

МЕХАНИКА

Научная статья
УДК 539.39
DOI: [10.34759/trd-2023-131-01](https://doi.org/10.34759/trd-2023-131-01)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПАРАШЮТНОГО ПРИЗЕМЛЕНИЯ НЕДЕФОРМИРУЕМОГО ГРУЗА С АМОРТИЗИРУЮЩИМ УСТРОЙСТВОМ НА ЖЕСТКУЮ ПЛОЩАДКУ В УСЛОВИЯХ СТАЦИОНАРНОГО ПОЛЯ ВЕТРА

Игорь Олегович Аверьянов

АО «МКПК «Универсал» им. А.И. Привалова», Москва, Россия

i.averyanov@mail.ru

Аннотация. В работе описывается математическая модель процесса парашютного приземления недеформируемого груза с амортизирующим устройством на жесткую площадку в условиях ветрового сноса. Поле ветра принято стационарным. Данная модель расширяет описанную в [1] на случай ее пространственного движения с целью дальнейшего использования в задачах статистического моделирования парашютного приземления грузов и техники [2].

Ключевые слова: парашютное приземление, многокупольная парашютная система, пневматический амортизатор, система мягкой посадки, статистическое моделирование, процесс приземления, система объект-парашют

Для цитирования: Аверьянов И.О. Математическая модель процесса парашютного приземления недеформируемого груза с амортизирующим устройством на жесткую площадку в условиях стационарного поля ветра // Труды МАИ. 2023. № 131. DOI: [10.34759/trd-2023-131-01](https://doi.org/10.34759/trd-2023-131-01)

Original article

MECHANICS

MATHEMATICAL MODEL OF NON-DEFORMED CARGO PARACHUTE LANDING SYSTEM WITH DAMPERS ON RIGID PLANE IN CASE OF STATIONARY WIND FIELD

Igor O. Averyanov

JSC «МКПК «Universal» by A.I. Privalov», Moscow, Russia

i.averyanov@mail.ru

Abstract. This article describes the mathematical model (MM) that extends MM of cargo parachute vertical landing system with dampers process on rigid plane developed in [1] to the case of its landing with horizontal velocity. The aim of the research is to update the model of statistical modelling of cargo landing process [2] to the case of its parachute landing. Wind effect is the main reason of parachute-cargo system (PCS) horizontal velocity. In this article the stationary wind field is considered.

The overturning moment is applied to the cargo in case of its parachute landing with horizontal velocity. One part of the moment comes to the cargo from its lower part due to

frictional effects when it contacts to the plane. This effect considered in [1] and [3] and is taken into account in this MM. The second one – comes from the parachute system and passes through the suspension system to the cargo structure. Therefore, to get the overturning moment correctly the following changes are added to the MM [1]: multiple canopy parachute system (MCPS) instead of the equivalent canopy, suspension system and the parachute unlocking system (PUS).

MCPS is commonly used for heavy cargos parachute landing, that's why the MM of MCPS is developed. It consists of separate inertial canopies with elastic slings. The canopies can receive the aerodynamics loads and have elastic contacts to each other. The MM of suspension system consists of elastic links joined through the point inertial elements. PUS is modelled with the special condition to the correspondence suspension system link. The wind field is modelled by aerodynamics loads applied to the canopies of MCPS and the cargo.

The task of parachute horizontal landing of cargo with dampers is considered to demonstrate the influence of parachute system to the landing process. Analysis of the results makes it possible to conclude that the developed model shows the plausible characteristics of the landing process and can be used in [2].

Keywords: parachute landing, multiple canopy parachute system, air damper, soft landing system, statistical modelling, landing process, parachute-cargo system

For citation: Averyanov I.O. Mathematical model of non-deformed cargo parachute landing system with dampers on rigid plane in case of stationary field. *Trudy MAI*, 2023, no. 131. DOI: [10.34759/trd-2023-131-01](https://doi.org/10.34759/trd-2023-131-01)

Введение

Для обеспечения сохранности объекта десантирования на этапе его парашютного приземления решается комплекс задач по выбору рациональных конструктивных параметров средств десантирования, одной из которой является задача обеспечения устойчивого (без опрокидывания) парашютного приземления груза в условиях ветрового сноса.

В работе [2] представлено решение задачи о выборе конструктивных параметров амортизирующего устройства (АУ) при копровом (т.е. беспарашютном) приземлении, исходя из максимизации показателей надежности системы. В основе модели надежности лежит математическая модель физического процесса копрового приземления груза с АУ (далее все вместе – объект) на произвольно расположенную в пространстве площадку приземления (ПП) в соответствии с [3] и [4]. Расчет проводился с использованием метода статистического моделирования эксперимента (метод Монте Карло [5]): среди задаваемых параметров процесса приземления объекта использовалась плотность распределений его горизонтальной скорости (обусловленной ветровым сносом) в начальный момент времени, а к получаемым прямым численным моделированием процесса приземления отказам относились в том числе отскок и опрокидывание объекта.

Динамика движения системы объект-парашют (СОП) изучалась многими авторами [6-19]. Исследование динамики вертикального парашютного приземления объекта на жесткую площадку с точки зрения работы средств десантирования

приведено в [1]: сравнение характеристик процесса парашютного и беспарашютного приземления объекта показало их существенное отличие с точки зрения динамики движения груза на этапе обжатия АУ до момента его полного останова. Таким образом, актуальной задачей, стоящей при проектировании средств десантирования, является обобщение модели парашютного приземления объекта на случай пространственного движения СОП с целью ее дальнейшего использования в задачах статистического моделирования [2].

Пространственное движение СОП на этапе установившегося снижения обусловлено наличием горизонтальной составляющей вектора полной скорости, который, в свою очередь, состоит из собственной горизонтальной составляющей скорости (связана с балансировкой парашютной системы; обычно пренебрегается в виду относительной малости) и скорости ветра [20]. Несмотря на то, что при определении скорости ветра принято выделять среднюю скорость и турбулентную составляющую [6], в данной работе такое разделение не проводится: ветер рассматривается как стационарное по времени и по высоте поле горизонтальных скоростей движения воздуха.

Задачей данной работы является разработка математической модели парашютного приземления груза с амортизирующим устройством на жесткую площадку для случая пространственного движения СОП на этапе ее приземления, обусловленного нахождением СОП в стационарном поле ветра.

Анализ поставленной задачи

Для десантирования тяжелой техники и грузов используются сложные парашютные системы (ПС), состоящие из совокупности более простых систем (блоков), выполняющих ту или иную конкретную задачу [10]. Одним из видов такой ПС является многокупольная парашютная система (МКС), состоящая из одинаковых по функциональному назначению парашютов, одновременно вступающих в работу. В задаче о вертикальном приземлении СОП [1] рассматривалась многокупольная парашютная система (МКС), представляемая на этапе ее установившегося снижения, а затем и приземления объекта на площадку, в виде одного купола эквивалентной площади, коуш которого шарнирно крепился к объекту. Для рассматриваемого в данной работе случая пространственного движения СОП на этапе ее приземления (приземление со сносом) следует учесть отклонения ПС от вертикальной оси «груз – центр тяжести ПС», которое образуется из-за разности скоростей ПС и объекта, вызванной прежде всего торможением объекта после его контакта с площадкой приземления и продолжающимся инерционным движением ПС в горизонтальной плоскости до момента отцепки ПС от объекта. Инерционность горизонтального движение ПС в данной постановке задачи обосновывается стационарностью ветрового воздействия и относительной непродолжительностью времени приземления. Действующий на приземляющийся объект момент опрокидывания, зависит от двух факторов: 1 – связан с массово-инерционными характеристиками объекта и силами трения, возникающими между площадкой приземления и нижним основанием АУ при его обжати, а затем и

основанием самого груза; 2 - конструкция самой ПС (в данном случае расположении куполов в пространстве) и способ ее крепления к грузу (конфигурация подвесной системы). Продолжительность воздействия 2-го фактора на этапе приземления объекта обуславливается режимом работы устройства отцепа ПС (отцепка) – отцепка ПС должна произойти при достижении в звене подвесной системы некоторого заданного усилия. После отцепки ПС объект движется по площадке приземления самостоятельно до его останова.

В основе описываемой в данной работе математической модели (ММ) лежат модели [1] и [3]. Поэтому в целом учет 1-го фактора выполняется. Однако для выполнения поставленной задачи также необходимо:

1) учесть возможность возникновения больших углов поворота груза при приземлении (например, в случае его опрокидывания), что было выполнено в [4].

Для учета 2-го фактора - необходимо расширить модель СОП [1] путем:

- 2) рассмотрения МКС в виде набора куполов вместо одного эквивалентного купола для корректного учета инерционных характеристик ПС;
- 3) введения аэродинамического ветрового воздействия на купола ПС и на объект на этапах установившегося снижения и приземления;
- 4) введения в состав средств десантирования, кроме амортизирующего устройства (АУ) [3], для корректного воспроизведения действующего опрокидывающего момента от усилий со стороны ПС и времени этого воздействия:

- подвесной системы - тросовая система, с помощью которой осуществляется крепление десантируемого груза к коушу парашютной системы;
- отцепки – устройство автоматической отцепки парашютной системы на этапе приземления объекта.

Описание математической модели

Рассматриваемая ММ СОП с упругими стропами на этапе вхождения объекта в контакт с ПП схематично представлена на рисунке 1. Используются следующие системы координат (СК): глобальная система координат (ГСК) $Ox_0y_0z_0$ расположена на базовой плоскости Ω_0 ПП; $O_2x_2y_2z_2$ - СК, связанная с наклоненной плоскостью Ω_2 ПП; СК $O_1x_1y_1z_1$ связанная с грузом и расположена в его центре тяжести; СК $O_{3(i)}x_{3(i)}y_{3(i)}z_{3(i)}$ и $O'_{3(i)}x'_{3(i)}y'_{3(i)}z'_{3(i)}$ связаны с куполом ПС и расположены в центре давления купола и в плоскости кромки купола (в данном случае совпадает с центром присоединенной массы) соответственно; индекс i в скобках обозначает номер купола рассматриваемой МКС. Также на рисунке 1: точка $A_{(i)}$ соответствует центру тяжести изолированного парашюта - купола и системы строп (далее просто купола); H - высота центра тяжести (ЦТ) груза относительно ПП; h - высота АУ; $\vartheta_1, \gamma_1, \psi_1$ - углы поворота груза в его локальной системе координат (ЛСК). Цветом отображены вектора действующих на СОП сил и реакций, их описание представлено далее по тексту.

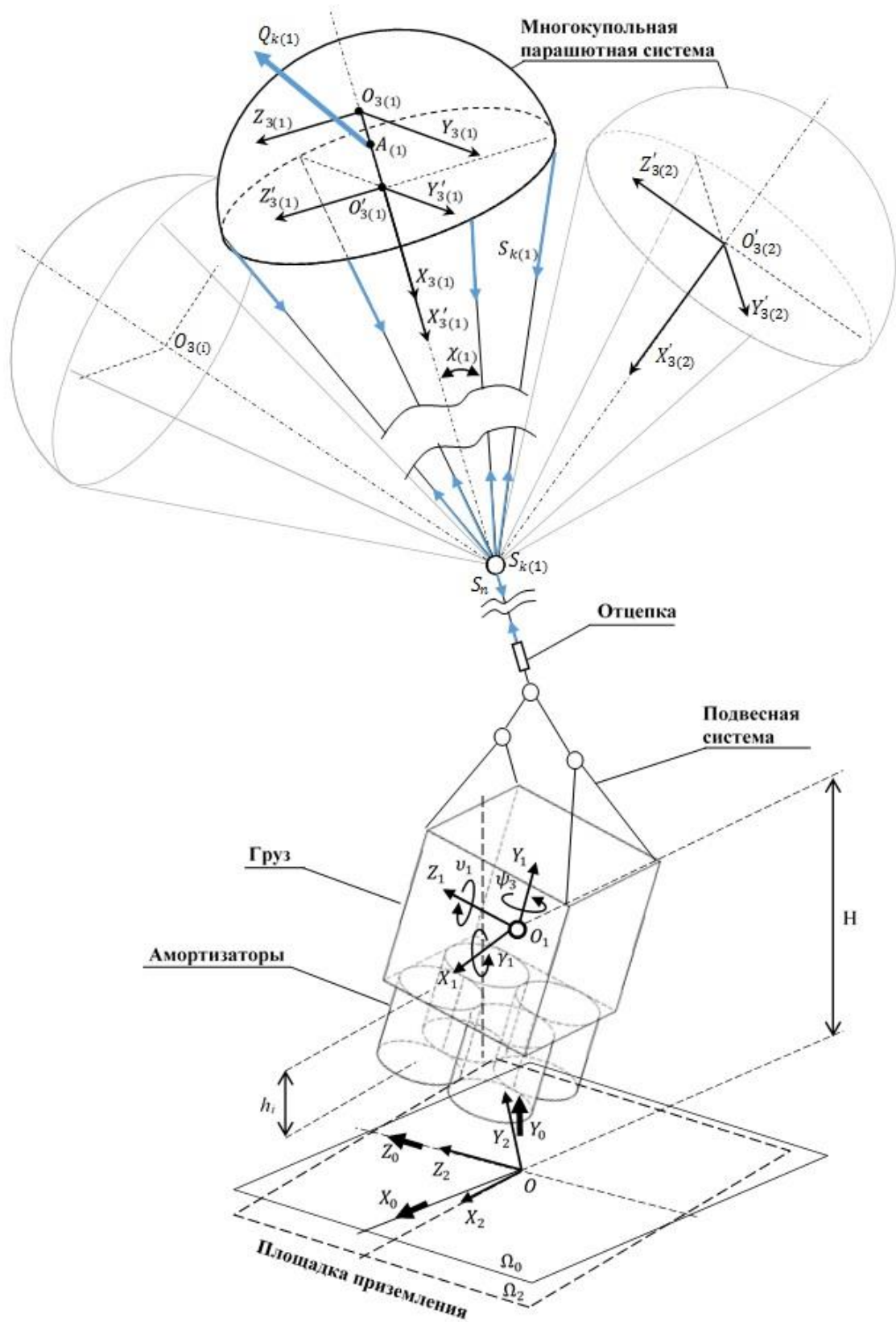


Рисунок 1. Модель системы объект-парашют

Для рассматриваемой конфигурации системы груз-парашют, в соответствии с [1], уравнения движения для каждого i -го симметричного купола парашюта из $n_{\text{МКС}}$ куполов МКС запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned}
(m_{\text{п}} + \lambda_{11})\dot{V}_{ox} - V_{oy}\omega_z(m_{\text{п}} + \lambda_{22}) + V_{oz}\omega_y(m_{\text{п}} + \lambda_{22}) - \lambda_{26}(\omega_y^2 + \omega_z^2) &= R_x, \\
(m_{\text{п}} + \lambda_{22})(\dot{V}_{oy} - V_{oz}\omega_x) + \lambda_{26}(\dot{\omega}_z + \omega_x\omega_y) + (m + \lambda_{11})V_{ox}\omega_z &= R_y, \\
(m_{\text{п}} + \lambda_{22})(\dot{V}_{oz} + V_{oy}\omega_x) - \lambda_{26}(\dot{\omega}_y - \omega_x\omega_z) - (m + \lambda_{11})V_{ox}\omega_y &= R_z, \\
I_x\dot{\omega}_x &= M_x, \\
(I_y + \lambda_{55})\dot{\omega}_y - \lambda_{26}(\dot{V}_{oz} - V_{ox}\omega_y + V_{oy}\omega_x) + (I_x - I_z - \lambda_{55})\omega_x\omega_z &= M_y, \\
(I_z + \lambda_{55})\dot{\omega}_z + \lambda_{26}(\dot{V}_{oy} - V_{oz}\omega_x + V_{ox}\omega_z) - (I_x - I_y - \lambda_{55})\omega_y\omega_x &= M_z.
\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь: $m_{\text{п}}$ - масса парашютной системы; I_x, I_y, I_z - проекции полного момента инерции парашюта, включающего в себя моменты инерции купола, строп и присоединенной массы воздуха, представляемой в виде шара с радиусом, соответствующим радиусу купола ПС [6]; $\lambda_{11}, \lambda_{22}, \lambda_{26}, \lambda_{55}$ - коэффициенты присоединенных масс, определяемые в соответствии с указанным в [1]; R_j, M_j - проекции главного вектора и главного момента приложенных к куполу внешних сил в СК купола $O_{3(i)}X_{3(i)}Y_{3(i)}Z_{3(i)}$, $j = x, y, z$. Все компоненты уравнений (1) записываются в СК $O_{3(i)}X_{3(i)}Y_{3(i)}Z_{3(i)}$.

Главный вектор внешних сил R запишется как

$$\begin{aligned}
R &= G_{\text{к}} + Q_{\text{к}} + S, \\
Q_{\text{к}} &= N + T, \\
N &= \frac{\rho F_{\text{п}}}{2} C_N V_{O_3}^2, \quad T = \frac{\rho F_{\text{п}}}{2} C_T V_{O_3}^2.
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь: $G_K = m_K g$ (g - вектор ускорения свободного падения) – сила тяжести купола; Q_K - аэродинамическая сила купола; N , T и $C_N = C_N(\alpha_K)$, $C_T = C_T(\alpha_K)$ - нормальная и касательная составляющие аэродинамической силы купола и их коэффициенты соответственно; α_K - угол атаки купола; ρ - плотность воздуха; F_{Π} - характерная площадь поверхности купола; V_{O_3} - скорость точки O_3 купола, к которой приложена аэродинамическая сила; S - усилия, приходящие на кромку купола от строп.

Проекции главного момента внешних сил M определяются как

$$\begin{aligned} M_x &= \sum_{k=1}^{n_k} S_{y_k} z_k + \sum_{k=1}^{n_k} S_{z_k} y_k, \\ M_y &= \sum_{k=1}^{n_k} S_{x_k} z_k + \sum_{k=1}^{n_k} S_{z_k} x, \\ M_z &= \sum_{k=1}^{n_k} S_{x_k} y_k + \sum_{k=1}^{n_k} S_{y_k} x. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь: y_k, z_k - проекции радиус-вектора, направленного из точки O'_3 в точку крепления стропы к куполу, в СК кромки купола $O'_3 X'_3 Y'_3 Z'_3$; плечо x соответствует $O'_3 A$ - расстоянию от центра тяжести купола до центра окружности, образованного его кромкой.

В местах сочленения тросовых элементов рассматриваемой модели СОП находятся точечные элементы, обладающие массово-инерционными свойствами. Этими элементами является коуш, с помощью которого купола ПС соединяются с подвесной системой, и промежуточные узлы подвесной системы. Данные узлы не

имеют вращательных степеней свободы. Для каждого такого узла массой $m_{\text{узел}}$ уравнение движения запишется следующим образом:

$$m_{\text{узел}} \dot{V} = m_{\text{узел}} g + S_{\text{узел}} - \beta_{\text{узел}} V. \quad (4)$$

Здесь: V - вектор скорости узла; $\beta_{\text{узел}}$ - коэффициент демпфирования; $S_{\text{узел}}$ - сумма сил, действующих на узел. Так для коуша (см. рисунок 1), уравновешенного усилиями с n_k строп каждого из $n_{\text{МКС}}$ куполов МКС и $n_{\text{ПОДВ}}$ тросами подвесной системы (в рассматриваемой конфигурации подвесной системы в уравнении движения коуша $n_{\text{ПОДВ}} = 1$), сумма сил $S_{\text{узел}}$ запишется как

$$S_{\text{узел}} = \sum_{i=1}^{n_{\text{МКС}}} \sum_{k=1}^{n_k} S_{i,k} + \sum_{n=1}^{n_{\text{ПОДВ}}} S_n. \quad (5)$$

При этом усилия в стропях куполов ПС $S = \sum_{k=1}^{n_k} S_k$ и усилия в тросах подвесной системы S_n при заданных жесткостях EA (E - модуль упругости, A - площадь сечения тросового элемента) определяются как функции расстояний l_k между соответствующими точками закреплений тросового элемента при известных их начальных длинах l_0 . В общем виде усилия в тросовых элементах вычисляются как

$$S = \begin{cases} 0, & \Delta l \leq l_0 \\ \frac{\Delta l}{l_0} EA, & \Delta l > l_0 \end{cases}, \quad (6)$$

$$\Delta l = l_k - l_0.$$

Введение в ММ СОП отцепки осуществляется путем наложения условия обнуления жесткости тросового элемента подвесной системы, на котором она

установлена, при уменьшении усилия в элементе до некоторого заданного значения.

Уравнения движения груза с АУ, приземляющегося на произвольно расположенную в пространстве ПП и воспринимающего аэродинамическое давление, с учетом работ [1] и [3], в СК груза $O_1X_1Y_1Z_1$ запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned}
m_r(\dot{V}_x + V_z\omega_y - V_y\omega_z) &= m_r \cdot g_x + \sum_{i=1}^n (N_{x_i} + R_{x_i}) + \sum_{n=1}^{n_{\text{ПОДВ}}} S_{x_n} + \sum_{i=1}^n Q_{x_i} + Q_{\text{аэр}_x}, \\
m_r(\dot{V}_y + V_x\omega_z - V_z\omega_x) &= m_r \cdot g_y + \sum_{i=1}^n (N_{y_i} + R_{y_i}) + \sum_{n=1}^{n_{\text{ПОДВ}}} S_{y_n} + \sum_{i=1}^n Q_{y_i} + Q_{\text{аэр}_y}, \\
m_r(\dot{V}_z + V_y\omega_x - V_x\omega_y) &= m_r \cdot g_z + \sum_{i=1}^n (N_{z_i} + R_{z_i}) + \sum_{n=1}^{n_{\text{ПОДВ}}} S_{z_n} + \sum_{i=1}^n Q_{z_i} + Q_{\text{аэр}_z}, \\
I_x\dot{\omega}_x + (I_z - I_y)\omega_y\omega_z &= \sum_{i=1}^n (N_{z_i} + R_{z_i})y_i + \sum_{n=1}^{n_{\text{ПОДВ}}} S_{z_n}y_n - \sum_{i=1}^n (N_{y_i} + R_{y_i})z_i - \\
&\quad - \sum_{n=1}^{n_{\text{ПОДВ}}} S_{y_n}z_n + \sum_{i=1}^n Q_{z_i}(y_i - h_i) - \sum_{i=1}^n Q_{y_i}z_i - Q_{\text{аэр}_y}z_d + Q_{\text{аэр}_z}y_d, \\
I_y\dot{\omega}_y + (I_x - I_z)\omega_z\omega_x &= \sum_{i=1}^n (N_{x_i} + R_{x_i})z_i + \sum_{n=1}^{n_{\text{ПОДВ}}} S_{x_n}z_n - \sum_{i=1}^n (N_{z_i} + R_{z_i})x_i - \\
&\quad - \sum_{n=1}^{n_{\text{ПОДВ}}} S_{z_n}x_n + \sum_{i=1}^n Q_{x_i}z_i + \sum_{i=1}^n Q_{z_i}x_i + Q_{\text{аэр}_x}z_d - Q_{\text{аэр}_z}x_d, \\
I_z\dot{\omega}_z + (I_y - I_x)\omega_x\omega_y &= \sum_{i=1}^n (N_{y_i} + R_{y_i})x_i + \sum_{n=1}^{n_{\text{ПОДВ}}} S_{y_n}x_n - \sum_{i=1}^n (N_{x_i} + R_{x_i})y_i - \\
&\quad - \sum_{n=1}^{n_{\text{ПОДВ}}} S_{x_n}y_n + \sum_{i=1}^n Q_{y_i}x_i - \sum_{i=1}^n Q_{x_i}(y_i - h_i) - Q_{\text{аэр}_x}y_d + Q_{\text{аэр}_y}x_d.
\end{aligned} \tag{7}$$

Здесь: m_r – масса груза; n – количество амортизаторов на грузе; $j = x, y, z$; V_j – проекции вектора скорости поступательного движения центра масс объекта; g_j –

проекции ускорения свободного падения; N_j - проекции нормальных составляющих сил, действующих на груз при обжатии АУ; R_j - проекции реактивных составляющих сил, действующих на груз со стороны площадки приземления; S_{j_n} - проекция усилия со стороны n -го троса подвесной системы; $n_{\text{ПОДВ}}$ - тросы подвесной системы, закрепленные к грузу (в рассматриваемом примере $n_{\text{ПОДВ}} = 4$); Q_j - проекции боковых составляющих сил, действующих на объект при обжатии АУ, приложенных в плоскости ПП; $Q_{\text{аэ}j}$ - проекции аэродинамической силы, действующей на груз; x_d, y_d, z_d - расстояния от центра давления груза до его центра тяжести; ω_j - проекции вектора угловой скорости; I_j - главные центральные моменты инерции объекта; x_i, y_i, z_i - координаты точки приложения усилий i -го АУ, приходящие на основание груза.

АУ представляется в виде системы изолированных тканевых пневматических амортизаторов со стравливающими клапанами, конструкция которых соответствует описанной в [2], модель обжатия - в соответствии с [21], [22]. В общем случае сила сопротивления АУ обжатию является функцией скорости обжатия $N = f(V_{\text{обжатия}})$.

Аэродинамическое сопротивление груза определяется как

$$Q_{\text{аэ}г} = \frac{\rho F_{\text{п}г}}{2} C_{г} V_{\text{о}1}^2. \quad (8)$$

Здесь: $F_{\text{п}г}$ - эффективная площадь сечения груза; $C_{г}$ - коэффициент сопротивления; $V_{\text{о}1}$ - скорость центра тяжести груза.

Вычисление углов поворота $\mathcal{G}_1, \gamma_1, \psi_1$ для груза и $\mathcal{G}_{3(i)}, \gamma_{3(i)}, \psi_{3(i)}$ - для каждого из куполов ПС, происходит по-отдельности. В рассматриваемой постановке задачи о парашютном приземлении объекта со сносом предполагается возникновение больших углов поворота объектов (груза и куполов ПС) – прежде всего груза при его опрокидывании. Поэтому в отличие от [1], где указанные углы рассчитывались с помощью кинематических соотношений Эйлера, во избежание возникновения особых точек в приводимой ММ используется кватернионная запись кинематического уравнения вращательного движения в соответствии с [4]. Записывая кватернион в форме гиперкомплексного числа $q = q_0 + q_1 i_1 + q_2 i_2 + q_3 i_3$, после конвертации в углы Крылова искомые углы запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{G} &= \operatorname{arctg} \frac{2(q_1 q_2 + q_0 q_3)}{2(q_0^2 + q_1^2) - 1}, \\ \gamma &= \operatorname{arctg} \frac{2(q_2 q_3 + q_0 q_1)}{2(q_0^2 + q_3^2) - 1}, \\ \psi &= \operatorname{asin}(2(q_0 q_2 + q_1 q_3)). \end{aligned} \quad (9)$$

При рассмотрении модели МКС, состоящей из нескольких круглых куполов, движение каждого из которых описывается системой уравнений (1), необходимо учесть их контактное взаимодействие и закон формообразования. В работе [1] исследование процесса парашютного вертикального приземления объекта на ПП состояло из двух этапов: на первом - предварительно решалась задача об уравновешивании СОП на режиме его установившегося снижения, из которой находились начальные удлинения строп ПС и само значение скорости снижения; на

втором – проводилось исследование непосредственно процесса парашютного приземления, а найденные на первом этапе характеристики установившегося режима работы СОП являлись начальными условиями второго этапа. В связи с тем, что в настоящей работе рассматривается случай пространственного движения СОП удобнее этапы работы ПС обобщить. Для этого введена модель раскрытия МПС: в начальный момент времени объект находится на некоторой высоте H , заданы длины всех тросовых элементов системы, положения узлов подвесной системы, коуша и положения точек $O'_{3(i)}$ куполов МКС (в начальный момент времени координаты точек $O'_{3(i)}$ одинаковы для всех куполов), площадь куполов равна нулю. Далее купола МКС наполняются по некоторому закону. Принимается линейный закон нарастания площади, определяемый как функция времени $F = f(t)$.

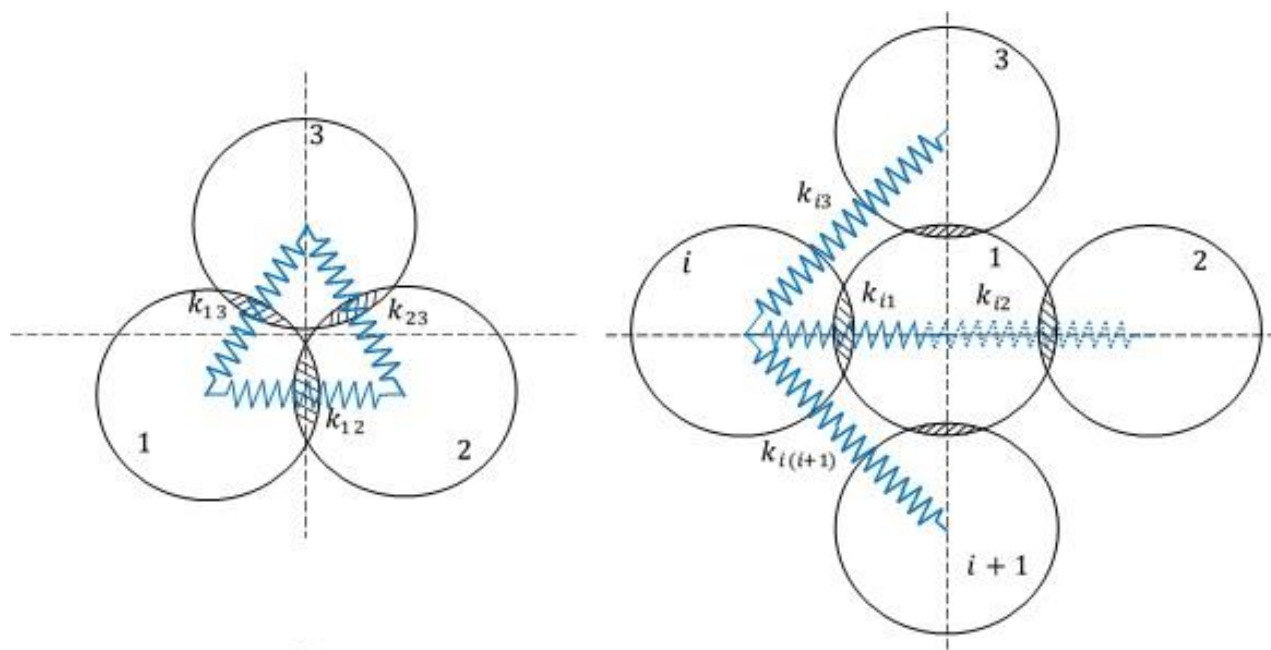


Рисунок 2. Схема расположения куполов МКС – модель контакта

Для рассматриваемой модели МКС с жесткими круглыми куполами в первом приближении принимается модель их упругого взаимодействия, в соответствии с типовыми схемами расположения куполов МКС, изображенными на рисунке 2. В данной модели положено линейное упругое взаимодействие, i -го купола МКС со всеми ее остальными куполами. Жесткость каждой упругой связи между i -м и j -м куполами, при заданных коэффициенте жесткости k и коэффициенте демпфирования контакта $\beta_{МКС}$, известными между ними расстоянием d и скоростью их сближения V_{ij} , записывается как

$$k_{ij} = k \cdot d - \beta_{МКС} V_{ij}. \quad (10)$$

Указанные схемы расположения куполов МКС в описываемой ММ являются устойчивыми (в смысле взаимного расположения куполов – при отклонениях они стремятся занять указанные симметричные положения) на протяжении всего процесса работы МКС. Данное обстоятельство является следствием наложенных упругих связей. По той же причине происходит пересечения кромок куполов (см. заштрихованные области на рисунке 2), что ведет к занижению их аэродинамических сил. Данный недостаток ММ устраняется путем подбора коэффициента нормальных составляющих аэродинамических сил куполов C_N .

Таким образом, в замкнутом виде представлена ММ СОП, парашютная система которой (в общем случае МКС) описывается системой уравнений вида (1) для каждого ее купола и условиями их контакта (10), подвесная система – уравнениями движения узлов (в т.ч. коуша) вида (4) и условиями равновесия для

упругих тросовых связей (6), объект – уравнениями движения (7) и моделью обжатия АУ в соответствии с [21-22]. Решение ищется методом прямого интегрирования уравнений по времени. При этом углы поворота при интегрировании уравнений движения как куполов ПС, так и объекта – с помощью соотношений вида (9).

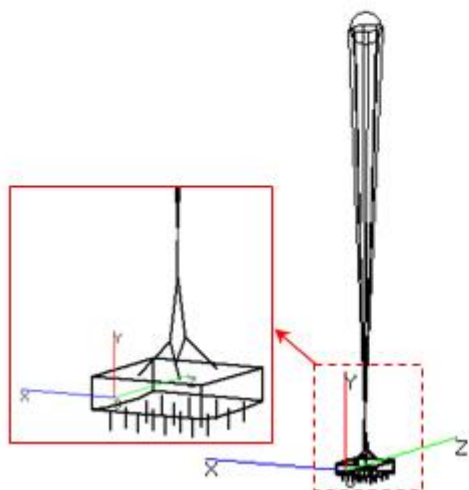
Задача о парашютном приземлении со сносом

Рассматривается задача о парашютном приземлении объекта с полетной массой 17 т, с установленном на нем АУ, конфигурация которого соответствует описанному в [1] и [3] (высота АУ $h=1,4$ м), на ровную горизонтальную жесткую ПП. При контактном взаимодействии нижних оснований АУ, а затем и нижнего основания груза с ПП возникает трение. Модель трения принята в соответствии с [3]. В расчете используется осредненная - одинаковая как для контактирующих с ПП при обжатии нижних оснований АУ, так и нижнего основания груза - величина коэффициента трения 0,367. При определении коэффициентов аэродинамического сопротивления груза сам груз рассматривался как параллелограмм. В качестве ПС используется 7-купольная МКС. Крепление МКС к объекту осуществляется с помощью 7-звенной подвесной системы. Стыковка куполов МКС с подвесной системой осуществляется через коуш. Общая конфигурация СОП соответствует представленной на рисунке 1. СОП на всех этапах работы находится в стационарном поле скоростей ветра, $V_z=8$ м/с и поле сил тяжести $g_y=9,81$ м/с² (в ГСК). В

начальный момент времени СОП имеет скорость $V_y = -10$ м/с, ЦТ груза расположен на высоте $H = 1000$ м. Коэффициенты аэродинамического сопротивления купола ПС приняты: $C_N = 0,943$, $C_T = 0,25$; время наполнения куполов ПС - 10 с в соответствии с данными работы [23], в которой рассматривался процесс наполнения аналогичной МКС.

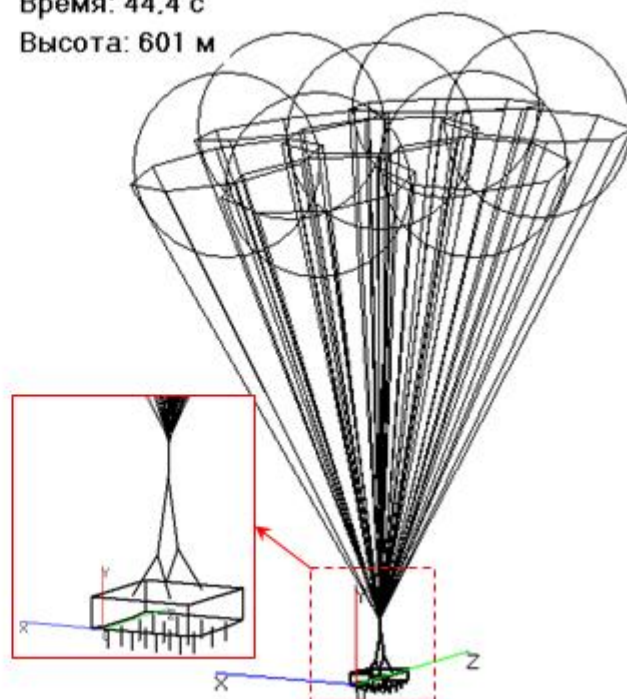
Для проведения качественного анализа работы СОП на рассматриваемых режимах разработана программа, реализующая визуализацию результатов расчета, проводимого по описываемой в данной работе ММ: каждый купол МКС представляется в виде шара с радиусом, соответствующим представлению о присоединенной к куполу массе воздуха; конфигурация тросовых элементов СОП соответствует заданной (см. рисунок 1); узлы с точечными массами не отображены; АУ представлена в виде закрепленных к нижнему основанию груза линий, отражающих текущие высоты камер амортизаторов [2]. На рисунке 3 представлены основные этапы рассматриваемого процесса: на рисунке 3(а) отображено состояние СОП при вводе в действие ПС; на рисунке 3(б) – состояние СОП, находящейся в режиме установившегося снижения; рисунок 3(в) отражает момент обжатия АУ при приземлении СОП со сносом на ПП; конечное положение объекта на ПП, после полного обжатия АУ, представлено на рисунке 3(г) - здесь положение ПС показано условно, т.к. к этому моменту времени произошло срабатывание отцепки и ПС уже отсоединилась. Отображенные на кадрах рисунка 3 СК привязана к одному из узлов груза.

Время: 0.3 с
Высота: 995.29



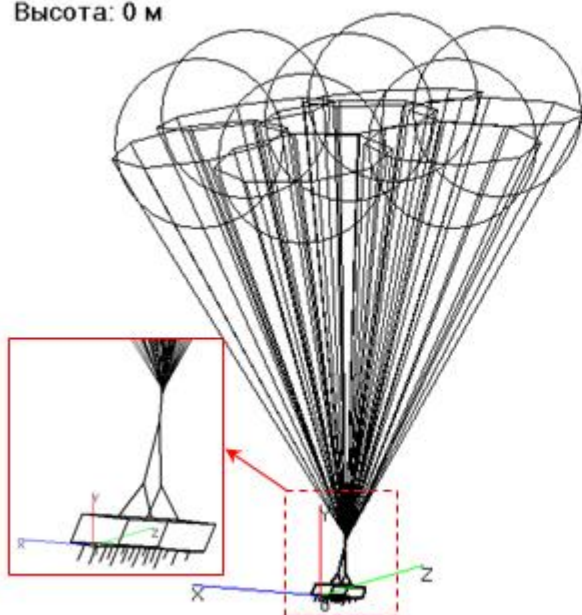
а)

Время: 44.4 с
Высота: 601 м



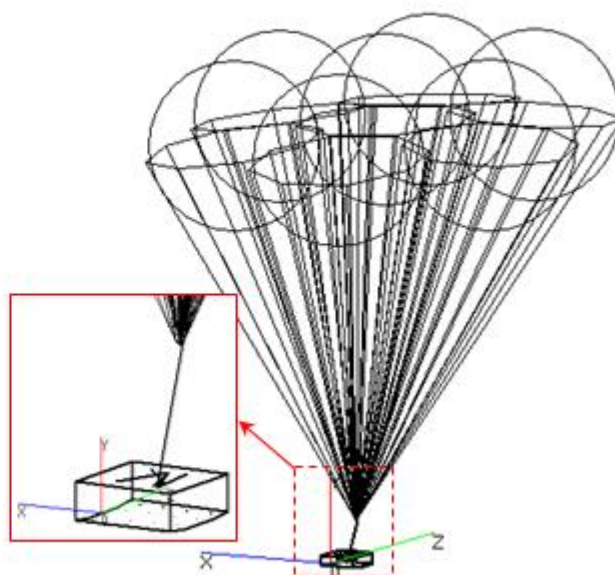
б)

Время: 123.600
Высота: 0 м



в)

Время: 139.205
Высота: 0 м



г)

Рисунок 3. Состояние СОП на рассматриваемых этапах процесса приземления

На рисунке 4 представлены характеристики процесса парашютного приземления СОП, дающие представление о ее работе на этапе введения в действие и режиме установившегося снижения.

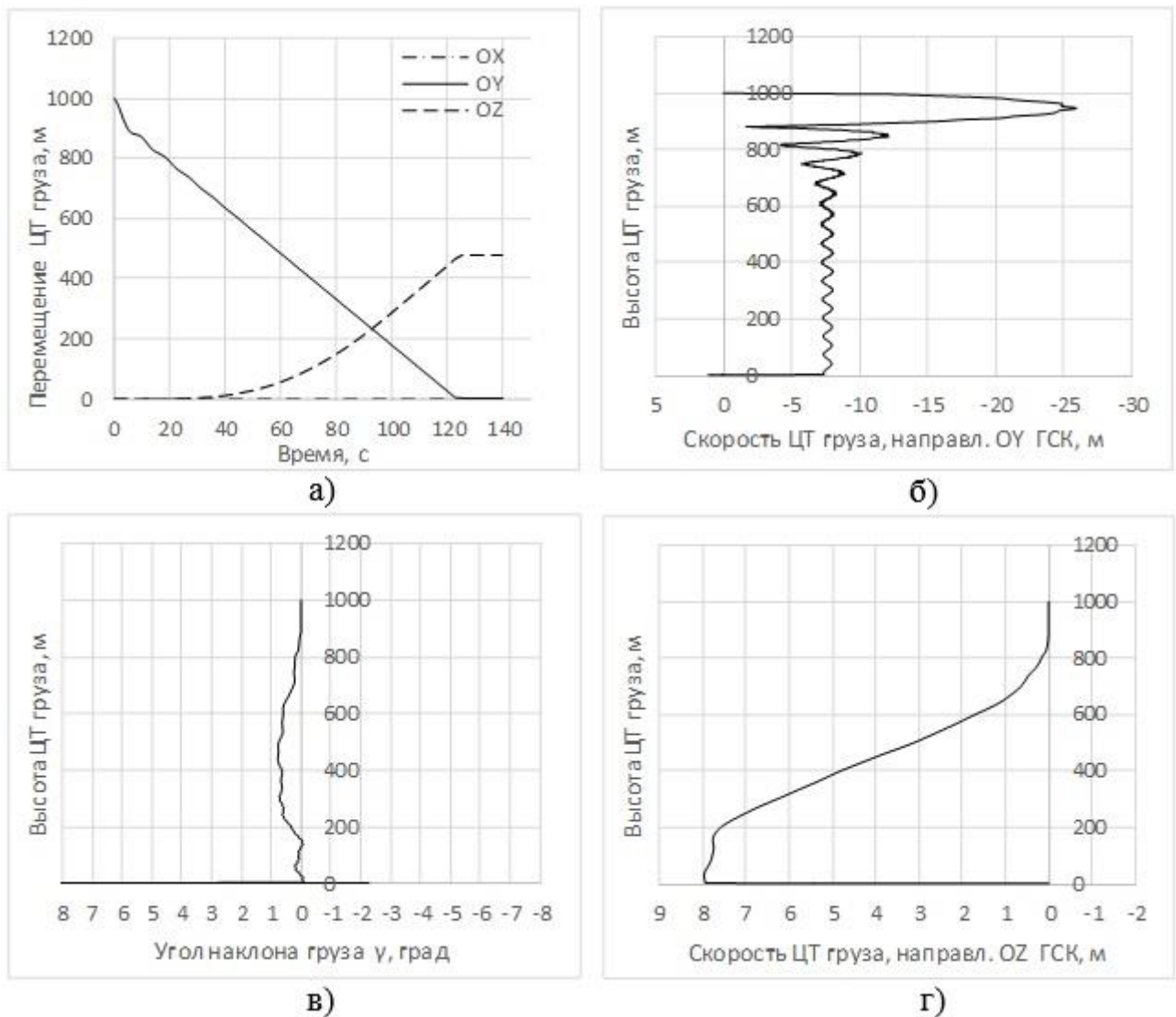


Рисунок 4. Характеристики процесса приземления СОП

Графики на рисунке 4(а) показывают смещения ЦТ груза (в ГСК) во времени: характер вертикального перемещения ЦТ груза таков, что после установления режима полета (начиная примерно с 600 м) груз движется равномерно до контакта с ПП на 123 с; находясь в поле ветровых сил, ПС с инерционными куполами

приобретает ускорение и начинает смещаться по направлению оси OZ_0 ; данное боковое смещение груза прекращается после приземления СОП на 123 с. График на рисунке 4(б) показывает процесс установления вертикального движения груза: после введения в действие ПС – прохождения отметки 600 м – наблюдается колебательный характер изменения вертикальной скорости СОП со средним значением $V_y = -7,75$ м/с. Данные колебания являются следствием контактных взаимодействий куполов ПС (10), движения узлов подвесной системы и коуша (4), а также характеристик и сочетаний упругих свойств тросовых элементов СОП (6) и массово-инерционных свойств взаимодействующих тел. По представленным на рисунках 4(в) и 4(г) графикам изменения угла груза γ_1 (см. схему на рисунке 1) и его боковой скорости соответственно можно заключить что: выбор начальной высоты сбрасывания достаточен для того, чтобы СОП незадолго до непосредственного приземления (в данном случае примерно 100 м) имела постоянное значение заданной горизонтальной скорости 8 м/с; угол отклонения объекта от вертикальной оси OY_0 перед приземлением нулевой. Из вышесказанного следует, что подобранные условия функционирования СОП позволяют корректно воспроизвести последний этап ее движения в соответствии с поставленной задачей – парашютное приземление объекта на ПП, находящегося в стационарном поле ветровых скоростей – и провести исследование влияния ПС на динамику приземления объекта на жесткую ПП со сносом.

Далее рассматривается этап приземления объекта, начало которого соответствует моменту касания нижнего основания одной из камер АУ объекта ПП.

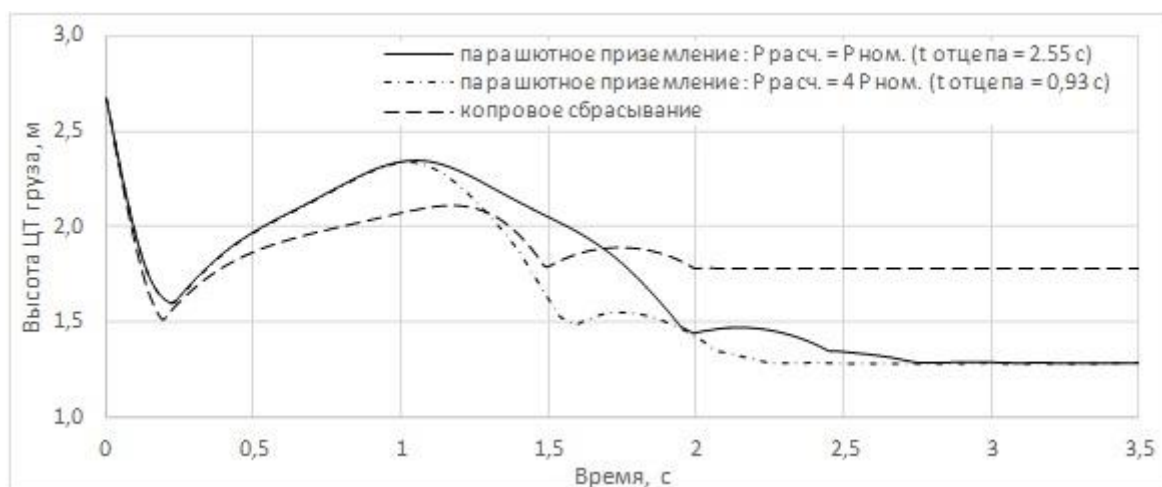


Рисунок 5. Вертикальное движение ЦТ груза при его приземлении на площадку, м

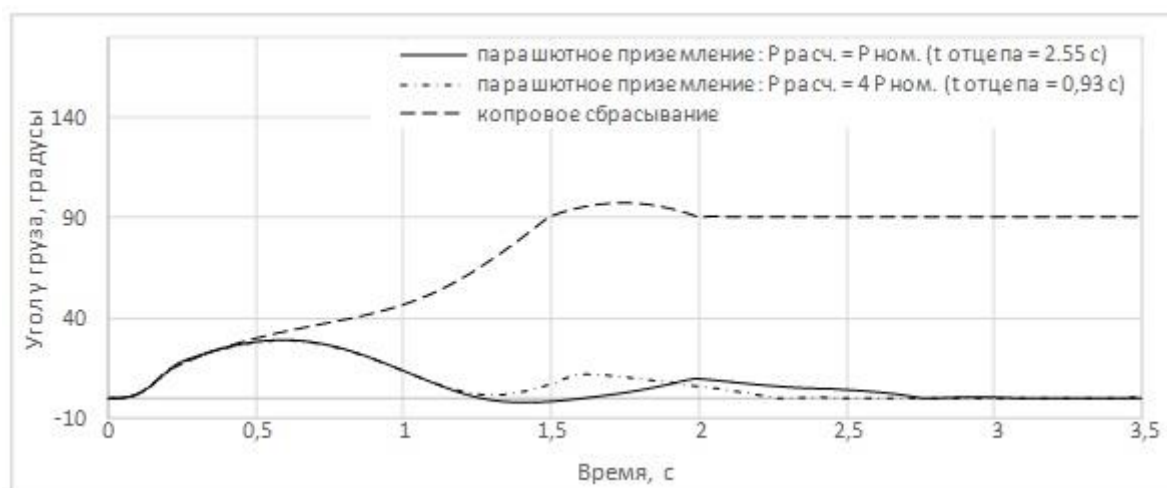


Рисунок 6. Угол опрокидывания груза при его приземлении на площадку, град.

На рисунках 5-6 приведен сравнительный анализ характеристик приземления объекта со сносом: сплошная линия соответствует парашютному приземлению и работе отцепки при заданном расчетном усилии ее расчеховки, соответствующему номинальному (по паспорту) значению; штрихпунктирная линия – то же самое, но

при работе отцепки с увеличенным в 4 раза усилием расчеховки; пунктирная линия соответствует копровому сбрасыванию объекта с эквивалентными параметрами приземления.

Сравнение характеристик парашютного и копрового сбрасываний показывает, что ПС может оказывать существенное влияние на поведение объекта при приземлении на ПП со сносом: при коповом сбрасывании объект опрокидывается (рисунок 6 - достижение угла поворота объекта γ_1 отметки 90^0), при парашютном – нет. Сравнение режимов парашютного приземления объекта с разными условиями расчеховки отцепки также показывает влияние параметров ее работы на динамику движения объекта (рисунок 5).

Заключение

Разработанная математическая модель парашютного приземления объекта (груза с амортизирующим устройством) на жесткую площадку при воздействии стационарного поля ветра позволяет воспроизвести опрокидывающий момент, действующий на груз при его приземлении, и учесть возникновение больших углов его поворота. Таким образом, данная математическая модель обобщает модель вертикального парашютного приземления объекта [1] на случай его приземления со сносом. Сравнительный анализ характеристик процессов парашютного приземления объекта со сносом и копрового (беспарашютного) сбрасывания с заданным начальным эквивалентным вектором скорости показал значимость влияния

парашютной системы на динамику движения объекта – как при обжати амортизационного устройства, так и при дальнейшем его движении по площадке приземления. Данная математическая модель может быть использована при проектировании средств десантирования в задачах статистического моделирования [2] - где расчетный показатель надежности зависит от соотношения исходов проводимых математических экспериментов.

Список источников

1. Аверьянов И.О. Исследование динамики вертикального парашютного приземления объекта с системой амортизации // Труды МАИ. 2022. № 127. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=170322>. DOI: [10.34759/trd-2022-127-02](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-02)
2. Аверьянов И.О. Применение метода Монте-Карло для прогнозирования надежности процесса приземления систем мягкой посадки с пневмоамортизаторами // Труды МАИ. 2020. № 115. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=119896>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-03](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-03)
3. Аверьянов И.О., Зинин А.В. Математическая модель процесса приземления недеформируемого груза с амортизирующим устройством на жесткую площадку // Труды МАИ. 2022. № 124. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=167067>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-12](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-12)
4. Аверьянов И.О., Зинин А.В. Использование параметров Родрига-Гамильтона для решения задачи об опрокидывании приземляющегося объекта с амортизаторами

// Труды МАИ. 2022. № 126. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=168993>. DOI: [10.34759/trd-2022-126-07](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-07)

5. Соболев И.М. Метод Монте-Карло. –М: Изд-во Наука, 1968. – 64 с.
6. Антоненко А.И., Рысев О.В., Фатыхов Ф.Ф., Чуркин В.М., Юрцев Ю.Н. Динамика движения парашютных систем. – М.: Машиностроение, 1982. - 152 с.
7. Лобанов Н.А. Основы расчета и конструирования парашютов. – М.: Машиностроение, 1965. – 363 с.
8. Рысев О.В., Вишняк А.А., Чуркин В.М., Юрцев Ю.Н. Динамика связанных тел в задачах движения парашютных систем. – М.: Машиностроение, 1992. – 288 с.
9. Рысев О.В., Пономарев А.Т., Васильев М.И., Вишняк А.А., Днепров И.В., Мосеев Ю.В. Парашютные системы. – М.: Наука. Физматлит, 1996. – 288 с.
10. Лялин В.В., Морозов В.И., Пономарев А.Т. Парашютные системы. Проблемы и методы их решения. – М.: Физматлит, 2009. – 576 с.
11. Чуркин В.М. Динамика парашютных систем на этапе спуска. – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2008. – 184 с.
12. Чуркин В.М. К анализу динамики парашютной системы со свободно подвешенным грузом // Труды МАИ. 2011. № 49. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=27754>
13. Чуркин В.М. Программный модуль приближенного исследования раскрытия купола парашюта // Труды МАИ. 2011. № 49. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=27969>

14. Benn Tutt. Fluid Structure Interaction Parachute Benchmark Models in LS-DYNA // AIAA Aerodynamic Decelerator Systems (ADS) Conference, 2013. DOI:[10.2514/6.2013-1384](https://doi.org/10.2514/6.2013-1384)
15. Yongsam Kim, Charles S. Peskin. 2-D Parachute simulation by the immersed boundary method // SIAM Journal Scientific Computing, 2006, vol. 28, no. 6, pp. 2294-2312. DOI: [10.1137/S1064827501389060](https://doi.org/10.1137/S1064827501389060)
16. Yongsam Kim, Charles S. Peskin. 3D Parachute simulation by the immersed boundary method // Computers & Fluids, 2009, vol. 38, issue 6, pp. 1080-1090. DOI: [10.1016/j.compfluid.2008.11.002](https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2008.11.002)
17. K. Stein, T.E. Tezduyar, S. Sathe, R. Benney, and R. Charles. Fluid-structure interaction modeling of parachute soft-landing dynamics // International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2004. DOI:[10.1002/flid.835](https://doi.org/10.1002/flid.835)
18. Keith R. Stein, Tayfun E. Tezduyar, Vinod Kumar, Sunil V. Sathe, Richard J. Benney, Richard D. Charles. Numerical simulation of soft landing for clusters of cargo parachutes // ECCOMAS, 2004. URL: https://www.researchgate.net/publication/228858965_Numerical_simulation_of_soft_landing_for_clusters_of_cargo_parachutes
19. Иванов П.И. Исследование парашютных систем и парапланерных летательных аппаратов: монография. – Феодосия: Изд-во РА «Арт-Лайф», 2022. – 736 с.
20. Иванов П.И., Куринный С.М., Криворотов М.М. Параметры, подлежащие определению в летных испытаниях многокупольной парашютной системы с целью

оценки ее эффективности // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т.

27. № 3. С. 49-59. DOI: [10.34759/vst-2020-3-49-59](https://doi.org/10.34759/vst-2020-3-49-59)

21. Пономарев П.А. Исследование и выбор рациональных параметров пневматического амортизатора для посадки дистанционно-пилотируемых летательных аппаратов: Дисс. ... к.т.н. Москва, МАИ, 2000. – 145 с.

22. Пономарев П.А., Скиданов С.Н., Тимохин В.А. Расширение диапазона применения пневмоамортизаторов в системах мягкой посадки с использованием разрывных элементов // Труды МАИ. 2000. № 2. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=34708>

23. Трямкин А.В., Скиданов С.Н. Исследование процесса наполнения парашютных систем // Труды МАИ. 2001. № 3. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=34686>

References

1. Averyanov I.O. *Trudy MAI*, 2022, no. 127. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=170322>. DOI: [10.34759/trd-2022-127-02](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-02)

2. Averyanov I.O. *Trudy MAI*, 2020, no. 115. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=119896>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-03](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-03)

3. Averyanov I.O., Zinin A.V. *Trudy MAI*, 2022, no. 124. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=167067>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-12](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-12)

4. Averyanov I.O., Zinin A.V. *Trudy MAI*, 2022, no. 126. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=168993>. DOI: [10.34759/trd-2022-126-07](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-07)

5. Sobol' I.M. *Metod Monte-Karlo* (Monte Carlo method), Moscow, Izd-vo Nauka, 1968, 64 p.
6. Antonenko A.I., Rysev O.V., Fatykhov F.F., Churkin V.M., Yurtsev Yu.N. *Dinamika dvizheniya parashyutnykh sistem* (Dynamics of parachute systems motion), Moscow, Mashinostroenie, 1982, 152 p.
7. Lobanov N.A. *Osnovy rascheta i konstruirovaniya parashyutov* (Fundamentals of calculation and design of parachutes), Moscow, Mashinostroenie, 1965, 363 p.
8. Rysev O.V., Vishnyak A.A., Churkin V.M., Yurtsev Yu.N. *Dinamika svyazannykh tel v zadachakh dvizheniya parashyutnykh sistem* (Dynamics of connected bodies in the tasks of parachute systems movement), Moscow, Mashinostroenie, 1992, 288 p.
9. Rysev O.V., Ponomarev A.T., Vasil'ev M.I., Vishnyak A.A., Dneprov I.V., Moseev Yu.V. *Parashyutnye sistemy* (Parachute systems), Moscow, Nauka.Fizmatlit, 1996, 288 p.
10. Lyalin V.V., Morozov V.I., Ponomarev A.T. *Parashyutnye sistemy. Problemy i metody ikh resheniya* (Parachute systems. Problems and methods of their solving), Moscow, Fizmatlit, 2009, 576 p.
11. Churkin V.M. *Dinamika parashyutnykh sistem na etape spuska* (Parachute systems dynamics on the stage of its descent), Moscow, MAI-PRINT, 2008, 184 p.
12. Churkin V.M. *Trudy MAI*, 2011, no. 49. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=27754>
13. Churkin V.M. *Trudy MAI*, 2011, no. 49. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=27969>

14. Benn Tutt. Fluid Structure Interaction Parachute Benchmark Models in LS-DYNA, *AIAA Aerodynamic Decelerator Systems (ADS) Conference*, 2013. DOI:[10.2514/6.2013-1384](https://doi.org/10.2514/6.2013-1384)
15. Yongsam Kim, Charles S. Peskin. 2-D Parachute simulation by the immersed boundary method, *SIAM Journal Scientific Computing*, 2006, vol. 28, no. 6, pp. 2294-2312. DOI: [10.1137/S1064827501389060](https://doi.org/10.1137/S1064827501389060)
16. Yongsam Kim, Charles S. Peskin. 3D Parachute simulation by the immersed boundary method, *Computers & Fluids*, 2009, vol. 38, issue 6, pp. 1080-1090. DOI: [10.1016/j.compfluid.2008.11.002](https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2008.11.002)
17. K. Stein, T.E. Tezduyar, S. Sathe, R. Benney, and R. Charles. Fluid-structure interaction modeling of parachute soft-landing dynamics, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2004. DOI:[10.1002/flid.835](https://doi.org/10.1002/flid.835)
18. Keith R. Stein, Tayfun E. Tezduyar, Vinod Kumar, Sunil V. Sathe, Richard J. Benney, Richard D. Charles. Numerical simulation of soft landing for clusters of cargo parachutes, *ECCOMAS*, 2004, URL: https://www.researchgate.net/publication/228858965_Numerical_simulation_of_soft_landing_for_clusters_of_cargo_parachutes
19. Ivanov P.I. *Issledovanie parashyutnykh sistem i paraplanernykh letatel'nykh apparatov* (Research of parachute systems and paragliding flying machines): monografiya. Feodosiya, Izd-vo RA «Art-Laif», 2022, 736 p.
20. Ivanov P.I., Kurinnyi S.M., Krivorotov M.M. *Aerospace MAI Journal*, 2020, vol. 27, no. 3, pp. 49-59. DOI: [10.34759/vst-2020-3-49-59](https://doi.org/10.34759/vst-2020-3-49-59)

21. Ponomarev P.A. *Issledovanie i vybor ratsional'nykh parametrov pnevmaticheskogo amortizatora dlya posadki distantsionno-pilotiruemykh letatel'nykh apparatov* (Analysis and choice of rational parameters of pneumatic shock absorber for the landing aircrafts), Doctor's thesis, Moscow, MAI, 2000, 145 p.
22. Ponomarev P.A., Skidanov S.N., Timokhin V.A. *Trudy MAI*, 2000, no. 2. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=34708>
23. Tryamkin A.V., Skidanov S.N. *Trudy MAI*, 2001, no. 3. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=34686>

Статья поступила в редакцию 28.05.2023

Одобрена после рецензирования 01.06.2023

Принята к публикации 28.08.2023

The article was submitted on 28.05.2023; approved after reviewing on 01.06.2023; accepted for publication on 28.08.2023