

## **Обнаружение полезного сигнала на фоне сигналов активных помех в полном поляризационном базисе при известной межканальной корреляционной матрице**

**Агапов О.А.**

*Научно-исследовательский институт дальней радиосвязи, ул. 8-го Марта,  
10, стр. 5 Москва, 127083, Россия  
e-mail: stealth333@yandex.ru*

### **Аннотация**

В рамках адаптивного байесовского подхода проведен синтез алгоритма обнаружения полезного сигнала известного вида на фоне мощных гауссовских помеховых сигналов с известной межканальной корреляционной матрицей в многоканальных радиолокационных системах, работающих в полном поляризационном базисе. Произведен анализ эффективности алгоритма. Показано, что алгоритм позволяет обнаруживать сигналы на фоне помех, приходящих с того же направления, что и полезный сигнал.

**Ключевые слова:** полный поляризационный прием, полное поляризационное излучение, адаптивный байесовский подход, байесовский подход, помеха, корреляционная матрица, поляризация

### **Введение**

Электромагнитные волны, отраженные от облучаемого РЛС летательного аппарата, несут информацию о его положении в пространстве, ЭПР (эффективная площадь рассеяния) и др. Информация об указанных

параметрах содержится в частоте, задержке по времени, направлении распространения, а также в амплитуде. Однако информацию может нести и поляризация электромагнитной волны. В некоторых условиях, используя информацию о поляризации электромагнитной волны, можно определить матрицу рассеивания летательного аппарата. Матрица рассеивания определяется геометрией летательного аппарата и материалами его корпуса. Тем самым можно ввести классификацию летательных аппаратов по матрицам рассеивания (см., например, [1,2]). Такая классификация может быть более строгая, чем классификация по ЭПР.

Чтобы РЛС была способна оценивать матрицу рассеивания летательного аппарата, она должна иметь возможность излучать сигналы с разной огибающей на разных поляризациях (например, горизонтальная и вертикальная), а также иметь возможность различать разные компоненты в поляризационном базисе падающей волны. Помимо этого, электромагнитные волны не должны менять своей поляризации во время движения до цели и обратно (эффект Фарадея, переотражения, в том числе от земли и т.д.).

Помимо оценки матрицы рассеивания, такая РЛС может иметь высокую помехоустойчивость при определенных типах помех. Как показано в настоящей статье, такого типа РЛС способна обнаруживать полезный сигнал от цели, даже если на нем установлен мощный источник помехового сигнала. Это одно из главных преимуществ РЛС с полным поляризационным приемом в области помехозащиты по сравнению с классическими РЛС,

которые не способны обнаруживать полезный сигнал от цели, пришедший с того же направления что и помеховый сигнал [3,4]. Кроме того, РЛС с полным поляризационным приемом способна обнаруживать цели на фоне пассивных помех, если эта помеха имеет полностью хаотическую структуру матрицы рассеивания.

Следует отметить, что вопросы повышения эффективности решения задачи выделения сигналов на фоне помех за счет использования различий их поляризационных свойств рассматривались в ряде работ [1,5,6,7]. В данной работе эта идея доведена до разработки адаптивного алгоритма выделения сигнала на фоне помех при полном поляризационном приеме в РЛС с фазированной антенной решеткой.

### **Устройство РЛС с полным поляризационным приемом**

Рассмотрим устройство РЛС, позволяющее работать при полном поляризационном приеме. Будем считать, что антенна РЛС представляет собой некоторую антенную решетку, состоящую из одинаковых элементарных излучателей. Каждый элементарный излучатель имеет крестообразную форму, состоящую из двух гальвано независимых ортогональных диполей. Будем предполагать, что РЛС является импульсной с чередующимися циклами излучения и приема.

Во время излучения каждый диполь излучает сигнал на одинаковой несущей частоте, но с разными огибающими  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  (см. рис. 1). При

приеме сигнала каждый диполь присоединяется к своему приемному каналу. Таким образом, система представляет собой  $2P$  каналную систему, где  $P$  – число пространственных каналов. В каждом канале осуществляется первично аналогово-цифровая обработка сигнала (ПАЦОС), выходом которой является последовательность временных комплексных отсчетов, идущих с некоторым значением частоты дискретизации (см. рис. 2).

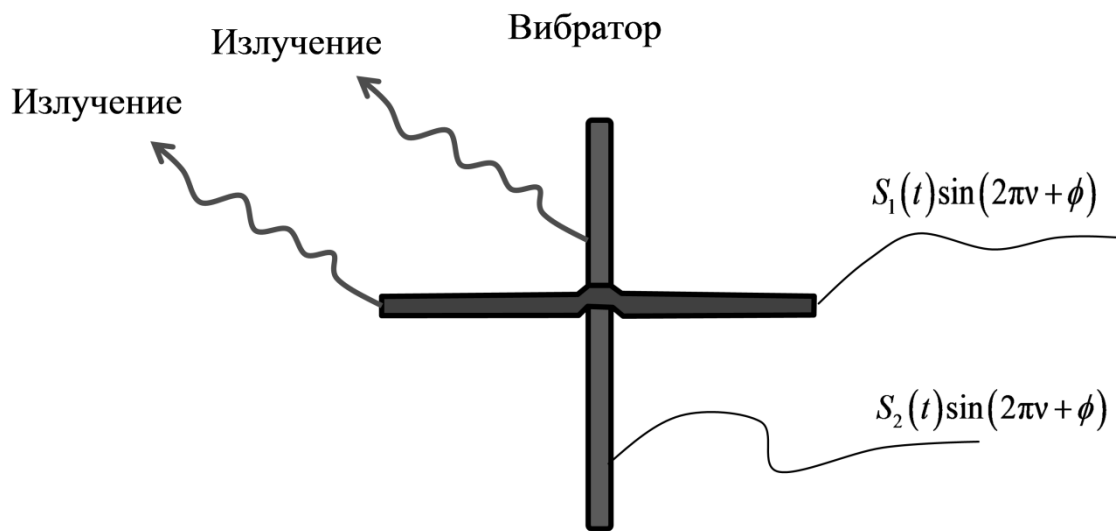


Рисунок 1. Схема вибратора РЛС с полным поляризационным приемом во время излучения.  $\nu$  – несущая частота,  $\phi$  – начальная фаза.

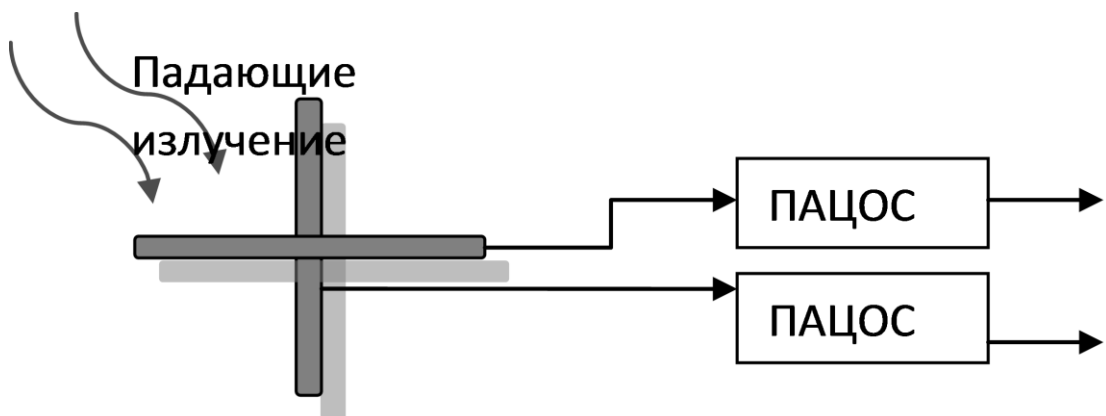


Рисунок 2. Схема вибратора РЛС с полным поляризационным приемом во время приема. ПАЦОС – первично аналогово-цифровая обработка сигнала.

**Синтез алгоритма компенсации сигналов активных помех в полном поляризационном базисе при известной межканальной корреляционной матрице**

### **Постановка задачи**

В статье рассмотрен синтез алгоритма обнаружения полезного сигнала, отраженного от цели, на фоне сигналов активных помех в многоканальной РЛС с полным поляризационным базисом при известной межканальной корреляционной матрице помех и шумов. Эта матрица может быть получена на этапе обучения, когда РЛС работает исключительно на прием. Также предполагается известным зависимость огибающих отраженного полезного сигнала, излученного первым и вторым вибратором,  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ .

Таким образом, можно сформулировать задачу. Необходимо синтезировать алгоритм (М) с известной временной зависимостью огибающих зондирующего сигнала первой и второй поляризации  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ , позволяющий по принятому сигналу с цифровых приемников, образующему комплексную матрицу наблюдения  $\mathbf{Y}$ , межканальной корреляционной матрицы помех и шумов  $\mathbf{R}$ , угловым координатам цели  $(u, v)$ , доплеровском сдвиге частоты и задержке  $(f_{dop}, \tau)$  отраженного сигнала, и в зависимости от величины порога  $h$ , определяемого исходя из

величины ложной тревоги, выдать решение о наличии, либо об отсутствии полезного сигнала:

$$M : \mathbf{Y}, \mathbf{R}, u, v, f_{dop}, \tau, S_1(t), S_2(t), h \rightarrow \{ \text{"сигналесть"}, \text{"сигнала нет"} \}$$

### Модель сигналов и шумов

Система РЛС, как показано выше, представляет собой  $2P$  канальную систему, где  $P$  – число пространственных каналов. Предположим, что мощность шумов в приемных каналах нормирована к единице. Пусть сигнал представляет собой белый шум. Сигнал в приемных каналах зададим в виде комплексной матрицы наблюдения  $\mathbf{Y}$  размерностью  $2P \times N$ , где  $N$  - число временных отсчетов. Первая строка матрицы соответствует последовательности комплексных временных отсчетов, поступающих с первого приемного модуля и первого поляризационного канала. Вторая строка соответствует последовательности временных отсчетов, поступающих с первого приемного модуля и второго поляризационного канала. Третья строка соответствует сигналу со второго приемного модуля и первого.

Сигналы от цели и от источников помех, предполагается, могут быть представлены в виде двух пространственного и временного множителей. Для такого представления для сигналов цели и помехи должны выполняться следующие ограничения:

$$\frac{\Delta F}{f} \ll \frac{\lambda}{D} \sim \theta_{\text{луча}}, \quad \frac{v_r}{c} \ll \frac{1}{2\Delta FT}, \quad (1)$$

$$\frac{v_r T}{r} \ll \theta_{\text{луча}}, \quad \frac{f T^2}{c} a_r \ll 1.$$

Здесь  $\Delta F$  – ширина спектра сигнала или помехи;  $f, \lambda$  – несущая частота и длина волны сигнала или помехи;  $D$  – характерный размер АР (антенная решетка);  $v_r, v_\tau$  – радиальная и тангенциальная составляющая скорости цели или источника помех;  $T$  – длительность интервала приема;  $a_r$  – радиальное ускорение;  $r$  – расстояние до цели или источника помех;  $\theta_{\text{луча}}$  – ширина луча АР в обобщенных координатах,  $c$  – скорость света. Для сигналов помех актуальны первые три неравенства, для полезного сигнала первое, третье и последнее.

В этом случае, матрица наблюдения  $\mathbf{Y}$  определяется из выражения:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U} \mathbf{a} \mathbf{S}^H + \mathbf{V} \mathbf{E}^H + \boldsymbol{\eta} \quad (2)$$

$\mathbf{V}$  – матрица размера  $2P \times K$  ( $K$  – число источников помехового сигнала), составленная из векторов распределения сигналов источников помех по каналам на выходе цифровых приемников;  $\mathbf{E}$  – матрица размера  $N \times K$  векторов распределения сигналов источников помех по времени;  $\mathbf{U}$  – матрица размера  $2P \times 2$ , определяемая соотношением:

$$\mathbf{U} = \left[ \mathbf{u}_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \dots \quad \mathbf{u}_P \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]^T \quad (3)$$

$u_k$  – множители фазового распределения полезного сигнала по приемным каналам на выходе цифровых приемников, причем  $\sum_{k=1}^P |u_k|^2 = 1$ ;  $\mathbf{S} = [\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2]$  – матрица размерностью  $N \times 2$  ожидаемого сигнала, столбцы которой представляют собой ожидаемые сигналы с первого и второго поляризатора, причем каждый из сигналов нормирован  $\mathbf{S}_1^H \mathbf{S}_1 = \mathbf{S}_2^H \mathbf{S}_2 = 1$ ;  $\mathbf{a}$  – поляризационная матрица полезного сигнала размера  $2 \times 2$ , элементы которой есть доля и фаза сигналов  $\mathbf{S}_1$  и  $\mathbf{S}_2$  в первом поляризационном канале (первая строка матрицы) и во втором поляризационном канале (вторая строка матрицы);  $\boldsymbol{\eta}$  – матрица размера  $2P \times N$  шума;

### Синтез алгоритма

Синтез алгоритма проводится в статье в рамках адаптивного байесовского подхода [8]. В силу рассматриваемых условий и обозначений, плотность распределения вероятности для каждой из гипотез относительно наличия полезного сигнала во входных смесях будет определяться формулой:

$$\ln P(\mathbf{Y}|\theta) = -N \text{sp}[\ln \mathbf{R}] - \text{sp} \left[ (\mathbf{Y} - \theta \mathbf{U} \mathbf{a} \mathbf{S}^H)^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \theta \mathbf{U} \mathbf{a} \mathbf{S}^H) \right] + C, \quad (4)$$

где  $\text{sp}$  – след матрицы;

$\mathbf{H}$  – эрмитово сопряжение;

$\mathbf{R}$  – известная межканальная корреляционная матрица;

$C$  – некоторая константа,



$\theta = 0,1$  – параметр, определяющий гипотезу о наличии полезного сигнала во входной смеси, (1 – сигнал есть, 0 – сигнала нет).

Согласно адаптивному байесовскому подходу [8], неизвестный параметр алгоритма, поляризационную матрицу  $\mathbf{a}$ , можно заменить значением  $\hat{\mathbf{a}}$ , при котором достигается максимум плотности вероятности (4). Для нахождения максимума необходимо приравнять вариацию (4) по матрице  $\mathbf{a}$  к нулю (см. [9]):

$$\delta \ln P(\mathbf{Y}|\theta) = -\text{sp} \left[ \theta \mathbf{S} \delta \mathbf{a}^H \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \theta \mathbf{U} \hat{\mathbf{a}} \mathbf{S}^H) + (\mathbf{Y} - \theta \mathbf{U} \hat{\mathbf{a}} \mathbf{S}^H)^H \mathbf{R}^{-1} \theta \mathbf{U} \delta \mathbf{a} \mathbf{S}^H \right] = 0. \quad (5)$$

Учитывая свойство перестановки внутри функции следа  $\text{sp}(\mathbf{AB}) = \text{sp}(\mathbf{BA})$ , где  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  – некоторые матрицы, число строк которых равно числу столбцов другой и наоборот, перепишем выражение (5) в виде:

$$\delta \ln P(\mathbf{Y}|\theta) = -\text{sp} \left[ \theta \delta \mathbf{a}^H \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \theta \mathbf{U} \hat{\mathbf{a}} \mathbf{S}^H) \mathbf{S} + \mathbf{S}^H (\mathbf{Y} - \theta \mathbf{U} \hat{\mathbf{a}} \mathbf{S}^H)^H \mathbf{R}^{-1} \theta \mathbf{U} \delta \mathbf{a} \right] = 0. \quad (6)$$

Из (6) найдем оценку поляризационной матрицы:

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1}. \quad (7)$$

Подставляя оценку поляризационной матрицы (7) в (4), учитывая, что  $\theta^2 = \theta$ , получим формулу:

$$\ln P(\mathbf{Y}|\theta) =$$

$$= -N \text{sp}[\ln \mathbf{R}] - \text{sp} \left[ \mathbf{Y}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} - \theta (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{Y}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U} (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{S} \right] + C. \quad (8)$$

Согласно работе [8], правило принятия решения о наличии сигнала в соответствии с байесовским подходом определяется как сравнение отношения функции правдоподобия для гипотезы присутствия сигнала во входном сигнале к функции правдоподобия для гипотезы отсутствия сигнала во входном сигнале с некоторым порогом

$$Z = \frac{P(\mathbf{Y}|1)}{P(\mathbf{Y}|0)} > h_0, \quad (9)$$

где  $h_0$  – некоторый порог, определяемый для заданной вероятности ложной тревоги, а величиной  $Z$  будем обозначать решающую статистику, которая сравнивается с порогом. Выражение (9) также эквивалентно

$$\ln Z = \ln P(\mathbf{Y}|1) - \ln P(\mathbf{Y}|0) > h = \ln h_0. \quad (10)$$

Согласно выражению (8) логарифм решающей статистики  $\ln Z$  имеет вид:

$$\ln Z = \text{sp} \left[ (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{Y}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U} (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{S} \right]. \quad (11)$$

Таким образом, алгоритм выделения полезного сигнала сводится к поиску таких матриц-гипотез  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{S}$ , для которых решающая статистика

будет превышать некоторый порог, что и будет говорить о присутствии полезного сигнала.

**Эффективность алгоритма компенсации сигналов активных помех в полном поляризованном базисе при известной межканальной корреляционной матрице в случае мощных помеховых сигналов.**

Найдем эффективность алгоритма компенсации в полном поляризованном базисе для случая гауссовых помех большой мощности (по сравнению с мощностью полезного сигнала). Для этого представим матрицу наблюдения  $\mathbf{Y}$  в виде суммы помехового слагаемого и полезного сигнала:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{R}^{1/2} \boldsymbol{\xi} + \mathbf{U} \mathbf{a} \mathbf{S}^H, \quad (12)$$

где  $\boldsymbol{\xi}$  – опорная матрица. Подставляя матрицу наблюдения (12) в (11), получим:

$$\begin{aligned} \ln Z = \\ = \text{sp} \left[ (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1/2} \boldsymbol{\xi} \mathbf{S} + \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U} \mathbf{a} \mathbf{S}^H \mathbf{S})^H (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1} (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1/2} \boldsymbol{\xi} \mathbf{S} + \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U} \mathbf{a} \mathbf{S}^H \mathbf{S}) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Рассмотрим матрицу  $\boldsymbol{\xi} \mathbf{S}$ . Матрица  $\boldsymbol{\xi}$  является опорной матрицей. Опорная матрица по определению представляет собой матрицу, мнимая и действительная часть элементов которой представляют гауссовы случайные величины с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. действительная и мнимая часть элементов матрицы  $\boldsymbol{\xi} \mathbf{S}$  также представляют

собой гауссовы случайные величины с нулевым математическим ожиданием. Найдем корреляцию рассматриваемых случайных величин. Для этого представим опорную матрицу в виде набора строк

$$\xi = [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \dots \quad \xi_N]^T$$

Рассмотрим строку случайных величин  $\xi_k \mathbf{S}$ . Корреляционная матрица случайных величин этой строки имеет вид:

$$\mathbf{B} = \mathbf{S}^H \overline{\xi_k^H \xi_k} \mathbf{S} = \mathbf{S}^H \mathbf{S}.$$

Таким образом, матрица  $\xi_k \mathbf{S}$  статистически эквивалентна  $\boldsymbol{\eta}_k (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{1/2}$ , где  $\boldsymbol{\eta}_k$  – опорная строка, размерностью  $1 \times 2$ . Опорная строка – это строка, состоящая из случайных комплексных величин, действительная и мнимая часть которых распределены по закону Гаусса с нулевым математическим ожиданием и с дисперсией равной  $1/\sqrt{2}$  (аналогичное определение и для опорной матрицы и опорного вектора). Статистическая эквивалентность строк означает, что их элементы имеют один и тот же закон распределения. Из последнего обстоятельства следует, что матрица  $\xi \mathbf{S}$  статистически эквивалентна матрице  $\boldsymbol{\eta} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{1/2}$ ,

$\boldsymbol{\eta}$  – опорная матрица:

$$\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1 \quad \boldsymbol{\eta}_2 \quad \dots \quad \boldsymbol{\eta}_N]^T.$$

Аналогично матрица  $\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1/2} \boldsymbol{\eta}$  статистически эквивалентна матрице  $(\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}$ , где  $\boldsymbol{\varepsilon}$  – опорная матрица, размерностью  $2 \times 2$ . С учетом сделанных выкладок выражение (13) статистически эквивалентно выражению:

$$\ln Z = \text{sp} \left[ (\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{a}')^H (\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{a}') \right]. \quad (14)$$

где  $\mathbf{a}'$  - эквивалентная поляризационная матрица полезного сигнала:

$$\mathbf{a}' = (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{1/2} \mathbf{a} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{1/2}. \quad (15)$$

Матрицу

$$\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U} \quad (16)$$

назовем матрицей поляризационного искажения. Эта матрица определяет искажение поляризационных свойств принятого сигнала, а также его энергетические потери, за счет воздействия на РЛС активных помех.

Рассмотрим свойства матрицы  $\boldsymbol{\gamma}$  на примере воздействия одного точечного источника помехового сигнала большой интенсивности.

### **Случай одного источника помехового сигнала**

Для одного источника помехового сигнала межканальная корреляционная матрица имеет вид:

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} + \mathbf{V}\mathbf{Q}\mathbf{V}^H, \quad (17)$$

где  $\mathbf{V}$  - матрица размерности  $2N \times 2$ , определяемая соотношением:

$$\mathbf{V} = \left[ v_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad v_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \dots \quad v_P \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]^T \quad (18)$$

$v_k$  - множители фазового распределения помехового сигнала по раскрытию

антенной решетки, причем  $\sum_{k=1}^P |v_k|^2 = 1$ ;

$\mathbf{Q}$  - поляризационная матрица помехового сигнала, размерности  $2 \times 2$ , определяющая поляризацию помехового сигнала (круговая, линейная, хаотическая и т.д.) и мощность. Так как матрица  $\mathbf{Q}$  - эрмитова, то представим ее в виде спектрального разложения:  $\mathbf{Q} = \mathbf{T}\mathbf{\Lambda}\mathbf{T}^H$ ,  $\mathbf{T}$  - унитарная матрица, а  $\mathbf{\Lambda}$  - диагональная матрица, с неотрицательными элементами. В этом случае межканальная корреляционная матрица имеет вид:

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} + \mathbf{V}\mathbf{T}\mathbf{\Lambda}\mathbf{T}^H\mathbf{V}^H. \quad (19)$$

Для нахождения обратной матрицы к  $\mathbf{R}$ , воспользуемся формулой обращения матрицы [10]  $(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{C}\mathbf{D})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{I} + \mathbf{C}\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{C}\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}$ , где

$\mathbf{A}$  - некоторая квадратная невырожденная матрица,  $\mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  - некоторые квадратные матрицы. В этом случае обратная матрица к  $\mathbf{R}$  имеет вид:

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{I} - \mathbf{V}\mathbf{T}(\mathbf{I} + \mathbf{\Lambda})^{-1}\mathbf{\Lambda}\mathbf{T}^H\mathbf{V}^H. \quad (20)$$

В последнем выражении учитывалось  $\mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{I}$  и  $\mathbf{T}^H \mathbf{T} = \mathbf{I}$ . С учетом соотношения (20) матрица поляризационного искажения  $\gamma$  (16) имеет вид:

$$\gamma = \mathbf{T}(\mathbf{I} - \eta(\mathbf{I} + \mathbf{\Lambda})^{-1} \mathbf{\Lambda}) \mathbf{T}^H, \quad (21)$$

где  $\eta = \left| \sum_{k=1}^N \mathbf{u}_k^* \mathbf{v}_k \right|^2$  – функция рассогласования по пространству. При выводе

последнего соотношения учитывалось  $\mathbf{T}^H \mathbf{T} = \mathbf{I}$  и  $\mathbf{U}^H \mathbf{V} = \left( \sum_{k=1}^N \mathbf{u}_k^* \mathbf{v}_k \right) \mathbf{I}$ .

Представим матрицу  $\mathbf{\Lambda}$  в виде:  $\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$ , тогда центральная матрица

выражения (21) имеет вид:

$$\mathbf{I} - \eta(\mathbf{I} + \mathbf{\Lambda})^{-1} \mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} \frac{1 + (1 - \eta)\lambda_1}{\lambda_1 + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1 + (1 - \eta)\lambda_2}{\lambda_2 + 1} \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Рассмотрим два случая. Первый случай, когда помеховый сигнал имеет круговую или линейную поляризацию. В этом случае помеховый сигнал в двух поляризационных каналах представляет один и тот же случайный процесс с точностью до некоторого постоянного комплексного множителя и для интенсивной помехи можно положить  $\lambda_1 \rightarrow \infty$ ,  $\lambda_2 = 0$ . Во втором случае помеховый сигнал имеет хаотическую поляризацию. В этом случае помеховые сигналы в каждом поляризационном канале являются независимыми и для интенсивной помехи можно положить  $\lambda_1 \rightarrow \infty$ ,  $\lambda_2 \rightarrow \infty$ .

## Случай круговой и линейной поляризации помехового сигнала

В первом случае матрица  $\gamma$  имеет вид

$$\gamma = \mathbf{T} \begin{pmatrix} 1-\eta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{T}^H. \quad (23)$$

Из выражения (21) следует, что в случае, когда направление на источник помехи далеко от направления на цель  $\eta \rightarrow 0$ , матрица  $\gamma \rightarrow \mathbf{I}$ . Это означает, что источник помехового сигнала не влияет на обнаружение полезного сигнала и определение его поляризации. При близком расположении направлений на источник помехового сигнала и на цель ( $\eta \rightarrow 1$ ) матрица  $\gamma \rightarrow \mathbf{T} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{T}^H$ . Как можно видеть, матрица  $\gamma$  отлична от нулевой матрицы.

Это означает, что даже при совпадении направления на цель и направления на источник помех полезный сигнал может быть обнаружен. Конкретно, полезный сигнал может быть обнаружен, если правый нижний элемент матрицы  $\mathbf{T}^H \mathbf{a} (\mathbf{S}^H \mathbf{S}) \mathbf{a}^H \mathbf{T}$  не равен нулю. Действительно, разложим решающую статистику (14) на четыре члена:

$$\ln Z = \text{sp}[\boldsymbol{\varepsilon}^H \boldsymbol{\varepsilon}] + \text{sp}[\boldsymbol{\varepsilon}^H \mathbf{a}'] + \text{sp}[\mathbf{a}'^H \boldsymbol{\varepsilon}] + \text{sp}[\mathbf{a}'^H \mathbf{a}']. \quad (24)$$

Рассмотрим последний самый существенный член выражения (24):

$$\text{sp}[\mathbf{a}'^H \mathbf{a}'] = \text{sp} \left[ \mathbf{T}^H \mathbf{a} (\mathbf{S}^H \mathbf{S}) \mathbf{a}^H \mathbf{T} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]. \quad (25)$$



Из (25) следует, что  $\text{sp}[\mathbf{a}^H \mathbf{a}']$  не равен нулю, когда правый нижний элемент матрицы  $\mathbf{T}^H \mathbf{a} (\mathbf{S}^H \mathbf{S}) \mathbf{a}^H \mathbf{T}$  не равен нулю.

Рассмотрим, например, когда сигнал помехи линейно поляризован, а поляризационный базис сигнала повернут на некоторый угол  $\alpha$  относительно исходного (см. рисунок 3). В этом случае поляризационная матрица сигнала имеет вид:

$$\mathbf{a} = g\mathbf{M}(\alpha),$$

где  $\mathbf{M}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$  - матрица поворота на угол  $\alpha$ ;

$g$  - комплексное число, определяющее амплитуду и фазу сигнала. Кроме того,  $\mathbf{T} = \mathbf{M}(\beta)$ , где  $\beta$  - угол поворота плоскости поляризации помехового сигнала относительно поляризационного базиса антенны РЛС (см. рисунок 3).

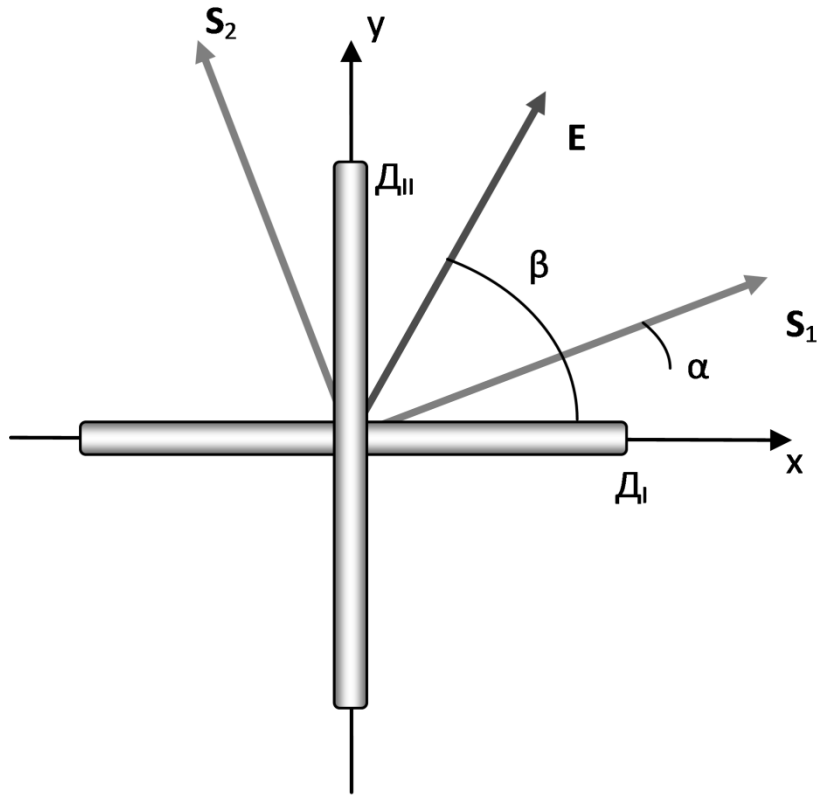


Рисунок 3. Поляризация полезного и помехового сигналов в плоскости излучающих диполей.  $S_1$ ,  $S_2$  – плоскости поляризации первого и второго сигналов;  $E$  – плоскость поляризации помехового сигнала;  $D_I$ ,  $D_{II}$  – первый и второй излучающие диполи.

Предположим также, что сигналы, излучаемые диполями ортогональны  $\mathbf{S}^H \mathbf{S} = \mathbf{I}$ . В этом случае последний член выражения (24) имеет вид:

$$\text{sp}[\mathbf{a}'^H \mathbf{a}'] = |g|^2 \text{sp} \left[ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = |g|^2. \quad (26)$$

В последнем выражении учитывалось  $\mathbf{M}^T(\beta)\mathbf{M}(\alpha) = \mathbf{M}(\alpha - \beta)$ , а также  $\mathbf{M}^T(\alpha)\mathbf{M}(\alpha) = \mathbf{I}$ . В случае отсутствия помех этот член равен

$sp[\mathbf{a}'^H \mathbf{a}'] = 2|g|^2$ . Таким образом, решающая статистика при воздействии помех уменьшается примерно в два раза по сравнению с отсутствием помех.

Из приведенных выкладок можно сделать важный вывод, что алгоритм компенсации помеховых сигналов позволяет выделять полезный сигнал даже, если направление на цель совпадает с направлением на источник помехового излучения, при условии того, что сигналы помех имеют круговую или линейную поляризацию. Это дает важное преимущество радиолокационных станций, работающих при полном поляризационном приеме перед классическими радиолокационными станциями так, как позволяет обнаруживать летательные аппараты, на которых установлен источник помехового сигнала. Однако если направление прихода полезного сигнала и направление на источник помехового сигнала совпадают (или они близки друг от друга) даже в случае, когда полезный сигнал может быть обнаружен оценка его поляризационных свойств (матрица (7)) будет искажена. Действительно, матрица (7) с учетом (12) имеет вид:

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1/2} \boldsymbol{\varepsilon} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1/2} + \mathbf{a}. \quad (27)$$

Для одного источника помех, с учетом (23), оценка поляризационной матрицы полезного сигнала имеет вид:

$$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \sqrt{1-\eta} & 1 \end{pmatrix} \mathbf{T}^H \boldsymbol{\varepsilon} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1/2} + \mathbf{a}. \quad (28)$$

При близком расположении направлений на источник помехового сигнала и на цель ( $\eta \rightarrow 1$ ) все элементы матрицы  $\mathbf{T} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\eta}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{T}^H$  стремятся к бесконечности (за исключением особых матриц  $\mathbf{T}$ , например, когда матрица  $\mathbf{T}$  есть единичная матрица), что делает оценку поляризационной матрицы полезного сигнала  $\hat{\mathbf{a}}$  (7) полностью неверной (отличной от истинной поляризационной матрицы  $\mathbf{a}$ ).

### Случай хаотической поляризации помехового сигнала

При  $\lambda_1 \rightarrow \infty$ ,  $\lambda_2 \rightarrow \infty$  с учетом (22) матрица  $\gamma$  имеет вид

$$\gamma = (1 - \eta) \mathbf{I}. \quad (29)$$

Из выражения (21) следует, что в случае, когда направление на источник помехи далеко от направления на цель  $\eta \rightarrow 0$ , матрица  $\gamma \rightarrow \mathbf{I}$ . Это означает, что источник помехового сигнала не влияет на обнаружение полезного сигнала и определение его поляризации. При близком расположении направлений на источник помехового сигнала и на цель ( $\eta \rightarrow 1$ ) матрица  $\gamma \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ . В этом случае решающая статистика (14) совпадает с решающей статистикой, когда полезный сигнал отсутствует. Последнее утверждение означает, что в случае хаотической поляризации помехового сигнала качество алгоритма определяется множителем  $1 - \eta$  и в этом отношении

совпадает с качеством алгоритма выделения сигнала в РЛС, не работающей в режиме полного поляризационного приема.

### **Выводы**

1. В рамках адаптивного байсового подхода в статье был синтезирован алгоритм обнаружения полезного сигнала на фоне сигналов активных помех при известной межканальной корреляционной матрицей помех и шумов.
2. В статье было получено аналитическое выражение для оценки эффективности алгоритма.
3. Было показано, что если сигнал активной помехи имеет круговую или линейную поляризация, то алгоритм позволяет обнаруживать полезный сигнал даже с того же направления, с которого приходит помеховый сигнал.

*Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ  
НС-6831.2016.8.*

### **Библиографический список**

1. Храбростин Б.В. Распознавание целей по результатам радиолокационных измерений в сложной помеховой обстановке // Радиотехника. 2005. №11. С. 34–39.
2. Гиголо А.И., Кузнецов Г.Ю. Решение задачи рассеяния на протяженных цилиндрических телах различного сечения // Труды МАИ, 2013, №68: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=41978>

3. Ратынский М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. - М.: Радио и связь, 2003. – 200 с.
4. Грубрин И.В., Лыгина И.Ю. Адаптивная фильтрация помех в бортовых многоканальных системах // Труды МАИ, 2013, №69: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=43335>
5. Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов. - М.: Советское радио, 1974. – 360 с.
6. Киселев А.З. Оптимальные по вероятностному критерию поляризации для обнаружения стабильной цели на фоне пассивной помехи // Радиотехника и электроника. 2003. Т 48. №11. С. 1369–1378.
7. Киселев А.З. Теория радиолокационного обнаружения на основе использования вектора рассеяния целей. - СПб.: Наука, 2005. – 295 с.
8. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. - М.: Советское радио, 1977. – 432 с.
9. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. - М.: Физматлит, 1961. - 228 с.
10. Strang G. Introduction to Linear Algebra. Wellesley: Wellesley-Cambridge Press, 2003. – 568 с.