

Научная статья

УДК 004.942

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=179695>

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕГУЛИРУЕМЫХ ПОСРЕДСТВОМ ЦИФРОВОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ ПОНИЖАЮЩИХ ИМПУЛЬСНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Дмитрий Юрьевич Тарасов¹, Георгий Львович Сухомлинов²✉,

Валерий Вадимович Михайлов³

^{1,2}Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
Москва, Россия

³Технологический университет им. А.А. Леонова,
Московская область, Королёв, Россия

¹tarasovdu@bmstu.ru

²sukhomlinov@bmstu.ru✉

³mo_techuniv@mosreg.ru

Аннотация. Дается описание двух вычислительных моделей, предназначенных для решения задач динамики регулируемого посредством цифровой (пропорциональной, интегральной и дифференциальной) обратной связи понижающего импульсного преобразователя напряжения постоянного тока. Одна из них, осуществляющая частотный анализ, предназначена для расчёта на устойчивость рассматриваемого регулируемого преобразователя. Другая модель, основанная на методе численного интегрирования, ориентирована на исследование переходного и установившегося

режимов в работе того же преобразователя. Представленные примеры расчётов демонстрируют хорошее согласование получаемых на основе указанных моделей результатов с имеющимися расчётными и экспериментальными данными. Описанные вычислительные инструменты могут найти применение в исследованиях, связанных с разработкой источников питания для электронных устройств систем управления авиационно-космических летательных аппаратов.

Ключевые слова: понижающий импульсный преобразователь напряжения постоянного тока, обратная связь, частотный анализ, неявная схема Эйлера численного интегрирования

Для цитирования: Тарасов Д.Ю., Сухомлинов Г.Л., Михайлов В.В. Численное моделирование регулируемых посредством цифровой обратной связи понижающих импульсных преобразователей напряжения постоянного тока // Труды МАИ. 2024. № 135. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=179695>

Original article

NUMERICAL MODELING OF STEP-DOWN PULSE DC-DC VOLTAGE CONVERTERS REGULATED BY DIGITAL FEEDBACK

Dmitry Yu. Tarasov¹, Georgy L. Sukhomlinov²✉, Valery V. Mikhailov³

^{1,2}Moscow State Technical University. N.E. Bauman,

Moscow, Russia

³Leonov Moscow Region University of Technology,

Moscow region, Korolev, Russia

¹tarasovdu@bmstu.ru

²sukhomlinov@bmstu.ru✉

mo_techuniv@mosreg.ru

Original article

NUMERICAL MODELING OF STEP-DOWN PULSE DC-DC VOLTAGE CONVERTERS REGULATED BY DIGITAL FEEDBACK

Dmitry Yu. Tarasov¹, Georgy L. Sukhomlinov²✉, Valery V. Mikhailov³

^{1,2}Moscow State Technical University. N.E. Bauman,
Moscow, Russia

³Leonov Moscow Region University of Technology,
Moscow region, Korolev, Russia

tarasovdu@bmstu.ru

sukhomlinov@bmstu.ru✉

mo_techuniv@mosreg.ru

Abstract. In the introductory part of the article, it is noted that in the research works of design organizations related to the development of regulated step-down pulse DC-DC voltage converters, approaches based on the use of such powerful software complexes as MATLAB/Simulink have been widely used. At the same time, the direction associated with the development of simpler computing tools remains in demand, which can be relied on not only when conducting specific computational studies of the designated converters, but also to confirm the reliability of the results obtained on the basis of these software packages. The purpose of the article is to describe two computational models designed to solve problems of dynamics of a step-down pulse DC-DC voltage converter controlled by digital (proportional, integral and differential) feedback. One of the models performing frequency analysis is designed to calculate the stability of the regulated converter in question. Another

model based on the numerical integration method is focused on the study of transient and steady-state modes in the operation of the same converter.

The main content of the article is devoted to the description of the designated two computational models. The calculation scheme of a step-down pulse converter is presented here and the corresponding (based on an approximate "continuous" calculation model) dynamics problem is formulated in the form of a system of two first-order differential equations (with respect to the current i in the throttle and the voltage U_H of the load). It is indicated that an important requirement for this type of converter is its ability to reliably maintain the required value of the load voltage, which can be provided by including a feedback link in the circuit of operation of such a converter. It is assumed that the control system of the converter under discussion is based on the use of a digital PID controller in the feedback structure (which has the capabilities to implement proportional, integral and differential communication). A linear differential equation describing the functioning of the feedback link is written. Based on the obtained relations, a linear differential equation is formulated that establishes the relationship between the control parameter at the input and output of the open loop of the control system under consideration. An algorithm for calculating the frequency characteristics of such an open loop is presented. (Based on their analysis, a conclusion is made about the stability of the closed-loop control system). A system of linear differential equations describing the dynamics of the controlled (feedback) step-down converter is also formulated. An algorithm for the numerical solution of this type of dynamics problem based on the use of an implicit Euler scheme is presented. Examples of the application of the proposed two computational models to the study of the dynamics of a specific controlled step-down converter are given.

The final part of the article contains conclusions on the research performed. A brief description of the two proposed computational models is given here. It is also indicated that the reliability of the results obtained using these computational models is confirmed by practical coincidence with the results of computer modeling and physical experiment available in the literature.

Keywords: step-down pulse DC-DC voltage converter, feedback, frequency analysis, implicit Euler scheme of numerical integration

For citation: Tarasov D.Yu., Sukhomlinov G.L., Mikhailov V.V. Numerical modeling of step-down pulse dc-dc voltage converters regulated by digital feedback. *Trudy MAI*, 2024, no. 135. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=179695>

Понижающие импульсные преобразователи напряжения постоянного тока, схема функционирования которых представлена на рис. 1, широко используются в качестве источников питания в различных технических устройствах, предназначенных для работы в условиях низких уровней входного напряжения [1-6].

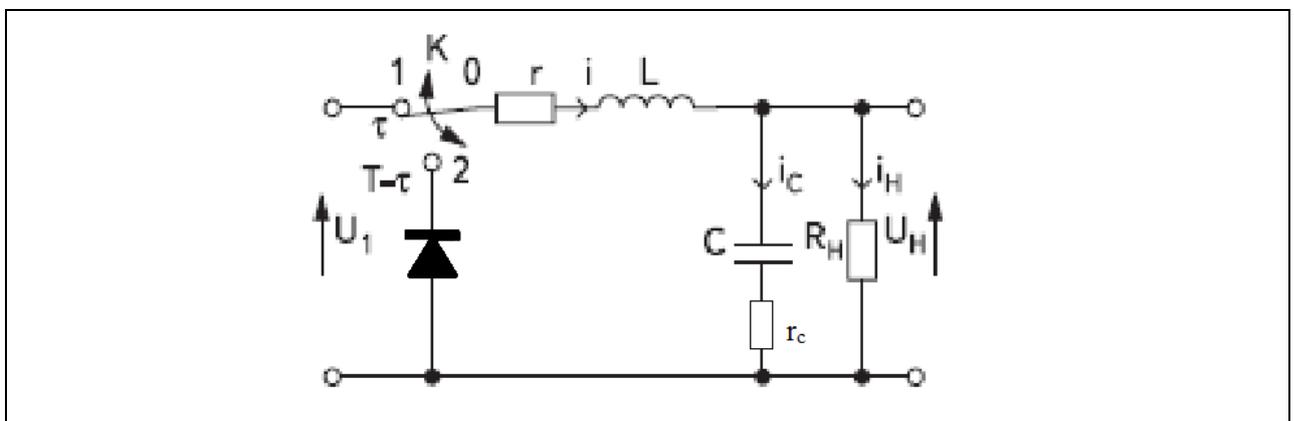


Рис. 1. Расчётная схема понижающего преобразователя.

В результате переключений, производящихся в таких преобразователях посредством широтно-импульсного модулятора [4,5,7] с заданной тактовой частотой f и периодом $T=1/f$, при условии, что на каждом таком периоде время, в течение которого ключ (см. рис. 1) находится в положении 1, составляет величину $\tau < T$, устанавливаемое на нагрузочном сопротивлении R_n напряжение U_n оказывается уменьшенным по сравнению с входным напряжением U_1 . Такое уменьшение происходит по мере уменьшения значения параметра $\gamma = \tau/T$.

Важным требованием, предъявляемым к подобного типа преобразователю, является его способность надёжно поддерживать требуемое для работы запитываемых от него устройств значение $U_n^{(0)}$ напряжения нагрузки. Отмеченная способность обеспечивается путём включения в схему функционирования такого преобразователя звена обратной связи. Принцип работы рассматриваемого далее регулируемого (с обратной связью) понижающего преобразователя сводится к следующему [5]. При обнаружении (путём осуществляемых замеров) малейшего отклонения (ΔU_n) напряжения нагрузки U_n от требуемого значения $U_n^{(0)}$ оценивается отвечающая этому отклонению величина $\Delta \gamma$, в соответствии с которой корректируется значение параметра γ (вырабатываемое широтно-импульсным модулятором) для установления требуемого значения $U_n^{(0)}$ напряжения нагрузки. Укажем, что реализацию отмеченного типа обратной связи во многих случаях эффективно осуществляют с использованием цифровых контроллеров.

В настоящей статье мы будем исходить из предположения, что система регулирования обсуждаемого преобразователя основана на использовании в

структуре обратной связи цифрового ПИД-контроллера (обладающего возможностями по реализации пропорциональной, интегральной и дифференциальной связи). Внимание сосредоточим на вопросах динамики отмеченного типа регулируемых преобразователей. Имеются в виду вопросы расчётного исследования устойчивости их функционирования, а также расчётного анализа переходных и установившихся режимов в их работе. Здесь следует указать, что в настоящее время подобные расчётные исследования проводятся, как правило, с использованием таких мощных коммерческих программных комплексов, как MATLAB/Simulink [8-18]. В то же время сохраняется востребованность в разработке и более простых вычислительных инструментов, на которые можно опираться не только при проведении конкретных расчётов, но и для подтверждения достоверности получаемых на основе указанных программных комплексов результатов. Ниже даётся описание двух из подобного типа расчётных инструментов. Один из них представляет собой основанную на частотном анализе вычислительную модель, предназначенную для расчёта на устойчивость рассматриваемого типа регулируемого преобразователя. Другой представляет собой основанную на методе численного интегрирования вычислительную модель, предназначенную для исследования, переходного и установившегося режимов в работе того же регулируемого преобразователя.

Остановимся сначала на формулировке задачи динамики для рассматриваемого типа преобразователя (рис. 1). Отмечаем, что эта задача имеет разрывную особенность, связанную с тем, что действие входного напряжения U_1 на каждом тактовом периоде происходит лишь на временном промежутке τ , после которого это действие прерывается. Здесь мы будем использовать широко применяемую в

расчётной практике формулировку, основанную на приближённой (так называемой «непрерывной» или «осреднённой») расчётной модели рассматриваемого преобразователя [19]. Соответствующие уравнения динамики моделируемого отмеченным образом преобразователя могут быть представлены в виде (см., например, [10, 20]):

$$\begin{aligned}\frac{dv_1}{dt} &= a_{11}v_1 + a_{12}v_2 + b_1U_1\gamma, \\ \frac{dv_2}{dt} &= a_{21}v_1 + a_{22}v_2 + b_2U_1\gamma,\end{aligned}\tag{1}$$

где

$$\begin{aligned}v_1 &= i, \quad v_2 = U_H, \\ a_{11} &= -r/L, \quad a_{12} = -1/L, \quad a_{21} = (LR_H - CR_Hr_C)/d, \\ a_{22} &= -(CR_Hr_C + L)/d, \quad b_1 = 1/L, \quad b_2 = R_Hr_C/g, \\ g &= L(R_H + r_C), \quad d = gC.\end{aligned}\tag{2}$$

Далее мы будем наряду с дифференциальными уравнениями, описывающими динамические процессы в рассматриваемой системе регулирования понижающего преобразователя, использовать соответствующие алгебраические аналоги этих уравнений, получаемые в результате применения преобразования Лапласа. При этом для изображения по Лапласу функции времени вида $F(t)$ будем использовать обозначение $\tilde{F}(p)$.

Уравнения (1) можно рассматривать как устанавливающие связь между происходящими во времени изменениями параметров γ и U_H . В изображениях по Лапласу связь между этими параметрами приводится к виду

$$\tilde{U}_H(p) = G_1(p)\tilde{\gamma}(p),\tag{3}$$

где передаточная функция $G_1(p)$ определяется по схеме

$$\begin{aligned} G_1(p) &= U_1(k_3 + k_4p) / (p^2 + k_1p + k_2), \\ k_1 &= r / L + (CR_n r_c + L) / d, \quad k_2 = (R_n + r) / d, \\ k_3 &= R_n / d, \quad k_4 = R_n r_c / g, \quad g = L(R_n + r_c), \quad d = gC. \end{aligned} \quad (4)$$

Основываясь на представленном выше описании схемы функционирования замкнутого контура рассматриваемой системы регулирования понижающего преобразователя, сформулируем соотношения, устанавливающие связь между параметрами на «входе» и «выходе» соответствующего разомкнутого контура. Исходим из того, что, как это следует из соотношения (3), малому изменению $\Delta\tilde{\gamma}_{ex}(p)$ параметра $\tilde{\gamma}(p)$ на входе этого контура соответствует малое изменение $\Delta\tilde{U}_n(p)$ параметра $\tilde{U}_n(p)$. При этом имеет место связь

$$\Delta\tilde{U}_n(p) = G_1(p)\Delta\tilde{\gamma}_{ex}(p). \quad (5)$$

Полагаем, что звену обратной связи соответствует передаточная функция $G_2(p)$, которая на выходе рассматриваемого разомкнутого контура обеспечивает связь вида

$$\Delta\tilde{\gamma}_{vix}(p) = G_2(p)\Delta\tilde{U}_n(p). \quad (6)$$

Считаем, что функционирование звена обратной связи реализовано на основе ПИД-контроллера, как это изложено в работе [13]. В результате для функции $G_2(p)$ имеем выражение

$$G_2(p) = (H_p + H_I / p + pH_D)\exp(-p\tau_{12}), \quad (7)$$

где H_P, H_I, H_D - коэффициенты, соответствующие пропорциональной, интегральной и дифференциальной типам связи, а τ_{12} - время запаздывания, представляющее собой величину порядка тактового периода T . Учитывая малость величины τ_{12} , при преобразовании записи (7) воспользуемся приближённым выражением: $\exp(-p\tau_{12}) = 1 / (1 + p\tau_{12})$. В результате приведём равенство (7) к виду

$$G_2(p) = (H_D p^2 + H_P p + H_I) / (\tau_{12} p^2 + p). \quad (8)$$

На основе зависимостей (5) и (6) устанавливаем связь между поступившим на вход разомкнутого контура рассматриваемой системы регулирования воздействием $\Delta\tilde{\gamma}_{ex}(p)$ и полученным на выходе результатом $\Delta\tilde{\gamma}_{вых}(p)$ в виде

$$\Delta\tilde{\gamma}_{вых}(p) = G_2(p)G_1(p)\Delta\tilde{\gamma}_{ex}(p). \quad (9)$$

Откуда с учётом соотношений (4) и (8) следует равенство

$$\begin{aligned} (p^2 + k_1 p + k_2)(\tau_{12} p^2 + p)\Delta\tilde{\gamma}_{вых}(p) = \\ = U_1(k_3 + k_4 p)(H_D p^2 + H_P p + H_I)\Delta\tilde{\gamma}_{ex}(p). \end{aligned} \quad (10)$$

Из этого алгебраического равенства для образов (в смысле преобразования Лапласа) можно восстановить дифференциальное уравнение, устанавливающее связь между соответствующими входным и выходным оригиналами. Это дифференциальное уравнение запишем в следующей операторной форме:

$$(a_0 + \sum_{k=1}^4 a_k p^k)\Delta\gamma_{вых}(t) = (b_0 + \sum_{k=1}^4 b_k p^k)\Delta\gamma_{ex}(t), \quad (p^k = \frac{d^k}{dt^k}), \quad (11)$$

где p^k - оператор дифференцирования по времени. Коэффициенты этого уравнения вычисляются по схеме:

$$\begin{aligned} a_0 &= 0, \quad a_1 = k_2, \quad a_2 = k_1 + k_2\tau_{12}, \quad a_3 = 1 + k_1\tau_{12}, \quad a_4 = \tau_{12}, \\ b_0 &= U_1 k_3 H_I, \quad b_1 = U_1 (k_3 H_P + k_4 H_I), \quad b_2 = U_1 (k_3 H_D + k_4 H_P), \\ b_3 &= U_1 k_4 H_D, \quad b_4 = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Укажем, что решение заявленной проблемы устойчивости рассматриваемой системы регулирования понижающего преобразователя, работающей по схеме замкнутого контура, мы будем осуществлять, используя известный критерий устойчивости, основанный на анализе частотных характеристик соответствующего разомкнутого контура [21,22]. Ниже в рамках подхода, представленного в работе [23], даётся описание основанного на использовании уравнения (11) алгоритма построения таких характеристик.

В соответствии с выбранным подходом, входное воздействие задаём в виде

$$\Delta\gamma_{вх} = \sin \omega t. \quad (13)$$

Отклик на указанное воздействие ищем в виде

$$\Delta\gamma_{вых} = A \sin \omega t + B \cos \omega t. \quad (14)$$

Подставляя выражения (13) и (14) в уравнение (11), приходим к равенству

$$(a_0 + \sum_{k=1}^4 a_k p^k)(A \sin \omega t + B \cos \omega t) = (b_0 + \sum_{k=1}^4 b_k p^k) \sin \omega t, \quad (15)$$

из которого путём приравнивания суммарных коэффициентов при одноимённых гармониках можно получить уравнения для определения постоянных A и B . Коэффициенты при A и B в этих уравнениях определяются на основе подсчёта сумм,

выделенных круглыми скобками в равенствах (11) и (15), где факторы p^k заменяются степенями частоты ω^k с учётом знака соответствующей производной от $\sin \omega t$ или $\cos \omega t$. Частота ω в равенстве (15) может изменяться от чрезвычайно малых до чрезвычайно больших значений. Чтобы предотвратить получение ситуации переполнения порядка в процессе вычисления степеней ω^k , будем действовать следующим образом.

Как следует из записи (15), значения искомым постоянных A и B не изменятся, если предварительно разделить каждое из слагаемых $a_k \omega^k$ и $b_k \omega^k$ ($k=0,1,2,3,4$) в упомянутых суммах на наибольшее по модулю значение $a_k \omega^k$. Подобную операцию нормирования и другие вычисления будем выполнять с использованием процедуры логарифмирования (подвергая такой обработке лишь члены с ненулевыми коэффициентами a_k и b_k). Последовательность действий при этом такова. Вместо непосредственного вычисления произведений типа $a_k \omega^k$ и $b_k \omega^k$ ($k=0,1,2,3,4$) вычисляем логарифмы их модулей

$$\begin{aligned} l_{a\omega,k} &= \ln |a_k \omega^k| = \ln |a_k| + k \ln \omega, \\ l_{b\omega,k} &= \ln |b_k \omega^k| = \ln |b_k| + k \ln \omega, \quad (k=0,1,2,3,4). \end{aligned} \tag{16}$$

Далее определяем максимальный элемент (обозначаемый как m_l) последовательности $l_{a\omega,k}$ ($k=0,1,2,3,4$), который соответствует наибольшему по модулю значению $a_k \omega^k$. Упомянутая выше операция нормирования выполняется в логарифмах по схеме вычитания вида

$$\begin{aligned}\tilde{l}_{a\omega,k} &= l_{a\omega,k} - m_l, \\ \tilde{l}_{b\omega,k} &= l_{b\omega,k} - m_l, \quad (k=0,1,2,3,4).\end{aligned}\tag{17}$$

Остаётся теперь восстановить нормированные значения факторов $a_k \omega^k$ и $b_k \omega^k$ (обозначаемые, как $\tilde{a}_{\omega,k}$ и $\tilde{b}_{\omega,k}$) по схеме

$$\begin{aligned}\tilde{a}_{\omega,k} &= (\text{sign } a_k) \exp(\tilde{l}_{a\omega,k}), \\ \tilde{b}_{\omega,k} &= (\text{sign } b_k) \exp(\tilde{l}_{b\omega,k}), \quad (k=0,1,2,3,4).\end{aligned}\tag{18}$$

(Нулевым a_k и b_k соответствуют нулевые значения $\tilde{a}_{\omega,k}$ и $\tilde{b}_{\omega,k}$). Используя нормированную версию равенства (15), получаем для определения искомым постоянных A и B систему алгебраических уравнений вида

$$\begin{aligned}C_{11}A + C_{12}B &= d, \\ C_{21}A + C_{22}B &= g,\end{aligned}\tag{19}$$

где

$$\begin{aligned}C_{11} &= \tilde{a}_{\omega,0} - \tilde{a}_{\omega,2} + \tilde{a}_{\omega,4}, \quad C_{22} = C_{11}, \\ C_{12} &= -\tilde{a}_{\omega,1} + \tilde{a}_{\omega,3}, \quad C_{21} = -C_{12}, \\ d &= \tilde{b}_{\omega,0} - \tilde{b}_{\omega,2} + \tilde{b}_{\omega,4}, \quad g = \tilde{b}_{\omega,1} - \tilde{b}_{\omega,3}.\end{aligned}\tag{20}$$

Из системы уравнений (19) с учётом (20) следует, что

$$\begin{aligned}A &= (C_{11}d - C_{12}g) / \Delta, \\ B &= (C_{11}g + C_{12}d) / \Delta, \quad \Delta = C_{11}^2 + C_{12}^2.\end{aligned}\tag{21}$$

Зависимость (14) для выходного параметра $\Delta\gamma_{\text{вых}}$ преобразуем к виду

$$\Delta\gamma_{\text{вых}} = \tilde{A} \sin(\omega t + \psi),\tag{22}$$

где \tilde{A} - амплитуда выходного параметра, а ψ - фазовое запаздывание, определяемые формулами

$$\tilde{A} = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad \cos \psi = A / \tilde{A}, \quad \sin(\psi) = B / \tilde{A}. \quad (23)$$

Определённая описанным образом (при каждом фиксированном значении частоты ω) величина \tilde{A} используется для вычисления значения логарифмической амплитудной характеристики (в децибелах) разомкнутого контура рассматриваемой системы регулирования по схеме

$$20 \lg(\Delta \gamma_{\text{вых}}^{(0)} / \Delta \gamma_{\text{вх}}^{(0)}) = 20 \lg \tilde{A}, \quad (24)$$

где ноликом помечены амплитуды соответствующих параметров.

Значение параметра ψ при значениях ω , близких к нулю, определяется на основе анализа приближённого решения уравнения (11) в области низких частот. В частности, можно установить, что при $b_0 \neq 0$, указанное значение параметра ψ оценивается величиной $(-\pi / 2)$.

Расчёт амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик исследуемой системы осуществляется в цикле по параметру ω (от нуля до заданного максимального значения ω_{max}) с выбором достаточно малого значения шага $\Delta\omega$. При каждом новом значении $\omega + \Delta\omega$ параметра цикла используется описанная выше вычислительная процедура. Непрерывность рассчитываемой фазочастотной характеристики даёт основание полагать, что при изменении частоты от значения ω до значения $\omega + \Delta\omega$ фазовое запаздывание изменяется на малую величину δ так, что

$$\psi(\omega + \Delta\omega) = \psi(\omega) + \delta. \quad (25)$$

Подставляя выражение (25) в тригонометрические равенства (23) и проводя их преобразования с учётом малости величины δ , получаем линейные по отношению к параметру δ аналоги этих равенств вида

$$\cos\psi(\omega) - \delta \sin\psi(\omega) = A / \tilde{A}, \quad (26)$$

$$\sin\psi(\omega) + \delta \cos\psi(\omega) = B / \tilde{A}. \quad (27)$$

В используемом пошаговом алгоритме параметр δ определяется на основе соотношения (26), если выполняется условие $|\sin\psi(\omega)| > |\cos\psi(\omega)|$. В противном случае используется соотношение (27). Найденное значение δ используется для вычисления текущего значения фазового запаздывания по схеме (25). Описанный алгоритм реализован в виде программы на языке Фортран. Укажем, что при проведении расчётов с использованием этой программы значение шага $\Delta\omega$ принималось, исходя из условия, чтобы на каждую декаду параметра ω приходилось 10000 шагов. Надёжность результатов, получаемых с использованием данной программы, продемонстрируем путём сравнения с представленными в статье [13] результатами компьютерного моделирования одного из представителей рассматриваемого типа регулируемых преобразователей.

Итак, рассматриваем регулируемый понижающий преобразователь, имеющий, согласно [13], следующие характеристики:

$$\begin{aligned} U_1 &= 20 \text{ В}, \quad T = 10 \text{ мкс}, \quad L = 183 \text{ мкГн}, \quad r = 0,42 \text{ Ом}, \\ R_n &= 5,05 \text{ Ом}, \quad r_c = 0, \quad \tau_{12} = 18,2 \text{ мкс}, \quad H_P = 0,05 \text{ В}^{-1}, \\ H_I &= 110 \text{ с}^{-1} \cdot \text{В}^{-1}, \quad H_D = 0,5 \text{ мкс} \cdot \text{В}^{-1}. \end{aligned} \quad (28)$$

Отмечаем, что описанные в работе [13] исследования проводились с выбором нескольких значений ёмкости C .

На рис. 2, 3 представлены полученные с использованием изложенного алгоритма частотные характеристики для разомкнутого контура принятого к рассмотрению регулируемого преобразователя, относящиеся к двум вариантам такого выбора, а именно для случаев: $C=250$ мкФ и $C=500$ мкФ. Как видно, частотные характеристики для этих двух вариантов близки друг к другу. Анализ представленных характеристик показывает, что для первого варианта запасы по фазе и амплитуде оцениваются величинами 32 градуса и 17 дБ, соответственно. Для второго варианта аналогичные величины имеют вид: 35 градусов и 18 дБ. Эти результаты позволяют сделать вывод об устойчивости рассматриваемых двух версий регулируемого преобразователя. Укажем, что все эти результаты полностью совпадают с полученными в работе [13] результатами компьютерного моделирования в среде MATLAB.

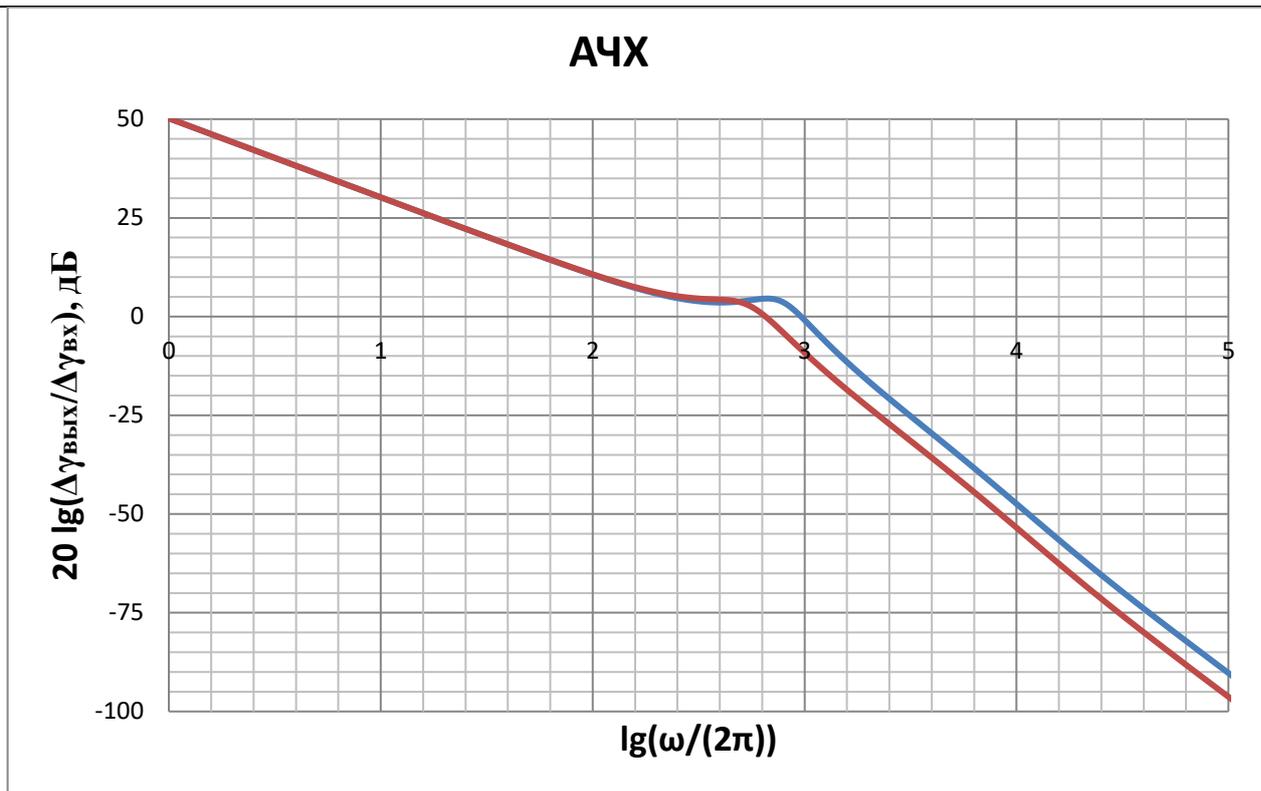


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика. Синий цвет - случай $C=250$ мкФ, красный цвет - случай $C=500$ мкФ.

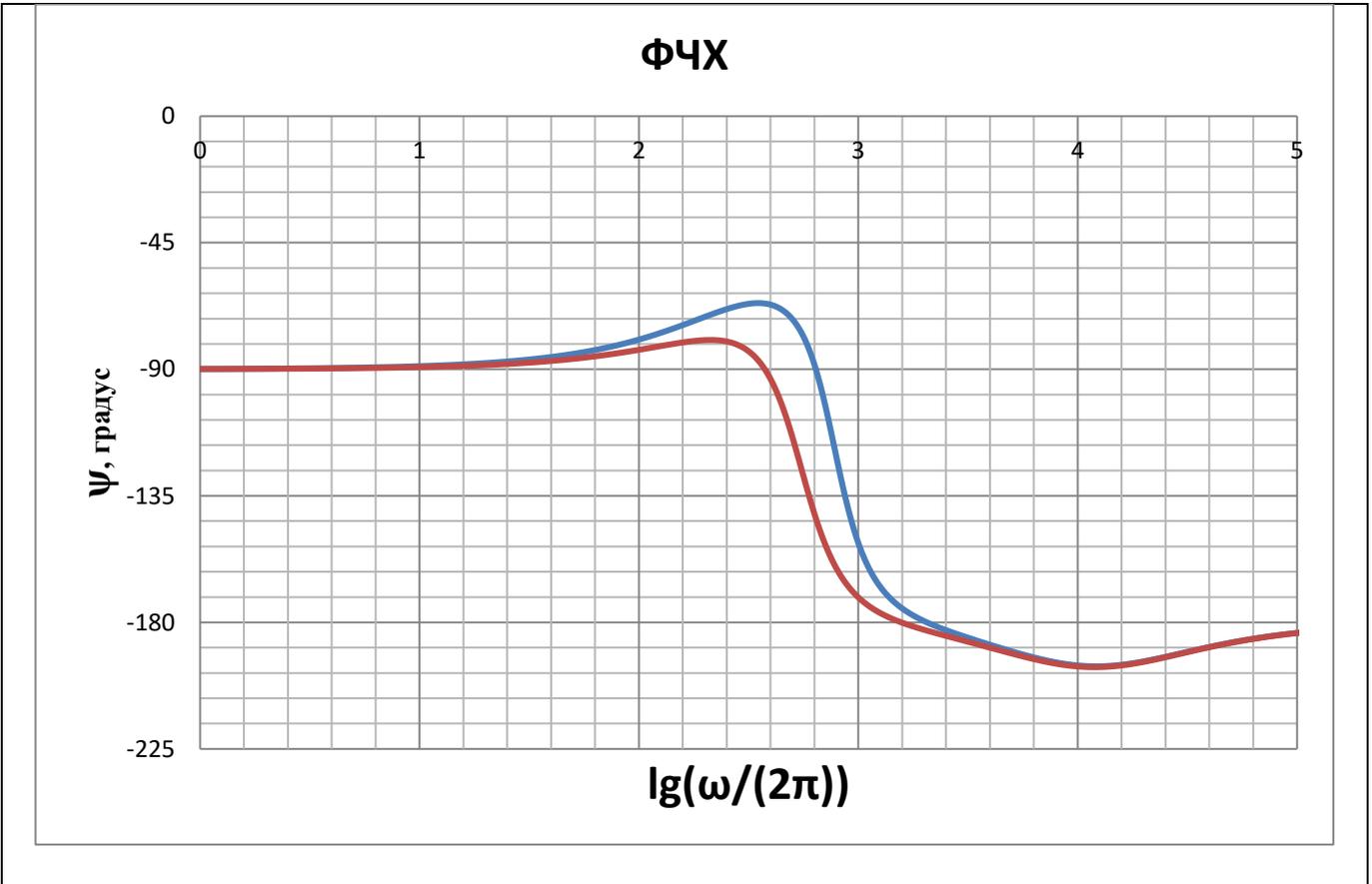


Рис. 3. Фазочастотная характеристика. Синий цвет - случай $C=250$ мкФ, красный цвет - случай $C=500$ мкФ.

Перейдём теперь к обозначенной выше проблеме расчётного анализа переходных и установившихся режимов в работе принятого к рассмотрению регулируемого преобразователя. Исходим из предположения, что на некотором начальном промежутке времени рассматриваемый преобразователь поддерживает требуемую величину $U_n^{(0)}$ напряжения нагрузки при фиксированном значении γ_0 параметра γ . Затем система регулирования, обнаруживая (на основе проводимого замера величины U_n) изменение напряжения нагрузки (в виде $\Delta U_n = U_n - U_n^{(0)}$), начинает осуществлять действия, направленные на коррекцию параметра γ (по схеме $\gamma = \gamma_0 - \Delta\gamma$), для устранения подобных изменений в напряжении нагрузки. Дифференциальные уравнения, описывающие динамику происходящих при этом в рассматриваемой системе регулирования процессов, получаем с использованием соотношений (3),(4) и (6),(8), переходя от изображений по Лапласу к оригиналам, аналогично тому, как это было сделано при получении дифференциального уравнения (11). В результате имеем систему из двух дифференциальных уравнений вида

$$\begin{aligned} \frac{d^2 U_n}{dt^2} + k_1 \frac{dU_n}{dt} + k_2 U_n &= U_1 k_3 (\gamma_0 - \Delta\gamma) - U_1 k_4 \frac{d\Delta\gamma}{dt}, \\ \tau_{12} \frac{d^2 \Delta\gamma}{dt^2} + \frac{d\Delta\gamma}{dt} &= H_D \frac{d^2 U_n}{dt^2} + H_P \frac{dU_n}{dt} + H_I (U_n - U_n^{(0)}). \end{aligned} \quad (29)$$

Вводя обозначения

$$v_1 = U_H, \quad v_2 = \frac{dv_1}{dt}, \quad v_3 = \Delta\gamma, \quad v_4 = \frac{dv_3}{dt}, \quad (30)$$

с использованием уравнений (29) и равенств (30) приходим к формулировке рассматриваемой задачи динамики в виде четырёх дифференциальных уравнений первого порядка, а именно:

$$\begin{aligned} \frac{dv_1}{dt} &= v_2, \\ \frac{dv_2}{dt} + k_1 v_2 + k_2 v_1 + k_3 U_1 v_3 + k_4 U_1 v_4 &= k_3 U_1 \gamma_0, \\ \frac{dv_3}{dt} &= v_4, \\ \tau_{12} \frac{dv_4}{dt} + v_4 - H_D \frac{dv_2}{dt} - H_P v_2 - H_I v_1 &= -H_I U_H^{(0)}. \end{aligned} \quad (31)$$

Численное решение системы дифференциальных уравнений (31) при заданных начальных условиях осуществляем, как и в работе [20], с использованием неявной (безусловно устойчивой) схемы Эйлера. Считая шаг Δt интегрирования по времени достаточно малым, в соответствии с указанной схемой представляем уравнения (31) на таком шаге в виде

$$\begin{aligned} \frac{v_1^1 - v_1^0}{\Delta t} &= v_2^1, \\ \frac{v_2^1 - v_2^0}{\Delta t} + k_1 v_2^1 + k_2 v_1^1 + k_3 U_1 v_3^1 + k_4 U_1 v_4^1 &= k_3 U_1 \gamma_0, \\ \frac{v_3^1 - v_3^0}{\Delta t} &= v_4^1, \\ \tau_{12} \frac{v_4^1 - v_4^0}{\Delta t} + v_4^1 - H_D \frac{v_2^1 - v_2^0}{\Delta t} - H_P v_2^1 - H_I v_1^1 &= -H_I U_H^{(0)}. \end{aligned} \quad (32)$$

Здесь $v_1^0, v_2^0, v_3^0, v_4^0$ - значения искомых функций в начале текущего шага интегрирования (при $t = t_0$), а $v_1^1, v_2^1, v_3^1, v_4^1$ - их значения в конце данного шага (при $t = t_1$), которые определяются на основе решения системы алгебраических уравнений (32) по методу Гаусса. При этом в завершение каждого шага найденные значения $v_1^1, v_2^1, v_3^1, v_4^1$ принимаются в качестве исходных данных $v_1^0, v_2^0, v_3^0, v_4^0$, необходимых для выполнения расчётов на следующем шаге. Кроме того, на основе этих данных с использованием второго уравнения системы (1) определяется текущее значение силы тока в дросселе по схеме

$$i = (v_2^1 - a_{22}v_1^1 - k_4U_1(\gamma_0 - v_3^1)) / a_{21}. \quad (33)$$

Изложенный алгоритм численного решения рассматриваемого типа задачи динамики реализован в виде программы на языке Фортран. Надёжность результатов, получаемых с использованием данной программы, продемонстрируем путём сравнения с представленными в статье [13] экспериментальными результатами, относящимися к переходному режиму в работе регулируемого преобразователя, анализ устойчивости которого был выполнен выше на основе исследования соответствующих частотных характеристик.

Численное решение соответствующей задачи динамики (при нулевых начальных условиях) осуществлялось с использованием исходных данных (28), наряду с которыми учтено, что $C=530$ мкФ. Требуемое напряжение нагрузки было задано в виде $U_n^{(0)} = 5$ В. Также было задано $\gamma_0 = 0,27079$. Шаг интегрирования по времени был принят в виде $\Delta t = T/20$. Укажем, что представленные в работе [13] результаты физического эксперимента, относящиеся к рассматриваемому

динамическому процессу, фиксировались лишь, начиная с момента времени, когда сила тока i в дросселе достигла значения 0,05 А.

Учитывая это, (в целях сравнения) полученные численным моделированием зависимости $U_n(t)$ и $i(t)$ изображены в виде графиков (см. рис. 4, 5), соответствующих тому же временному диапазону, что и в эксперименте. Сплошные кривые здесь соответствуют результатам расчёта, а точки – результатам эксперимента. Отмечаем хорошее согласование представленных расчётных и экспериментальных зависимостей. То же самое относится и к времени выхода переходного процесса на установившийся режим, которое оценивается величиной порядка 5 мс. По истечению этого времени система регулирования обеспечивает выход напряжения нагрузки на требуемое значение $U_n^{(0)} = 5$ В.

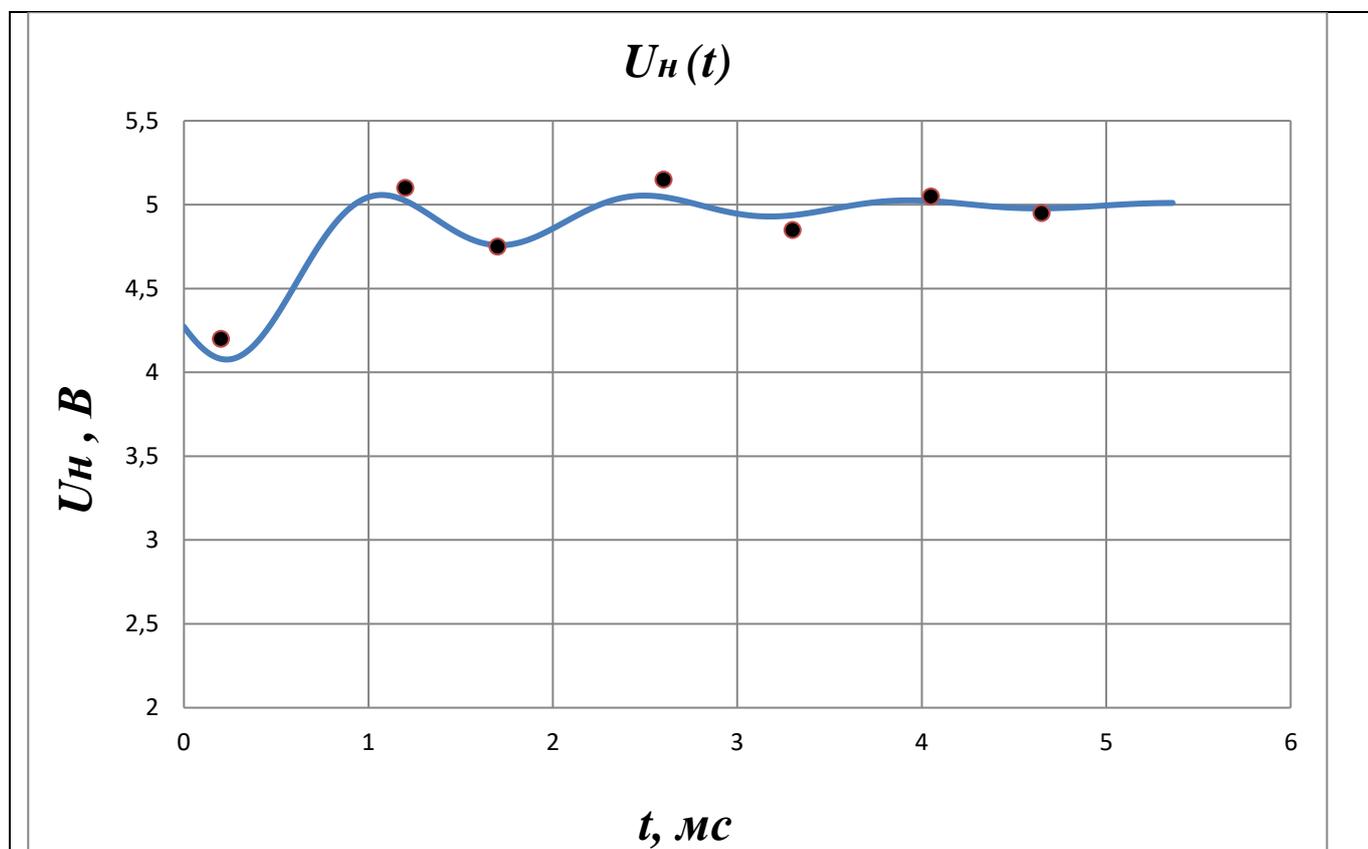


Рис. 4. Картина переходного процесса в виде зависимости напряжения нагрузки U_n от времени t . Сплошная линия - численное моделирование, точки - эксперимент.

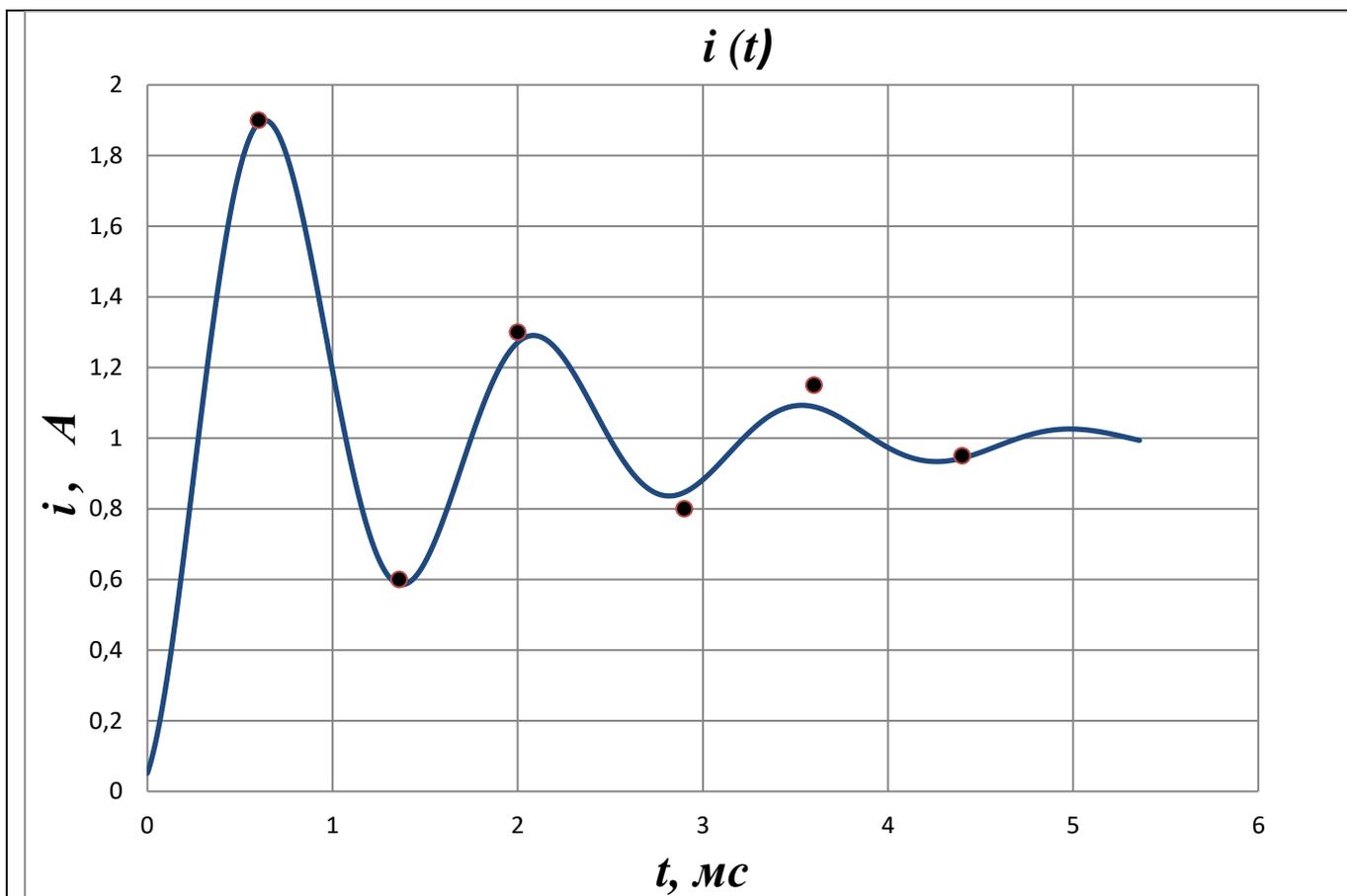


Рис. 5. Картина переходного процесса в виде зависимости тока i в дросселе от времени t . Сплошная линия - численное моделирование, точки - эксперимент.

В качестве выводов по выполненным в данной работе исследованиям отметим следующее. Представлены две вычислительные модели, предназначенные для решения задач динамики регулируемого посредством цифровой обратной (пропорциональной, интегральной и дифференциальной) связи понижающего импульсного преобразователя напряжения постоянного тока. Одна из моделей основана на частотном анализе и предназначена для расчёта на устойчивость рассматриваемого регулируемого преобразователя. Другая модель основана на применении неявной схемы Эйлера численного интегрирования и ориентирована на исследование переходного и установившегося режимов в работе того же

преобразователя. Достоверность результатов, получаемых с использованием указанных вычислительных моделей, подтверждена практическим совпадением с имеющимися в литературе результатами компьютерного моделирования и физического эксперимента. Описанные вычислительные инструменты могут найти применение в исследованиях, связанных с разработкой источников питания для электронных устройств систем управления авиационно-космических летательных аппаратов.

Список источников

1. Четти П. Проектирование ключевых источников электропитания: пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 240 с.
2. Бирзникс Л.В. Импульсные преобразователи постоянного тока. – М.: Энергия, 1974. – 256 с.
3. Браун М. Источники питания. Расчёт и конструирование: пер. с англ. - Киев: «МК-Пресс», 2007. – 288 с.
4. Белов Г.А. Динамика импульсных преобразователей. – Чебоксары: Чувашский университет, 2001. – 528 с.
5. Белов Г.А. Импульсные преобразователи с системами управления на серийных микросхемах. – Чебоксары: Чувашский университет, 2015. – 330 с.
6. Белоус А.И., Солодуха В.А., Ефименко С.А., Пилипенко В.А. Основы силовой электроники. – М.: Техносфера, 2019. – 424 с.
7. Анисимова Т.В., Данилина А.Н. Инверторы с многозонной модуляцией // Труды МАИ. 2012. № 52. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=29546>

8. Alisoy H., Yashar M., Chalishkan S., Damar M., Masoumisoureh M. Mathematical modeling of the response of a buck converter to disturbances // European Journal of Engineering and Applied Sciences, 2022, vol. 5 (2), pp. 106-111. DOI: [10.55581/ejeas.1212838](https://doi.org/10.55581/ejeas.1212838)
9. Viswanatha V., Venkata S.R.R. A complete mathematical modeling, simulation and computation implementation of boost converter via MATLAB/Simulink // International Journal of Pure and Applied Mathematics, 2017, vol. 114, no. 10, pp. 407-419.
10. Salih M.M., Al-Araji A.S., Jeiad H.A. Modeling and analysis of DC-DC buck converter for mobile applications // International Journal of Science and Research (IJSR), 2020, vol. 9, no. 4, pp. 1088-1093. DOI: [10.21275/SR20416134106](https://doi.org/10.21275/SR20416134106)
11. Naz F. Closed loop buck & boost converter mathematical modeling, analysis and simulation using MATLAB // International Journal of Engineering and Advanced Technology (IJEAT), 2021, vol. 10, no. 4, pp. 263-271. DOI: [10.35940/ijeat.D2525.0410421](https://doi.org/10.35940/ijeat.D2525.0410421)
12. Dash S.S., Nayak B. Control analysis and experimental verification of a practical dc-dc boost converter // Journal of Electrical Systemes and Information Technology, 2015, vol. 2, no. 3, pp. 378-390. DOI: [10.1016/j.jesit.2015.08.001](https://doi.org/10.1016/j.jesit.2015.08.001)
13. Kajiwara K., Tajima H., Maruta H., Kurokawa F., Colak I. Dynamic characteristics of integral gain changeable digital control DC-DC converter for suppression of output capacitance // International Journal of Renewable Energy Research, 2016, vol. 6, no. 1, pp. 237-244.

14. Kaur R., Kaur N. Mathematical modelling of buck converter // International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication, 2014, vol. 2, no. 5, pp. 1226-1229.
15. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB. (SimPowerSystems и Simulink). - М.: ДМК Пресс, 2007. - 288 с.
16. Фадин Д.А. Использование среды MATLAB-Simulink для реализации вычислительных алгоритмов в целочисленных микропроцессорных системах // Труды МАИ. 2015. № 80. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=57021>
17. Абдали Лаит Мохаммед Абдали, Аль-Малики Муатаз Наджим Кассим, Кувшинов В.В., Кузнецов П.Н., Морозова Н.В. Математическое моделирование с использованием алгоритма контроля точки максимальной мощности для фотоэлектрической системы // Труды МАИ. 2023. № 130. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=174619>. DOI: [10.34759/trd-2023-130-20](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-20)
18. Красинский А.Я., Ильина А.Н., Красинская Э.М., Рукавишникова А.С. Математическое и компьютерное моделирование продольной динамики планетохода с упругой подвеской // Труды МАИ. 2017. № 95. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=84612>
19. Коршунов А.И. Методика построения непрерывных моделей импульсных преобразователей напряжения постоянного тока // Компоненты и технологии. 2006. № 8. С. 1-15.
20. Тарасов Д.Ю., Сухомлинов Г.Л., Михайлов В.В. Численное моделирование переходных и установившихся режимов в работе импульсных преобразователей

напряжения постоянного тока // Труды МАИ. 2024. № 134. URL:
<https://trudymai.ru/published.php?ID=178478>

21. Основы автоматического управления / Под ред. В.С. Пугачёва. – М.: Наука, 1974. - 720 с.
22. Теория автоматического управления: в 2-х ч. Ч. 1. Теория линейных систем автоматического управления / Под ред. А.А. Воронова. – М.: Высшая школа, 1986. – 367 с.
23. Сухомлинов Г.Л., Михайлова В.Л. Пошаговая логарифмическая процедура вычисления частотных характеристик линейных моделей следящих систем // Известия вузов. Машиностроение. 2004. № 3. С. 9-17.

References

1. Chetti P. *Proektirovanie klyuchevykh istochnikov elektropitaniya* (Design of key power sources), Moscow, Energoatomizdat, 1990, 240 p.
2. Birznieks L.V. *Impul'snye preobrazovateli postoyannogo toka* (Pulse DC converters), Moscow, Energiya, 1974, 256 p.
3. Braun M. *Istochniki pitaniya. Raschet i konstruirovaniye* (Power sources. Calculation and design), Kiev, MK-Press, 2007, 288 p.
4. Belov G.A. *Dinamika impul'snykh preobrazovatelei* (Dynamics of pulse converters), Cheboksary, Chuvashskii universitet, 2001, 528 p.
5. Belov G.A. *Impul'snye preobrazovateli s sistemami upravleniya na seriinykh mikroskhemakh* (Pulse converters with control systems on serial microcircuits), Cheboksary, Chuvashskii universitet, 2015, 330 p.

6. Belous A.I., Solodukha V.A., Efimenko S.A., Pilipenko V.A. *Osnovy silovoi elektroniki* (Fundamentals of power electronics), Moscow, Tekhnosfera, 2019, 424 p.
7. Anisimova T.V., Danilina A.N. *Trudy MAI*, 2012, no. 52. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=29546>
8. Alisoy H., Yashar M., Chalishkan S., Damar M., Masoumisoureh M. Mathematical modeling of the response of a buck converter to disturbances, *European Journal of Engineering and Applied Sciences*, 2022, vol. 5 (2), pp. 106-111. DOI: [10.55581/ejeas.1212838](https://doi.org/10.55581/ejeas.1212838)
9. Viswanatha V., Venkata S.R.R. A complete mathematical modeling, simulation and computation implementation of boost converter via MATLAB/Simulink, *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 2017, vol. 114, no. 10, pp. 407-419.
10. Salih M.M., Al-Araji A.S., Jeiad H.A. Modeling and analysis of DC-DC buck converter for mobile applications, *International Journal of Science and Research (IJSR)*, 2020, vol. 9, no. 4, pp. 1088-1093. DOI: [10.21275/SR20416134106](https://doi.org/10.21275/SR20416134106)
11. Naz F. Closed loop buck & boost converter mathematical modeling, analysis and simulation using MATLAB, *International Journal of Engineering and Advanced Technology (IJEAT)*, 2021, vol. 10, no. 4, pp. 263-271. DOI: [10.35940/ijeat.D2525.0410421](https://doi.org/10.35940/ijeat.D2525.0410421)
12. Dash S.S., Nayak B. Control analysis and experimental verification of a practical dc-dc boost converter, *Journal of Electrical Systemes and Information Technology*, 2015, vol. 2, no. 3, pp. 378-390. DOI: [10.1016/j.jesit.2015.08.001](https://doi.org/10.1016/j.jesit.2015.08.001)
13. Kajiwara K., Tajima H., Maruta H., Kurokawa F., Colak I. Dynamic characteristics of integral gain changeable digital control DC-DC converter for suppression of output

capacitance, *International Journal of Renewable Energy Research*, 2016, vol. 6, no. 1, pp. 237-244.

14. Kaur R., Kaur N. Mathematical modelling of buck converter, *International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication*, 2014, vol. 2, no. 5, pp. 1226-1229.

15. Chernykh I.V. *Modelirovanie elektrotekhnicheskikh ustroystv v MATLAB. (SimPowerSystems i Simulink)*. (Modeling electrical devices in MATLAB. SimPowerSystems and Simulink), Moscow, DMK Press, 2007, 288 p.

16. Fadin D.A. Fadin D.A. *Trudy MAI*, 2015, no. 80. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=57021>

17. Abdali Lait Mokhammed Abdali, Al'-Maliki Muataz Nadzhim Kassim, Kuvshinov V.V., Kuznetsov P.N., Morozova N.V. *Trudy MAI*, 2023, no. 130. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=174619>. DOI: [10.34759/trd-2023-130-20](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-20)

18. Krasinskii A.Ya., Il'ina A.N., Krasinskaya E.M., Rukavishnikova A.S. *Trudy MAI*, 2017, no. 95. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=84612>

19. Korshunov A.I. *Komponenty i tekhnologii*, 2006, no. 8, pp. 1-15.

20. Tarasov D.Yu., Sukhomlinov G.L., Mikhailov V.V. *Trudy MAI*, 2024, no. 134. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=178478>

21. Pugachev V.S. *Osnovy avtomaticheskogo upravleniya* (Fundamentals of automatic control), Moscow, Nauka, 1974, 720 p.

22. Voronov A.A. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya: v 2-kh ch. Ch. 1. Teoriya lineinykh sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Theory of automatic control: in 2 parts. Part 1. Theory of linear automatic control systems), Moscow, Vysshaya shkola, 1986, 367 p.

23. Sukhomlinov G.L., Mikhailova V.L. *Izvestiya vuzov. Mashinostroenie*, 2004, no. 3, pp. 9-17.

Статья поступила в редакцию 28.02.2024

Одобрена после рецензирования 11.03.2024

Принята к публикации 26.04.2024

The article was submitted on 28.02.2024; approved after reviewing on 11.03.2024; accepted for publication on 26.04.2024