

УДК 532.517.4

Инженерная модель турбулентности с диффузией пульсациями давления

И. Г. Головнев, С. А. Платов

Аннотация

Модифицирована популярная низкорейнольдсовая модель турбулентности k - ε Лама-Брэмхорста включением модели диффузии пульсациями давления в уравнение переноса энергии турбулентности, что позволило с достаточной для инженерной практики точностью предсказывать ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое. Модель диффузии пульсациями давления неградиентного типа - $dpv/dy = C_{pv} * d(kU)/dy$ (интеграл dpv/dy по сечению слоя равен нулю, в однородном потоке $dpv/dy=0$) с постоянным коэффициентом C_{pv} .

Ключевые слова

модель турбулентности; энергия турбулентности; диффузия пульсациями давления; ламинарно-турбулентный переход.

Введение

Появление современных программных комплексов вычислительной гидродинамики CFD с эффективными алгоритмами решения дифференциальных уравнений переноса импульса (энергии турбулентности k , etc.) на первый план с точки зрения достоверности и точности моделирования выдвинуло выбор модели турбулентности, содержащей минимум эмпирических констант и функций и универсальной для широкого класса течений.

С физической точки зрения основное требование к модели турбулентности как универсальной – это точность расчета коэффициента трения cf (или коэффициента теплоотдачи α) в едином алгоритме для ламинарного, переходного и турбулентного режимов течения.

Появился ряд сомнительных с физической точки зрения моделей, использующих: а) специальное феноменологическое дифференциальное уравнение переноса перемежаемости γ (Cho-Chung, 1992, Menter, 2007, etc.), б) «экспоненциальный» дополнительный член в уравнении

переноса k «специально работающий» лишь в зоне ламинарно-турбулентного перехода [7], в) модель диффузии пульсациями давления как «источниковый» член в уравнении переноса k [8].

Более продуктивным представляется корректное моделирование всех членов (требующих аппроксимационных соотношений), в балансовых уравнениях переноса энергии турбулентности k , рейнольдсовых напряжений $u_i u_j$ и диссипации ε (завихренности ω , etc.) с использованием решений DNS [5]. В настоящей работе рассмотрена лишь первая стадия модификации двухпараметрических моделей типа k - ε , а именно представлена модель для члена диффузии пульсациями давления, входящая в уравнение переноса энергии турбулентности k – именно этим членом практически все пренебрегают (на основе балансового уравнения для k течения в круглой трубе или плоском канале), полагая, что он будет малым и в других типах турбулентных сдвиговых течениях (в однородном потоке с изотропной турбулентностью член $\partial p v / \partial y$ равен нулю). Но метод «Plug and Play» при модификации конкретной k - ε модели на основе данных DNS (плоский канал) по балансовому уравнению для k не совсем корректен, потому константа C_{pv} модельного выражения для члена $\partial p v / \partial y$ хотя и должна быть близка к модельной по DNS, но для каждой конкретной k - ε модели, очевидно, будет разной (разные демпфирующие функции f_μ , разные константы уравнения для диссипации $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ и др.).

Базовая модель Лама-Брэмхорста

Модель Лама-Брэмхорста [6] состоит из двух уравнений переноса (для упрощения записаны в двумерном приближении пограничного слоя):

1. энергии турбулентности k

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\left\{ \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right\} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + P_k - \varepsilon + D$$

2. диссипации ε

$$U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\left\{ \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right\} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + (C_{\varepsilon 1} \cdot f_1 \cdot P_k - C_{\varepsilon 2} \cdot f_2 \cdot \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} + E$$

замыкаемых соотношением по гипотезе Колмогорова-Прандтля [3]

$$\nu_t = C_\mu \cdot f_\mu \cdot k \cdot (k / \varepsilon)$$

с константами и переменными

| | | | | | | | |
|---------------------|---------------------|------------|----------------------|---|---|------------------------------------|---------------------------------------|
| $C_{\varepsilon 1}$ | $C_{\varepsilon 2}$ | σ_k | σ_ε | D | E | ε_w | P_k |
| 1.44 | 1.92 | 1.00 | 1.30 | 0 | 0 | $\partial\varepsilon/\partial y=0$ | $v_t \cdot (\partial U/\partial y)^2$ |

и эмпирическими функциями

| | | |
|--|--|---------------------|
| f_μ | f_1 | f_2 |
| $[1 - \exp(-0.01635 \cdot Re_y)]^2 \cdot \left(1 + \frac{20}{Re_t}\right)$ | $1 + \left(\frac{0.055}{f_\mu}\right)^3$ | $1 - \exp(-Re_t^2)$ |

с граничными условиями:

- на твердой непроницаемой стенке $k_w=0$, $(\partial\varepsilon/\partial y)_w=0$;
- на внешней границе пограничного слоя $k_\infty=f_k(x)$, $\varepsilon_\infty=f_\varepsilon(x)$.

Модель Лама-Брэмхорста и данные DNS

Модель Лама-Брэмхорста удовлетворительно предсказывает коэффициент трения cf в развитых турбулентных течениях в каналах и пограничных слоях благодаря удачно сконструированной демпфирующей функции f_μ .

Проведя расчет развитого турбулентного течения в плоском канале (при $Re\tau=uth/v \approx 400$) по CFD-комплексу [2], из сравнения баланса модельных членов уравнения переноса энергии турбулентности k (рис.1) с данными DNS ($Re\tau=uth/v=395$, Moser-Kim-Mansour [5]), имеет место соответствие всех моделируемых членов уравнения переноса энергии турбулентности (диссипации, турбулентной диффузии), как видно из рис.2. Малость диффузии пульсациями давления (на рис.2 это член $\partial(pv)/\partial y = kDp_j$) конкретно в этом типе течения (развитое турбулентное течение в плоском канале), конечно, не означает, что его моделированием можно пренебречь в других типах течений.

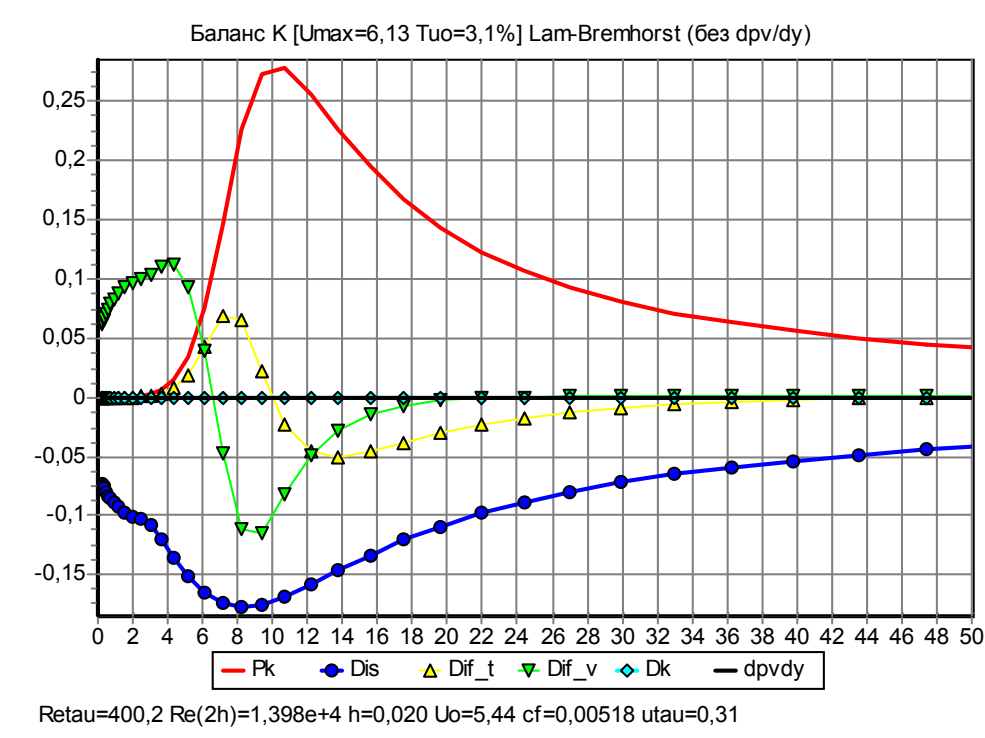


Рис.1. Баланс членов уравнения переноса k по Лам-Брэмхорсту (без $\partial p v / \partial y$), где: P_k – генерация (производство); D_ϵ – диссипация; Dif_v – диффузия молекулярной вязкостью; Dif_t – диффузия турбулентной вязкостью; $\partial p v / \partial y$ - диффузия пульсациями давления.

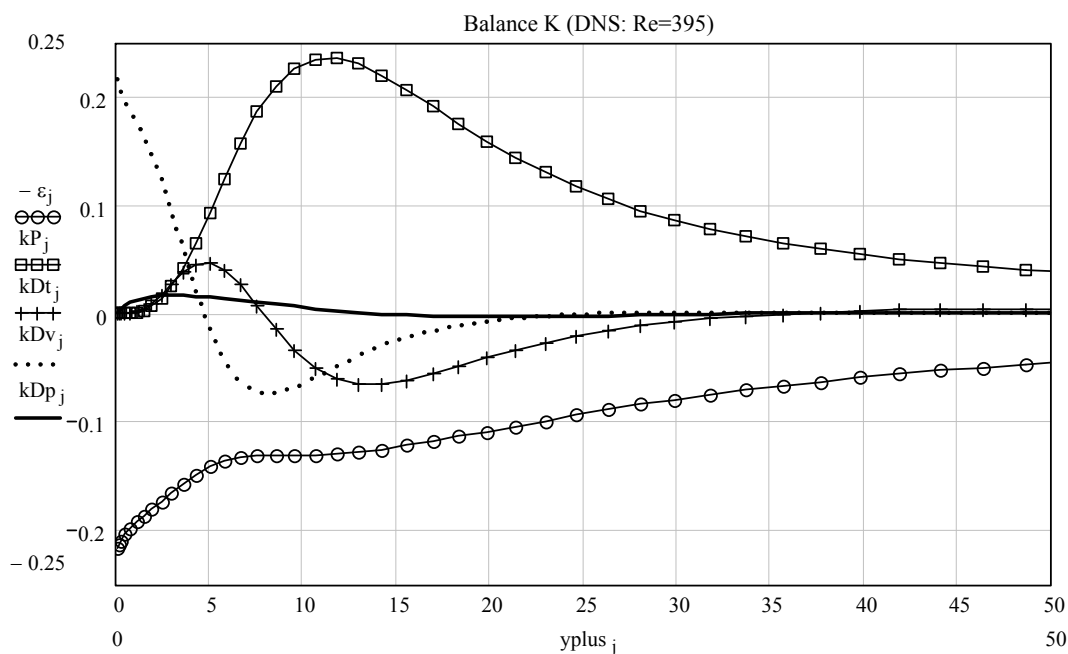


Рис.2. Баланс членов уравнения переноса k из данных DNS [5] для $Re_t = u_{th} / \nu = 395$, здесь члены: kP_k – генерация; ϵ – диссипация; kD_v – диффузия молекулярной вязкостью; kD_t – диффузия турбулентной вязкостью; kD_p - диффузия пульсациями давления.

Поведение модели Лама-Брэмхорста в предсказании перехода

Хорошо известна проблема неудовлетворительного предсказания начала ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое и размера области перехода моделью турбулентности Лама-Брэмхорста [1, 2, 11]. На рис.3 представлены расчеты тестового эксперимента [9] ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое (известный тест ТЗА) по модели турбулентности Лама-Брэмхорста оригинальной ([6], без учета $\partial p v / \partial y$, "o") и по предлагаемой нами модели (с модельным выражением для члена $\partial p v / \partial y$, "Δ"):

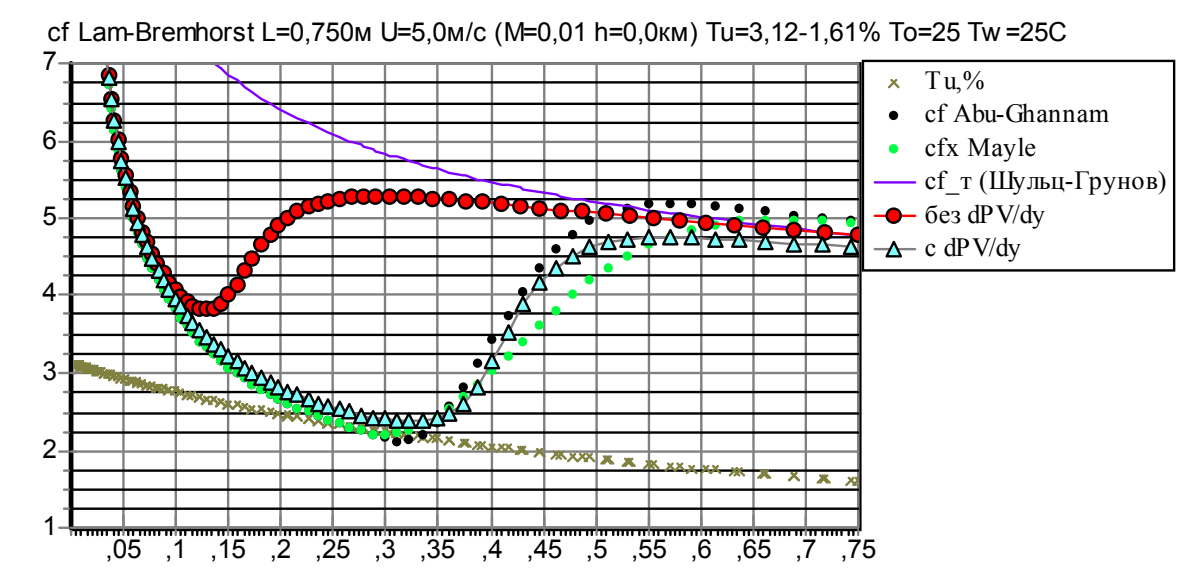


Рис.3. Расчет трения cf ламинарно-турбулентного перехода (тест ТЗА) [9], где: эмпирические зависимости для трения cf области ламинарно-турбулентного перехода по Абу-Гханнам $Re_n^{**} = 163 + \exp[6.91 - Tu]$ и по Мэйли $Re_n^{**} = 400 \times Tu^{-0.625}$; cf_t – корреляция Шульца-Грунова для турбулентного погранслоя; Tu – изменение «внешней» турбулентности вдоль пластины, “*”.

Из рис.3 ясно видно, что «оригинальная» модель Лама-Брэмхорста («базовая» в SOLID WORKS [10]), в три раза занижает начало ламинарно-турбулентного перехода. Этот факт заставляет скептически отнестись к попыткам моделирования и расчета по SOLID WORKS с моделью турбулентности Лама-Брэмхорста таких объектов, как крылья самолетов, лопатки турбин и др., где «доля» ламинарного течения по длине объекта велика.

Модель диффузии пульсациями давления

Как правило, турбулентную диффузию пульсациями давления $p v$ в уравнении для энергии турбулентности (для краткости ниже будем писать не $\rho^{-1} \cdot \partial p v / \partial y$, а просто $\partial p v / \partial y$)

$$\frac{Dk}{\partial \tau} = \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{pv}{\rho} + \overline{kv} \right]$$

моделируют совместно с тройными корреляциями скорости известным градиентным представлением

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{u_i u_j u_k} + \rho^{-1} \cdot \rho u_k \right] = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_k} \right],$$

что как видно из данных DNS [5] балансового уравнения k (рис.2), совершенно не отражает истины.

Построим инженерную модель в рамках общепринятого подхода минимизации числа параметров – в уравнении для энергии турбулентности модель диффузии пульсациями давления как функцию $f(U, k)$.

Из уравнения (лапласиана) для пульсаций давления p' при малых пульсациях скорости u' (по оценкам в [4]) следует простое соотношение $p' = U \times u'$. Коэффициент корреляции (как следует из данных DNS в плоском канале [5]) мал, но отличен от нуля. Следовательно, ковариация

$$p'v' \equiv pv = R_{pv} \times \sqrt{p'^2} \times \sqrt{v'^2}$$

В рамках моделей k - ε появляется (т.к. $Ru'v'$ практически постоянно по сечению слоя) возможность представления модели для pv либо в виде $p'v' \equiv pv = C_{puv} \times U \times uv$, либо, что более логично, в виде $p'v' \equiv pv = C_{pv} \times U \times k$.

Обычной численной оптимизацией, рассчитывая ламинарно-турбулентный переход на плоской пластине по CFD-программе [2] было найдено численное значение коэффициента $C_{pv} = -0,007$.

Из рис.3 видно, что введение (простое добавление) модели диффузии пульсациями $\partial pv / \partial y = -0,007 \cdot \partial [k * U] / \partial y$ в модель турбулентности Лама-Брэмхорста [6] существенно улучшает предсказание ламинарно-турбулентного перехода, неплохо коррелируя с данными DNS [5] в плоском канале (рис.1,2) и являясь «истинно» диффузионным членом: интеграл по всему поперечному сдвиговому слою равен нулю, а в изотропной турбулентности ($k = \text{const}$) в потоке с однородным сдвигом ($\partial U / \partial y = 0$) автоматически будет равняться нулю.

Заключение

Включение простой модели члена «диффузия пульсациями давления» в уравнении переноса энергии турбулентности позволило расширить диапазон применимости модели Лама-Брэмхорста на расчет ламинарно-турбулентного перехода.

Библиографический список

3. Головнев И.Г., Платов С.А. Расчет ламинарно-турбулентных течений в сложных условиях. //7-я международная конференция «Авиация и космонавтика – 2008», Москва. 2008: Тез. докл. –Москва, 2008. – с.35-36.
4. Тепловая совместимость. С. 2009610202 РФ / Правообладатель ФГУП «ГосНИИАС», авторы Головнев И.Г., Платов С.А. -| 2008614913, заявлено 28.10.2008. –зарегистрировано 11.01.2009|
5. Колмогоров А. Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости. // Изв. АН СССР. Сер. Физика, 1942, 6, № 1/2, с.56-58.
6. Механика турбулентных потоков. М.: Наука, 1980. - 560с.
7. DNS Database of Turbulence and Heat Transfer. THT/FES Joint Lab., The University of Tokyo, 2004.
8. Lam C. K. G., Bremhorst K. A. Modified Form of K-Epsilon Model for Predicting Wall Turbulence // J. Fluids Engineering, Vol. 103, 1981, pp. 456–460.
9. Mayle R.E., Schulz A. The Path to Predicting Bypass Transition // J. of Turbomachinery, 1997, v.119(3), pp. 405-411.
10. Poroseva S. Modeling the “rapid” part of the velocity/pressure-gradient correlation in inhomogeneous turbulence. // Center for Turbulence Research Annual Research Briefs, 2001, p.367-374.
11. Roach P. E., Brierley D.H.: The influence of a turbulent freestream on zero pressure gradient transitional boundary layer development: part 1: test cases T3A and T3B./ ERCOFTAC Workshop. 1st, 1990, Lausanne, Switzerland, Cambridge University Proceedings, 1992, p.123-135.
12. SolidWorks COSMOS Flow Works. User Guide, SolidWorks Corporation. -512pp.
13. Unger D. Numerische Simulation des laminar-turbulenten Grenzschichtumschlags unter Turbomaschinenbedingungen. Dissertation. Darmstadt, 1999. - 143pp.

Сведения об авторах

Головнев Игорь Георгиевич, заместитель начальника подразделения ФГУП «ГосНИИАС», к.т.н., старший научный сотрудник.

+7 499 157-93-29, golovnev@gosniias.ru

Платов Сергей Августинovich, ведущий инженер ФГУП «ГосНИИАС», к.т.н.

+7 499 157-93-29, ruszima@mail.ru