

Научная статья
УДК 678.01
DOI: [10.34759/trd-2023-129-04](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-04)

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ СИНТЕЗА КОНСТРУКТИВНО-СИЛОВОЙ СХЕМЫ В ЗОНЕ ИЗЛОМА КРЫЛА БОЛЬШОГО УДЛИНЕНИЯ

**Кирилл Андреевич Балун¹, Юрий Олегович Соляев^{2✉},
Константин Сергеевич Голубкин³**

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора
Н.Е. Жуковского, ЦАГИ, Жуковский, Московская область, Россия

²Институт прикладной механики РАН, ИПРИМ РАН,
Москва, Россия

³ПАО ОАК ОКБ Сухого, Москва, Россия

¹kirill.balunov@tsagi.ru

²yos@iam.ras.ru ✉

³golubkinkonst@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматривается подход к проектированию подкрепленных тонкостенных конструкций, основанный на применении метода топологической оптимизации для моделей оболочек переменной толщины. Рассматривается задача выбора оптимальной конструктивно-силовой схемы в зоне излома крыла большого удлинения. Представлена формулировка задачи оптимизации и результаты расчетов для трех вариантов угла стреловидности концевой части крыла с заданной нагрузкой в виде распределенного аэродинамического давления и сосредоточенных усилий в

точках закрепления элементов механизации. Численное моделирование проводится с использованием моделей оболочек типа Миндлина-Рейсснера, локальная толщина которых определяется значениями дополнительной узловой переменной, вводимой в задачу топологической оптимизации. По результатам решения задачи оптимизации с целевой функцией в виде полной энергии деформаций определяется оптимальное распределение толщин по элементам модели при заданных ограничениях на массу конструкции и высоту ребер жесткости, возникающих в решении. Регуляризация решения обеспечивается выбором минимального размера элементов конечно-элементной сетки. Показано, что применяемая методика и результаты топологической оптимизации могут быть использованы для выбора оптимальной конфигурации силового набора подкрепленных тонкостенных конструкций, обладающих повышенной весовой эффективностью.

Ключевые слова: конструктивно-силовая схема, топологическая оптимизация, проектирование, подкрепленные панели, модели оболочек переменной толщины, зона излома крыла

Для цитирования: Балунев К.А., Соляев Ю.О., Голубкин К.С. Применение метода топологической оптимизации для синтеза конструктивно-силовой схемы в зоне излома крыла большого удлинения // Труды МАИ. 2023. № 129. DOI: [10.34759/trd-2023-129-04](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-04)

Original article

APPLICATION OF THE TOPOLOGICAL OPTIMIZATION METHOD FOR THE STRUCTURAL SYNTHESIS OF A STIFFENERS IN A KINK ZONE OF A HIGH ASPECT RATIO WING

Kirill A. Balunov¹, Yuri O. Solyaev²✉, Konstantin S. Golubkin³

¹Central Aerohydrodynamic Institute named after N.E. Zhukovsky, TsAGI, Zhukovsky, Moscow region, Russia

²Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Science, IAM RAS, Moscow, Russia

³PJSC UAC Sukhoi Design Bureau, Moscow, Russia

¹kirill.balunov@tsagi.ru

²yos@iam.ras.ru✉

³golubkinkonst@yandex.ru

Abstract. The article considers an approach to the reinforced thin-walled structures design based on the topological optimization method application for models of variable thickness shells. The authors regard the problem of the optimal structural scheme selection of stiffeners in the kink zone of a high aspect ratio wing. The authors regard the problem on the structure-force scheme selection in the fracture zone of the high-aspect-ratio wing. The article contains the optimization problem formulation and computational results for the three variants of the wingtip sweep angle with the specified loading in the form of distributed aerodynamic pressure and concentrated forces at the points of the wing mechanization elements fixing. Numerical modeling is being performed with the models of Mindlin-Reissner type shells, which thickness is being determined by the values of the additional node variable, being introduced in the topological optimization problem. Optimal

thicknesses distribution along the model elements at the specified limitations on the structure weight and stiffening fins height is being defined by the results of the optimization problem solution with the goal function in the form of the total energy of deformations, occurring in the solution. The solution regularization is being ensured by the minimum size selection of the finite element mesh elements. The article demonstrates that the applied technique and topological optimization results may be employed for optimal framing set configuration of reinforced thin-walled structures with enhanced weight effectiveness.

Keywords: structural scheme, stiffeners geometry, topology optimization, design, reinforced panels, variable thickness shell models, wing kink zone

For citation: Balunov K.A., Solyaev Yu.O., Golubkin K.S. Application of the topological optimization method for the structural synthesis of a stiffeners in a kink zone of a high aspect ratio wing. *Trudy MAI*, 2023, no. 129. DOI: [10.34759/trd-2023-129-04](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-04)

1. Введение

Разработка перспективных аэрокосмических аппаратов требует применения новых подходов к выбору оптимальных конструктивно-силовых схем для обеспечения прочности и массовой эффективности конструкций. Метод топологической оптимизации (ТО) является одним из современных проектировочных подходов, который первоначально был разработан для поиска оптимальной геометрии конструкций наибольшей жесткости при заданных ограничениях по массе [1]. В настоящее время предложено большое количество модификаций метода ТО, позволяющих дополнительно учитывать ограничения по прочности [2], устойчивости

[3], собственной частоте [4] и др. Решение задач ТО реализовано не только для условий квазистатического нагружения, но и для динамических процессов [5], для моделей аэроупругости [6], для связанных мультифизических процессов [7].

В данной работе рассматривается проблема применения метода ТО для проектирования тонкостенных подкрепленных конструкций. Такой тип конструкций наиболее часто применяется в аэрокосмических летательных аппаратах, и методам их расчета [8-10] и оптимального проектирования на основе различных подходов было посвящено большое количество исследований [11, 12]. Проблемы применения метода ТО для выбора геометрии силового набора подкрепленных конструкций рассматривались в работах [13-18]. Заметим, что стандартная формулировка метода ТО предполагает применение трехмерных (solid) моделей. Однако непосредственное использование таких моделей для подкрепленных тонкостенных конструкций может быть связано со значительными сложностями вычислительного и концептуального характера. Во-первых, применение solid моделей для тонкостенных конструкций может являться достаточно неэффективным походом с точки зрения повышения размерности задачи. Во-вторых, в решении задачи оптимизации для панелей, работающих на изгиб под внешним давлением, всегда возникают конструкции типа сэндвич-панелей (с разнесенным внешними несущими слоями [19, 20]), которые обладают наибольшим моментом инерции [11]. Модификации метода ТО для его применения к подкрепленным тонкостенным конструкциям были предложены в рамках solid-shell моделей [18] и моделей с разделенными трехмерными областями под обшивку и ребра жесткости [16]. Применение ТО для проектирования силового

набора крыла самолета, моделируемого с использованием solid элементов, рассматривалось в работе [21].

В данной работе рассматривается вариант реализации метода ТО для моделей оболочек переменной толщины (variable-thickness shells). Идея применения такого рода моделей для оптимизации подкрепленных тонкостенных конструкций была предложена достаточно давно [22-24]. Одной из основных проблем, которые возникают при решении задач оптимизации для оболочек переменной толщины, является необходимость регуляризации решений для исключения сеточной зависимости результатов расчетов (при уменьшении размера сетки, возникающие в оптимальном решении подкрепляющие элементы становятся тоньше и выше) [23, 24]. В данной работе эта проблема решается наиболее простым методом - выбором минимального размера конечных элементов модели, соответствующих ориентировочным минимально допустимым толщинам подкрепляющих элементов в конструктивно-силовой схеме (КСС) изделия. Более сложные подходы, связанные с введением дополнительных ограничений на максимальный градиент толщины оболочки или минимальное расстояние между подкрепляющими элементами, или поиск решения в классе обобщенных функций и т.д. рассматривались в работах [23-25]. Оценка эффективности оптимизации плоских подкрепленных панелей, нагруженных сосредоточенными силами, в рамках предлагаемого подхода, проводилась в работе [26].

В работах [13, 14] метод ТО для оболочек переменной толщины применялся для оптимизации ряда крупногабаритных подкрепленных конструкций, работающих в

условиях сложнапряженного состояния. В этих работах было отмечено, что для получения наиболее эффективных проектировочных решений необходимо правильно трактовать результаты ТО и, по возможности, приводить сложную «бионическую» геометрию изделия, возникающую в результате решения задачи ТО, к более простым формам, которые соответствуют современным технологическим возможностям и методам производства таких конструкций. В настоящей работе представлены результаты применения ТО для оптимизации КСС в зоне излома крыла большого удлинения. Показано, что при правильной трактовке, использование результатов ТО может быть эффективным для выбора проектировочных решений по повышению жесткости и весовой эффективности рассматриваемых элементов конструкций.

2. Формулировка задачи оптимизации

Рассматриваем оболочку переменной толщины, которая представляет собой криволинейную кусочно-гладкую поверхность Ω с границей $\partial\Omega$. В расчетах используется модель оболочек типа Миндлина-Рейсснера (с учетом податливости на трансверсальный сдвиг) в линейно упругой постановке. Предлагаемая формулировка задачи ТО для поиска оптимального расположения ребер жесткости (то есть областей с увеличенной толщиной), может быть представлена в следующем виде:

$$\min: U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (N_{\alpha\beta} \delta\varepsilon_{\alpha\beta} + M_{\alpha\beta} \delta\kappa_{\alpha\beta} + V_{\alpha} \delta\gamma_{\alpha}) A_1 A_2 ds \quad (1)$$

$$s. t.: \bar{\rho} = \frac{\int_{\Omega} \rho ds}{\int_{\Omega} ds} \leq \bar{\rho}_{max}, \quad (2)$$

$$0 \leq \rho \leq 1, \quad (3)$$

$$\mathcal{L}(N_{\alpha\beta}, M_{\alpha\beta}, V_{\alpha}, A_{\alpha}, q) = 0, \quad x_{\alpha} \in \Omega \quad (4)$$

$$N_{\alpha\beta}n_\alpha = 0, \quad M_{\alpha\beta}n_\beta = 0, \quad V_\alpha n_\alpha = 0, \quad x_\alpha \in \partial\Omega_c \quad (5)$$

$$u_\alpha = u_{\alpha 0}, \quad w = w_0, \quad \theta_\alpha = \theta_{\alpha 0}, \quad x_\alpha \in \partial\Omega_\kappa \quad (6)$$

$$\begin{Bmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \\ M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{14} & B_{11} & B_{12} & B_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{24} & B_{21} & B_{22} & B_{24} \\ A_{14} & A_{24} & A_{44} & B_{41} & B_{42} & B_{44} \\ B_{11} & B_{12} & B_{14} & D_{11} & D_{12} & D_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{24} & D_{12} & D_{22} & D_{24} \\ B_{41} & B_{42} & B_{44} & D_{14} & D_{24} & D_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}^0 \\ \varepsilon_{22}^0 \\ 2\varepsilon_{12}^0 \\ \kappa_{11} \\ \kappa_{22} \\ 2\kappa_{12} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{55} & S_{56} \\ S_{56} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$A_{ij} = I_{ij}^{(0)}, \quad B_{ij} = I_{ij}^{(1)} - e I_{ij}^{(0)},$$

$$D_{ij} = I_{ij}^{(2)} - e I_{ij}^{(1)} + e^2 I_{ij}^{(0)}, \quad S_{ij} = \frac{(h(\rho))^2 J_{ij}}{J_{55}J_{66} - J_{56}^2} \quad (8)$$

$$I_{ij}^{(k)} = \int_0^{h(\rho)} C_{ij} z^k dz, \quad (k = 0,1,2), \quad J_{ij} = \int_0^{h(\rho)} \frac{C_{ij}}{C_{55}C_{66} - C_{56}^2} dz$$

$$h(\rho) = h_0 + h_{max}\rho \quad (9)$$

где “min” означает, что проводится минимизация целевой функции – полной энергии деформаций оболочки U ; “s.t.” (subject to, «при условии») – перечень условий, при которых ищется минимум целевой функции, $\rho(x_\alpha)$ – функция фиктивной плотности (переменная задачи оптимизации), $\bar{\rho}_{max}$ – ограничение на значение средней плотности $\bar{\rho}$; x_α – координаты, вводимые на рассматриваемой поверхности Ω (все индексы изменяются от 1 до 2); $N_{\alpha\beta}$, $M_{\alpha\beta}$, V_α – погонные усилия, изгибающие моменты и перерезывающие усилия, действующие в оболочке, соответственно; $\varepsilon_{\alpha\beta}^0$, $\kappa_{\alpha\beta}$, γ_α – деформации нейтральной (отсчетной) плоскости, кривизны и углы сдвига, соответственно, вычисляемые с учетом местной кривизны поверхности Ω ; u_α – тангенциальные перемещения; θ_α – углы поворота нормалей; w – прогибы; q – нормальная нагрузка на поверхности оболочки; $\mathcal{L}(N_{\alpha\beta}, M_{\alpha\beta}, V_\alpha, A_\alpha, q)$ – стандартный оператор, отвечающий уравнениям равновесия рассматриваемой теории оболочек (см., например [27]); A_α – коэффициенты первой фундаментальной формы

поверхности Ω ; n_α – компоненты внешней единичной нормали к границе $\partial\Omega$; A_{ij} , B_{ij} , D_{ij} , S_{ij} – мембранные, смешанные, изгибные и сдвиговые коэффициенты жесткости, которые рассчитываются через вспомогательные коэффициенты $I_{ij}^{(k)}$, J_{ij} , вычисляемые с учетом зависимости толщины оболочки от фиктивной функции плотности $h(\rho)$; C_{ij} – компоненты тензора модулей упругости (в нотации Фойгта) для материала оболочки; z – координата в направлении толщины пластины, отсчитываемая от ее нижней поверхности; по повторяющимся индексам предполагается суммирование; запятой в индексах обозначена производная по соответствующим координатам.

Постановка задачи (1)-(9) предполагает поиск оптимального распределения функции плотности ρ в заданной области Ω , такое что, полная энергия деформаций оболочки U при заданных нагрузках и условиях закрепления будет минимальной, а среднее значение плотности $\bar{\rho}$ (то есть доля объема, занятого материалом) не превышает заданное максимальное значение $\bar{\rho}_{max}$ (2). Перемещения и напряженно-деформированное состояние оболочки в области Ω определяются на основе решения уравнений равновесия (4) с учетом статических и кинематических граничных условий (5), (6) и физических соотношений (7), (8). Локальная (местная) толщина оболочки определяется значением фиктивной плотности ρ через выражение (9), в котором h_0 обозначает минимальную толщину оболочки (обшивка), а h_{max} обозначает максимальную толщину (высота ребер жесткости).

Решение задачи (1)-(9) выполнялось в системе Comsol с использованием метода конечных элементов в геометрически линейной формулировке и в предположении

малых прогибов. Использовался стандартный интерфейс Shell, в котором толщина оболочки задавалась через соотношение (9). Введение дополнительной узловой переменной (фиктивной плотности) выполнялось с использованием функции Density Model. Условия задачи оптимизации задавались через интерфейс Optimization, а ее решение находилось с использованием метода двужущихся асимптот (ММА) [28]. Целевая функция нормировалась на ее значение, определяемое на первом шаге решения задачи оптимизации. Значение параметра чувствительности (tolerance) задавалось равным 0.001. Максимальное количество шагов в задаче оптимизации составляло 200.

Для задания начального распределения плотности (толщины оболочки) использовались два подхода. Во-первых, рассматривался вариант начальных условий, при которых толщина всех конечных элементов модели одинакова и соответствует $\rho = 0.5$. Во-вторых, рассматривался вариант расчета, в котором начальное распределение толщин неравномерное и соответствует стандартному расположению элементов КСС рассматриваемой конструкции.

3. Геометрия модели и нагрузки

Объектом проводимых тестовых оптимизационных расчетов является КСС концевой части крыла большого удлинения среднемагистрального пассажирского самолета. Рассматривается три варианта геометрии с углами стреловидности концевой части 21, 31 и 42 град. (рис. 1а). Таким образом, рассматривается два варианта геометрии с изломом (21, 42 град.) и стандартная геометрия без излома (31

град.). Результаты параметрической оптимизации рассматриваемого изделия были представлены ранее в работах [29, 30].

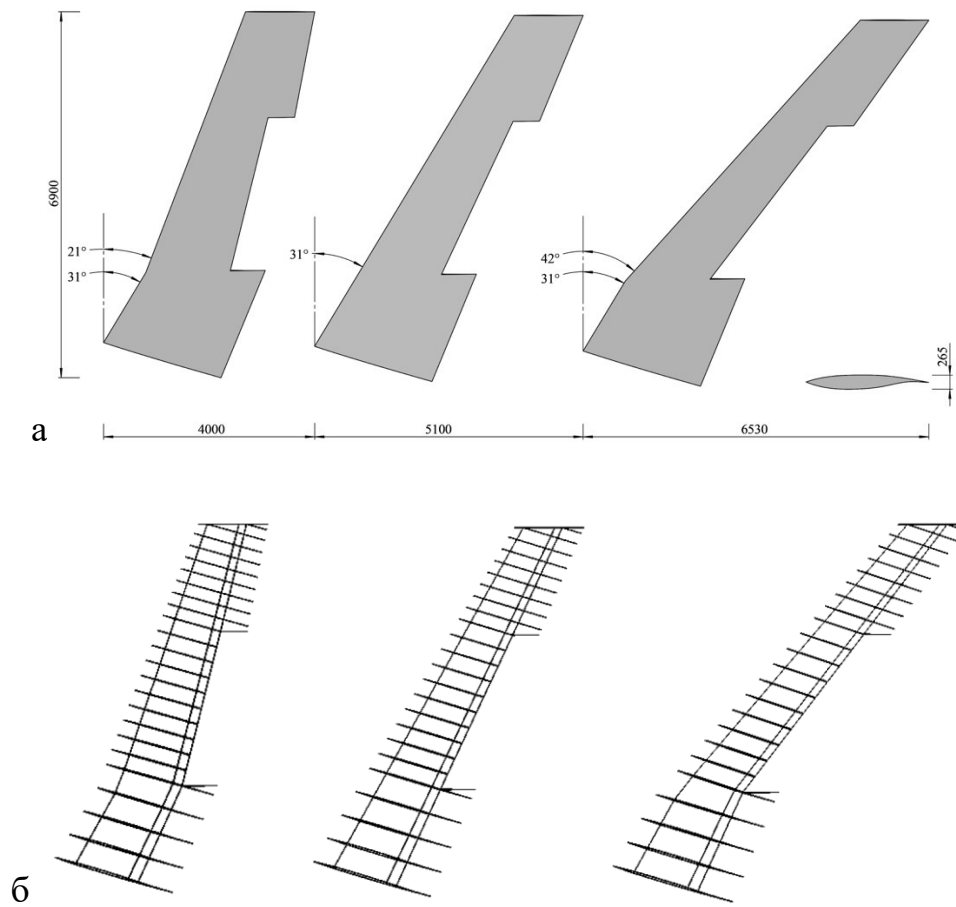


Рис. 1. Внешняя геометрия концевой части крыла (а) и расположение элементов силового набора в стандартных КСС (б)

Задачей проводимых расчетов является оценка возможности оптимизации геометрии силового набора с целью снижения массы конструкции при сохранении параметров жесткости. В стандартных вариантах конструкции предполагается использование КСС кессонного типа, состоящей из двух лонжеронов и задней стенки, траектории которых повторяют внешние очертания крыла, а также из набора нервюр, располагаемых перпендикулярно условной оси жесткости концевой части крыла (рис.

1б). По результатам моделирования предполагается получить рекомендации по оптимизации КСС в зоне излома крыла.

Для решения задачи ТО проводилась подготовка модели изделия, которая предполагала полное удаление элементов силового набора и построение гладкой оболочки, соответствующей внешним очертаниям исходной геометрии (рис. 2а, б). Модель оболочки разбивалась элементами второго порядка типа shell с максимальным размером грани не более 2 мм (рис. 2в).

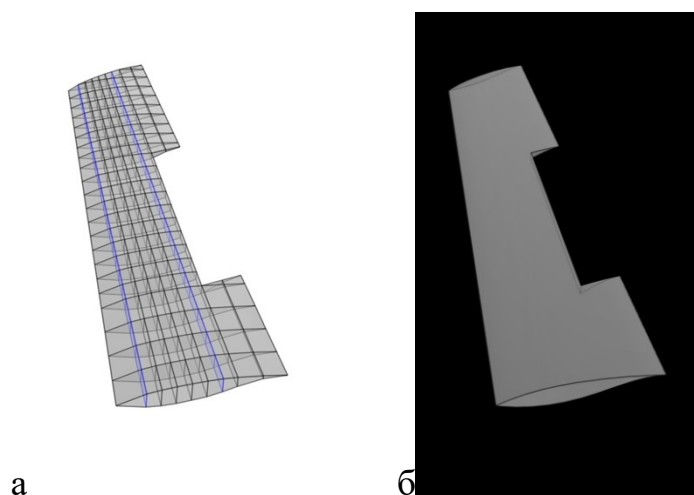


Рис. 2. Пример исходной модели с элементами силового набора (а) и модели в виде кусочно-гладкой оболочки, подготовленной для проведения ТО (б)

В качестве нагрузки задавалось давление на всей внешней поверхности модели, распределенное по приближенному закону, соответствующему реальному распределению аэродинамического давления (с треугольным профилем давления по хорде и эллиптическим – вдоль размаха крыла), а также сосредоточенные усилия в точках закрепления элерона (рис. 3). Максимальная амплитуда давления составляла 0.1 МПа. Сосредоточенные усилия составляли 1000 Н. Закрепления в виде запрета

смещений и углов поворота задавались в торцевых сечениях лонжеронов (в зоне сопряжения с отсеченной частью крыла).

В расчетах задавались одинаковые свойства материала для всех элементов модели, соответствующие условному конструкционному алюминиевому сплаву (модуль Юнга 70 ГПа, коэффициент Пуассона 0.33). Минимальная толщина оболочки задавалась равной $h_0 = 1$ мм, максимальная высота ребер жесткости $h_{max} = 30$ мм. Значение средней плотности (доля оставляемого материала от максимально возможного) составляло $\bar{\rho}_{max} = 0.05$. В качестве области, в которой проводится оптимизация (Ω), выбирались верхняя и нижняя поверхности крыла. Для торцевых нервюр и вертикальных стенок в зоне установки элерона задавалась постоянная толщина 3 мм.

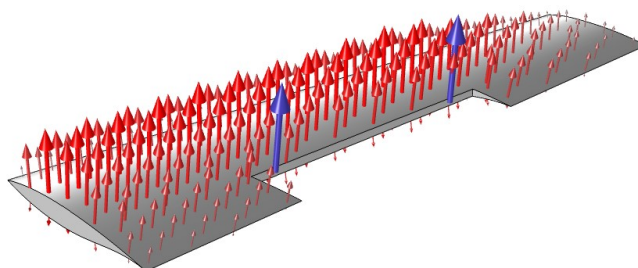


Рис. 3. Нагрузки, задаваемые в задаче оптимизации – аэродинамическое давление (красные стрелки) и сосредоточенные усилия (синие стрелки)

4. Результаты решения задачи топологической оптимизации и их трактовка

Результаты решения задачи оптимизации для трех вариантов геометрии концевой части крыла с начальными условиями, соответствующими оболочке

постоянной толщины, представлены на рис. 4. Здесь цветом показано установленное оптимальное распределение толщин на верхней (красный цвет) и на нижней (синий цвет) панелях крыла. Зоны, выделенные наиболее ярки цветом, соответствуют максимальной местной толщине оболочки, то есть зонам расположения подкрепляющих элементов.

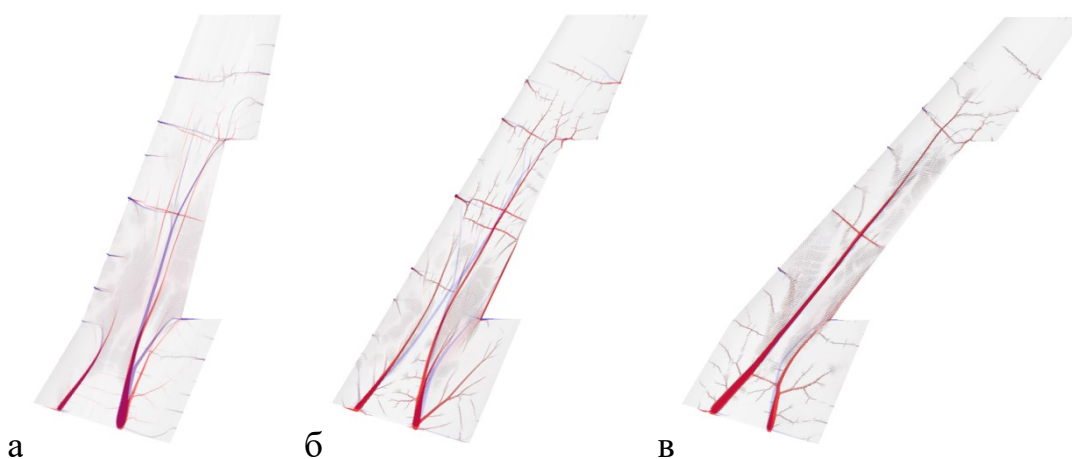


Рис. 4. Результаты решения задачи ТО для зоны излома концевой части крыла, а – модель 21 град., б – модель 31 град., в – модель 42 град. Синий/красный цвета – расположение ребер жесткости (увеличенной толщины оболочки) на нижней/верхней панелях крыла. Начальные условия – равномерная толщина оболочки в зоне оптимизации.

Как следует из представленных результатов, алгоритм ТО «находит» расположение как продольных, так и поперечных элементов силового набора. Во всех результатах на рис. 4. присутствует по два наиболее массивных продольных ребра жесткости, которые возникают, как на нижней, так и на верхней поверхностях крыла. Эти элементы можно трактовать, как лонжероны, присутствующие в «кессонной»

КСС. Алгоритм ТО создает эти элементы криволинейной формы таким образом, чтобы большая часть массивных силовых элементов оказывалась расположенной в зоне действия максимального давления, пренебрегая при этом снижением жесткости крыла на кручение (см. рис. 3). Поперечный силовой набор («нервюры») возникают в разреженном виде, по сравнению со стандартной КСС, так как в рассмотренной задаче ТО не учитываются условия по местной потере устойчивости. Эти условия могут быть дополнительно введены в алгоритм [15].

Решение задачи ТО для условий сложнапряженного состояния и для тел сложной формы практически всегда не является единственным. В частности, это решение зависит от начальных условий. На рис. 5 представлен результат оптимизации, полученный для рассматриваемых задач с начальными условиями, соответствующими расположению лонжеронов в стандартной КСС. Видно, что полученные решения на рис. 5 отличаются от рис. 4, где алгоритм ТО не был «проинформирован» о стандартной КСС. В результатах на рис. 5 решение ТО частично сохраняет тонкие протяженные стенки стандартных лонжеронов вблизи зоны закрепления, но обрывает их в слабо нагруженной части крыла вблизи законцовки. Сэкономленный таким образом материал расходуется далее для создания дополнительных «подкосных балок» и разветвленных тонких элементов, которые можно трактовать как «стрингерный набор».

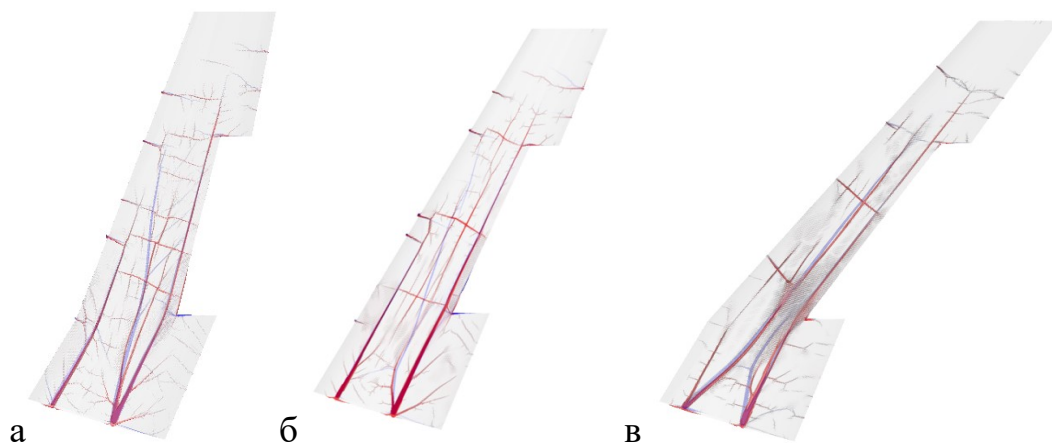


Рис. 5. Результаты решения задачи ТО для зоны излома концевой части крыла, а – модель 21 град., б – модель 31 град., в – модель 42 град. Начальные условия заданы в соответствии с расположением лонжеронов в стандартной КСС.

Заметим, что некоторые решения задачи ТО даже при достаточно большом количестве итераций (до 200) могут содержать шумы и локально увеличенную среднюю толщину обшивки («размазанную», но не превращенную в тонкие ребра жесткости, рис. 4в, 5в). Этот эффект, по-видимому, может быть отчасти устранен выбором настроек метода ТО и изменением функции аппроксимации толщины (9). Вероятной причиной увеличения средней толщины обшивки в решении на рис. 4в и 5в может являться концентрация напряжений, которая может распространяться на достаточно большой объем материала вблизи зоны выреза под элерон. Поэтому для дальнейшего улучшения решения можно удалять эти зоны из области, в которой проводится топологическая оптимизация.

Полученные решения задачи ТО могут быть использованы для оптимизации КСС рассматриваемой конструкции. Однако, непосредственное их использование затруднительно, по крайней мере потому, что полученные бионические структуры

ребер жесткости имеют достаточно сложную геометрию и их непосредственное изготовление возможно только с применением методов аддитивного производства на небольших моделях. В целом, получаемые решения являются некоторым приближением – на данном этапе проводимых расчетов они не учитывают требований по устойчивости, аэроупругости, технологии производства и др. Возникающие ребра жесткости не связывают верхнюю и нижнюю панели крыла и не создают замкнутый контур, необходимый для повышения сопротивления на кручение. Тем не менее, полученные результаты можно использовать в качестве подсказки для поиска рациональных КСС.

Варианты наиболее простой трактовки полученных результатов представлены на рис. 6 (без изменения нервюр). Здесь синим цветом показаны дополнительные и модифицированные траектории расположения продольных подкрепляющих элементов, которые предложено рассмотреть в структуре КСС. Во всех моделях добавлены подкосные балки, идущие перпендикулярно к направлению полета. Эти подкосы в том или ином виде возникают в решениях задачи ТО (рис. 4, 5) и представляется интересным проверить эффективность их работы в составе стандартной КСС. В модели 42 град. дополнительно выпрямлен передний лонжерон в соответствии с результатами ТО (рис. 4в, 5в), где соответствующее ребро жесткости не повторяет контуры крыла, но проходит без излома через всю модель.

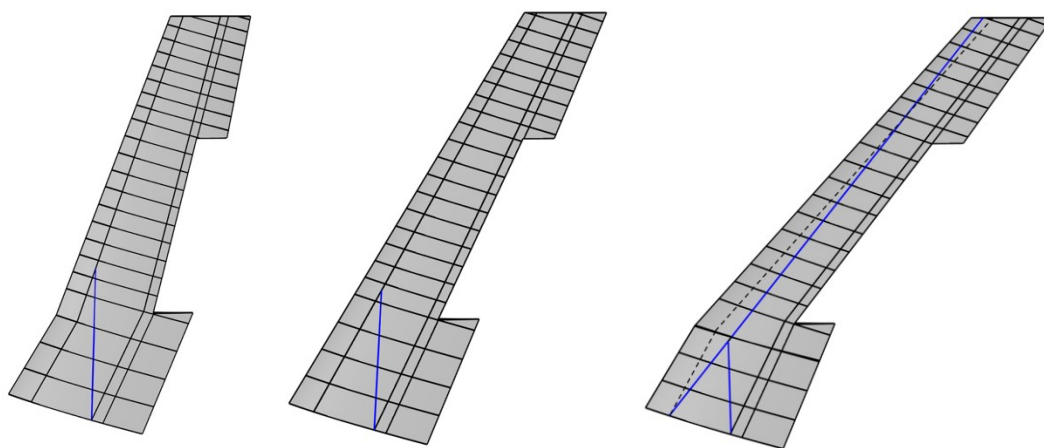


Рис. 6. Модифицированные варианты стандартных КСС, предложенные по результатам ТО. Синий цвет – модифицированные и добавленные элементы продольного силового набора (подкосные балки и лонжерон). Пунктир – расположение лонжерона в исходной геометрии

Были сопоставлены параметры жесткости исходной (рис. 1б) и модифицированной (рис. 6) КСС. Для этого проводился расчет, в котором задавались нагрузки и закрепления таким же образом, как и в задаче оптимизации. Толщина обшивки задавалась равной 1 мм. Для элементов силового набора задавались толщины 1 мм или 3 мм (два варианта расчета). Результаты сопоставления КСС представлены в Таблице 1. Здесь представлены значения и изменения в процентах массы конструкции, максимальных прогибов (на конце крыла), полной энергии деформаций модели и угла закручивания концевого сечения. Видно, что все модифицированные варианты оказываются тяжелее, так как в них добавлены новые элементы силового набора. Однако, выигрыш по жесткости может быть более существенным, что позволяет говорить о повышении весовой эффективности конструкции и возможности уменьшения толщин основных силовых элементов при

сохранении ее исходной жесткости (выбор этих редуцируемых силовых элементов является предметом следующего этапа проектирования).

Таблица 1. Результаты ТО

Модель	Тип КСС	Масса, кг	Максимальные перемещения, мм	Энергия деформаций, Дж	Максимальный угол закручивания, рад
21 град., 3 мм*	исходная	108.5	1117	8850	0.493
	измененная	112.95	991	7658	0.447
	различие	+4.1%	-12.7%	-15.6%	-10.3%
21 град., 1 мм*	исходная	80.53	1302.8	10551	0.57
	измененная	82	1301.3	10519	0.52
	различие	+1.83%	-0.12%	-0.3%	-9.6%
31 град., 3 мм*	исходная	108.41	1292.2	9780.3	0.382
	измененная	112.65	1165.3	8576.7	0.36
	различие	+3.91%	-11%	-14.1%	-6.2%
31 град., 1 мм*	исходная	80.72	1613	12734	0.57
	измененная	82.14	1506	11679	0.63
	различие	+1.76%	-7.1%	-9%	+10.5%
42 град., 3 мм*	исходная	112.4	2055	17337	0.435
	измененная	115.32	1892.4	15498	0.407
	различие	+2.6%	-8.6%	-12%	-7%
42 град., 1 мм*	исходная	80.6	2573	22385	0.72
	измененная	82.3	2421	20647	0.53
	различие	+2.1%	-6.3%	-8.42%	-35%

*указана толщина лонжеронов и подкосных балок.

При использовании более массивных элементов силового набора с толщиной 3 мм все модифицированные КСС обладают заметно более высокой жесткостью, по сравнению со стандартной. Выигрыш по энергии и по перемещениям может достигать 10-15 %. При использовании более тонкостенных силовых элементов

(толщиной 1 мм) прирост массы в модифицированных КСС снижается, однако и выигрыш оказывается несколько менее значительным. Например, для модели 31 град. при повышении массы на 1.76% получаем снижение прогибов на 7.1%. Интересно отметить, что для этой модели угол закручивания возрастает (на 10%), что, вообще говоря, может быть преимуществом такой КСС с точки зрения сброса аэродинамических нагрузок концевыми сечениями стреловидного крыла большого удлинения.

Пример деформированного состояния модели 31 град. с исходной и модифицированной КСС показана на рис. 7. Здесь цветом показаны прогибы в модели при заданных нагрузках. Абсолютные значения прогибов не являются существенными, так как они пропорциональны нагрузке и расчет проводился в линейном приближении. Видно, что в оптимизированной КСС прогибы снижаются. Присутствие дополнительного подкоса видно в деформированном состоянии панелей крыла вблизи корневой зоны закрепления модели.

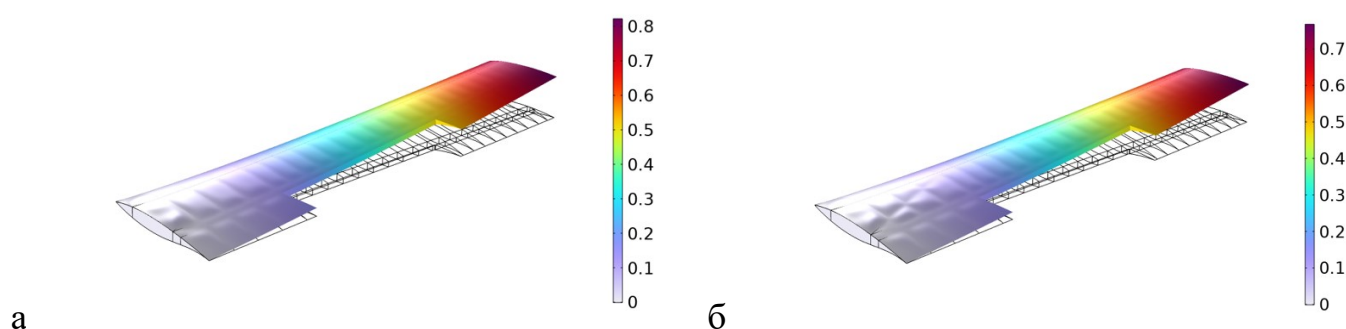


Рис. 7. Пример деформированного состояния моделей 31 град. с исходной (а) и модифицированной (б) КСС. Цветом показано распределение прогибов в метрах.

5. Выводы

В работе представлена формулировка и примеры применения метода ТО для моделей оболочек переменной толщины. Рассмотрены задачи оптимизации КСС в зоне излома крыла большого удлинения. Показано, что результаты ТО могут быть использованы для повышения весовой эффективности КСС. Правильная трактовка результатов ТО может быть полезной при выборе оптимальных траекторий элементов силового набора. Для рассмотренных вариантов конструкций получен выигрыш по параметрам жесткости в пределах 10-15% при незначительном повышении массы изделия на 1.5-4%, что позволяет говорить о возможности сохранения исходных жесткостных параметров конструкции (для сохранения аэроупругих характеристик) при снижении ее массы за счет возможного уменьшения толщины основных несущих элементов. Установлено, что более существенный выигрыш по результатам оптимизации может быть получен при рассмотрении подкрепленных конструкций, в которой основные нагрузки воспринимают элементы силового набора, а обшивка обладает минимальной толщиной.

Список литературы

1. Bendsøe M, Sigmund O Topology optimization: theory, methods, and applications. Springer, 2003, 370 p.

2. Wang C. et al. Structural topology optimization considering both performance and manufacturability: strength, stiffness, and connectivity // Structural and Multidisciplinary Optimization, 2021, vol. 63 (3), pp. 1427-1453. DOI:[10.1007/s00158-020-02769-z](https://doi.org/10.1007/s00158-020-02769-z)
3. Ferrari F., Sigmund O. Revisiting topology optimization with buckling constraints // Structural and Multidisciplinary Optimization, 2019, vol. 59, no. 5, pp. 1401-1415. DOI:[10.1007/s00158-019-02253-3](https://doi.org/10.1007/s00158-019-02253-3)
4. Picelli R., Vicente W.M., Pavanello R., & Xie Y.M. Evolutionary topology optimization for natural frequency maximization problems considering acoustic–structure interaction // Finite Elements in Analysis and Design, 2015, vol. 106, pp. 56–64. DOI: [10.1016/j.finel.2015.07.010](https://doi.org/10.1016/j.finel.2015.07.010)
5. Yun K.-S., Youn S.-K. Microstructural topology optimization of viscoelastic materials of damped structures subjected to dynamic loads // International Journal of Solids and Structures, 2018, vol. 147, pp. 67–79. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2018.04.022
6. Kambampati S., Townsend S., Kim, H.A. Aeroelastic Level Set Topology Optimization for a 3D Wing // 2018 AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2018. DOI: 10.2514/6.2018-2151
7. Gao T., Xu P., Zhang W. Topology optimization of thermo-elastic structures with multiple materials under mass constraint // Computers & Structures, 2016, vol. 173, pp. 150-160. DOI: [10.1016/j.apm.2021.11.008](https://doi.org/10.1016/j.apm.2021.11.008)
8. Егоров И.А. Учёт пластических деформаций при проектировании отсеков вафельного типа // Труды МАИ. 2022. № 122. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=164103>. DOI: [10.34759/trd-2022-122-04](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-04)

9. Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Сысоев Е.О., Журавлева Е.В. Моделирование колебаний тонкостенной цилиндрической оболочки при равномерном температурном воздействии при вариационной постановке задачи // Труды МАИ. 2021. № 117. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=122228>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-03](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-03)
10. Низаметдинов Ф.Р., Сорокин Ф.Д., Иванников В.В. Разработка конечного элемента оболочки для моделирования больших перемещений элементов конструкций летательных аппаратов // Труды МАИ. 2019. № 109. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=111337>. DOI: [10.34759/trd-2019-109-2](https://doi.org/10.34759/trd-2019-109-2)
11. Лизин В.Т., Пяткин В.А. Проектирование тонкостенных конструкций. – М.: Машиностроение, 2003. – 448 с.
12. Zhao X. et al. Simultaneous outline shape and size optimization for stiffeners in practical engineering structures // Acta Astronautica, 2022, vol. 191, pp. 216-226. DOI:[10.1016/j.actaastro.2021.10.003](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.10.003)
13. A. Dugr' e, A. Vadean. et al. Challenges of using topology optimization for the design of pressurized stiffened panels // Structural and Multidisciplinary Optimization, 2016, vol. 53 (2), pp. 303–320. DOI:[10.1007/s00158-015-1321-1](https://doi.org/10.1007/s00158-015-1321-1)
14. M Rais-Rohani, J Lokits. Reinforcement layout and sizing optimization of composite submarine sail structures // Structural and Multidisciplinary Optimization, 2007, vol. 34(1), pp. 75–90. DOI:[10.1007/s00158-006-0066-2](https://doi.org/10.1007/s00158-006-0066-2)
15. Gamache J.F. et al. On generating stiffening layouts with density-based topology optimization considering buckling // CEAS Aeronautical Journal, 2021, vol. 12, no. 4, pp. 863-877. DOI:[10.1007/s13272-021-00546-2](https://doi.org/10.1007/s13272-021-00546-2)

16. Ma J. et al. Topology optimization of ribbed slabs and shells // Engineering Structures, 2023, vol. 277, pp. 115454. DOI:[10.1016/j.engstruct.2022.115454](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.115454)
17. Guy Bouchitt, Ilaria Fragal`a, Pierre Seppecher. Structural optimization of thin elastic plates: the three dimensional approach // Archive for rational mechanics and analysis, 2011, vol. 202(3), pp. 829-874. DOI:[10.1007/s00205-011-0435-x](https://doi.org/10.1007/s00205-011-0435-x)
18. Erik A Traff, Ole Sigmund, Niels Aage. Topology optimization of ultra high resolution shell structures // Thin-Walled Structures, 2021, vol. 160, pp. 107349. DOI:[10.1016/j.tws.2020.107349](https://doi.org/10.1016/j.tws.2020.107349)
19. Haidong Lin, An Xu, Anil Misra, Ruohong Zhao. An ansys apdl code for topology optimization of structures with multi-constraints using the beso method with dynamic evolution rate (der-beso) // Structural and Multidisciplinary Optimization, 2020, vol. 62(4), pp. 2229–2254. DOI:[10.1007/s00158-020-02588-2](https://doi.org/10.1007/s00158-020-02588-2)
20. Ivan Giorgio. Lattice shells composed of two families of curved kirchhoff rods: an archetyp-*al example, topology optimization of a cycloidal metamaterial // Continuum Mechanics and Thermodynamics, 2021, vol. 33(4), pp. 1063–1082. DOI:[10.1007/s00161-020-00955-4](https://doi.org/10.1007/s00161-020-00955-4)
21. Aage N. et al. Giga-voxel computational morphogenesis for structural design // Nature, 2017, vol. 550, no. 7674, pp. 84-86. DOI:[10.1038/nature23911](https://doi.org/10.1038/nature23911)
22. Лурье К.А., Черкаев А.В. О применении теоремы Прагера к задаче оптимального проектирования тонких пластин // Известия РАН. Механика твердого тела. 1976. № 6. С. 157-159.

23. Julio Munoz and Pablo Pedregal. A review of an optimal design problem for a plate of variable thickness // SIAM journal on control and optimization, 2007, vol. 46(1), pp. 1-13. DOI:[10.1137/050639569](https://doi.org/10.1137/050639569)
24. Keng-Tung Cheng, Niels Olhoff. An investigation concerning optimal design of solid elastic plates // International Journal of Solids and Structures, 1981, vol. 17(3), pp. 305–323. DOI:[10.1016/0020-7683\(81\)90065-2](https://doi.org/10.1016/0020-7683(81)90065-2)
25. Y. Lam, S. Santhikumar. Automated rib location and optimization for plate structures // Structural and multidisciplinary optimization, 2003, vol. 25 (1), pp. 35– 45. DOI:[10.1007/s00158-002-0270-7](https://doi.org/10.1007/s00158-002-0270-7)
26. Чжо Ёе Ко, Соляев Ю.О. Топологическая оптимизация подкрепленных панелей, нагруженных сосредоточенными силами // Труды МАИ. 2021. № 120. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=161420>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-07](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-07)
27. Vasiliev V.V., Morozov E.V. Advanced mechanics of composite materials and structures, Elsevier, 2018.
28. Svanberg K. The method of moving asymptotes – a new method for structural optimization // International journal for numerical methods in engineering, 1987, vol. 24, no. 2, pp. 359-373. DOI:[10.1002/NME.1620240207](https://doi.org/10.1002/NME.1620240207)
29. Balunov K, Chedrik V, Ishmuratov F, Karkle P. Aeroelastic optimization of wing shape and structural parameters for different aircraft configurations // 15th International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, IFASD 2015, Saint Petersburg, 2015, pp. 794-805.

30. Balunov K, Chedrik V, Ishmuratov F. Structural design of wing tip part from aeroelasticity consideration // 17th International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, IFASD 2017, Como, Italy, 2017.

References

1. Bendsøe M, Sigmund O *Topology optimization: theory, methods, and applications*, Springer, 2003, 370 p.
2. Wang C. et al. Structural topology optimization considering both performance and manufacturability: strength, stiffness, and connectivity, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2021, vol. 63 (3), pp. 1427-1453. DOI:10.1007/s00158-020-02769-z
3. Ferrari F., Sigmund O. Revisiting topology optimization with buckling constraints, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2019, vol. 59, no. 5, pp. 1401-1415. DOI:10.1007/s00158-019-02253-3
4. Picelli R., Vicente W.M., Pavanello R., & Xie Y.M. Evolutionary topology optimization for natural frequency maximization problems considering acoustic–structure interaction, *Finite Elements in Analysis and Design*, 2015, vol. 106, pp. 56–64. DOI: 10.1016/j.finel.2015.07.010
5. Yun K.-S., Youn S.-K. Microstructural topology optimization of viscoelastic materials of damped structures subjected to dynamic loads, *International Journal of Solids and Structures*, 2018, vol. 147, pp. 67–79. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2018.04.022

6. Kambampati S., Townsend S., Kim, H.A. Aeroelastic Level Set Topology Optimization for a 3D Wing, *2018 AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, 2018. DOI: 10.2514/6.2018-2151
7. Gao T., Xu P., Zhang W. Topology optimization of thermo-elastic structures with multiple materials under mass constraint, *Computers & Structures*, 2016, vol. 173, pp. 150-160. DOI: 10.1016/j.apm.2021.11.008
8. Egorov I.A. *Trudy MAI*, 2022, no. 122. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=164103>. DOI: 10.34759/trd-2022-122-04
9. Sysoev O.E., Dobryshkin A.Yu., Sysoev E.O., Zhuravleva E.V. *Trudy MAI*, 2021, no. 117. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=122228>. DOI: 10.34759/trd-2021-117-03
10. Nizametdinov F.R., Sorokin F.D., Ivannikov V.V. *Trudy MAI*, 2019, no. 109. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=111337>. DOI: 10.34759/trd-2019-109-2
11. Lizin V.T., Pyatkin V.A. *Proektirovanie tonkostennykh konstruktsii* (Design of thin-walled structures. Tutorial), Moscow, Mashinostroenie, 2003, 448 p.
12. Zhao X. et al. Simultaneous outline shape and size optimization for stiffeners in practical engineering structures, *Acta Astronautica*, 2022, vol. 191, pp. 216-226. DOI: 10.1016/j.actaastro.2021.10.003
13. A. Dugr'e, A. Vadean. et al. Challenges of using topology optimization for the design of pressurized stiffened panels, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2016, vol. 53 (2), pp. 303–320. DOI:10.1007/s00158-015-1321-1

14. M Rais-Rohani, J Lokits. Reinforcement layout and sizing optimization of composite submarine sail structures, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2007, vol. 34(1), pp. 75–90. DOI:10.1007/s00158-006-0066-2
15. Gamache J.F. et al. On generating stiffening layouts with density-based topology optimization considering buckling, *CEAS Aeronautical Journal*, 2021, vol. 12, no. 4, pp. 863-877. DOI:10.1007/s13272-021-00546-2
16. Ma J. et al. Topology optimization of ribbed slabs and shells, *Engineering Structures*, 2023, vol. 277, pp. 115454. DOI:10.1016/j.engstruct.2022.115454
17. Guy Bouchitt, Ilaria Fragal`a, Pierre Seppecher. Structural optimization of thin elastic plates: the three dimensional approach, *Archive for rational mechanics and analysis*, 2011, vol. 202(3), pp. 829-874. DOI:10.1007/s00205-011-0435-x
18. Erik A Traff, Ole Sigmund, Niels Aage. Topology optimization of ultra high resolution shell structures *Thin-Walled Structures*, 2021, vol. 160, pp. 107349. DOI:10.1016/j.tws.2020.107349
19. Haidong Lin, An Xu, Anil Misra, Ruohong Zhao. An ansys apdl code for topology optimization of structures with multi-constraints using the beso method with dynamic evolution rate (der-beso), *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2020, vol. 62(4), pp. 2229–2254. DOI:10.1007/s00158-020-02588-2
20. Ivan Giorgio. Lattice shells composed of two families of curved kirchhoff rods: an archetyp-*al example, topology optimization of a cycloidal metamaterial, *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 2021, vol. 33(4), pp. 1063–1082. DOI:10.1007/s00161-020-00955-4

21. Aage N. et al. Giga-voxel computational morphogenesis for structural design, *Nature*, 2017, vol. 550, no. 7674, pp. 84-86. DOI:10.1038/nature23911
22. Lur'e K.A., Cherkaev A.V. *Izvestiya RAN. Mekhanika tverdogo tela*, 1976, no. 6, pp. 157-159.
23. Julio Munoz and Pablo Pedregal. A review of an optimal design problem for a plate of variable thickness, *SIAM journal on control and optimization*, 2007, vol. 46(1), pp. 1-13. DOI:10.1137/050639569
24. Keng-Tung Cheng, Niels Olhoff. An investigation concerning optimal design of solid elastic plates, *International Journal of Solids and Structures*, 1981, vol. 17(3), pp. 305–323. DOI:10.1016/0020-7683(81)90065-2
25. Y. Lam, S. Santhikumar. Automated rib location and optimization for plate structures, *Structural and multidisciplinary optimization*, 2003, vol. 25 (1), pp. 35– 45. DOI:10.1007/s00158-002-0270-7
26. Chzho Ie Ko, Solyaev Yu.O. *Trudy MAI*, 2021, no. 120. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=161420>. DOI: 10.34759/trd-2021-120-07
27. Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced mechanics of composite materials and structures*, Elsevier, 2018.
28. Svanberg K. The method of moving asymptotes – a new method for structural optimization, *International journal for numerical methods in engineering*, 1987, vol. 24, no. 2, pp. 359-373. DOI:10.1002/NME.1620240207
29. Balunov K, Chedrik V, Ishmuratov F, Karkle P. Aeroelastic optimization of wing shape and structural parameters for different aircraft configurations, *15th International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics*, IFASD 2015, Saint Petersburg, 2015, pp. 794-805.

30. Balunov K, Chedrik V, Ishmuratov F. Structural design of wing tip part from aeroelasticity consideration, *17th International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics*, IFASD 2017, Como, Italy, 2017.

Статья поступила в редакцию 05.03.2023

Одобрена после рецензирования 10.03.2023

Принята к публикации 27.04.2023

The article was submitted on 05.03.2023; approved after reviewing on 10.03.2023; accepted for publication on 27.04.2023