметров:  $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$ ;  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ МПа}$ ,  $R/h = 100$ ,  $l/R = 3$ ,  $R = 1 \text{ м}$ .

Программный комплекс MSC «Nastran» позволяет произвести разбиение на конечные элементы в виде пластин – тонких двумерных элементов прямоугольной формы. Эти пластинки воспринимали на себя все усилия от внешних нагрузок, но внутренние механизмы и процессы, происходящие в структуре материала согласно законов механики – сохранялись. Количество пластинок подбиралось таким образом, чтобы разница между частотными характеристиками колебательного процесса изменялась не существенно (не более 5%) при увеличении их количества. Для данной оболочки длина и ширина пластин составляет 0,05 метра.

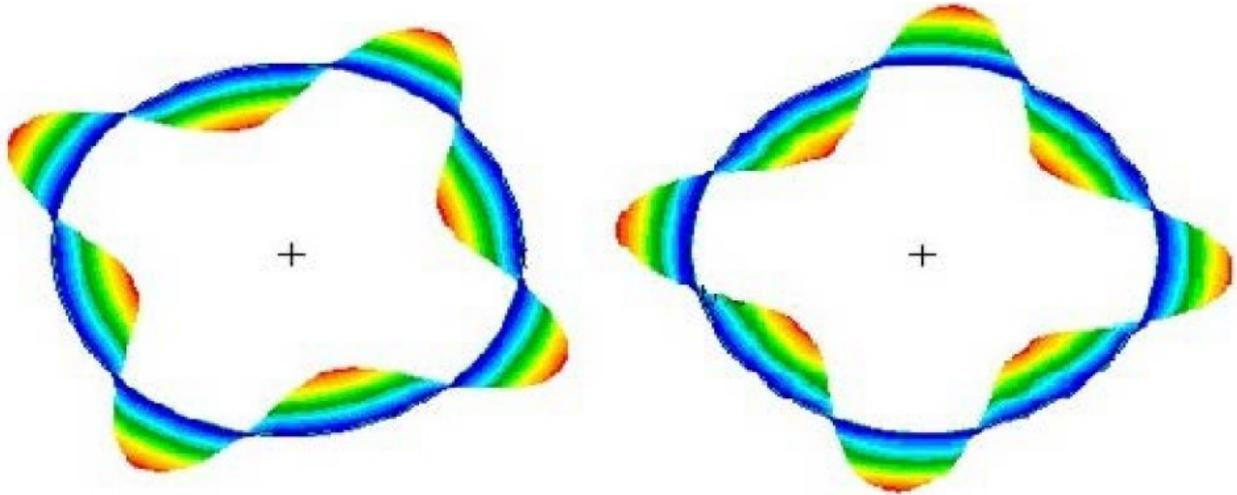
Низшие собственные частоты и соответствующие им формы колебаний представлены на рисунке 5 для случая  $R/l = 3$ . Точкой (Рис. 5б) обозначено место крепления присоединенной массы, которая линейно и равномерно распределена вдоль образующей оболочки.

## 5. Результаты

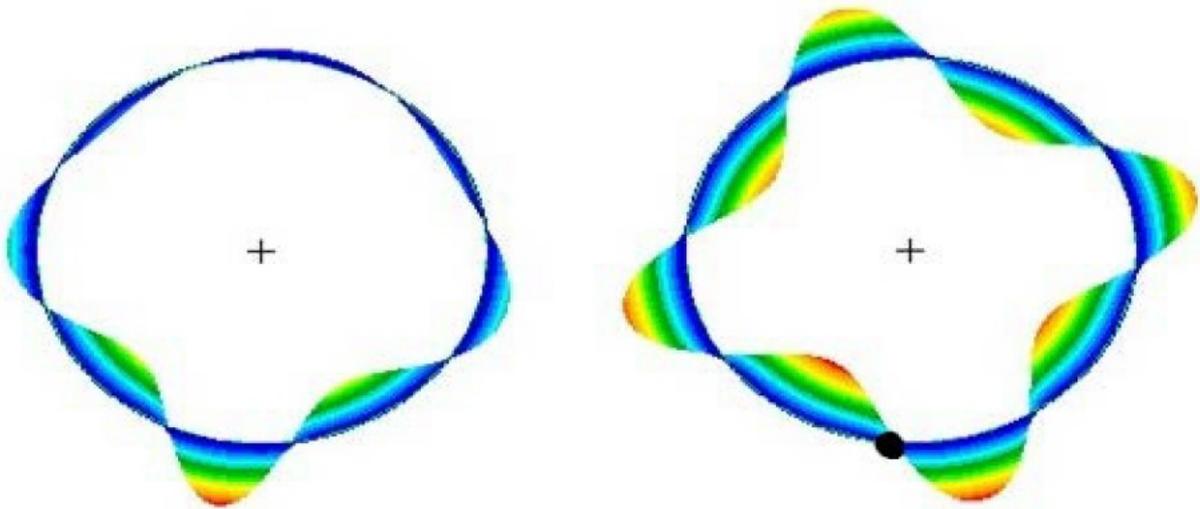
Проведенный численный эксперимент показывает существенную слаженность проведенного программой расчета. Первая частота колебательного движения численно равна  $(\omega)_1 = 66,4 \text{ Гц}$ . Малая присоединенная масса, находящаяся на оболочке, раздваивает частотный спектр. В местах крепления малой присоединенной массы наблюдается повышенные внутренние напряжения и деформации, что объясняется инерционной механикой процесса.

Результаты расчетов приведены в таблице 1.

а)



б)



(а):  $\omega_4 = 64,2$  Гц; у оболочки с массой,  $M = 0,1M_0$  (б):  $\omega_{401} = 62,3$  Гц

Рис. 5. Собственные частоты и формы низшего тона у оболочки без массы и с массой.

Таблица 1. Сопоставление результатов

Относительная длина оболочки; $n_{\min}$ – число волн, соответствующее минимальной частоте	Традиционное решение [5], $(\Omega_{n01})_t$	Уточненная авторская модель, $\Omega_{n01}$	Отличие авторского решения от традиционного $\Delta, \%$	Решение МКЭ (пакет MSC “Nastran”), $(\Omega_{n01})_N$
--	--	---	--	---

$l/R = 0,2; n_{\min} = 10$	0,913	0,88	3,61	0,46
$l/R = 0,3; n_{\min} = 9$	0,913	0,9	1,42	0,52
$l/R = 1; n_{\min} = 7$	0,913	0,910	0,33	0,71
$l/R = 3; n_{\min} = 4$	0,913	0,912	0,11	0,84

Рассматривая результаты экспериментальных исследований можно увидеть зависимость между размерами оболочки и собственной частотой колебаний оболочки, несущей малую присоединенную массу. Сравнивая теоретические вычисления и данные, полученные экспериментальным путем при характеристиках оболочки  $l/R = 0,2$  расхождение составляет  $\Delta = \left| \frac{\Omega_{n01}}{(\Omega_{n01})_{t-1}} \right| * 100\% = 3,61\%$ . Данное расхождение наблюдается, скорее всего, по причине несовершенства математической модели. Для более точного результата необходимо в математическую модель включить дополнительные параметры, отражающие начальные несовершенства оболочки.

### Практическая значимость

Новая математическая модель может быть использована для расчета конструкций в конструкторских бюро, занимающихся расчетом колебаний цилиндрических оболочек, несущих малую присоединенную массу. Данные бюро могут заниматься разработкой летательных аппаратов, водных и подводных плавательных средств, а так же космических аппаратов.

## Список источников

1. Кубенко В.Д., Ковальчук П.С., Краснопольская Т.С. Нелинейное взаимодействие форм изгибных колебаний цилиндрических оболочек. - Киев: Наукова думка, 1984. – 220 с.
2. Добрышкин А.Ю., Лозовский И.В., Сысоев О.Е., Сысоев Е.О. Исследование колебаний цилиндрической оболочки с присоединенной массой с учетом растяжения контура // Труды МАИ. 2023. №128. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=171385>. DOI: 10.34759/trd-2023-128-04
3. Гусева Ж.И. Особенности планирования производства на авиационном предприятии // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 4 (52). С. 99-104. DOI: [10.17084/20764359-2021-52-99](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-52-99)
4. Gholami Iman, Amabili Marco, Paidoussis Michael P. Dynamic divergence of circular cylindrical shells conveying airflow // Mechanical systems and signal processing, 2022, vol. 166 (1), pp. 108496. DOI:[10.1016/j.ymssp.2021.108496](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2021.108496)
5. Dobryshkin A.Y., Sysoev E.O., Sysoev O.E. Determination of the influence of reinforcement direction of open thin-walled cylindrical carbon shells on their natural vibrations // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2022, vol. 928, pp. 052055. DOI: 10.1088/1755-1315/988/5/05205
6. Sysoev O.E., Dobrychkin A.Yu. Natural vibration of a thin desing with an added mass as the vibrations of a cylindrical shell and curved batten // Journal of Heilongjiang university of science and technology, 2018, vol. 28, no. 1, pp.75-78.

7. Y. Qu, Y. Chen, X. Long, H. Hua, and G. Meng. Free and forced vibration analysis of uniform and stepped circular cylindrical shells using a domain decomposition method // Applied Acoustics, 2013, vol. 74, no. 3, pp. 425-439
8. Foster N., Fernández-Galiano L. Norman Foster: in the 21st Century, AV, Monografías, Artes Gráficas Palermo, 2013, pp. 163–164.
9. Iman Gholami, Marco Amabili, Michael P. Païdoussis. Experimental parametric study on dynamic divergence instability and chaos of circular cylindrical shells conveying airflow // Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, no, 169 (3), pp. 108755. DOI:[10.1016/j.ymssp.2021.108755](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2021.108755)
10. Белосточный Г.Н., Мыльцина О.А. Статическое и динамическое поведение пологих оболочек под действием быстропеременных температурно-силовых воздействий // Труды МАИ. 2015. № 82. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=58524>
11. Кузнецова Е.Л., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В., Медведский А.Л. Воздействие нестационарной распределенной нагрузки на поверхность упругого слоя // Труды МАИ. 2013. № 71. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=46621>
12. Феоктистов С.И. Определение растягивающих усилий вдоль образующей пуансона с учётом трения при изгибе с растяжением // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 1 (49). С. 76-82. DOI: [10.17084/20764359\\_2021\\_49\\_76](https://doi.org/10.17084/20764359_2021_49_76)
13. Канашин И.В., Григорьева А.Л., Хромов А.И., Григорьев Ян.Ю., Машевский В.А. Растяжение сжимаемой полосы с непрерывным полем скоростей перемещений в условиях плоской деформации // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре

- государственного технического университета. 2021. № 3 (51). С. 39-41.  
DOI: [10.17084/20764359-2021-51-39](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-39)
14. Нуштаев Д.В., Жаворонок С.И., Клышников К.Ю., Овчаренко Е.А. Численно-экспериментальное исследование деформирования и устойчивости цилиндрической оболочки ячеистой структуры при осевом сжатии // Труды МАИ. 2015. № 82. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=58589>
15. Грушенкова Е.Д., Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А. Продольные и изгибные колебания трехслойной пластины со сжимаемым наполнителем, контактирующей со слоем вязкой жидкости // Труды МАИ. 2019. № 106. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=105618>
16. Hautsch N., Okhrin O., Ristig A. Efficient iterative maximum likelihood estimation of highparameterized time series models, Berlin, Humboldt University, 2014, 34 p.
17. Саблин П.А., Щетинин В.С. Повышение точности механообработки с помощью использования бесконтактных опор // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 3 (51). С. 104-106. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-104](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-104)
18. Андрианов И.К. Численная модель многокритериальной оптимизации тепловой защиты оболочечных элементов в условиях теплового и силового нагружения // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 3 (51). С. 14-20. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-14](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-14)
19. Иванкова Е.П. Моделирование и оптимизация выбора свойств материалов и структуры многослойных оболочковых форм по выплавляемым моделям // Ученые

записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 3 (51). С. 85-89. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-85](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-85)

20. Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Одинокоев В.И., Иванкова Е.П., Усанов Г.И., Петров В.В. Разработка новых структур многослойных оболочковых форм по выплавляемым моделям // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2020. № 7 (47). С. 104-107.

21. Дмитриев Э.А., Потянихин Д.А., Одинокоев В.И., Евстигнеев А.И., Квашин А.Е. Моделирование поля температур при получении металлоизделий на литейно-ковочном модуле с односторонним воздействием бокового бойка и неподвижной плитой. // Математическое моделирование и численные методы. 2022. № 2 (34). С. 63-77. DOI: [10.18698/2309-3684-2022-2-6377](https://doi.org/10.18698/2309-3684-2022-2-6377)

## References

1. Kubenko V.D., Koval'chuk P.S., Krasnopol'skaya T.S. *Nelineinoe vzaimodeistvie form izgibnykh kolebaniy tsilindricheskikh obolochek* (Nonlinear interaction of shapes of cylindrical shells bending vibrations), Kiev, Naukova dumka, 1984, 220 p.

2. Dobryshkin A.Yu., Lozovskii I.V., Sysoev O.E., Sysoev E.O. *Trudy MAI*, 2023, no. 128. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=171385>. DOI: 10.34759/trd-2023-128-04

22. 3. Guseva Zh.I. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 4 (52), pp. 99-104. DOI: [10.17084/20764359-2021-52-99](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-52-99)

4. Gholami Iman, Amabili Marco, Paidoussis Michael P. Dynamic divergence of circular cylindrical shells conveying airflow, *Mechanical systems and signal processing*, 2022, vol. 166 (1), pp. 108496. DOI:10.1016/j.ymsp.2021.108496
5. Dobryshkin A.Y., Sysoev E.O., Sysoev O.E. Determination of the influence of reinforcement direction of open thin-walled cylindrical carbon shells on their natural vibrations, *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2022, vol. 928, pp. 052055. DOI: 10.1088/1755-1315/988/5/05205
6. Sysoev O.E., Dobrychkin A.Yu. Natural vibration of a thin desing with an added mass as the vibrations of a cylindrical shell and curved batten, *Journal of Heilongjiang university of science and technology*, 2018, vol. 28, no. 1, pp.75-78.
7. Y. Qu, Y. Chen, X. Long, H. Hua, and G. Meng. Free and forced vibration analysis of uniform and stepped circular cylindrical shells using a domain decomposition method, *Applied Acoustics*, 2013, vol. 74, no. 3, pp. 425-439
8. Foster N., Fernández-Galiano L. *Norman Foster: in the 21st Century*, AV, Monografias, Artes Gráficas Palermo, 2013, pp. 163–164.
9. Iman Gholami, Marco Amabili, Michael P. Païdoussis. Experimental parametric study on dynamic divergence instability and chaos of circular cylindrical shells conveying airflow, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, no, 169 (3), pp. 108755. DOI:10.1016/j.ymsp.2021.108755
10. Belostochnyi G.N., Myl'tsina O.A. *Trudy MAI*, 2015, no. 82. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=58524>
11. Kuznetsova E.L., Tarlakovskii D.V., Fedotenkov G.V., Medvedskii A.L. *Trudy MAI*, 2013, no. 71. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=46621>

12. Feoktistov S.I. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 1 (49), pp. 76-82. DOI: [10.17084/20764359\\_2021\\_49\\_76](https://doi.org/10.17084/20764359_2021_49_76)
13. Kanashin I.V., Grigor'eva A.L., Khromov A.I., Grigor'ev Yan.Yu., Mashevskii V.A. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 3 (51), pp. 39-41. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-39](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-39)
14. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I., Klyshnikov K.Yu., Ovcharenko E.A. *Trudy MAI*, 2015, no. 82. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=58589>
15. Grushenkova E.D., Mogilevich L.I., Popov V.S., Popova A.A. *Trudy MAI*, 2019, no. 106. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=105618>
16. Hautsch N., Okhrin O., Ristig A. *Efficient iterative maximum likelihood estimation of highparameterized time series models*, Berlin, Humboldt University, 2014, 34 p.
17. Sablin P.A., Shchetinin V.S. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 3 (51), pp. 104-106. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-104](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-104)
18. Andrianov I.K. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 3 (51), pp. 14-20. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-14](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-14)
19. Ivankova E.P. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 3 (51), pp. 85-89. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-85](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-85)

20. Evstigneev A.I., Dmitriev E.A., Odinsonov V.I., Ivankova E.P., Usanov G.I., Petrov V.V. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2020, no. 7 (47), pp. 104-107.

21. Dmitriev E.A., Potyanikhin D.A., Odinsonov V.I., Evstigneev A.I., Kvashin A.E. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody*, 2022, no. 2 (34), pp. 63-77.

DOI: [10.18698/2309-3684-2022-2-6377](https://doi.org/10.18698/2309-3684-2022-2-6377)

Статья поступила в редакцию 09.02.2023

Одобрена после рецензирования 10.03.2023

Принята к публикации 27.04.2023

The article was submitted on 09.02.2023; approved after reviewing on 10.03.2023; accepted for publication on 27.04.2023