

УДК 004.657

Оптимизация числа процессоров при выполнении вложенных запросов

Брехов О.М.*, Тан Хлаинг Мьинт**

¹Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

²Академия обороны, Пьи У Лин, Республика Союза Мьянма

**e-mail: obrekhov@mail.ru*

***e-mail: hlaing82@gmail.com*

Аннотация

В данной работе в отличие от работы [3], в которой предложен план оптимизации по времени выполнения конъюнктивных вложенных запросов при обращении к однопроцессорной базе данных на основе упорядочивания элементарных запросов, развита методика формирования плана оптимизации на случай обработки вложенных запросов многопроцессорными базами данных. Предложенная методика использует доказанное здесь следующее утверждение. В многопроцессорной базе данных минимальное время выполнения вложенного запроса для упорядоченных или неупорядоченных данных таблиц достигается при совместной обработке i -ым ($i = 1, \dots, r$) процессором объединенного множества элементарных запросов всех таблиц, образующих вложенный запрос. При этом элементарные запросы

распределяются по процессорам с номерами i , $2r + 1 - i$, $2r + i$, $4r + 1 - i$, $4r + i$, $6r + 1 - i$, $6r + i$, ... в порядке, определяемым условиями [1,2]. На основании полученных результатов определяется минимальное число процессоров, при котором достигается минимальное время выполнения вложенного запроса.

Ключевые слова: базы данных, многопроцессорная ВС, вложенные запросы, элементарные запросы, оптимизация.

1. Введение

В работе [3] предложен план оптимизации по времени выполнения конъюнктивных вложенных запросов при обращении к однопроцессорной базе данных на основе упорядочивания элементарных запросов.

Минимальное время вложенного запроса для неупорядоченных данных таблиц достигается при совместной обработке объединенного множества элементарных запросов в порядке, определяемым условиями Теоремы 1[1], и для упорядоченных данных таблиц достигается при совместной обработке объединенного множества элементарных запросов в порядке, определяемым условиями Теоремы 2[2].

В работе методика формирования плана оптимизации развита на случай обработки вложенных запросов многопроцессорными базами данных, что является одной из актуальных задач разработки методики оптимизации

обработки запросов в многопроцессорных базах данных авиационно-космических систем.

2. Квазиоптимальное распределение номеров элементарных запросов по процессорам

В работе [4] предложен, а в работе [5] обоснован квазиоптимальный метод, когда распределение элементарных запросов по процессорам осуществляется в соответствии с правилом, показанным в таблице 1, где в i -ой строке таблицы указаны номера элементарных запросов выполняемых i -м процессором в порядке слева направо, при этом мы используем (для простоты изложения) в качестве значения числа элементарных запросов k целое четное число, и число процессоров r отвечает условию $[k/r]r = k$. В этом случае i -ый ($i = 1, \dots, r$) процессор получает элементарные запросы с номерами $i, 2r + 1 - i, 2r + i, 4r + 1 - i, 4r + i, 6r + 1 - i, 6r + i, \dots$

Таблица 1. Квазиоптимальное распределение элементарных запросов по процессорам

| Номера процессоров | Номера элементарных запросов | | | | | |
|--------------------|------------------------------|--------------|----------|--------------|--|-------------|
| 1 | 1 | $2r$ | $2r+1$ | $4r$ | | k |
| 2 | 2 | $2r-1$ | $2r+2$ | $4r-1$ | | $k-1$ |
| 3 | 3 | $2r-2$ | $2r+3$ | $4r-2$ | | $k-2$ |
| | | | | | | |
| i | i | $2r - i + 1$ | $2r + i$ | $4r - i + 1$ | | $k - i + 1$ |
| | | | | | | |
| $r - 1$ | $r - 1$ | $r + 2$ | $3r - 1$ | $3r + 2$ | | $k - r + 2$ |
| r | r | $r + 1$ | $3r$ | $3r + 1$ | | $k - r + 1$ |

Время выполнения на i -м процессоре k/r элементарных запросов из общего числа k элементарных запросов при квазиоптимальном порядке их

распределения по процессорам равно (для простоты записей предполагается, что k/r есть целое четное число) [5]:

$$T_{r,i,a,o} = \left((1 + (i - 1)\Delta) + (1 + (2r - i)\Delta)p^{\frac{1-p^r}{1-p^2}} + 2r\Delta p^2 (1 + p) \frac{1 - \frac{k}{2r} p^{r-2} + (\frac{k}{2r} - 1) p^{\frac{k}{r}}}{(1-p^r)^2} \right) n, \\ i = \overline{1, r},$$

если $\tau_i = 1 + \Delta(i - 1), p_i = p, i = \overline{1, r}$;

или

$$T_{r,i,g,o} = (a^{i-1} + pa^{2r-i}) \frac{1 - (pa^r)^{\frac{k}{r}}}{1 - (pa^r)^2} n, i = \overline{1, r},$$

если $\tau_i = a^{i-1}, a > 1, p_i = p, i = \overline{1, k}$;

3. Минимизация времени обработки вложенного запроса в многопроцессорной базе данных

В многопроцессорной базе данных минимальное время выполнения конъюнктивных вложенных запросов определяется Теоремами 3 и 4.

Теорема 3. В многопроцессорной базе данных минимальное время выполнения вложенного запроса, для неупорядоченных данных таблиц достигается при совместной обработке i -ым ($i = 1, \dots, r$) процессором объединенного множества элементарных запросов всех таблиц. При этом элементарные запросы в соответствии с квазиоптимальным методом

оптимизации распределены по процессорам с номерами $i, 2r + 1 - i, 2r + i, 4r + 1 - i, 4r + i, 6r + 1 - i, 6r + i, \dots$ в порядке, определяемым условиями теоремы 1[1].

В самом деле. Пусть $t_{i,j}$ - время обработки i -ым ($i = 1, \dots, r$) процессором j -го элементарного запроса, $j = (i, 2r + 1 - i, 2r + i, 4r + 1 - i, 4r + i, 6r + 1 - i, 6r + i, \dots, k - i + 1)$, $p_{i,j}$ - вероятность успеха при обработке j -го элементарного запроса.

В соответствии с Теоремой 1 [1] время обработки элементарных запросов в порядке, заданным условием $\frac{t_{i,j}}{1-p_{i,j}} \leq \frac{t_{i,l}}{1-p_{i,l}}$, где j и l - номера соседних элементарных запросов, является минимальным и определяется выражением:

$$(t_{i,i} + p_{i,i}t_{i,2r-i+1} + p_{i,i}p_{i,2r-i-1}t_{i,2r+i} + p_{i,i}p_{i,2r-i+1}p_{i,2r+i}t_{i,4r-i+1} + \dots + p_{i,i}p_{i,2r-i+1}p_{i,2r+i} \dots p_{i,k-2r+i} \dots t_{i,k-i+1})n$$

Теорема 4. В многопроцессорной базе данных минимальное время выполнения вложенного запроса, для упорядоченных данных таблиц достигается при совместной обработке i -ым ($i = 1, \dots, r$) процессором объединенного множества элементарных запросов всех таблиц. При этом элементарные запросы в соответствии с квазиоптимальным методом оптимизации распределены по процессорам с номерами $i, 2r + 1 - i, 2r + i, 4r + 1 - i, 4r + i, 6r + 1 - i, 6r + i, \dots$ в порядке, определяемым условиями теоремы 2[2].

В соответствии с Теоремой 2 время обработки элементарных запросов в порядке, заданном условием $\frac{p_{i,j} t_{i,j}}{1-p_{i,j}} \leq \frac{p_{i,l} t_{i,l}}{1-p_{i,l}}$, где j и l – номера соседних элементарных запросов, является минимальным и определяется выражением:

$$p_{i,i} (t_{i,i} + p_{i,2r-i+1} t_{i,2r-i+1} + p_{i,2r-i+1} p_{i,2r+i} t_{i,2r+i} + \dots + p_{i,2r-i+1} p_{i,2r+i} \dots p_{i,k-i+1} t_{i,k-i+1}) n$$

4. Численные результаты

Рассмотрим ряд числовых примеров для неупорядоченных и неупорядоченных таблиц, для которых выполняются вложенные запросы, с параметрами, соответствующими геометрической и арифметической прогрессий.

4.1. Вложенные запросы для таблиц с параметрами, соответствующими геометрической прогрессии

4.1.1. Несовместное выполнение вложенных запросов

Пусть заданы четыре таблицы (T1, T2, T3, T4), для которых выполняются вложенные запросы, с параметрами, соответствующими геометрической прогрессии,

где $\tau_{i,j} = a_j^{i-1}$ - время обработки i -го ЭЗ, $p_{i,j} = p_j, j \in \overline{1, k_j}$, для таблицы T $_j$.

Выполнение вложенных запросов может осуществляться 24 последовательными вариантами этих таблиц: T1, T2, T3, T4; T1, T2, T4, T3;

T1, T3, T2, T4 и т.д. с сохранением внутреннего порядка элементарных запросов указанных таблиц в соответствии с условиями Теоремы 1[1].

Время выполнения вложенных запросов, например, для варианта неупорядоченных таблиц T1, T2, T3, T4 для r процессорной базы данных определяется выражением:

$$T_{1,2,3,4} = \left((a_1^{i-1} + p_1 a_1^{2r-i}) \left(\frac{1 - (p_1 a_1^r)^{\frac{k_1}{r}}}{1 - (p_1 a_1^r)^2} \right) \right) + p_1^{k_1} \left((a_2^{i-1} + p_2 a_2^{2r-i}) \left(\frac{1 - (p_2 a_2^r)^{\frac{k_2}{r}}}{1 - (p_2 a_2^r)^2} \right) \right) + p_1^{k_1} p_2^{k_2} \left((a_3^{i-1} + p_3 a_3^{2r-i}) \left(\frac{1 - (p_3 a_3^r)^{\frac{k_3}{r}}}{1 - (p_3 a_3^r)^2} \right) \right) + p_1^{k_1} p_2^{k_2} p_3^{k_3} \left((a_4^{i-1} + p_4 a_4^{2r-i}) \left(\frac{1 - (p_4 a_4^r)^{\frac{k_4}{r}}}{1 - (p_4 a_4^r)^2} \right) \right). n, i = \overline{1, r},$$

Для числовых значений таблиц T1, T2, T3, T4, заданных в Таблице 2:

Таблица 2. Параметры таблиц T1, T2, T3, T4

| T j | p _j | a _j | K=8 | | | | | | | |
|--------|----------------|----------------|-----|----------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| T 1 | 0.82 | 1.1 5 | 1 | 1.1 5 | (1.15) ² = 1.32 | (1.15) ³ = 1.52 | (1.15) ⁴ = 1.74 | (1.15) ⁵ =2. 01 | (1.15) ⁶ = 2.31 | (1.15) ⁷ = 2.66 |
| T 2 | 0.82 | 1.2 | 1 | 1.2 | (1.2) ² = 1.44 | (1.2) ³ =1.7 2 | (1.2) ⁴ =2.0 7 | (1.2) ⁵ =2.4 8 | (1.2) ⁶ =2.9 8 | (1.2) ⁷ =3.5 8 |
| T 3 | 0.83 8 | 1.2 5 | 1 | 1.2 5 | (1.25) ² =1. 56 | (1.25) ³ =1. 95 | (1.25) ⁴ =2. 44 | (1.25) ⁵ =3. 05 | (1.25) ⁶ =3. 81 | (1.25) ⁷ =4. 76 |
| T 4 | 0.83 8 | 1.3 | 1 | 1.3 | (1.3) ² =1.6 9 | (1.3) ³ =2.1 9 | (1.3) ⁴ =2.8 5 | (1.3) ⁵ =3.7 1 | (1.3) ⁶ =4.8 2 | (1.3) ⁷ =6.2 7 |

имеем следующие результаты для неупорядоченных таблиц при $r=1$:

$$T_{1,2,3,4}==$$

$$\left(\left(\frac{1 - ((1.15) * (0.82))^8}{1 - (1.15) * (0.82)} \right) + (0.82)^8 * \left(\frac{1 - ((1.2) * (0.82))^8}{1 - (1.2) * (0.82)} \right) + (0.82)^8 * (0.82)^8 * \left(\frac{1 - ((1.25) * (0.838))^8}{1 - (1.25) * (0.838)} \right) + (0.82)^8 * (0.82)^8 * (0.838)^8 * \left(\frac{1 - ((1.3) * (0.838))^8}{1 - (1.3) * (0.838)} \right) \right) n = 8.6274n$$

Аналогично,

$$T_{2,1,3,4} =$$

$$\left(\left(\frac{1 - ((1.2) * (0.82))^8}{1 - (1.2) * (0.82)} \right) + (0.82)^8 * \left(\frac{1 - ((1.15) * (0.82))^8}{1 - (1.15) * (0.82)} \right) + (0.82)^8 * (0.82)^8 * \left(\frac{1 - ((1.25) * (0.838))^8}{1 - (1.25) * (0.838)} \right) + (0.82)^8 * (0.82)^8 * (0.838)^8 * \left(\frac{1 - ((1.3) * (0.838))^8}{1 - (1.3) * (0.838)} \right) \right) n = 9.4171 n.$$

Ряд этих и других значений времени выполнения вложенных запросов приведены в Таблице 3.

Таблица 3. Время выполнения вложенных запросов при $r = 1$

| Варианты | Время вариантов |
|----------------|-----------------|
| T1, T2, T3, T4 | 8.6274n |
| T2, T1, T3, T4 | 9.4171 n |
| T1, T3, T2, T4 | 8.9361 n |
| T3, T2, T1, T4 | 11.2358 n |
| T1, T4, T2, T3 | 9.2354 n |
| T4, T1, T2, T3 | 12.7606 n |

Ясно, что, так как в примере Таблицы 2 $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$, то для неупорядоченных таблиц в соответствии с Теоремой 1[1] минимальное время выполнения вложенных запросов достигается при обработке таблиц T_j в порядке T_1, T_2, T_3, T_4 (время $T_{1,2,3,4} = 8.6274 n$).

Время выполнения вложенных запросов для последовательного варианта выполнения неупорядоченных таблиц в порядке T_1, T_2, T_3, T_4 для различных r на i -м процессоре k/r элементарных запросов из общего числа k элементарных запросов при квазиоптимальном порядке их распределения по процессорам равно (для k/r , равным целому четному числу) приведены в Таблице 4, где в паре $r=i,j$ обозначены i – число процессоров, j – номер одного из процессоров.

Таблица 4. Последовательное выполнение неупорядоченных таблиц T_1, T_2, T_3, T_4

| Процессоры $r=i,j$ | k=32 | | Время выполнения я i -ом процессор/ n | Максимальное время выполнения/ n |
|-----------------------|---|---|--|---|
| | $p_1=0.82, p_2 = 0.838, a_1=1.15, a_2 = 1.2, a_3 = 1.25, a_4=1.3$ | Порядок выполнения ЭЗ | | |
| $r=1,1$ | | 1, 1.15, $(1.15)^2, (1.15)^3, (1.15)^4, (1.15)^5, (1.15)^6, (1.15)^7, 1.2, (1.2)^2, (1.2)^3, (1.2)^4, (1.2)^5, (1.2)^6, (1.2)^7, 1.1.25, (1.25)^2, (1.25)^3, (1.25)^4, (1.25)^5, (1.25)^6, (1.25)^7, 1.1.3, (1.3)^2, (1.3)^3, (1.3)^4, (1.3)^5, (1.3)^6, (1.3)^7$ | 10.2142 | 10.2142 |
| $r=2,1$ | | 1, $(1.15)^3, (1.15)^4, (1.15)^7, 1, (1.2)^3, (1.2)^4, (1.2)^7, 1, (1.25)^3, (1.25)^4, (1.25)^7, 1, (1.3)^3, (1.3)^4, (1.3)^7$ | 9.8301 | 9.8301 |
| $r=2,2$ | | 1.15, $(1.15)^2, (1.15)^5, (1.15)^6, 1.2, (1.2)^2, (1.2)^5, (1.2)^6, 1.25, (1.25)^2, (1.25)^5, (1.25)^6, 1.3, (1.3)^2, (1.3)^5, (1.3)^7$ | 9.6826 | |
| $r=4,1$ | | 1, $(1.15)^7, 1, (1.2)^7, 1, (1.25)^7, 1, (1.3)^7$ | 10.0750 | 10.0750 |
| $r=4,2$ | | 1.15, $(1.15)^6, 1.2, (1.2)^6, 1, (1.25)^6, 1.3, (1.3)^6$ | 9.2074 | |
| $r=4,3$ | | $(1.15)^2, (1.15)^5, (1.2)^2, (1.2)^5, (1.25)^2, (1.25)^5, (1.3)^2, (1.3)^5$ | 8.6992 | |

| | | | | |
|---------------|--|--------|--------|------|
| $r=4,4$ | $(1.15)^3, (1.15)^4, (1.2)^3, (1.2)^4, (1.25)^3,$ $(1.25)^4, (1.3)^3, (1.3)^4,$ | 8.5258 | | |
| $r=8,1$ | $1, (1.2)^7, 1, (1.3)^7,$ | 8.1463 | 8.1463 | |
| $r=8,2$ | $1.15, (1.2)^6, 1.25, (1.3)^6,$ | 7.1588 | | |
| $r=8,3$ | $(1.15)^2, (1.2)^5, (1.25)^2, (1.3)^5,$ | 6.5057 | | |
| $r=8,4$ | $(1.15)^3, (1.2)^4, (1.25)^3, (1.3)^4,$ | 6.1438 | | |
| $r=8,5$ | $(1.15)^4, (1.2)^3, (1.25)^4, (1.3)^3,$ | 6.0455 | | |
| $r=8,6$ | $(1.15)^5, (1.2)^2, (1.25)^5, (1.3)^2,$ | 6.1964 | | |
| $r=8,7$ | $(1.15)^6, 1.2, (1.25)^6, 1.3$ | 6.5946 | | |
| $r=8,8$ | $(1.15)^7, 1, (1.25)^7, 1$ | 7.2497 | | |
| $r=16,1$ | $1, (1.3)^7,$ | 6.1454 | 6.1454 | |
| $r=16,2$ | $1.15, (1.3)^6$ | 5.1080 | | |
| $r=16,3$ | $(1.15)^2, (1.3)^5,$ | 4.3671 | | |
| $r=16,4$ | $(1.15)^3, (1.3)^4,$ | 3.8629 | | |
| $r=16,5$ | $(1.15)^4, (1.3)^3,$ | 3.5505 | | |
| $r=16,6$ | $(1.15)^5, (1.3)^2,$ | 3.3972 | | |
| $r=16,7$ | $(1.15)^6, (1.3)$ | 3.3791 | | |
| $r=16,8$ | $(1.15)^7, 1$ | 3.4800 | | |
| $r=16,9$ | $1, (1.25)^7$ | 4.9101 | | |
| $r=16,1$ 0 | $(1.2), (1.25)^6,$ | 4.3281 | | |
| $r=16,1$ 1 | $(1.2)^2, (1.25)^5,$ | 3.9424 | | |
| $r=16,1$ 2 | $(1.2)^3, (1.25)^4,$ | 3.7300 | | |
| $r=16,1$ 3 | $(1.2)^4, (1.25)^3,$ | 3.6752 | | |
| $r=16,1$ 4 | $(1.2)^5, (1.25)^2,$ | 3.7696 | | |
| $r=16,1$ 5 | $(1.2)^6, (1.25)$ | 4.0110 | | |
| $r=16,1$ 6 | $(1.2)^7, 1$ | 4.4032 | | |
| $r=32,3$ 2 | 1 до 32 | 6.27 | | 6.27 |

Время выполнения вложенных запросов для упорядоченных таблиц T1, T2, T3, T4 при последовательном их выполнении для g процессорной базы данных определяется выражением:

$T_{1,2,3,4} =$

$$\begin{aligned}
 & (p_1(a_1^{i-1} + p_1 a_1^{2r-i}) \left(\frac{1-(p_1 a_1^r)^{\frac{k_1}{r}}}{1-(p_1 a_1^r)^2} \right) + \\
 & p_1^{k_1} p_2 (a_2^{i-1} + p_2 a_2^{2r-i}) \left(\frac{1-(p_2 a_2^r)^{\frac{k_2}{r}}}{1-(p_2 a_2^r)^2} \right) + \\
 & p_1^{k_1} p_2^{k_2} p_3 (a_3^{i-1} + p_3 a_3^{2r-i}) \left(\frac{1-(p_3 a_3^r)^{\frac{k_3}{r}}}{1-(p_3 a_3^r)^2} \right) + \\
 & p_1^{k_1} p_2^{k_2} p_3^{k_3} p_4 (a_4^{i-1} + p_4 a_4^{2r-i}) \left(\frac{1-(p_4 a_4^r)^{\frac{k_4}{r}}}{1-(p_4 a_4^r)^2} \right) n,
 \end{aligned}$$

на основании которого числовые значения для различных r приведены в Таблице 5.

Таблица 5. Последовательное выполнение упорядоченных таблиц T1, T2, T3, T4

| Процессы $r=i,j$ | k=32 | Время выполнения i-ом процессор/ n | Максимальное время выполнения/ n |
|---------------------|--|---|---------------------------------------|
| | $p_1 = 0.82, p_2 = 0.838, a=[1.15, 1.2, 1.25, 1.3]$ | | |
| | Порядок выполнения ЭЗ | | |
| $r=1,1$ | 1, 1.15, (1.15) ² , (1.15) ³ , (1.15) ⁴ , (1.15) ⁵ , (1.15) ⁶ , (1.15) ⁷ , 1.1.2, (1.2) ² , (1.2) ³ (1.2) ⁴ (1.2) ⁵ (1.2) ⁶ (1.2) ⁷ , 1.1.25, (1.25) ² , (1.25) ³ , (1.25) ⁴ , (1.25) ⁵ , (1.25) ⁶ , (1.25) ⁷ , 1.1.3, (1.3) ² , (1.3) ³ , (1.3) ⁴ , (1.3) ⁵ , (1.3) ⁶ , (1.3) ⁷ | 7.0836 | 7.0836 |
| $r=2,1$ | 1, (1.15) ³ , (1.15) ⁴ , (1.15) ⁷ , 1, (1.2) ³ , (1.2) ⁴ , (1.2) ⁷ , 1, (1.25) ³ , (1.25) ⁴ , (1.25) ⁷ , 1, (1.3) ³ , (1.3) ⁴ , (1.3) ⁷ | 8.1025 | 8.1025 |
| $r=2,2$ | 1.15, (1.15) ² , (1.15) ⁵ , (1.15) ⁶ , 1.2, (1.2) ² , (1.2) ⁵ , (1.2) ⁶ , 1.25, (1.25) ² (1.25) ⁵ , (1.25) ⁶ , 1.3, (1.3) ² , (1.3) ⁵ (1.3) ⁶ | 7.9801 | |
| $r=4,1$ | 1, (1.15) ⁷ , 1, (1.2) ⁷ , 1, (1.25) ⁷ , 1, (1.3) ⁷ | 8.3380 | 8.3380 |
| $r=4,2$ | 1.15, (1.15) ⁶ , 1.2, (1.2) ⁶ , 1, (1.25) ⁶ , 1.3, (1.3) ⁶ | 7.6168 | |
| $r=4,3$ | (1.15) ² , (1.15) ⁵ , (1.2) ² , (1.2) ⁵ , (1.25) ² , (1.25) ⁵ , (1.3) ² , (1.3) ⁵ | 7.1943 | |
| $r=4,4$ | (1.15) ³ , (1.15) ⁴ , (1.2) ³ , (1.2) ⁴ , (1.25) ³ , (1.25) ⁴ , (1.3) ³ , (1.3) ⁴ | 7.0499 | |
| $r=8,1$ | 1, (1.2) ⁷ , 1, (1.3) ⁷ | 6.7557 | 6.7557 |
| $r=8,2$ | 1.15, (1.2) ⁶ , 1.25, (1.3) ⁶ | 5.9343 | |
| $r=8,3$ | (1.15) ² , (1.2) ⁵ , (1.25) ² , (1.3) ⁵ | 5.3912 | |

| | | | |
|---------------|---|--------|--------|
| $r=8,4$ | $(1.15)^3, (1.2)^4, (1.25)^3, (1.3)^4,$ | 5.0906 | 5.1318 |
| $r=8,5$ | $(1.15)^4, (1.2)^3, (1.25)^4, (1.3)^3,$ | 5.0092 | |
| $r=8,6$ | $(1.15)^5, (1.2)^2, (1.25)^5, (1.3)^2,$ | 5.1351 | |
| $r=8,7$ | $(1.15)^6, 1.2, (1.25)^6, 1.3$ | 5.4669 | |
| $r=8,8$ | $(1.15)^7, 1, (1.25)^7, 1$ | 6.0126 | |
| $r=16,1$ | $1, (1.3)^7,$ | 5.1318 | |
| $r=16,2$ | $1.15, (1.3)^6$ | 4.2598 | |
| $r=16,3$ | $(1.15)^2, (1.3)^5,$ | 3.6358 | |
| $r=16,4$ | $(1.15)^3, (1.3)^4,$ | 3.2097 | |
| $r=16,5$ | $(1.15)^4, (1.3)^3,$ | 2.9439 | |
| $r=16,6$ | $(1.15)^5, (1.3)^2,$ | 2.8106 | |
| $r=16,7$ | $(1.15)^6, (1.3)$ | 2.7900 | |
| $r=16,8$ | $(1.15)^7, 1$ | 2.8684 | |
| $r=16,9$ | $1, (1.25)^7$ | 4.0966 | |
| $r=16,1$ 0 | $(1.2), (1.25)^6,$ | 3.6053 | |
| $r=16,1$ 1 | $(1.2)^2, (1.25)^5,$ | 3.2778 | |
| $r=16,1$ 2 | $(1.2)^3, (1.25)^4,$ | 3.0946 | |
| $r=16,1$ 3 | $(1.2)^4, (1.25)^3,$ | 3.0425 | |
| $r=16,1$ 4 | $(1.2)^5, (1.25)^2,$ | 3.1141 | |
| $r=16,1$ 5 | $(1.2)^6, (1.25)$ | 3.3075 | |
| $r=16,1$ 6 | $(1.2)^7, 1$ | 3.6254 | |
| $r=32,3$ 2 | 1 до 32 | 5.2542 | 5.2542 |

4.1.2. Совместное выполнение вложенного запроса

При совместном выполнении вложенного запроса для неупорядоченных Таблиц 1-4 в соответствии с Теоремой 3 на основе информации Таблиц 1-4 необходимо провести переупорядочение порядка выполнения элементарных запросов:

$$\begin{aligned}
\frac{\tau_1}{1-p_1} &\leq \frac{\tau_2}{1-p_2} \leq \frac{\tau_3}{1-p_3} \leq \frac{\tau_4}{1-p_4} \leq \frac{\tau_5}{1-p_5} \leq \frac{\tau_6}{1-p_6} \leq \frac{\tau_7}{1-p_7} \leq \frac{\tau_8}{1-p_8} \\
&\leq \frac{\tau_9}{1-p_9} \leq \frac{\tau_{10}}{1-p_{10}} \leq \frac{\tau_{11}}{1-p_{11}} \leq \frac{\tau_{12}}{1-p_{12}} \leq \frac{\tau_{13}}{1-p_{13}} \leq \frac{\tau_{14}}{1-p_{14}} \\
&\leq \frac{\tau_{15}}{1-p_{15}} \leq \frac{\tau_{16}}{1-p_{16}} \leq \frac{\tau_{17}}{1-p_{17}} \leq \frac{\tau_{18}}{1-p_{18}} \leq \frac{\tau_{19}}{1-p_{19}} \leq \frac{\tau_{20}}{1-p_{20}} \\
&\leq \frac{\tau_{21}}{1-p_{21}} \leq \frac{\tau_{22}}{1-p_{22}} \leq \frac{\tau_{23}}{1-p_{23}} \leq \frac{\tau_{24}}{1-p_{24}} \leq \frac{\tau_{25}}{1-p_{25}} \leq \frac{\tau_{26}}{1-p_{26}} \\
&\leq \frac{\tau_{27}}{1-p_{27}} \leq \frac{\tau_{28}}{1-p_{28}} \leq \frac{\tau_{29}}{1-p_{29}} \leq \frac{\tau_{30}}{1-p_{30}} \leq \frac{\tau_{31}}{1-p_{31}} \leq \frac{\tau_{32}}{1-p_{32}}
\end{aligned}$$

в соответствии с Таблицей 6

Таблица 6. Значения отношений $\frac{\tau_i}{1-p_i}$

| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
|------------------------|----------|----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| τ_i | 1 | 1.15 | $(1.15)^2$ | $(1.15)^3$ | $(1.15)^4$ | $(1.15)^5$ | $(1.15)^6$ | $(1.15)^7$ |
| $1-p_i$ | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) |
| $\frac{\tau_i}{1-p_i}$ | 5.55 | 6.38 | 7.34 | 8.44 | 9.71 | 11.17 | 12.85 | 14.77 |
| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
| τ_i | 1 | 1.2 | $(1.2)^2$ | $(1.2)^3$ | $(1.2)^4$ | $(1.2)^5$ | $(1.2)^6$ | $(1.2)^7$ |
| p_i | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) |
| $\frac{\tau_i}{1-p_i}$ | 5.55 | 6.66 | 8.00 | 9.60 | 11.52 | 13.82 | 16.58 | 19.90 |
| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
| τ_i | 1 | 1.25 | $(1.25)^2$ | $(1.25)^3$ | $(1.25)^4$ | $(1.25)^5$ | $(1.25)^6$ | $(1.25)^7$ |
| p_i | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 |
| $\frac{\tau_i}{1-p_i}$ | 6.17 | 7.71 | 9.64 | 12.05 | 15.07 | 18.83 | 23.54 | 29.43 |
| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
| τ_i | 1 | 1.3 | $(1.3)^2$ | $(1.3)^3$ | $(1.3)^4$ | $(1.3)^5$ | $(1.3)^6$ | $(1.3)^7$ |
| p_i | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 |
| $\frac{\tau_i}{1-p_i}$ | 6.17 | 8.02 | 10.43 | 13.56 | 17.63 | 22.91 | 29.79 | 38.73 |

В результате получаем выполнение следующих неравенств:

$$\frac{1}{1-0.82} = \frac{1}{1-0.82} \leq \frac{1}{1-0.838} = \frac{1}{1-0.838} \leq \frac{1.15}{1-0.82} \leq \frac{1.2}{1-0.82} \leq \frac{(1.15)^2}{1-0.82} \leq \frac{1.25}{1-0.838} \leq \frac{(1.2)^2}{1-0.82} \leq \frac{1.3}{1-0.838} \leq \frac{(1.15)^3}{1-0.82} \leq \frac{(1.2)^3}{1-0.82} \leq \frac{(1.25)^2}{1-0.838} \leq \frac{(1.15)^4}{1-0.82} \leq \frac{(1.3)^2}{1-0.838} \leq \frac{(1.15)^5}{1-0.82} \leq \frac{(1.2)^4}{1-0.82} \leq \frac{(1.25)^3}{1-0.838} \leq \frac{(1.15)^6}{1-0.82} \leq \frac{(1.3)^3}{1-0.838} \leq \frac{(1.2)^5}{1-0.82} \leq \frac{(1.15)^7}{1-0.82} \leq \frac{(1.25)^4}{1-0.838} \leq \frac{(1.2)^6}{1-0.82} \leq \frac{(1.3)^4}{1-0.838} \leq \frac{(1.25)^5}{1-0.838} \leq \frac{(1.2)^7}{1-0.82} \leq \frac{(1.3)^5}{1-0.838} \leq \frac{(1.25)^6}{1-0.838} \leq \frac{(1.25)^7}{1-0.838} \leq \frac{(1.3)^6}{1-0.838} \leq \frac{(1.3)^7}{1-0.838}$$

На основе этих неравенств определяем соответствующий порядок выполнения элементарных запросов для упорядоченных Таблиц 1-4 и время выполнения вложенных запросов при их совместной обработке приведены в Таблице 7.

Таблица 7. Время выполнения вложенного запроса при совместной обработке неупорядоченных Таблиц 1-4

| Процессы $r=i,j$ | k=32 $p_1=0.82, p_2 = 0.838, a_1=1.15, a_2 = 1.2, a_3 = 1.25, a_4=1.3$ | Время выполнения i-ом процессом p/n | Максимальное время выполнения/ n |
|---------------------|--|--|------------------------------------|
| | Порядок обработки ЭЗ | | |
| $r=1,1$ | 1,1,1,1,1.15,1.2, 1.15 ² ,1.25, 1.2 ² ,1.3, 1.15 ³ , 1.2 ³ , 1.25 ² , 1.15 ⁴ , 1.3 ² , 1.15 ⁵ , 1.2 ⁴ , 1.25 ³ , 1.15 ⁶ , 1.3 ³ , 1.2 ⁵ , 1.15 ⁷ , 1.25 ⁴ , 1.2 ⁶ , 1.3 ⁴ , 1.25 ⁵ , 1.2 ⁷ , 1.3 ⁵ , 1.25 ⁶ , 1.25 ⁷ , 1.3 ⁶ , 1.3 ⁷ , | 9.2644 | 9.2644 |
| $r=2,1$ | 1,1,1.15, 1.2 ² , 1.2 ³ , 1.25 ² , 1.15 ⁵ , 1.2 ⁴ , 1.3 ³ , 1.2 ⁵ , 1.2 ⁶ , 1.3 ⁴ , 1.3 ⁵ , 1.25 ⁶ , 1.3 ⁷ , | 8.3110 | 8.3110 |
| $r=2,2$ | 1,1,1.2, 1.15 ² ,1.3, 1.15 ³ , 1.15 ⁴ , 1.3 ² , 1.25 ³ , 1.15 ⁶ , 1.15 ⁷ , 1.25 ⁴ , 1.25 ⁵ , 1.2 ⁷ , 1.25 ⁷ , 1.3 ⁶ , | 8.1659 | |
| $r=4,1$ | 1,1.25, 1.2 ² , 1.15 ⁵ , 1.2 ⁴ , 1.2 ⁴ , 1.3 ⁴ , 1.7, | 8.7474 | 8.7474 |
| $r=4,2$ | 1, 1.15 ² ,1.3, 1.3 ² , 1.25 ³ , 1.25 ⁴ , 1.25 ⁵ , 1.3 ⁶ , | 7.9516 | |
| $r=4,3$ | 1,1.2, 1.15 ³ , 1.15 ⁴ , 1.15 ⁶ , 1.15 ⁷ , 1.2 ⁷ , 1.25 ⁷ , | 8.4309 | |
| $r=4,4$ | 1,1.15, 1.2 ³ , 1.25 ² , 1.3 ³ , 1.2 ⁵ , 1.3 ⁵ , 1.25 ⁶ , | 8.0963 | |
| $r=8,1$ | 1, 1.15 ⁵ , 1.2 ⁴ , 1.3 ⁷ , | 7.5034 | 7.5034 |
| $r=8,2$ | 1, 1.3 ² , 1.25 ³ , 1.3 ⁶ , | 6.5074 | |
| $r=8,3$ | 1, 1.15 ⁴ , 1.15 ⁶ , 1.25 ⁷ , | 6.7420 | |
| $r=8,4$ | 1, 1.25 ² , 1.3 ³ , 1.25 ⁶ , | 6.0971 | |
| $r=8,5$ | 1.15, 1.2 ³ , 1.2 ⁵ , 1.3 ⁵ , | 6.6662 | |
| $r=8,6$ | 1.2, 1.15 ³ , 1.15 ⁷ , 1.2 ⁷ , | 6.2114 | |
| $r=8,7$ | 1.15 ² ,1.3, 1.25 ⁴ , 1.25 ⁵ , | 5.8235 | |

| | | | |
|---------------|------------------------------|--------|--------|
| $r=8,8$ | $1.25, 1.2^2, 1.2^6, 1.3^4,$ | 6.1179 | |
| $r=16,1$ | $1, (1.3)^7$ | 6.1454 | 6.1454 |
| $r=16,2$ | $1, (1.3)^6$ | 4.9580 | |
| $r=16,3$ | $1, (1.25)^7$ | 4.9959 | |
| $r=16,4$ | $1, (1.25)^6$ | 4.1967 | |
| $r=16,5$ | $1.15, (1.3)^5$ | 4.1946 | |
| $r=16,6$ | $1.2, (1.2)^7,$ | 4.1382 | |
| $r=16,7$ | $1.15^2,, (1.25)^5,$ | 3.8249 | |
| $r=16,8$ | $1.25, (1.3)^4$ | 3.6434 | |
| $r=16,9$ | $(1.2)^2,(1.2)^6$ | 3.8885 | |
| $r=16,1$ 0 | $1.3, (1.25)^4$ | 3.3459 | |
| $r=16,1$ 1 | $(1.15)^3, (1.15)^7$ | 3.7021 | |
| $r=16,1$ 2 | $(1.2)^3, (1.2)^5$ | 3.4804 | |
| $r=16,1$ 3 | $(1.25)^2, (1.3)^3$ | 3.4036 | |
| $r=16,1$ 4 | $(1.15)^4, (1.15)^6$ | 3.6457 | |
| $r=16,1$ 5 | $(1.3)^2, (1.25)^3$ | 3.3267 | |
| $r=16,1$ 6 | $(1.15)^5, (1.2)^4$ | 3.7117 | |
| $r=32,3$ 2 | 1 до 32 | 6.27 | |

При совместном выполнении вложенного запроса для упорядоченных Таблиц 1-4 в соответствии с Теоремой 3 на основе информации Таблиц 1-4 необходимо провести переупорядочение порядка выполнения элементарных запросов:

$$\begin{aligned}
& \frac{p_1 \tau_1}{1-p_1} \leq \frac{p_1 \tau_2}{1-p_2} \leq \frac{p_1 \tau_3}{1-p_3} \leq \frac{p_1 \tau_4}{1-p_4} \leq \frac{p_1 \tau_5}{1-p_5} \leq \frac{p_1 \tau_6}{1-p_6} \leq \frac{p_1 \tau_7}{1-p_7} \leq \frac{p_1 \tau_8}{1-p_8} \leq \\
& \frac{p_1 \tau_9}{1-p_9} \leq \frac{p_1 \tau_{10}}{1-p_{10}} \leq \frac{p_1 \tau_{11}}{1-p_{11}} \leq \frac{p_1 \tau_{12}}{1-p_{12}} \leq \frac{p_1 \tau_{13}}{1-p_{13}} \leq \frac{p_1 \tau_{14}}{1-p_{14}} \leq \frac{p_1 \tau_{15}}{1-p_{15}} \leq \\
& \frac{p_1 \tau_{16}}{1-p_{16}} \leq \frac{p_2 \tau_{17}}{1-p_{17}} \leq \frac{p_2 \tau_{18}}{1-p_{18}} \leq \frac{p_2 \tau_{19}}{1-p_{19}} \leq \frac{p_2 \tau_{20}}{1-p_{20}} \leq \frac{p_2 \tau_{21}}{1-p_{21}} \leq \frac{p_2 \tau_{22}}{1-p_{22}} \leq \\
& \frac{p_2 \tau_{23}}{1-p_{23}} \leq \frac{p_2 \tau_{24}}{1-p_{24}}
\end{aligned}$$

≤

$$\frac{p_2 \tau_{25}}{1-p_{25}} \leq \frac{p_2 \tau_{26}}{1-p_{26}} \leq \frac{p_2 \tau_{27}}{1-p_{27}} \leq \frac{p_2 \tau_{28}}{1-p_{28}} \leq \frac{p_2 \tau_{29}}{1-p_{29}} \leq \frac{p_2 \tau_{30}}{1-p_{30}} \leq \frac{p_2 \tau_{31}}{1-p_{31}} \leq \frac{p_2 \tau_{32}}{1-p_{32}}$$

Таблица 8. Значения отношений $\frac{p_i \tau_i}{1-p_i}$

| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
|------------------------|-------------|----------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| τ_i | $1*(0.82)$ | $1.15*(0.82)$ | $(1.15)^2*(0.82)$ | $(1.15)^3*(0.82)$ | $(1.15)^4*(0.82)$ | $(1.15)^5*(0.82)$ | $(1.15)^6*(0.82)$ | $(1.15)^7*(0.82)$ |
| $1-p_i$ | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ |
| $\frac{\tau_i}{1-p_i}$ | 4.55 | 5.23 | 6.02 | 6.92 | 7.96 | 9.16 | 10.53 | 12.11 |
| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
| τ_i | $1*(0.82)$ | $1.2*(0.82)$ | $(1.2)^2*(0.82)$ | $(1.2)^3*(0.82)$ | $(1.2)^4*(0.82)$ | $(1.2)^5*(0.82)$ | $(1.2)^6*(0.82)$ | $(1.2)^7*(0.82)$ |
| p_i | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ | $1-(0.82)$ |
| $\frac{\tau_i}{1-p_i}$ | 4.55 | 5.46 | 6.56 | 7.87 | 9.44 | 11.33 | 13.60 | 16.32 |
| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
| τ_i | $1*(0.838)$ | $1.25*(0.838)$ | $(1.25)^2*(0.838)$ | $(1.25)^3*(0.838)$ | $(1.25)^4*(0.838)$ | $(1.25)^5*(0.838)$ | $(1.25)^6*(0.838)$ | $(1.25)^7*(0.838)$ |
| p_i | $1-0.838$ | $1-0.838$ | $1-0.838$ | $1-0.838$ | $1-0.838$ | $1-0.838$ | $1-0.838$ | $1-0.838$ |
| $\frac{\tau_i}{1-p_i}$ | 5.17 | 6.46 | 8.08 | 10.10 | 12.62 | 15.78 | 19.73 | 24.66 |
| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
| τ_i | $1*(0.838)$ | $1.3*(0.838)$ | $(1.3)^2*(0.838)$ | $(1.3)^3*(0.838)$ | $(1.3)^4*(0.838)$ | $(1.3)^5*(0.838)$ | $(1.3)^6*(0.838)$ | $(1.3)^7*(0.838)$ |
| p_i | $1-0.838$ | $1-0.838$ | $1-0.838$ | $1-0.838$ | $1-0.838$ | $1-0.838$ | $1-0.838$ | $1-0.838$ |
| $\frac{\tau_i}{1-p_i}$ | 5.17 | 6.72 | 8.74 | 11.36 | 14.77 | 19.20 | 24.96 | 32.45 |

В результате получаем следующие неравенства:

$$\begin{aligned}
\frac{1 * 0.82}{1 - 0.82} &= \frac{1 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{1 * 0.838}{1 - 0.838} = \frac{1 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{1.15 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{1.2 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{(1.15)^2 * 0.82}{1 - 0.82} \\
&\leq \frac{1.25 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{(1.2)^2 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{1.3 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{(1.15)^3 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{(1.2)^3 * 0.82}{1 - 0.82} \\
&\leq \frac{(1.15)^4 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{(1.25)^2 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{(1.3)^2 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{(1.15)^5 * 0.82}{1 - 0.82} \\
&\leq \frac{(1.2)^4 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{(1.25)^3 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{(1.15)^6 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{(1.2)^5 * 0.82}{1 - 0.82} \\
&\leq \frac{(1.3)^3 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{(1.15)^7 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{(1.25)^4 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{(1.2)^6 * 0.82}{1 - 0.82} \\
&\leq \frac{(1.3)^4 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{(1.25)^5 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{(1.2)^7 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{(1.3)^5 * 0.838}{1 - 0.838} \\
&\leq \frac{(1.25)^6 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{(1.25)^7 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{(1.3)^6 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{(1.3)^7 * 0.838}{1 - 0.838}
\end{aligned}$$

На основе этих неравенств определяем соответствующий порядок выполнения элементарных запросов для упорядоченных Таблиц 1-4 и время выполнения вложенных запросов при их совместной обработке приведены в Таблице 9.

Таблица 9. Время выполнения вложенного запроса при совместной обработке упорядоченных Таблиц 1-4

| Процессы $r=i,j$ | k=32 | Время выполнения i-ом процессор/ n | Максимальное время выполнения/ n |
|---------------------|--|---|---------------------------------------|
| | $p_1=0.82, p_2 = 0.838, a_1=1.15, a_2 = 1.2, a_3 = 1.25, a_4=1.3$ | | |
| | Порядок выполнения ЭЗ | | |
| $r=1,1$ | 1,1.15, (1.15) ² , (1.15) ³ , (1.15) ⁴ , (1.15) ⁵ , (1.15) ⁶ , (1.15) ⁷ , 1.1.2, (1.2) ² , (1.2) ³ , (1.2) ⁴ , (1.2) ⁵ , (1.2) ⁶ , (1.2) ⁷ , 1.1.2.5, (1.25) ² , (1.25) ³ , (1.25) ⁴ , (1.25) ⁵ , (1.25) ⁶ , (1.25) ⁷ , 1.1.3, (1.3) ² , (1.3) ³ , (1.3) ⁴ , (1.3) ⁵ , (1.3) ⁶ , (1.3) ⁷ | 5.7856 | 5.7856 |
| $r=2,1$ | 1, (1.15) ³ , (1.15) ⁴ , (1.15) ⁷ , 1, (1.2) ³ , (1.2) ⁴ , (1.2) ⁷ , 1, (1.25) ³ , (1.25) ⁴ , (1.25) ⁷ , 1, (1.3) ³ , (1.3) ⁴ , (1.3) ⁷ | 7.0642 | 7.0642 |
| $r=2,2$ | 1.15, (1.15) ² , (1.15) ⁵ , (1.15) ⁶ , 1.2, (1.2) ² , (1.2) ⁵ , (1.2) ⁶ , 1.25, (1.25) ² , (1.25) ⁵ , (1.25) ⁶ , 1.3, (1.3) ² , (1.3) ⁵ , (1.3) ⁶ | 6.8459 | |
| $r=4,1$ | 1, (1.15) ⁷ , 1, (1.2) ⁷ , 1, (1.25) ⁷ , 1, (1.3) ⁷ | 6.5021 | 6.9707 |
| $r=4,2$ | 1.15, (1.15) ⁶ , 1.2, (1.2) ⁶ , 1, (1.25) ⁶ , 1.3, (1.3) ⁶ | 6.6849 | |
| $r=4,3$ | (1.15) ² , (1.15) ⁵ , (1.2) ² , (1.2) ⁵ , (1.25) ² , (1.25) ⁵ , (1.3) ² , (1.3) ⁵ | 6.9707 | |
| $r=4,4$ | (1.15) ³ , (1.15) ⁴ , (1.2) ³ , (1.2) ⁴ , (1.25) ³ , (1.25) ⁴ , (1.3) ³ , (1.3) ⁴ | 6.8888 | |
| $r=8,1$ | 1, (1.2) ⁷ , 1, (1.3) ⁷ | 6.2150 | 6.2150 |
| $r=8,2$ | 1.15, (1.2) ⁶ , 1.25, (1.3) ⁶ | 5.4352 | |
| $r=8,3$ | (1.15) ² , (1.2) ⁵ , (1.25) ² , (1.3) ⁵ | 6.1360 | |
| $r=8,4$ | (1.15) ³ , (1.2) ⁴ , (1.25) ³ , (1.3) ⁴ | 5.2432 | |
| $r=8,5$ | (1.15) ⁴ , (1.2) ³ , (1.25) ⁴ , (1.3) ³ | 5.0961 | |
| $r=8,6$ | (1.15) ⁵ , (1.2) ² , (1.25) ⁵ , (1.3) ² | 5.8171 | |
| $r=8,7$ | (1.15) ⁶ , 1.2, (1.25) ⁶ , 1.3 | 4.8563 | |

| | | | |
|-----------|----------------------------|--------|--------|
| $r=8,8$ | $(1.15)^7, 1, (1.25)^7, 1$ | 5.0681 | 5.1318 |
| $r=16,1$ | $1, (1.3)^7,$ | 5.1318 | |
| $r=16,2$ | $1.15, (1.3)^6$ | 4.1368 | |
| $r=16,3$ | $(1.15)^2, (1.3)^5,$ | 4.1866 | |
| $r=16,4$ | $(1.15)^3, (1.3)^4,$ | 3.5168 | |
| $r=16,5$ | $(1.15)^4, (1.3)^3,$ | 3.0811 | |
| $r=16,6$ | $(1.15)^5, (1.3)^2,$ | 3.3933 | |
| $r=16,7$ | $(1.15)^6, (1.3)$ | 3.1815 | |
| $r=16,8$ | $(1.15)^7, 1$ | 3.0532 | |
| $r=16,9$ | $1, (1.25)^7$ | 3.1886 | |
| $r=16,10$ | $(1.2), (1.25)^6,$ | 2.8039 | |
| $r=16,11$ | $(1.2)^2, (1.25)^5,$ | 3.0357 | |
| $r=16,12$ | $(1.2)^3, (1.25)^4,$ | 2.9267 | |
| $r=16,13$ | $(1.2)^4, (1.25)^3,$ | 3.1073 | |
| $r=16,14$ | $(1.2)^5, (1.25)^2,$ | 2.8988 | |
| $r=16,15$ | $(1.2)^6, (1.25)$ | 2.7878 | |
| $r=16,16$ | $(1.2)^7, 1$ | 3.0436 | |
| $r=32,32$ | 1 до 32 | 5.2542 | 5.2542 |

4.2. Вложенные запросы для таблиц с параметрами, соответствующими арифметической прогрессии

4.2.1. Несовместное выполнение вложенных запросов

Пусть заданы четыре таблицы (Т5, Т6, Т7, Т8), образующие вложенные запросы, с параметрами, соответствующими арифметической прогрессии,

где $\tau_{i,j} = 1 + (i - 1)\Delta$ - время обработки i -го ЭЗ, $p_{i,j} = p_j, j \in \overline{1, k_j}$, для таблицы Т $_j$.

Время выполнения вложенных запросов для неупорядоченных таблиц Т5, Т6, Т7, Т8 для r процессорной базы данных определяется выражением:

$T_{1,2,3,4} =$

$$\begin{aligned} & \left(1 + (i-1)\Delta_1 + (1 + (2r-i)\Delta_1)p_1 \frac{1-p_1^{\frac{k_1}{r}}}{1-p_1^2} + \right. \\ & 2r\Delta_1 p_1^2 (1+p_1) \frac{1-\frac{k_1}{2r}p_1^{\frac{k_1}{r}-2} + \left(\frac{k_1}{2r}-1\right)p_1^{\frac{k_1}{r}}}{(1-p_1^r)^2} \left. \right) + p_1^{k_1} \left(1 + (i-1)\Delta_2 + (1 + \right. \\ & (2r-i)\Delta_2)p_2 \frac{1-p_2^{\frac{k_2}{r}}}{1-p_2^2} + 2r\Delta_2 p_2^2 (1+p_2) \frac{1-\frac{k_2}{2r}p_2^{\frac{k_2}{r}-2} + \left(\frac{k_2}{2r}-1\right)p_2^{\frac{k_2}{r}}}{(1-p_2^r)^2} \left. \right) + p_1^{k_1} p_2^{k_2} \left(1 + \right. \\ & (i-1)\Delta_3 + (1 + (2r-i)\Delta_3)p_3 \frac{1-p_3^{\frac{k_3}{r}}}{1-p_3^2} + \\ & 2r\Delta_3 p_3^2 (1+p_3) \frac{1-\frac{k_3}{2r}p_3^{\frac{k_3}{r}-2} + \left(\frac{k_3}{2r}-1\right)p_3^{\frac{k_3}{r}}}{(1-p_3^r)^2} \left. \right) + p_1^{k_1} p_2^{k_2} p_3^{k_3} \left(1 + (i-1)\Delta_4 + \right. \\ & (1 + (2r-i)\Delta_4)p_4 \frac{1-p_4^{\frac{k_4}{r}}}{1-p_4^2} + 2r\Delta_4 p_4^2 (1+p_4) \frac{1-\frac{k_4}{2r}p_4^{\frac{k_4}{r}-2} + \left(\frac{k_4}{2r}-1\right)p_4^{\frac{k_4}{r}}}{(1-p_4^r)^2} \left. \right) \\ & . n, i = \overline{1, r}, \end{aligned}$$

Пусть числовые значения таблиц T5, T6, T7, T8 заданы в Таблице 10:

Таблица 10. Параметры таблиц T5, T6, T7, T8

| p_j | $k_j=8, \Delta_1=0.4, \Delta_2=0.5, \Delta_3=0.6, \Delta_4=0.7$ | | | | | | | |
|-------|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | τ_1 | τ_2 | τ_3 | τ_4 | τ_5 | τ_6 | τ_7 | τ_8 |
| 0.82 | 1 | 1.4 | 1.8 | 2.2 | 2.6 | 3 | 3.4 | 3.8 |
| 0.82 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 |
| 0.838 | 1 | 1.6 | 2.2 | 2.8 | 3.4 | 4 | 4.6 | 5.2 |
| 0.838 | 1 | 1.7 | 2.4 | 3.1 | 3.8 | 4.5 | 5.2 | 5.9 |

Тогда время выполнения вложенных запросов для неупорядоченных таблиц T5, T6, T7, T8 для r процессорной базы данных приведены в Таблице 11.

Таблица 11. Последовательное выполнение неупорядоченных таблиц T5, T6, T7, T8

| | | | |
|-----------|--------|-------|--------|
| Процессор | $k=32$ | Время | Максим |
|-----------|--------|-------|--------|

| | $p_1 = 0.82, \Delta;$ | | |
|-----------|--|-----------|---------|
| | $p_2 = 0.838; \Delta_1 = 0.4, \Delta_2 = 0.5, \Delta_3 = 0.6, \Delta_4 = 0.7$ | | |
| | Порядок | Отношение | Эз |
| $r=1,1$ | 1,1.4,1.8,2.2,2.6,3,3.4,3.8,1,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5 1,1.6,2.2,2.8,3.4,4,4.6,5.2,1,1.7,2.4,3.1,3.8,4.5,5.2,5.9 | 9.6262 | 9.6262 |
| $r=2,1$ | 1,2,2,2.6,3.8,1,2.5,3,4.5,1,2.8,3.4,5.2,1,3.1,3.8,5.9 | 10.7548 | 11.0238 |
| $r=2,2$ | 1.4,1.8,3,3.4,1.5,2,3.5,4,1.6,2.2,4,4.6,1.7,2.4,4.5,5.2 | 11.0238 | |
| $r=4,1$ | 1,3.8,1,4.5,1,5.2,1,5.9 | 9.7443 | 10.4727 |
| $r=4,2$ | 1.4,3.4,1.5,4,1.6,4.6,1.7,5.2 | 9.9871 | |
| $r=4,3$ | 1.8,3,2,3.5,2,2.4,2.4,4.5 | 10.2299 | |
| $r=4,4$ | 2.2,2.6,2.5,3,2.8,3.4,3.1,3.8 | 10.4727 | |
| $r=8,1$ | 1,4.5,1,5.9 | 8.6155 | 7.8943 |
| $r=8,2$ | 1.4,4,1.6,5.2 | 7.5202 | |
| $r=8,3$ | 1.8,3.5,2,2,4.5 | 7.5767 | |
| $r=8,4$ | 2.2,3,2.8,3.8 | 7.8284 | |
| $r=8,5$ | 2.6,2.5,3,4,3.1 | 7.5572 | |
| $r=8,6$ | 3,2,4,2.4 | 7.6354 | |
| $r=8,7$ | 3.4,1.5,4.6,1.7 | 7.8778 | |
| $r=8,8$ | 3.8,1,5.2,1 | 7.8943 | |
| $r=16,1$ | 1,5.9 | 4.9672 | 5.2022 |
| $r=16,2$ | 1.4,5.2 | 4.8965 | |
| $r=16,3$ | 1.8,4.5 | 4.9601 | |
| $r=16,4$ | 2.2,3.8 | 4.8685 | |
| $r=16,5$ | 2.6,3.1 | 4.6844 | |
| $r=16,6$ | 3,2.4 | 4.6138 | |
| $r=16,7$ | 3.4,1.7 | 4.5431 | |
| $r=16,8$ | 3.8,1 | 4.5022 | |
| $r=16,9$ | 1,5.2 | 4.4965 | |
| $r=16,10$ | 1.5,4.6 | 4.7303 | |
| $r=16,11$ | 2,4 | 4.6896 | |
| $r=16,12$ | 2.5,3.4 | 4.7862 | |
| $r=16,13$ | 3,2.8 | 4.9663 | |
| $r=16,14$ | 3.5,2.2 | 4.9793 | |
| $r=16,15$ | 4,1.6 | 5.1236 | |
| $r=16,16$ | 4.5,1 | 5.2022 | |
| $r=32,32$ | | 5.9 | 5.9 |

Время выполнения вложенных запросов для упорядоченных таблиц

T5, T6, T7, T8 для г процессорной базы данных определяется выражением:

$T_{1,2,3,4} =$

$$\begin{aligned}
 & p_1 \left(1 + (i-1)\Delta_1 + (1 + (2r-i)\Delta_1)p_1 \left(\frac{1-p_1 \frac{k_1}{r}}{1-p_1^2} \right) + \right. \\
 & \left. 2r\Delta_1 p_1^2 (1+p_1) \left(\frac{1-\frac{k_1}{2r} p_1 \frac{k_1}{r} - 2 + \left(\frac{k_1}{2r}-1\right) p_1 \frac{k_1}{r}}{(1-p_1 r)^2} \right) \right) + p_1^{k_1} p_2 \left(1 + (i-1)\Delta_2 + \right. \\
 & \left. (1 + (2r-i)\Delta_2)p_2 \left(\frac{1-p_2 \frac{k_2}{r}}{1-p_2^2} \right) + 2r\Delta_2 p_2^2 (1+p_2) \left(\frac{1-\frac{k_2}{2r} p_2 \frac{k_2}{r} - 2 + \left(\frac{k_2}{2r}-1\right) p_2 \frac{k_2}{r}}{(1-p_2 r)^2} \right) \right) + \\
 & p_1^{k_1} p_2^{k_2} p_3 \left(1 + (i-1)\Delta_3 + (1 + (2r-i)\Delta_3)p_3 \left(\frac{1-p_3 \frac{k_3}{r}}{1-p_3^2} \right) + 2r\Delta_3 p_3^2 (1 + \right. \\
 & \left. p_3) \left(\frac{1-\frac{k_3}{2r} p_3 \frac{k_3}{r} - 2 + \left(\frac{k_3}{2r}-1\right) p_3 \frac{k_3}{r}}{(1-p_3 r)^2} \right) \right) + p_1^{k_1} p_2^{k_2} p_3^{k_3} p_4 \left(1 + (i-1)\Delta_4 + (1 + \right. \\
 & \left. (2r-i)\Delta_4)p_4 \left(\frac{1-p_4 \frac{k_4}{r}}{1-p_4^2} \right) + 2r\Delta_4 p_4^2 (1+p_4) \left(\frac{1-\frac{k_4}{2r} p_4 \frac{k_4}{r} - 2 + \left(\frac{k_4}{2r}-1\right) p_4 \frac{k_4}{r}}{(1-p_4 r)^2} \right) \right) \\
 & . n, i = \overline{1, r},
 \end{aligned}$$

и приведены в Таблице 12.

Таблица 12. Последовательное выполнение упорядоченных таблиц T5, T6, T7, T8

| Процессоры $r=i, j$ | k=32 | | Время выполнения i -ом процессор/ n | Максимальное время выполнения/ n |
|------------------------|---|---|--|---------------------------------------|
| | $p_1 = 0.82, \Delta;$ | | | |
| | $p_2 = 0.838; \Delta_1 = 0.4, \Delta_2 = 0.5, \Delta_3 = 0.6, \Delta_4 = 0.7$ | | | |
| | Порядок | Отношение | Эз | |
| $r=1,1$ | 1,1.4,1.8,2.2,2.6,3,3.4,3.8,1,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5 | 1,1.6,2.2,2.8,3.4,4,4.6,5.2,1,1.7,2.4,3.1,3.8,4.5,5.2,5.9 | 9.4470 | 9.4470 |
| $r=2,1$ | 1,2,2,2.6,3.8,1,2.5,3,4.5,1,2.8,3,4,5.2,1,3.1,3.8,5.9 | | 10.5785 | 10.7776 |
| $r=2,2$ | 1.4,1.8,3,3.4,1.5,2,3.5,4,1.6,2.2,4,4.6,1.7,2.4,4.5,5.2 | | 10.7776 | |
| $r=4,1$ | 1,3.8,1,4.5,1,5.2,1,5.9 | | 9.5725 | 10.0994 |
| $r=4,2$ | 1.4,3.4,1.5,4,1.6,4.6,1.7,5.2 | | 9.7481 | |
| $r=4,3$ | 1.8,3,2,3.5,2.2,4,2.4,4.5 | | 9.9238 | |
| $r=4,4$ | 2.2,2.6,2.5,3,2.8,3.4,3.1,3.8 | | 10.0994 | |
| $r=8,1$ | 1,4.5,1,5.9 | | 7.1952 | 7.1952 |

| | | | |
|-----------|-----------------|--------|--------|
| $r=8,2$ | 1.4,4,1.6,5.2 | 7.1945 | |
| $r=8,3$ | 1.8,3.5,2.2,4.5 | 7.1939 | |
| $r=8,4$ | 2.2,3,2.8,3.8 | 7.1932 | |
| $r=8,5$ | 2.6,2.5,3.4,3.1 | 7.1926 | |
| $r=8,6$ | 3,2,4,2.4 | 7.1919 | |
| $r=8,7$ | 3.4,1.5,4.6,1.7 | 7.1913 | |
| $r=8,8$ | 3.8,1,5,2,1 | 7.1906 | |
| $r=16,1$ | 1,5,9 | 4.8742 | |
| $r=16,2$ | 1.4,5.2 | 4.7212 | |
| $r=16,3$ | 1.8,4.5 | 4.5682 | |
| $r=16,4$ | 2.2,3.8 | 4.4152 | |
| $r=16,5$ | 2.6,3.1 | 4.2622 | |
| $r=16,6$ | 3,2,4 | 4.1092 | |
| $r=16,7$ | 3.4,1.7 | 3.9562 | |
| $r=16,8$ | 3.8,1 | 3.8032 | |
| $r=16,9$ | 1,5,2 | 4.3932 | |
| $r=16,10$ | 1.5,4.6 | 4.3909 | |
| $r=16,11$ | 2,4 | 4.3886 | |
| $r=16,12$ | 2.5,3.4 | 4.3863 | |
| $r=16,13$ | 3,2,8 | 4.3840 | |
| $r=16,14$ | 3.5,2.2 | 4.3818 | |
| $r=16,15$ | 4,1.6 | 4.3795 | |
| $r=16,16$ | 4.5,1 | 4.3772 | |
| $r=32,32$ | 1 до 32 | 4.9442 | 4.9442 |

4.2.2. Совместное выполнение вложенного запроса

При совместном выполнении вложенного запроса для неупорядоченных Таблиц 5-8 необходимо провести переупорядочение порядка выполнения элементарных запросов.

В соответствии с Таблицей 13

Таблица 13. Значения **отношений** $\frac{\tau_i}{1-p_i}$

| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
|------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| τ_i | 1 | 1.4 | 1.8 | 2.2 | 2.6 | 3 | 3.4 | 3.8 |
| $1-p_i$ | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) |
| $\frac{\tau_i}{1-p_i}$ | 5.55 | 7.77 | 10 | 12.22 | 14.44 | 16.66 | 18.88 | 21.11 |
| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| τ_i | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 |
| p_i | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) |
| $\frac{\tau_i}{1-p_i}$ | 5.55 | 8.33 | 11.11 | 13.88 | 16.66 | 19.44 | 22.22 | 25 |
| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
| τ_i | 1 | 1.6 | 2.2 | 2.8 | 3.4 | 4 | 4.6 | 5.2 |
| p_i | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 |
| $\frac{\tau_i}{1-p_i}$ | 6.17 | 9.87 | 13.58 | 17.28 | 20.98 | 24.69 | 28.39 | 32.09 |
| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
| τ_i | 1 | 1.7 | 2.4 | 3.1 | 3.8 | 4.5 | 5.2 | 5.9 |
| p_i | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 |
| $\frac{\tau_i}{1-p_i}$ | 6.17 | 10.49 | 14.81 | 19.13 | 23.45 | 27.77 | 32.09 | 36.41 |

получаем выполнение следующих неравенств:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{1-0.82} &= \frac{1}{1-0.82} \leq \frac{1}{1-0.838} = \frac{1}{1-0.838} \leq \frac{1.4}{1-0.82} \leq \frac{1.5}{1-0.82} \leq \frac{1.6}{1-0.838} \\
&\leq \frac{1.8}{1-0.82} \leq \frac{1.7}{1-0.838} \leq \frac{2}{1-0.82} \leq \frac{2.2}{1-0.82} \leq \frac{2.2}{1-0.838} \leq \frac{2.5}{1-0.82} \\
&\leq \frac{2.6}{1-0.82} \leq \frac{2.4}{1-0.838} \leq \frac{3}{1-0.82} \leq \frac{3}{1-0.82} \leq \frac{2.8}{1-0.838} \leq \frac{3.4}{1-0.82} \\
&\leq \frac{3.1}{1-0.838} \leq \frac{3.5}{1-0.82} \leq \frac{3.4}{1-0.82} \leq \frac{3.8}{1-0.82} \leq \frac{4}{1-0.82} \leq \frac{3.8}{1-0.82} \\
&\leq \frac{4}{1-0.838} \leq \frac{4.5}{1-0.82} \leq \frac{4.5}{1-0.838} \leq \frac{4.6}{1-0.838} \leq \frac{5.2}{1-0.838} \leq \frac{5.2}{1-0.838} \\
&\leq \frac{5.9}{1-0.838}
\end{aligned}$$

На основе этих неравенств определяем соответствующий порядок выполнения элементарных запросов и время выполнения вложенных запросов при совместной обработке при различном числе процессоров, приведенные в Таблице 14.

Таблица 14. Время выполнения вложенного запроса при совместной обработке неупорядоченных Таблиц 5-7

| Процессоры $r=i,j$ | $k=32$ | Время выполнения i -ом процессор/ n | Максимальное время выполнения/ n |
|-----------------------|--|--|---------------------------------------|
| | $p_1 = 0.82, \Delta;$ $p_2 = 0.838; \Delta_1 = 0.4, \Delta_2 = 0.5, \Delta_3 = 0.6, \Delta_4 = 0.7$ | | |
| | Порядок Отношение Эз | | |
| $r=1,1$ | 1,1,1,1,1,4,1.5,1.6,1.8 1.7,2,2,2,2,2,2.5,2.6,2.4,3 3,2.8,3.4,3.1,3.5,3.4,3.8,4 3.8,4,4.5,4.5,4.6,5.2,5.2,5.9 | 7.9772 | 7.9772 |
| $r=2,1$ | 1,1,1.4,1.8,1.7,2.2,2.5,3,3,1,3.5,4,3.8,4.5,4.6,5.9 | 10.4126 | 10.4126 |
| $r=2,2$ | 1,1,1.5,1.6,2,2,2,2.6,2.4,2.8,3.4,3.4,3.8,4,4.5,5.2,5.2 | 10.3793 | |
| $r=4,1$ | 1,1.8,1.7,3,3.4,3.8,5.9 | 10.9213 | 10.9213 |
| $r=4,2$ | 1,1.6,2,2.4,2.8,3.8,4,5.2 | 10.3393 | |
| $r=4,3$ | 1,1.5,2,2,2.6,3.4,3.4,4.5,5.2 | 10.7805 | |
| $r=4,4$ | 1,1.4,2,2,2.5,3,1,3.5,4.5,4.6 | 10.3860 | |
| $r=8,1$ | 1,3,3,5.9 | 8.7303 | 8.7303 |
| $r=8,2$ | 1,2.4,2.8,5.2 | 7.7592 | |
| $r=8,3$ | 1,2.6,3.4,5.2 | 8.4452 | |
| $r=8,4$ | 1,2.5,3.1,4.6 | 7.9790 | |
| $r=8,5$ | 1.4,2.2,3.5,4.5 | 8.0386 | |
| $r=8,6$ | 1.5,2.2,3.4,4.5 | 8.0713 | |
| $r=8,7$ | 1.6,2,3.8,4 | 8.1546 | |
| $r=8,8$ | 1.8,1.7,4,3.8 | 8.1144 | |
| $r=16,1$ | 1,5.9 | 5.8380 | 5.8380 |
| $r=16,2$ | 1,5.2 | 5.2640 | |
| $r=16,3$ | 1,5.2 | 5.3576 | |
| $r=16,4$ | 1,4.6 | 4.8548 | |
| $r=16,5$ | 1.4,4.5 | 5.0900 | |
| $r=16,6$ | 1.5,4.5 | 5.1900 | |
| $r=16,7$ | 1.6,4 | 4.8800 | |
| $r=16,8$ | 1.8,3.8 | 4.9844 | |
| $r=16,9$ | 1.7,4 | 4.9800 | |
| $r=16,10$ | 2,3 | 4.5140 | |
| $r=16,11$ | 2.2,3.4 | 4.9880 | |
| $r=16,12$ | 2.2,3.5 | 5.0700 | |
| $r=16,13$ | 2.5,3.1 | 5.0978 | |
| $r=16,14$ | 2.6,3.4 | 5.3880 | |
| $r=16,15$ | 2.4,2.8 | 4.7464 | |
| $r=16,16$ | 3,3 | 5.5140 | |
| $r=32,32$ | 1 до 32 | 5.9 | 5.9 |

При совместном выполнении вложенного запроса для упорядоченных Таблиц 5-8 необходимо провести переупорядочение порядка выполнения элементарных запросов.

В соответствии с Таблицей 15

Таблица 15. Значения отношений $\frac{p_i \tau_i}{1-p_i}$

| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
|--------------------------|----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| τ_i | 1*(0.82) | 1.4*(0.82) | 1.8*(0.82) | 2.2*(0.82) | 2.6*(0.82) | 3*(0.82) | 3.4*(0.82) | 3.8*(0.82) |
| $1 - p_i$ | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) |
| $\frac{\tau_i}{1 - p_i}$ | 4.55 | 6.37 | 8.20 | 10.02 | 11.84 | 13.66 | 15.48 | 17.31 |
| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
| τ_i | 1*(0.82) | 1.5*(0.82) | 2*(0.82) | 2.5*(0.82) | 3*(0.82) | 3.5*(0.82) | 4*(0.82) | 4.5*(0.82) |
| p_i | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) | 1-(0.82) |
| $\frac{\tau_i}{1 - p_i}$ | 4.55 | 6.83 | 9.11 | 11.38 | 13.66 | 15.94 | 18.22 | 20.50 |
| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
| τ_i | 1*0.838 | 1.6*0.838 | 2.2*0.838 | 2.8*0.838 | 3.4*0.838 | 4*0.838 | 4.6*0.838 | 5.2*0.838 |
| p_i | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 |
| $\frac{\tau_i}{1 - p_i}$ | 4.65 | 7.44 | 10.24 | 13.03 | 15.82 | 18.62 | 21.41 | 24.20 |
| Порядок ЭЗ | | | | | | | | |
| τ_i | 1*0.838 | 1.7*0.838 | 2.4*0.838 | 3.1*0.838 | 3.8*0.838 | 4.5*0.838 | 5.2*0.838 | 5.9*0.838 |
| p_i | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 | 1-0.838 |
| $\frac{\tau_i}{1 - p_i}$ | 4.65 | 7.91 | 11.17 | 14.43 | 17.69 | 20.95 | 24.20 | 27.46 |

получаем выполнение следующих неравенств:

$$\begin{aligned}
 \frac{1 * 0.82}{1 - 0.82} &= \frac{1 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{1 * 0.838}{1 - 0.838} = \frac{1 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{1.4 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{1.5 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{1.6 * 0.838}{1 - 0.838} \\
 &\leq \frac{1.7 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{1.8 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{2 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{2.2 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{2.2 * 0.838}{1 - 0.838} \\
 &\leq \frac{2.4 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{2.5 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{2.6 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{2.8 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{3 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{3 * 0.82}{1 - 0.82} \\
 &\leq \frac{3.1 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{3.4 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{3.4 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{3.5 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{3.8 * 0.82}{1 - 0.82} \\
 &\leq \frac{3.8 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{4 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{4 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{4.5 * 0.82}{1 - 0.82} \leq \frac{4.5 * 0.838}{1 - 0.838} \\
 &\leq \frac{4.6 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{5.2 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{5.2 * 0.838}{1 - 0.838} \leq \frac{5.9 * 0.838}{1 - 0.838}
 \end{aligned}$$

На основе этих неравенств определяем соответствующий порядок выполнения элементарных запросов и время выполнения вложенных

запросов при совместной обработке при различном числе процессоров, приведенные в Таблице 16.

Таблица 16. Время выполнения вложенного запроса при совместной обработке упорядоченных Таблиц 5-7

| Процессоры $r=i,j$ | k=32 | | Время выполнения i-ом процессор/ n | Максимальное время выполнения/ n |
|-----------------------|---|--------------|---|---------------------------------------|
| | $p_1 = 0.82, \Delta;$ $p_2 = 0.838; \Delta_1 = 0.4, \Delta_2 = 0.5, \Delta_3 = 0.6, \Delta_4 = 0.7$ | | | |
| | Порядок | Отношение Эз | | |
| $r=1,1$ | 1,1,1,1,1.4,1.5,1.6,1.7 1.8,2,2,2,2.2,2.4,2.5,2.6,2.8 3, 3,3.1,3.4,3.4,3.5,3.8,3.8 4,4,4.5,4.5,4.6,5.2,5.2,5.9 | | 6.9152 | 6.9152 |
| $r=2,1$ | 1,1,1.4,,1.7,1.8,2,2,2.4,2.8,3,3.4,3.4,3.8,4,4.5,4.6,5.9 | | 9.1547 | 9.1547 |
| $r=2,2$ | 1,1,1.5,1.6,2,2,2.5,2.6,3,3.1,3.5,3.8, 4,4.5,5.2,5.2 | | 8.7411 | |
| $r=4,1$ | 1,1.7,1.8,2.8,3,3.8,4,5.9 | | 9.3553 | 9.3553 |
| $r=4,2$ | 1,1.6,2,2.6,3,3.8,4,5.2 | | 8.7408 | |
| $r=4,3$ | 1,1.5,2,2,2.5,3,1,3.5,4,5.2 | | 8.8811 | |
| $r=4,4$ | 1,1.4,2,2,2.4,3,4,3,4,4.5,4.6 | | 9.0194 | |
| $r=8,1$ | 1, 2,2,3,5.9 | | 6.7756 | 7.1184 |
| $r=8,2$ | 1,2.6,3,5.2 | | 6.6250 | |
| $r=8,3$ | 1,2.5,3,1,5.2 | | 6.8503 | |
| $r=8,4$ | 1,2.4,3,4,4.6 | | 6.7010 | |
| $r=8,5$ | 1.4,2,2,3,4,4.5 | | 6.7891 | |
| $r=8,6$ | 1.5, 2.8 ,3.5,4.5 | | 7.1184 | |
| $r=8,7$ | 1.6,2,3,8,4 | | 6.7451 | |
| $r=8,8$ | 1.7,1.8,3,8,4 | | 6.7384 | |
| $r=16,1$ | 1,5.9 | | 4.8742 | 4.8742 |
| $r=16,2$ | 1,5.2 | | 4.3932 | |
| $r=16,3$ | 1,5.2 | | 4.4897 | |
| $r=16,4$ | 1,4.6 | | 4.0683 | |
| $r=16,5$ | 1.4,4.5 | | 4.2402 | |
| $r=16,6$ | 1.5,4.5 | | 4.2558 | |
| $r=16,7$ | 1.6,4 | | 4.1498 | |
| $r=16,8$ | 1.7,4 | | 4.1732 | |
| $r=16,9$ | 1.8,3.8 | | 4.0872 | |
| $r=16,10$ | 2,3.8 | | 4.1951 | |
| $r=16,11$ | 2,2,3.5 | | 4.1574 | |
| $r=16,12$ | 2,2,3.4 | | 4.2312 | |
| $r=16,13$ | 2.4,3.4 | | 4.3475 | |
| $r=16,14$ | 2.5,3.1 | | 4.1802 | |
| $r=16,15$ | 2.6,3 | | 4.1492 | |
| $r=16,16$ | 2.8,3 | | 4.4079 | |
| $r=32,32$ | 1 до 32 | | 4.9442 | 4.9442 |

В таблице 17 приведены сравнительные времена выполнения вложенных запросов для разного числа процессоров при совместном и несовместном порядке обработке упорядоченных и неупорядоченных данных таблиц с параметрами соответствующими арифметической и геометрической прогрессий.

Таблица 17. Сравнительное время выполнения

| Число процес соров r | k=32 | | | | | | | |
|------------------------------|--|---------|---------------|--------|-----------------|--------|---------------|--------|
| | $p_1 = 0.82, p_2 = 0.838; a_1=1.15, a_2 = 1.2, a_3 = 1.25, a_4=1.3;$ $\Delta_1 = 0.4, \Delta_2 = 0.5, \Delta_3 = 0.6, \Delta_4 = 0.7$ | | | | | | | |
| | несовместное | | | | совместное | | | |
| | неупорядоченные | | упорядоченные | | неупорядоченные | | упорядоченные | |
| | арифм | геомет | арифм | геомет | арифм | геомет | арифм | геомет |
| 1 | 9.6262 | 10.2142 | 9.4470 | 7.0836 | 7.9772 | 9.2644 | 6.9152 | 5.7856 |
| 2 | 11.0238 | 9.8301 | 10.7776 | 8.1025 | 10.4126 | 8.3110 | 9.1547 | 7.0642 |
| 4 | 10.4727 | 10.0750 | 10.0994 | 8.3380 | 10.9213 | 8.7474 | 9.3553 | 6.9707 |
| 8 | 7.8943 | 8.1463 | 7.1952 | 6.7557 | 8.7303 | 7.5034 | 7.1184 | 6.1360 |
| 16 | 5.2022 | 6.1454 | 4.8742 | 5.1318 | 5.8380 | 6.1454 | 4.8742 | 5.1318 |
| 32 | 5.9 | 6.27 | 4.9442 | 5.2542 | 5.9 | 6.27 | 4.9442 | 5.2542 |

На основании сравнения времен выполнения вложенных запросов следует, что минимальное время выполнения вложенного запроса достигается при некотором (не обязательно максимальном) числе процессоров.

5. Выводы

5.1. Разработана методика оптимизации по времени выполнения конъюнктивных вложенных запросов при обращении к многопроцессорной базе данных на основе упорядочивания элементарных запросов

5.2. Определено минимальное время выполнения вложенного запроса для упорядоченных или неупорядоченных данных таблиц при совместной обработке i -ым ($i=1, \dots, r$) процессором объединенного множества элементарных запросов всех таблиц, образующих вложенный запрос.

5.3. Определено минимальное число процессоров, при котором достигается минимальное время выполнения вложенного запроса, что является важным решением для оптимизации многопроцессорных баз данных авиационно-космических систем.

.Список литературы:

1. Amol Deshpande, Zacchary Ives, Vijayshankar Raman – Adaptive Query Processing // Foundations and Trends in Databases. -2007. –Vol.1, No.1(2007), p.1-140.
2. Брехов О.М. Аналитическая оценка оптимальной обработки запросов // Успехи современной радиоэлектроники. 2012. Т.12. №7. С. 37-45.
3. Брехов О.М., Вунна Д.Д., Тан Х.М. Оптимизация плана выполнения мультизапроса и вложенных запросов // Научные технологии. 2014. Т. 15. № 2. С.101-106.
4. Брехов О.М., Мью Тант. Оптимизация обработки запросов в многопроцессорной базе данных // Вестник Московского авиационного института. 2012. Т.19. № 5. С.138-146.
5. Брехов О.М. , Тан Хлаинг Мьинт. Обоснование квазиоптимального порядка распределения элементарных запросов в многопроцессорной базе данных // Электронный журнал «Труды МАИ», 2014, №73.