

УДК 517.977

Идентификаторы пониженной размерности в задаче стабилизации беспилотного летательного аппарата в неспокойной атмосфере

Хрусталеv М.М.*, Халина А.С.**

*Институт проблем управления имени В.А. Трапезникова РАН,
ул. Профсоюзная, 65, Москва, 117997, Россия*

**e-mail: mmkhrustalev@mail.ru*

***e-mail: an.khalina@gmail.com*

Аннотация

Предложен метод синтеза оптимальной по квадратичному критерию стратегии стабилизации горизонтального полета беспилотного летательного аппарата (БЛА) в вертикальной плоскости с учетом углового движения. Движение БЛА в условиях случайного ветрового воздействия описывается квазилинейной стохастической системой. Для упрощения системы стабилизации предлагается использовать минимальное количество измеряемых параметров движения совместно с идентификатором состояния пониженной размерности. При этом как параметры стратегии управления, так и параметры идентификатора предлагается выбирать из условия оптимизации общего критерия качества стабилизации. Особенностью предложенного метода является отсутствие разделения задач синтеза управления и наблюдения, обусловленного не применимостью теоремы разделения для

рассматриваемых квазилинейных систем.

Ключевые слова: малый беспилотный летательный аппарат, оптимальное управление, стабилизация движения, подавление ветровых возмущений, идентификатор пониженной размерности.

1. Введение

Беспилотные летательные аппараты заняли свое достойное место в современной деятельности. Среди приоритетных направлений – оборона и спасательные операции, правоохранительная и природоохранная деятельность, научные исследования и экологический мониторинг. Совершенствование процессов управления БЛА несомненно актуально и позволяет человеку все активнее использовать беспилотные аппараты-роботы: отправлять их в самые труднодоступные места, эффективнее патрулировать сухопутные и морские рубежи.

В статье рассматривается задача стабилизации горизонтального полета малого БЛА с учетом ветра. Из-за малости БЛА необходимо учитывать ветер, а система управления должна обеспечивать высокое качество стабилизации, но при этом быть достаточно простой.

В качестве модели описания процесса управления с учетом ветра выбрана стохастическая квазилинейная система [1], как наиболее адекватно учитывающая происходящие процессы, но в то же время доступная эффективному анализу. Для

упрощения системы стабилизации предлагается использовать минимальное количество измеряемых параметров движения совместно с идентификатором состояния пониженной размерности. При этом как параметры стратегии управления, так и параметры идентификатора предлагается выбирать из условия оптимизации общего критерия качества стабилизации.

2. Математическая модель углового движения БЛА в неспокойной атмосфере

Рассматривается задача стабилизации горизонтального полета БЛА в вертикальной плоскости с учетом углового движения при действии внешнего ветрового возмущения ограниченной мощности. БЛА имеет следующие характеристики: длина - 1.7 м, высота - 0.6 м, начальная скорость - 25 м/с, максимальная скорость - 38 м/с, вес - 8.5 кг, максимальный взлетный вес - 13.5 кг, максимальная тяга - 22 Н [2].

Переменные, используемые в уравнениях движения БЛА, представлены на рис. 1, где ось x параллельна поверхности Земли, ось y направлена вертикально вверх; V – скорость самолета относительно земли; V^* – воздушная скорость самолета; V_x, V_y – соответственно горизонтальная и вертикальная составляющие скорости ветра; α – угол атаки; θ – угол наклона траектории; ϑ – угол тангажа.

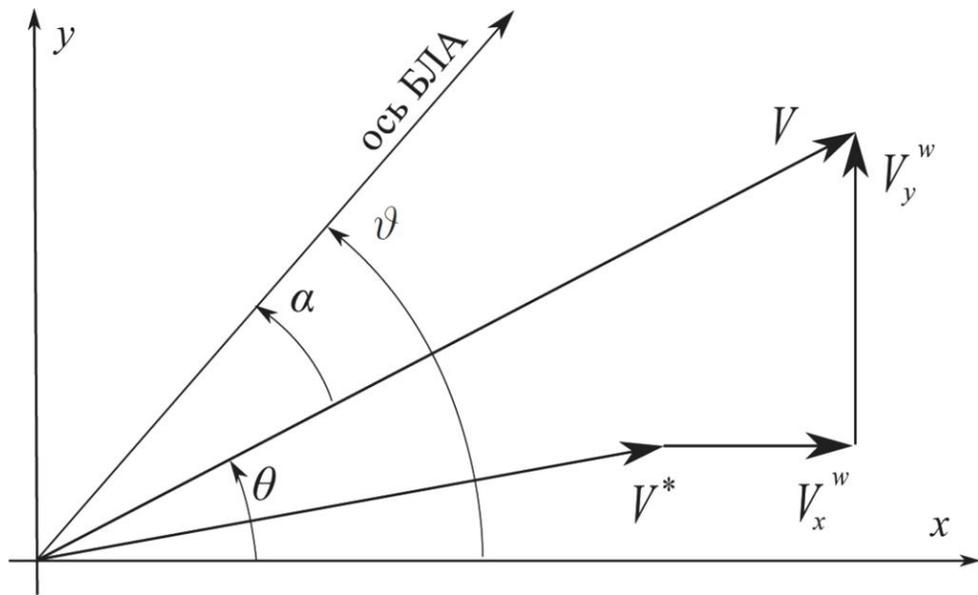


Рис. 1: Переменные, используемые в задаче

Линеаризованные уравнения движения БЛА в приращениях [3] имеют вид

$$\begin{aligned}
 d\Delta\theta &= (a_\theta\Delta\vartheta - a_\theta\Delta\theta)dt + (a_xV_x + a_yV_y)dt, \\
 d\Delta h &= V_a\Delta\theta dt, \\
 d\Delta\vartheta &= \Delta\omega_z dt, \\
 d\Delta\omega_z &= u dt.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Здесь $\Delta X = (\Delta\theta, \Delta h, \Delta\vartheta, \Delta\omega_z)^T$ – вектор состояния летательного аппарата, где Δh – приращение высоты, $\Delta\omega_z$ – приращение скорости углового вращения; u – управление (отношение управляющего момента к моменту инерции).

Эти уравнения справедливы в предположении, что направление силы тяги совпадает с осью самолета, масса самолета постоянна, Земля плоская. БЛА совершает полет с постоянной скоростью $V_a = 32$ м/с, поддерживаемой тягой. Масса БЛА изменяется достаточно медленно, и при решении задачи стабилизации считается постоянной. При численных расчетах используются следующие значения констант:

$$a_\theta = 4.57, \quad a_x = -0.02, \quad a_y = -0.14.$$

Составляющие ветрового возмущения V_x , V_y задаются модифицированными формирующими фильтрами типа Драйдена [3]. Модификация состоит в том, что сама модель фильтра содержит случайную неопределенность

$$\begin{aligned}
 dV_x &= v_1 dt, \\
 dV_1 &= -(a_1 v_1 + b_1 V_x) dt - a_1^w v_1 dw_{11} - b_1^w V_x dw_{12} + c_1^w dw_{13}, \\
 dV_y &= v_2 dt, \\
 dV_2 &= -(a_2 v_2 + b_2 V_y) dt - a_2^w v_2 dw_{21} - b_2^w V_y dw_{22} + c_2^w dw_{23},
 \end{aligned} \tag{2}$$

где w_{ij} , $i = \overline{1,2}$, $j = \overline{1,3}$ – независимые стандартные винеровские процессы; a_i , b_i , $i = \overline{1,2}$ – параметры модели ветра; a_i^w , b_i^w , c_i^w , $i = \overline{1,2}$ – коэффициенты при винеровских процессах. Классический фильтр Драйдена [4-6] представляет собой линейную стохастическую систему. Второе и третье слагаемые правых частей выражений (2) отражают неопределенность самой модели формирующего фильтра.

При численных расчетах параметры формирующих фильтров ветра (2) были выбраны следующими: $a_1 = a_2 = 1.5$, $b_1 = b_2 = 0.5$, $a_1^w = a_2^w = 0.3$, $b_1^w = b_2^w = 0.5$, $c_1^w = c_2^w = 2.5$. Заметим, что выбранные характеристики ветрового воздействия не претендуют на статистическую достоверность и имеют лишь демонстративный характер. Пример реализации ветрового воздействия представлен на рис. 2.

Итак, движение БЛА с учетом ветрового воздействия описывается системой уравнений (1)-(2), где $X = (\Delta\theta, \Delta h, \Delta\vartheta, \Delta\omega_z, V_x, v_1, V_y, v_2)^T$ – вектор состояния. Полученная система является квазилинейной [3], так как коэффициенты диффузии линейно зависят от компонент вектора состояния.

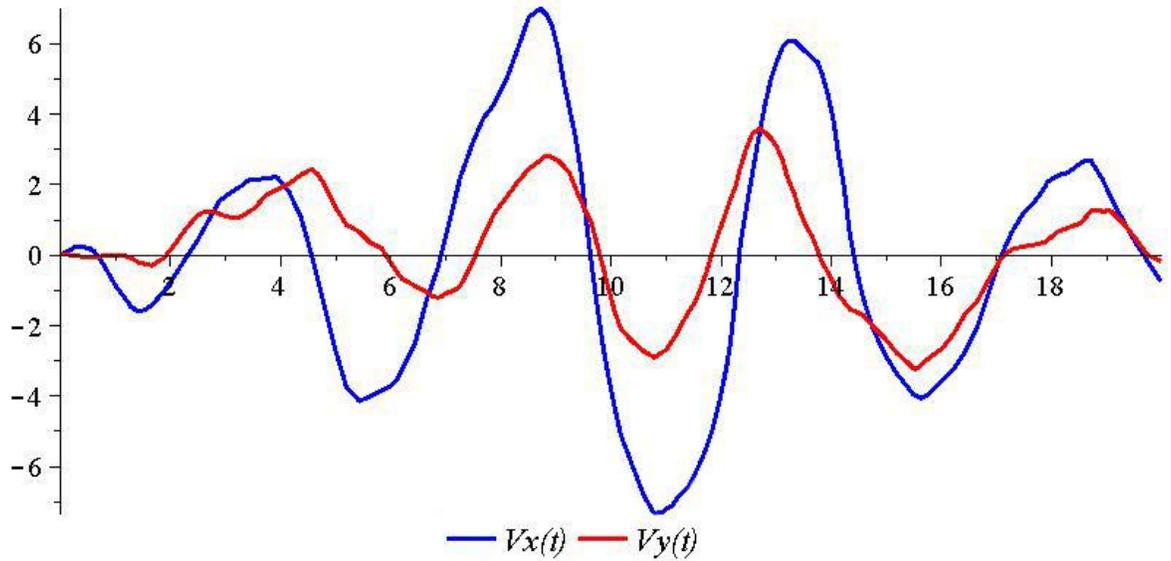


Рис. 2: Реализация ветрового воздействия $V_x(t)$, $V_y(t)$, (м/с).

Критерий оптимальности процесса стабилизации зададим в виде

$$J = \frac{1}{2} \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T \int_{0_{R^n}} [\Delta X^T Q_c \Delta X + u^T D_c u] P(t, dx) dt \rightarrow \min_{\Delta X, u} \quad (3)$$

$$Q_c = \text{diag}(100, 2, 100, 100), \quad D_c = 1000.$$

3. Анализ детерминированной системы

Рассмотрим детерминированную систему уравнений движения БЛА, получаемую из уравнений (1) без учета ветрового возмущения,

$$\begin{aligned} d\Delta\theta &= (a_\theta \Delta\vartheta - a_\theta \Delta\theta) dt, \\ d\Delta h &= V_a \Delta\theta dt, \\ d\Delta\vartheta &= \Delta\omega_z dt, \\ d\Delta\omega_z &= u dt. \end{aligned} \quad (4)$$

Нетрудно проверить, что система (4) является вполне управляемой и следовательно стабилизируема. То есть, если управление u зависит от всех компонент

вектора ΔX состояния БЛА, то матрицу замкнутой системы можно сделать устойчивой.

3.1. Анализ детерминированной управляемой системы. Случай 1

Хорошо известно, измерение угла наклона траектории θ или угла атаки $\alpha = \vartheta - \theta$, а также угловой скорости ω_z связано с техническими трудностями. Поэтому будем считать, что измеряются и доступны при построении регулятора только компоненты Δh и $\Delta \vartheta$ вектора состояния БЛА. Линейный регулятор, использующий эти измерения, будет иметь вид

$$u = -L_h \Delta h - L_g \Delta \vartheta. \quad (5)$$

Имеет место следующий факт.

Утверждение 1. Система (4), замкнутая регулятором (5), не может быть асимптотически устойчива.

Доказательство. Матрица системы (4), замкнутой регулятором (5), имеет вид

$$\bar{A}_1 = \begin{pmatrix} -a_\theta & 0 & a_\theta & 0 \\ V_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -L_h & -L_g & 0 \end{pmatrix},$$

а ее характеристическое уравнение $|\bar{A}_1 - \lambda E| = 0$ имеет вид

$$Q_1(\lambda) = \lambda^4 + a_\theta \lambda^3 + L_g \lambda^2 + L_g a_\theta \lambda + L_h a_\theta V_a = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) является уравнением 4-ого порядка, которое всегда можно представить в виде

$$\begin{aligned}
Q(\lambda) &= (\lambda^2 + a\lambda + b)(\lambda^2 + c\lambda + d) = \\
&= \lambda^4 + (a+c)\lambda^3 + (b+ac+d)\lambda^2 + (bc+ad)\lambda + bd = 0,
\end{aligned} \tag{7}$$

при этом коэффициенты a , b , c , d – действительные числа. Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях λ в (6) и (7), получим следующую систему уравнений

$$\begin{aligned}
a + c &= a_\theta, \\
b + ac + d &= L_g, \\
bc + ad &= L_g a_\theta, \\
bd &= L_h a_\theta V_a.
\end{aligned} \tag{8}$$

Далее подставляя величины a_θ и L_g , определяемые первым и вторым уравнениями, в третье, получим равенство

$$ab + a^2c + ac^2 + cd = 0. \tag{9}$$

Если система (4) асимптотически устойчива, то выполнить (9) невозможно, т.к. для асимптотической устойчивости необходимо выполнение условий

$$a > 0, \quad b > 0, \quad c > 0, \quad d > 0.$$

Приведенные рассуждения позволяют сделать вывод о невозможности сделать систему (4) асимптотически устойчивой только за счет использования при управлении компонент Δh и $\Delta \vartheta$. Тем более она не будет устойчивой при наличии ветровых возмущений.

Замечание 1. Установлено, что система (4) с регулятором (5) не может быть асимптотически устойчива. Физически более точное уравнение для угловой скорости $\Delta \omega_z$ имеет вид

$$d\Delta\omega_z = (-\xi_1\Delta\omega_z - \xi_2(\Delta\mathcal{G} - \Delta\theta) - \xi_3u)dt,$$

где $\xi_1 > 0$, $\xi_2 > 0$. Следовательно БЛА обладает небольшой собственной устойчивостью (при $u \equiv 0$), но результат утверждения 1 говорит о том, что с регулятором (5) нельзя ее сильно улучшить и эффективно парировать ветровые возмущения.

3.2. Анализ детерминированной управляемой системы. Случай 2

Пусть теперь дополнительно к компонентам Δh и $\Delta\mathcal{G}$ вектора состояния БЛА измеряется угловая скорость $\Delta\omega_z$. Тогда линейный регулятор, использующий доступную информацию о векторе состояния, будет иметь вид

$$u = -L_h\Delta h - L_g\Delta\mathcal{G} - L_{\omega_z}\Delta\omega_z. \quad (10)$$

Справедливо следующее утверждение.

Утверждение 2. Система (4), замкнутая регулятором (10), может быть асимптотически устойчива.

Доказательство. Матрица системы (4), замкнутой регулятором (10), имеет вид

$$\bar{A}_2 = \begin{pmatrix} -a_\theta & 0 & a_\theta & 0 \\ V_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -L_h & -L_g & -L_{\omega_z} \end{pmatrix},$$

а ее характеристическое уравнение $|\bar{A}_2 - \lambda E| = 0$ имеет вид

$$Q_2(\lambda) = \lambda^4 + (L_{\omega_z} + a_\theta)\lambda^3 + (a_\theta L_{\omega_z} + L_h)\lambda^2 + a_\theta L_g \lambda + V L_h a_\theta = 0. \quad (11)$$

Как и в доказательстве утверждения 1, уравнение (11) есть уравнение 4-ого порядка, которое можно представить в виде (7). Аналогично, приравнявая

коэффициенты при одинаковых степенях λ в (7) и (11), получим систему уравнений

$$\begin{aligned}a + c &= L_\omega + a_\theta, \\b + ac + d &= a_\theta L_\omega + L_g, \\bc + ad &= L_g a_\theta, \\bd &= L_h a_\theta V_a.\end{aligned}\tag{12}$$

Подставляя величины L_ω и L_g , определяемые первым и вторым уравнениями, в третье, получим аналогичное (9) равенство

$$a_\theta^3 - (a + c)a_\theta^2 + (b + ac + d)a_\theta - bc - ad = 0,\tag{13}$$

которое в отличие от (9) разрешимо при $a = a_\theta$, $c = a_\theta$, $b > 0$, $d > 0$.

Приведенное рассуждение позволяет сделать вывод о возможности достижения системой (4) замкнутой регулятором (10) асимптотической устойчивости.

4. Идентификатор пониженной размерности

В связи с тем, что не всегда возможно стабилизировать систему, используя при управлении ограниченный набор компонент вектора состояния, обычно используют идентификаторы состояния [7,8]. Однако возникает ряд проблем.

Общепринятая на практике постановка задачи синтеза оптимального управления системами опирается на теорему разделения [9,10]. Согласно этой теореме оптимальная система управления состоит из оптимального фильтра, формирующего оценку вектора состояния системы, и оптимального регулятора, определяющего управление при предположении, что вектор состояния известен точно. Результат этой теоремы, строго доказан лишь для линейных систем. К квазилинейным системам, к

которым относится рассматриваемая система, теорема разделения не применима. Тем не менее для таких систем используют аналоги фильтра Калмана [11-13]. В этом случае к системе 8-ого порядка (1)-(2) придется добавить фильтр как минимум 6-ого порядка. Это приведет к значительному усложнению алгоритма управления, не говоря о трудностях связанных с устойчивостью таких фильтров.

Имеются работы [14-18], в которых для линейных систем с неопределенностью проблема понижения порядка регулятора связывается с решением вырожденных задач (сингулярной задачи фильтрации и сингулярной задачи управления), для которых используются идентификаторы пониженной размерности, а полученный результат также интерпретируется с позиции принципа разделимости. Однако возникает вопрос как, используя, например, фильтр 3-ого порядка, идентифицировать 6 недостающих переменных состояния? Можно назвать и другие работы [19-21], так или иначе связанные с рассматриваемой проблемой.

В настоящей работе предполагается довольно естественный подход к совместному синтезу регулятора и идентификатора. Предлагается использовать идентификатор всего лишь первого порядка и не задумываться над тем, что он идентифицирует

$$dz = (\xi z + \nu \Delta h + \zeta \Delta \vartheta) dt, \quad (14)$$

а управление системой (1)-(2) искать в виде

$$u = -L_h \Delta h - L_\vartheta \Delta \vartheta - L_z z. \quad (15)$$

Предлагается коэффициенты L_h , L_ϑ , L_z регулятора (15) и коэффициенты ν , ξ , ζ

одномерного идентификатора (14) находить из условия минимума одного и того же критерия оптимальности (3) процесса стабилизации.

Прежде всего изучим вопрос: можно ли детерминированную систему (4), (14) с регулятором (15) сделать асимптотически устойчивой. Возможности здесь значительно расширяются по сравнению с ситуацией, рассмотренной в Утверждении 1, так как имеется 6 свободных параметров. Заметим, что общие алгебраические критерии стабилизируемости при управлении по части переменных состояния авторам не известны.

Утверждение 3. Система (4) с идентификатором (14) и регулятором (15) может быть стабилизирована за счет выбора параметров ν , ξ , ζ , L_h , L_g , L_z . Более того, эти параметры могут быть выбраны так, что все собственные значения системы примут любые заданные значения.

Доказательство. Матрица системы (4), (14), замкнутой регулятором (15), имеет вид

$$\bar{A}_3 = \begin{pmatrix} -a_\theta & 0 & a_\theta & 0 & 0 \\ V_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -L_h & -L_g & 0 & -L_z \\ 0 & \nu & \zeta & & \xi \end{pmatrix},$$

а ее характеристическое уравнение $|\bar{A}_3 - \lambda E| = 0$ имеет вид

$$\begin{aligned} Q_3(\lambda) = & \lambda^5 - (-a_\theta + \xi)\lambda^4 - (a_\theta\xi - L_g)\lambda^3 - (-L_z\zeta - a_\theta L_g + L_g\xi)\lambda^2 - \\ & - (-L_h V_a a_\theta - a_\theta L_z \zeta + a_\theta L_g \xi)\lambda + L_z \nu V_a a_\theta - V_a a_\theta L_h \xi = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Имеем 6 свободных параметров: ν , ζ , ξ , L_h , L_g , L_z . Коэффициенты при λ^4 , λ^3 и λ^2 – определяются за счет выбора ξ , L_g и $L_z \zeta$, коэффициент при λ и свободный член – за счет выбора L_h и ν . В результате корни уравнения (16) можно сделать любыми заданными.

5. Решения стохастических задач стабилизации

В данном разделе приводится решение задачи стабилизации движения БЛА с учетом ветрового воздействия, описываемой уравнениями (1)-(2) с добавлением уравнения идентификатора (14), управлением, заданным в виде (15), и критерием оптимальности (3). Для сравнения приводятся решения еще двух задач стабилизации системы (1)-(2): при доступной информации о векторе $\Delta X = (\Delta\theta, \Delta h, \Delta\vartheta, \Delta\omega_z)^T$ состояния БЛА и при доступной информации о компонентах Δh , $\Delta\vartheta$, $\Delta\omega_z$ вектора состояния БЛА.

Для отыскания оптимальных стратегий управления при наличии неполной информации о векторе состояния систем использовался общий метод решения задач синтеза оптимальных квазилинейных стохастических систем, изложенный в [3], включающий в себя необходимые условия оптимальности и разработанный численный метод градиентного типа.

5.1. Решение задачи стабилизации с идентификатором состояния

Рассмотрим систему уравнений движения БЛА (1), добавляя к ней уравнение идентификатора (14), и учитывая ветровое воздействие (2). Управление будем искать в

виде (15). Сделаем несколько замечаний по поводу используемого метода решения [3].

Во-первых, идентификатор состояния (14) можно записать в виде

$$\begin{aligned} dz &= u_1 dt, \\ u_1 &= \xi z + \nu \Delta h + \zeta \Delta \vartheta, \end{aligned} \quad (17)$$

где u_1 – дополнительное управление. В таком виде решаемая задача состоит в выборе двух линейных управлений (15), (17) неполной обратной связи.

Во-вторых, рассматриваемая система относится к классу симметричных [3] и для нее отсутствует смещение управления, а установившееся значение вектора математического ожидания равно нулю.

С учетом сделанных замечаний полученная система имеет вид

$$dX = (A_{0c} X + B_{0c} \tilde{u}) dt + \sum_{i=1, j=1}^{2,2} A_{ijc} X dw_{ij} + \sum_{i=1, j=3}^{2,3} B_{ijc}^1 dw_{ij}, \quad (18)$$

где $X = (\Delta\theta, \Delta h, \Delta\vartheta, \Delta\omega_z, V_x, v_1, V_y, v_2)^T$ – вектор состояния, $\tilde{u} = (u, u_1)^T$ – управление, которое ищется в виде

$$\tilde{u} = -LCX, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Матрицы системы имеют следующие числовые значения:

$$A_{0c} = \begin{pmatrix} -a_\theta & 0 & a_\theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ V_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_1 & -b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_2 & -b_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B_{0c} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

матрицы A_{11c} , A_{12c} , A_{21c} , A_{22c} размеров 9×9 , и B_{13c}^1 , B_{31c}^1 размеров 9×2 , имеют по одному ненулевому элементу соответственно

$$A_{11c}[7,6] = -a_1^w, \quad A_{12c}[7,7] = -b_1^w, \quad A_{21c}[9,8] = -a_2^w, \quad A_{22c}[9,9] = -b_1^w,$$

$$B_{13c}^1[7,1] = c_1^w, \quad B_{31c}^1[9,1] = c_2^w.$$

Матрица D_c критерия имеет вид

$$D_c = \text{diag}(1000, 0).$$

Необходимые условия оптимальности (5.18)-(5.21) из [3], конкретизированные для рассматриваемой задачи, имеют вид

$$C\Gamma^\infty Q_v = 0, \quad (20)$$

где

$$Q_v = MB_{0c} - C^T L^T D_c, \quad (21)$$

матрица M и предельная матрица ковариаций Γ^∞ находятся из уравнений

$$(A_{0c} - B_{0c}LC)^T M + M(A_{0c} - B_{0c}LC) + \sum_{i=1, j=1}^{2,2} A_{ijc}^T M A_{ijc} + Q_c + C^T L^T D_c LC = 0, \quad (22)$$

$$(A_{0c} - B_{0c}LC)\Gamma^\infty + \Gamma^\infty(A_{0c} - B_{0c}LC)^T + \sum_{i=1, j=1}^{2,2} A_{ijc}\Gamma^\infty A_{ijc}^T + \sum_{i=1, j=3}^{2,3} B_{ijc}^1 (B_{ijc}^1)^T = 0, \quad (23)$$

а критерий оптимальности вычисляется по формуле

$$J_{opt} = \frac{1}{2} \sum_{i=1, j=3}^{2,3} (B_{ijc}^1)^T M B_{ijc}^1. \quad (24)$$

Оптимальные значения параметров управлений (15) и (17), а также оптимальное значение критерия приведены в таблице 1.

Решение задачи 5.1.

Табл. 1

Параметры управления		Оптимальное значение критерия
Обозначение	Оптимальные значения	
ν	0.48	1.59
ζ	-60.703	
ξ	-6.097	
L_h	0.005	
L_g	10.998	
L_z	0.997	

5.2. Решение задачи стабилизации при информации о векторе ΔX состояния БЛА.

Рассмотрев систему 8-ого порядка (1)-(2), получим оптимальное управление, использующее информацию о векторе состояния ΔX БЛА,

$$u = -20.38\Delta\theta - 1.26\Delta h - 61.72\Delta g - 13.52\Delta\omega_z. \quad (25)$$

Оптимальное значение критерия для такой системы составляет 6.63.

5.3. Решение задачи стабилизации при информации о компонентах Δh , $\Delta \vartheta$, $\Delta \omega_z$ вектора состояния БЛА

Рассмотрев систему 8-ого порядка (1)-(2), получим оптимальное управление вида (10), использующее информацию о части компонент вектора состояния Δx БЛА,

$$u = -92.24\Delta\theta - 1.77\Delta h - 19.36\Delta\omega_z. \quad (26)$$

Оптимальное значение критерия для такой системы составляет 8.89.

5.4. Результаты моделирования

На рис. 4 – 7 приводятся реализации процессов управления рассмотренных в пп. 5.1, 5.2, 5.3 систем с регуляторами (19), (25) и (26), соответствующими ветровому воздействию, показанному на рис. 2.

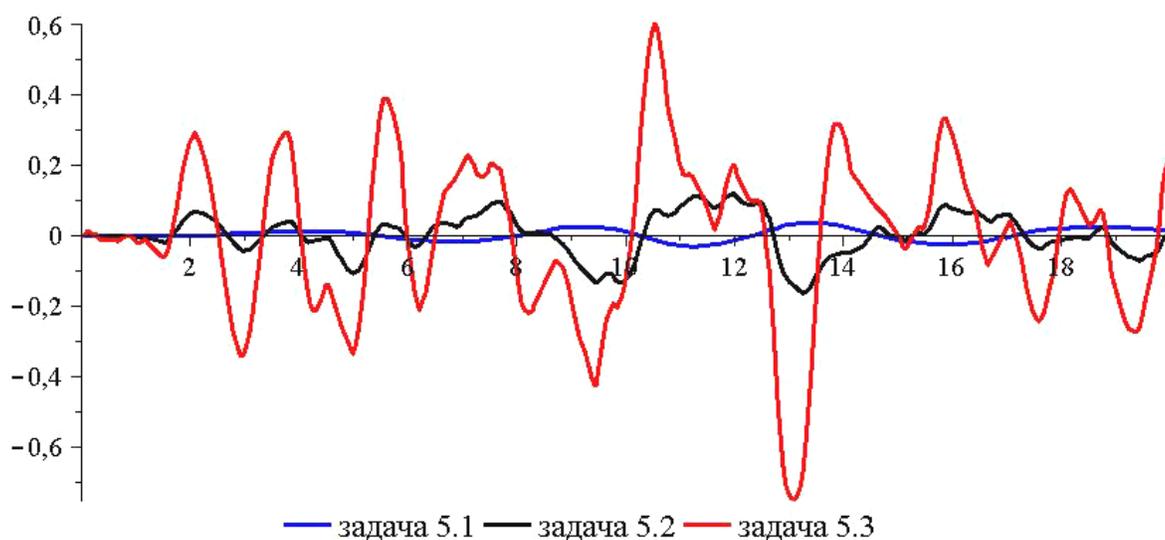


Рис. 3: Реализация управления.

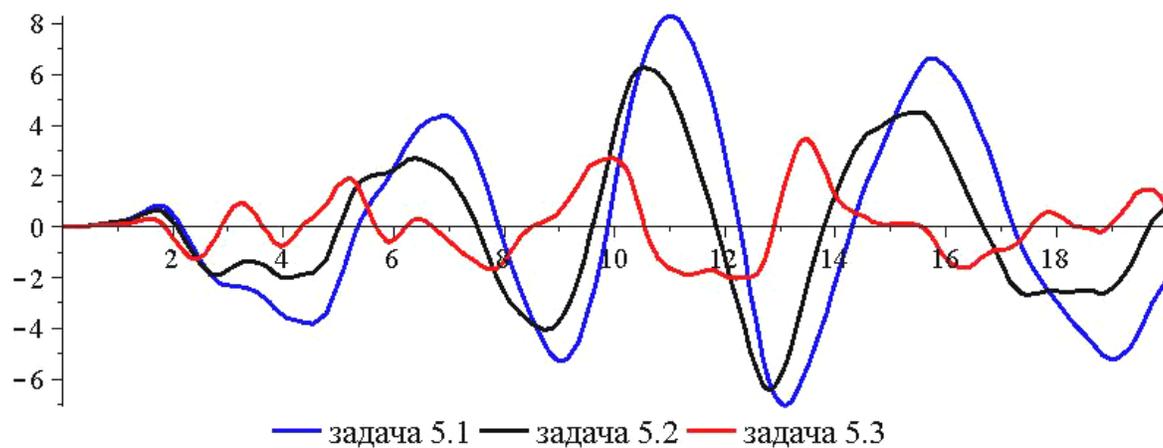


Рис. 4: Приращение угла наклона траектории $\Delta\theta$ (град).

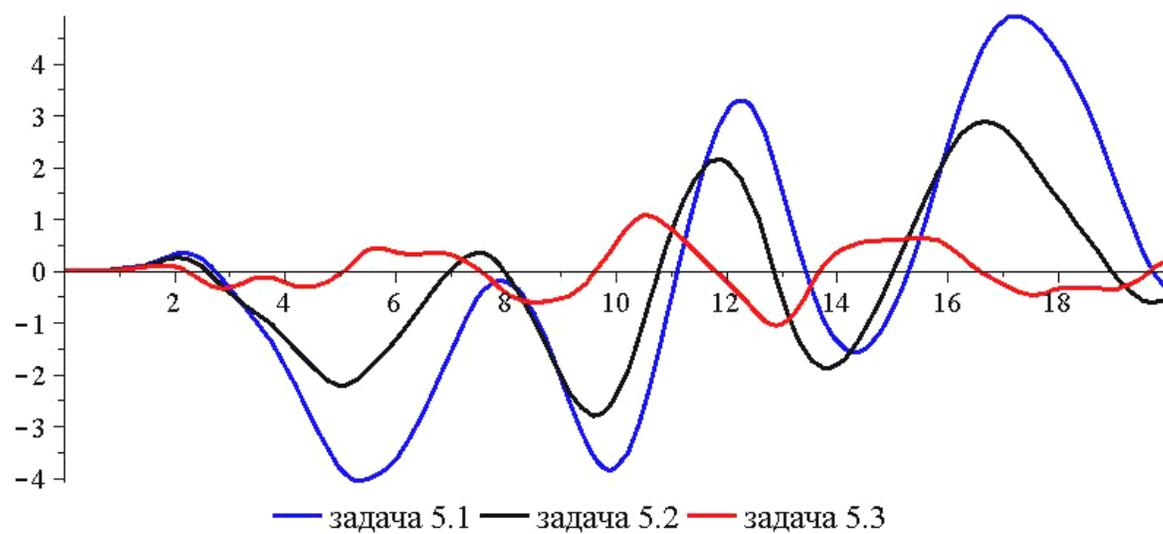


Рис. 5: Приращение высоты Δh (м).

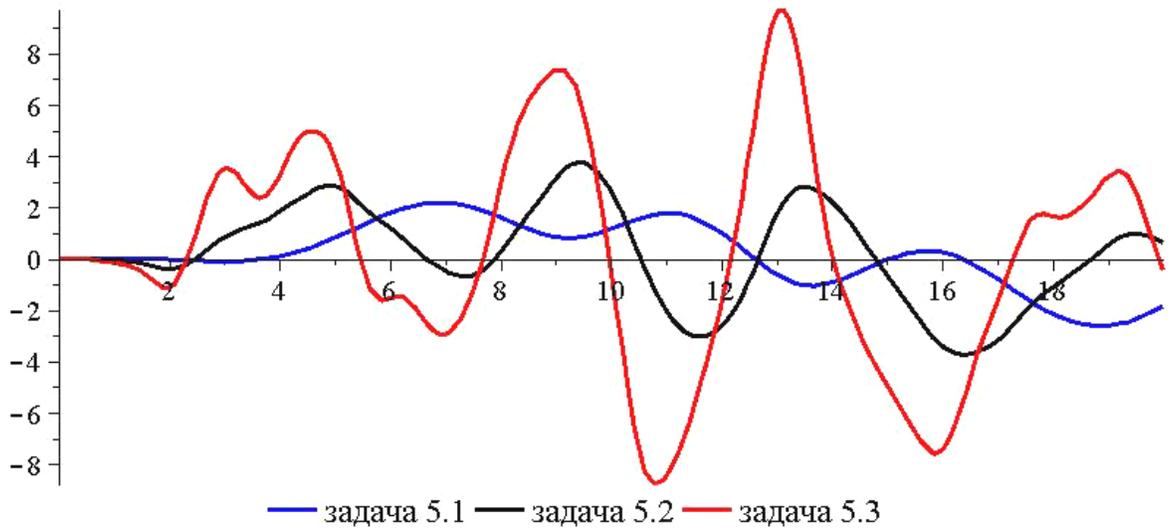


Рис. 6: Приращение угла тангажа $\Delta\theta$ (град).

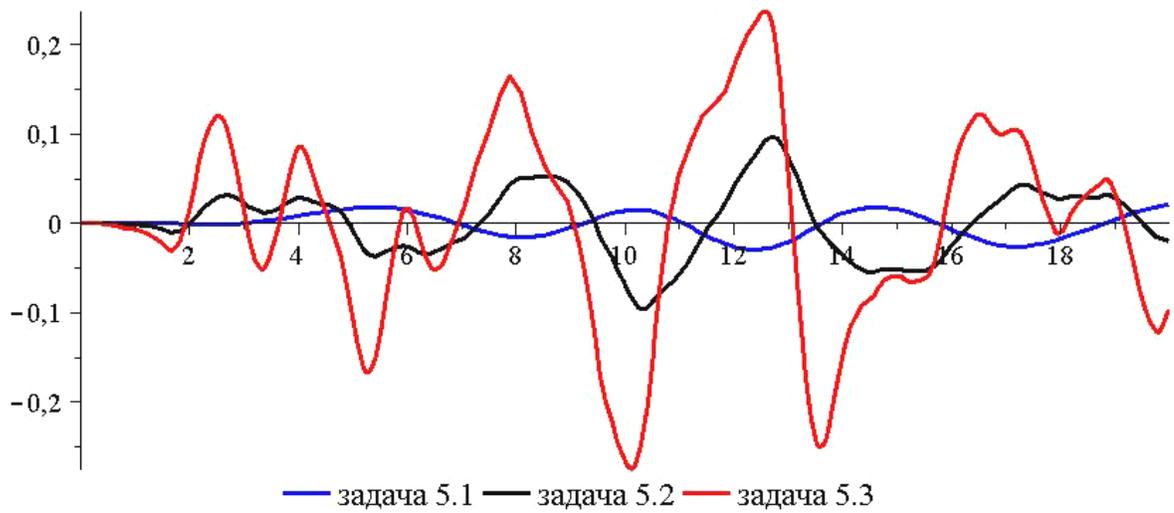


Рис. 7: Приращение скорости углового вращения $\Delta\omega$ (рад/с).

6. Заключение

Рассмотрена задача стабилизации горизонтального полета БЛА в вертикальной плоскости с учетом углового движения. Движение БЛА в условиях случайного ветрового воздействия описано квазилинейной стохастической системой при неполной

информации о состоянии системы. Предложено добавить в систему управления одномерный идентификатор состояния, параметры которого выбираются совместно с параметрами стратегии управления из условия минимума критерия стабилизации. Особенностью предложенного метода стабилизации БЛА является то, что синтезированная стратегия использует минимум информации о векторе состояния БЛА: отклонение высоты полета Δh и отклонение угла тангажа $\Delta \vartheta$. Показано, что прямое использование только этой информации не позволяет стабилизировать движение БЛА.

Наилучшее значение критерия $J = 1.59$ достигается при использовании идентификатора первого порядка. Оптимальное значение критерия в случае доступной информации о всем векторе состояния БЛА без использования идентификатора составляет $J = 6.63$. Если же измерению и соответственно использованию при управлении доступна лишь часть компонент вектора состояния БЛА (отклонение высоты, отклонение угла наклона траектории и отклонение угловой скорости), то оптимальное значение критерия составляет $J = 8.89$.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ

(грант № 16-08-00472).

Библиографический список

1. Параев Ю.И. Введение в статистическую динамику процессов управления и фильтрации. – М.: Советское Радио, 1976. – 156 с.
2. Randal W. Beard, Timothy W. McLain Small unmanned aircraft: theory and practice. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2012, 320 p.
3. Халина А.С., Хрусталева М.М. Оптимизация облика и стабилизация управляемых квазилинейных стохастических систем, функционирующих на неограниченном интервале времени // Известия РАН. Теория и системы управления. 2017. № 1. С. 65 - 88.
4. Etkin B. Dynamics of atmospheric flight. John Wiley & Sons, 1972, 608 p.
5. Etkin B. Turbulent wind and its effect on flight // Journal of Aircraft, 1981, vol. 18, no. 5, pp. 327 - 345.
6. Парышева Г.В., Ярошевский В.А. Проблема формирования расчетных ветровых возмущений для задач динамики полета // Ученые записки ЦАГИ. 2001. Т. XXXII. № 1-2. С. 102 – 118.
7. Лебедев Г.Н., Михайлин Д.А., Румакина А.В. Многоступенчатая идентификация неизмеряемых параметров полета при комплексировании сигналов бортовых измерительных средств // Труды МАИ. 2016. № 91. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=75637>
8. Рыбников С.И., Нгуен Тхань Шон. Повышение точности управления боковым движением среднемагистрального самолета с использованием калмановского

- наблюдателя знакопеременного ветрового возмущения // Труды МАИ. 2018. № 98.
URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=90450>
9. Квакуернак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. – М.: МИР, 1977. – 656 с.
 10. Di Masi G.B., Gombani A., Kurzhanski A.B. Modeling, Estimation and Control of Systems with Uncertainty, USA, Birkhäuser Boston, 1991, 472 p.
 11. Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews. Kalman filtering: theory and practice using MATLAB, John Wiley & Sons, 2015, 640 p.
 12. Simon D. Optimal State Estimation. Kalman, H_∞ , and Nonlinear Approaches, John Wiley & Sons, 2006, 552 p.
 13. Jazwinski A.H. Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, 1970, 376 p.
 14. Садомцев Ю.В. Синтез динамических субоптимальных регуляторов пониженного порядка на основе H_∞ -критерия // Автоматика и телемеханика. 2006. № 12. С. 175 – 189.
 15. Rom D.B., Sarachik P.E. The design of optimal compensators for linear constant systems with inaccessible states // Transactions on Automatic Control, 1973, vol. AC-18, no. 5, pp. 509 – 512.
 16. Blanvillain P.J., Johnson T.L. Specific-optimal control with a dual minimal-order observer-based compensator // International Journal of Control, 1978, vol. 28, no. 2, pp. 277 – 294.
 17. Dai L. Singular control systems: Lecture notes in control and information sciences. Berlin,

Heidelberg, Springer-Verlag, 1989, 334 p.

18. Zhang L., Huang B., Lam J. LMI synthesis of H_2 and mixed H_2/H_∞ controllers for singular systems // IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing, 2003, vol. 50, no. 9, pp. 615 - 626.

19. Кабанов С.А. Оптимизация динамики систем при действии возмущений. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 200 с.

20. Коровин С.К., Фомичев В.В. Наблюдатели состояния для линейных систем с неопределенностью. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 224 с.

21. Ильин А.В., Коровин С.К., Фомичев В.В. Методы построения наблюдателей для линейных динамических систем с неопределенностью // Труды Математического института имени В. А. Стеклова РАН. 2008. Т. 262. С. 87 - 102.