Научная статья
УДК 004.942; 532.5.031; 539.371
URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=189682
EDN: https://www.elibrary.ru/JBZCGH

ДИСБАЛАНС РОТОРА ТУРБОМАШИНЫ ВСЛЕДСТВИЕ ЭФФЕКТА ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССЫ МАСЛЯНОГО СЛОЯ В ПОДШИПНИКЕ СКОЛЬЖЕНИЯ

В.И. Дунаев[1], **А.В. Бунякин**[2], **М.С. Степанов**[1]✉

[1]Кубанский государственный технологический университет, г. Краснодар, Россия

[2]Филиал Майкопского государственного технологического университета в поселке Яблоновском, поселок Яблоновкий, Республика Адыгея, Россия

✉ m.s.stepanov@mail.ru

Цитирование: Дунаев В.И., Бунякин А.В., Степанов М.С. Дисбаланс ротора турбомашины вследствие эффекта присоединенной массы масляного слоя в подшипнике скольжения // Труды МАИ: электрон. журнал. № 150. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=189682

Аннотация. При технической диагностике турбомашин возникает проблема анализа их вибрационного спектра. При этом важно выделять и численно оценивать величины динамического воздействия и соответствующие частоты каждого отдельного элемента турбомашины, составляющие в целом, весь его вибрационный спектр. Поскольку на турбомашинах, как на приводе, так и на центробежном нагнетателе установлены подшипники скольжения, интересна динамика течения масляного смазочного слоя между валом и вкладышем подшипника. Скорость течения масла в этом слое близка к окружной скорости на поверхности вала (более десяти метров в секунду), а амплитуда его смещения – порядка десятков микрон, соизмерима с толщиной самого масляного слоя. Поэтому эффект присоединенной массы (в аэро-гидро-упругом приближении) при «плавании вала» в смазочном слое весьма существенный, и дает вклад в общий вибрационный фон агрегата. В работе представлены результаты математического моделирования и численные оценки этого эффекта. Принятые

в математической модели допущения выделяют указанный эффект, поскольку пренебрегается вязкостью и сжимаемостью смазочного слоя (приближение идеальной жидкости). Вызываемый эффектом присоединенной массы циклический дисбаланс создает в материале вкладыша касательные напряжения, приводящие к накоплению усталостных повреждений, которые понижают рабочий ресурс подшипника.

Ключевые слова: диагностика подшипников скольжения; гидродинамика масляного слоя; эффект присоединенной массы; дисбаланс ротора.

GAS TURBINE ROTOR IMBALANCE DUE TO THE EFFECT OF THE ADDED MASS OF THE OIL LAYER IN THE PLAIN BEARING

V.I. Dunaev[1], **A.V. Bunyakin**[2], , **M.S. Stepanov**[1]✉

[1]Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia

[2]Branch of the Maykop State Technological University in the village of Yablonovsky, Yablonovsky, Republic of Adygea, Russia

✉ m.s.stepanov@mail.ru

Citation: Dunaev V.I., Bunyakin A.V., Stepanov M.S. Gas turbine rotor imbalance due to the effect of the added mass of the oil layer in the plain bearing // Trudy MAI. 2026. No. 150. (In Russ.). URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=189682

Abstract. In technical diagnostics of turbomachines, the problem of analyzing their vibration spectrum arises. One must identify and numerically evaluate the dynamic impact magnitudes and frequencies of each component, which together constitute the entire vibration spectrum. Since plain bearings are installed in turbomachines, both in the drive and in the centrifugal compressor, the dynamics of oil film flow between the shaft and the bearing shell is of interest. The oil flow velocity is close to the peripheral velocity at the shaft surface (over ten meters per second), while the shaft displacement amplitude is tens of microns, comparable to the oil film thickness. Therefore, the added mass effect (in the aero-hydro-elastic approximation) during shaft “floating” in the lubricating layer is very significant and contributes to the overall vibration background. The paper presents modeling results and numerical estimates of this effect. The model assumptions isolate this effect by neglecting viscosity and compressibility of the

lubricating layer (ideal fluid approximation). The cyclic imbalance caused by the added mass effect produces shear stresses in the bearing shell, accumulating fatigue damage and reducing bearing service life.
Keywords: plain bearing diagnostics; oil film hydrodynamics; added mass effect; turbomachine rotor imbalance.

Введение

Для описания эффекта присоединенной массы [1] при демпфировании (плавании) ротора турбомашины в масляном слое подшипников скольжения (squeeze film dampers – SFD), в основном, используются модели тонкой пленки с параболической аппроксимацией профиля скорости [2]. Такого рода решения классического уравнения Рейнольдса для несжимаемых тонких пленок в сочетании с процедурой линеаризованного возмущения реализовываются для расчета коэффициентов динамической силы реакции цилиндрических подшипников скольжения в работах многих авторов, например, [3, 4].

В динамической системе, состоящей из ротора Джеффкотта, поддерживаемого подшипником со слоем масляной пленки, описываемым уравнением Рейнольдса, наблюдается неустойчивость и хаотические колебания [5]. Модели переменной вязкости [6], вносящие дополнительное уточнение, не меняют качественного характера поведения динамической системы, получаемой таким образом.

Эффект инерции (конвективной – циркуляционной инерции) смазочного слоя в подшипниках скольжения для демпферов типа сжатой пленки (SFD), моделируемый колебательной системой типа балки конечной длины с открытым концом (модель бортового ротора на конечных элементах балки Тимошенко [7, 8]), основывается на понятии эффекта присоединенной массы. Приближение тонкой пленки дает оценку этого эффекта снизу, вместе с тем, аналогичный эффект описывается также и в модели аэро-гидро-упругости, где в основу положена потенциальность течения и уравнение Коши-Лагранжа, что дает верхнюю оценку динамического воздействия [9].

В представленной работе ставится целью получение верхней оценки, поскольку она позволяет оценить максимум вибрационного воздействия на корпус агрегата. Для этого используется система координат, специально приспособленная к геометрической форме смазочного зазора. В процессе плавания ротора во вкладыше подшипника скольжения возникает нестационарный режим движения масляного слоя, сопровождающийся смещением центра вала относительно вкладыша. Возникает вопрос о величине динамического воздействия масляного слоя на вал ротора, которое аналогично разбалансировке, возникающей вследствие эффекта присоединенной массы.

Далее будем рассматривать величину силы, характеризующей динамическое воздействие масляного слоя на ротор при его нестационарных вертикальных смещениях.

Моделирование течения масляного слоя в кольцевом зазоре подшипника скольжения

Для моделирования течения масляного слоя в кольцевом зазоре воспользуемся биполярной системой координат. Координаты биполярной системы связаны с декартовыми координатами соотношениями [10]:

$$x = \frac{a \cdot sh\tau}{ch\tau + \cos\sigma}; \quad y = \frac{a \cdot \sin\sigma}{ch\tau + \cos\sigma} \tag{1}$$

$-\infty < \tau < +\infty$, $-\pi \le \sigma < \pi$ нулевое значение угла соответствует положению точки (*x, y*) на отрезке, соединяющем полюсы.

Можно убедиться, что координатными линиями системы (1) служат семейство взаимно-ортогональных окружностей с центрами, соответственно, на осях *Ox* и *Oy* – рисунок 1.

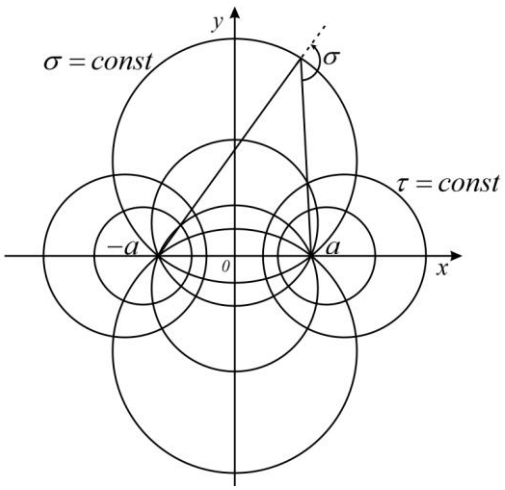


Рисунок 1 – Координатные линии биполярной системы

При $\tau = \tau_0$, $\tau_0 \neq 0$

$$\left(x - a\,cth\,\tau_0\right)^2 + y^2 = \left(\frac{a}{sh\tau_0}\right)^2$$

При $\sigma = \sigma_0$, $\sigma_0 \neq 0$

$$x^2 + \left(y + a\,ctg\,\sigma_0\right)^2 = \left(\frac{a}{\sin\sigma_0}\right)^2$$

Выражения для координат (1) могут быть получены при помощи конформного отображения:

$$z = a\frac{e^{\zeta} - 1}{e^{\zeta} + 1}, \quad z = x + iy, \quad \zeta = \tau + i\sigma. \tag{2}$$

При этом для выражения (1) выполняются условия Коши – Римана:

$$\frac{\partial x}{\partial \tau} = \frac{\partial y}{\partial \sigma}, \quad \frac{\partial x}{\partial \sigma} = -\frac{\partial y}{\partial \tau}.$$

Тогда в биполярной системе координат выражения для градиента, коградиента и оператора Лапласа имеют, соответственно, вид:

$$\nabla_{\tau,\sigma}(\cdot) = \frac{\left(ch\tau + \cos\sigma\right)^2}{a^2}\left(\frac{\partial(\cdot)}{\partial\tau}\boldsymbol{e}_{\tau} + \frac{\partial(\cdot)}{\partial\sigma}\boldsymbol{e}_{\sigma}\right)$$

$$\nabla_{\sigma,-\tau}(\cdot) = \frac{\left(ch\tau + \cos\sigma\right)^2}{a^2}\left(\frac{\partial(\cdot)}{\partial\sigma}\boldsymbol{e}_{\tau} - \frac{\partial(\cdot)}{\partial\tau}\boldsymbol{e}_{\sigma}\right)$$

$$\boldsymbol{e}_{\tau} = \left(\frac{\partial x}{\partial\tau}, \frac{\partial y}{\partial\tau}\right); \quad \boldsymbol{e}_{\sigma} = \left(\frac{\partial x}{\partial\sigma}, \frac{\partial y}{\partial\sigma}\right) \tag{3}$$

$$\Delta(\cdot) = \frac{\left(ch\tau + \cos\sigma\right)^2}{a^2}\left(\frac{\partial^2(\cdot)}{\partial\tau^2} + \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial\sigma^2}\right)$$

На левой части рисунка 2 схематично показан разрез масляного слоя в подшипнике скольжения, который представляет собой неконцентрическое кольцевое пространство между ротором и вкладышем (статором) подшипника.

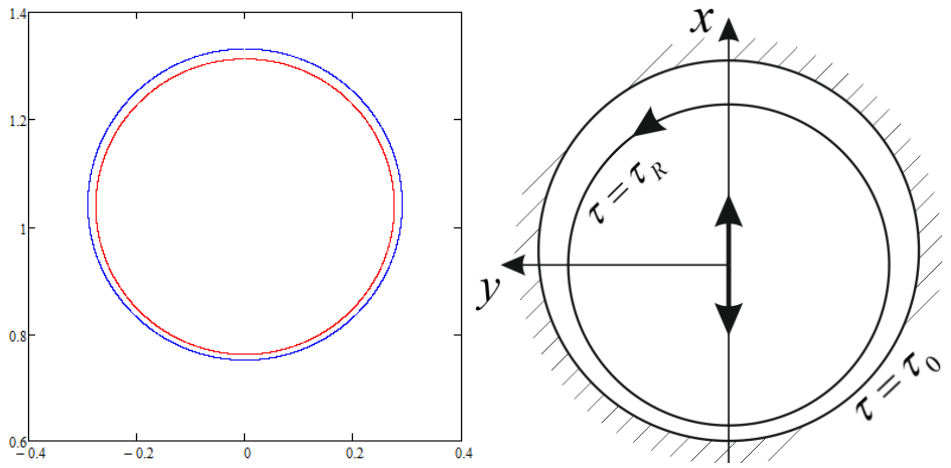


Рисунок 2 – Сечение масляного слоя в подшипнике скольжения.
Правая часть рисунка соответствует $\tau_0 = 1{,}95$, $\tau_R = 2$ – координаты вала и вкладыша в биполярной системе, $a = 1$

Пусть ψ – функция тока течения масляного слоя в кольце $\tau_0 < \tau < \tau_R$. При этом, предполагаем, что масляный слой несжимаем. Тогда вектор скорости масляного слоя $\boldsymbol{V}$ выражается через коградиент ψ и следуя формулам (3) имеет вид:

$$\boldsymbol{V} = \nabla_{\sigma,-\tau}\psi = V_\tau \boldsymbol{e}_\tau + V_\sigma \boldsymbol{e}_\sigma \qquad (4)$$

В выражении (4) обозначено:

$$V_\tau = \frac{\left(ch\tau + \cos\sigma\right)^2}{a^2}\frac{\partial\psi}{\partial\sigma}, \quad V_\sigma = -\frac{\left(ch\tau + \cos\sigma\right)^2}{a^2}\frac{\partial\psi}{\partial\tau}.$$

$$V_\tau = \frac{\left(ch\tau + \cos\sigma\right)^2}{a^2}\frac{\partial\psi}{\partial\sigma}, \; V_\sigma = -\frac{\left(ch\tau + \cos\sigma\right)^2}{a^2}\frac{\partial\psi}{\partial\tau}$$

Так же предполагаем, что течение масляного слоя безвихревое. Тогда ψ – гармоническая функция, то есть:

$$\Delta\psi = 0.$$

Вертикальному смещению вала в масляном слое соответствует функция тока следующего вида (аналогичное выражение используется для описания течения в вихревой ячейке, пристроенной к сегменту крылового профиля [11]):

$$\psi = \alpha(t)\,sh(\tau - \tau_0)\sin\sigma + A\tau \qquad (5)$$

В выражении (5) $A = const$, задающая стационарное циркуляционное движение масляного слоя, $\alpha(t)$ – периодическая функция, задающая смещение

вала по вертикали (граничное условие «непротекания» на внутренней поверхности вкладыша – при $\tau = \tau_0$ – не нарушается).

Компонента скорости течения масляного слоя V_τ, ортогональная поверхности вала на его поверхности, с учетом формулы (5) имеет вид:

$$V_\tau\big|_{\tau=\tau_R} = \frac{(ch\tau_R + \cos\sigma)^2}{a^2}\frac{\partial\psi}{\partial\sigma}\bigg|_{\tau=\tau_R} = \alpha(t)\frac{(ch\tau_R + \cos\sigma)^2}{a^2} sh(\tau_R - \tau_0)\cos\sigma .$$

Вектор составляющей скорости, соответствующей этой компоненте с учетом формулы (4) и последней из формул (3), на поверхности вала (при $\tau_R = 2$), имеет вид:

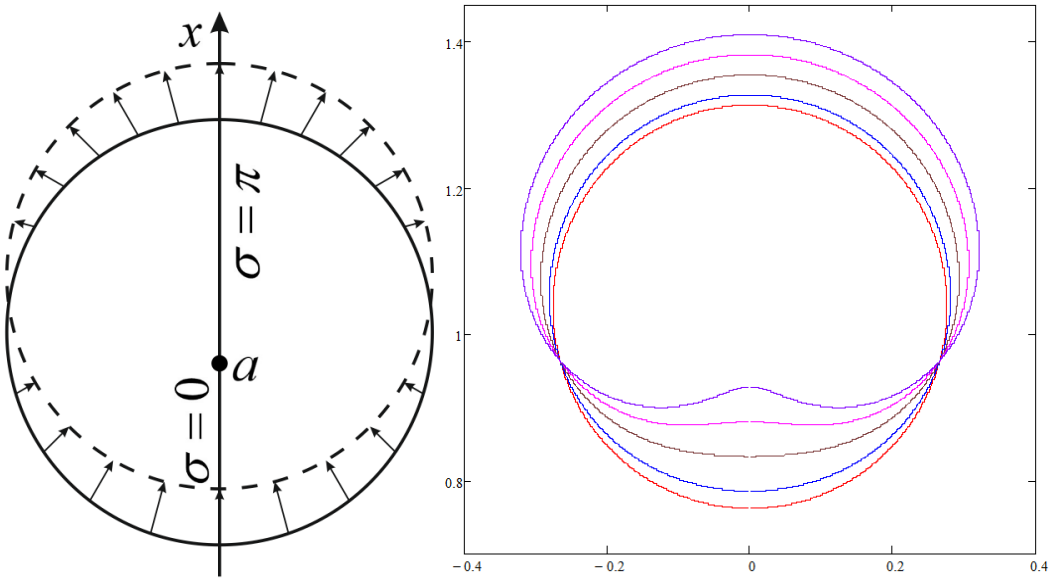
$$\boldsymbol{V}_\tau = V_\tau \boldsymbol{e}_\tau, \quad \boldsymbol{e}_\tau = \left(\frac{\partial x}{\partial\tau}, \frac{\partial y}{\partial\tau}\right).$$

При этом из выражения (1) имеем:

$$\frac{\partial x}{\partial\tau}\bigg|_{\tau=\tau_R} = a\frac{1 + ch\tau_R\cos\sigma}{(ch\tau_R + \cos\sigma)^2},$$

$$\frac{\partial y}{\partial\tau}\bigg|_{\tau=\tau_R} = -a\frac{\sin\sigma\, sh\tau_R}{(ch\tau_R + \cos\sigma)^2}.$$

Эпюра векторной составляющей $\boldsymbol{V}_\tau$ показана на рисунке 3.



а) б)

Рисунок 3 – а) – схематичная эпюра скоростей $\boldsymbol{V}_\tau$ масляного слоя на окружности вала при его смещении вверх, б) – контуры эпюры скоростей соответствующие значениям $\tau_0 = 1{,}95$, $\tau_R = 2$, $a = 1$, значение параметра $\alpha = 0{,}15 \div 0{,}75$ варьируется.

Введем потенциал φ скорости $\boldsymbol{V} = \nabla_{\tau,\sigma}\varphi$ течения масляного слоя, связанный с функцией тока условиями Коши – Римана:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\tau} = \frac{\partial\psi}{\partial\sigma}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\sigma} = -\frac{\partial\psi}{\partial\tau}.$$

$$\varphi = \alpha(t)ch(\tau - \tau_0)\cos\sigma - A\sigma. \tag{6}$$

Тогда с учетом выражений (5) и (6) для комплексного потенциала $f(\varsigma)$ имеем:

$$f(\varsigma) = \varphi + i\,\psi = \alpha(t)ch(\varsigma - \tau_0) + i\,A\varsigma. \tag{7}$$

Определим силу $\boldsymbol{F}$ аэродинамического воздействия масляного слоя на вал.

Воспользуемся интегралом Коши – Лагранжа:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{(\nabla\varphi)^2}{2} + \frac{p}{\rho} = c(t). \tag{8}$$

В выражении (8) обозначено: p – распределение давления, отнесенного к длине масляного слоя, ρ – двумерная плотность масляного слоя, $c(t)$ – пространственная константа Коши-Лагранжа, $(\nabla\varphi)^2$ – скалярный квадрат скорости.

Из равенства (8) имеем выражение для распределения давления в масляном слое:

$$p = -\rho\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{(\nabla\varphi)^2}{2} - c(t)\right).$$

Тогда

$$\boldsymbol{F} = -\oint\limits_{\tau=\tau_R} p\cdot\boldsymbol{n}\,dL = (F_x, F_y),$$

$$\boldsymbol{n}\,dL = (dy, -dx),$$

проекции силы аэродинамического давления на оси $O\boldsymbol{x}$ и $O\boldsymbol{y}$ имеют, соответственно, вид (обход контура при интегрировании против часовой стрелки):

$$F_x = -\oint\limits_{\tau=\tau_R} p\cdot dy = \rho \oint\limits_{\tau=\tau_R}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{(\nabla\varphi)^2}{2}\right)dy$$
$$F_y = \oint\limits_{\tau=\tau_R} p\cdot dy = -\rho \oint\limits_{\tau=\tau_R}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{(\nabla\varphi)^2}{2}\right)dx \qquad (9)$$

Вычислим интегралы, входящие в выражения (9).

Криволинейный интеграл $\rho \oint\limits_{\tau=\tau_R}\frac{\partial\varphi}{\partial t}dy$ представляет проекцию силы инерции присоединенной массы при плавании вала в масляном слое на ось ***Ox***. С учетом выражений (6) и (1) имеем (при обходе по контуру $\tau=\tau_R$ положительного полюса $x=a$ против часовой стрелки, начиная от луча $x>0$, значение угла σ меняется от π до «$-\pi$» см. рис. 1):

$$\rho \oint\limits_{\tau=\tau_R}\frac{\partial\varphi}{\partial t}dy = \rho\alpha'(t)ch(\tau_R-\tau_0)\int\limits_{\pi}^{-\pi}\cos\sigma\ dy\Big|_{\tau=\tau_R} =$$
$$= -\rho\alpha'(t)ch(\tau_R-\tau_0)\int\limits_{-\pi}^{\pi}\cos\sigma\ dy\Big|_{\tau=\tau_R} =$$
$$= -a\rho\alpha'(t)ch(\tau_R-\tau_0)\int\limits_{-\pi}^{\pi}\left(\frac{\cos^2\sigma}{ch\tau_R+\cos\sigma}+\frac{\sin^2\sigma\cos\sigma}{(ch\tau_R+\cos\sigma)^2}\right)d\sigma = \qquad (10)$$
$$= -a\rho\alpha'(t)ch(\tau_R-\tau_0)\left(2\pi ch\tau_R+(1-ch^2\tau_R)\int\limits_{-\pi}^{\pi}\frac{d\sigma}{ch\tau_R+\cos\sigma}\right) =$$
$$= -2\pi a\rho\alpha'(t)ch(\tau_R-\tau_0)\left(ch\tau_R-\sqrt{ch^2\tau_R-1}\right) = -2\pi a\rho\alpha'(t)ch(\tau_R-\tau_0)e^{-\tau_R}.$$

Вычислим криволинейный интеграл $\rho \oint\limits_{\tau=\tau_R}\frac{\partial\varphi}{\partial t}dx$ представляющий проекцию силы инерции присоединенной массы при плавании вала в масляном слое на ось ***Oy***:

$$\rho \oint\limits_{\tau=\tau_R}\frac{\partial\varphi}{\partial t}dx = -\rho\alpha'(t)\,ch(\tau_R-\tau_0)\int\limits_{-\pi}^{\pi}\cos\sigma\ dx\Big|_{\tau=\tau_R} = 0.$$

Интегралы

$$\left(F_x^0, F_y^0\right) = \frac{\rho}{2}\oint\limits_{\tau=\tau_R}(\nabla\varphi)^2(dy,-dx),$$

имеют смысл, аналогичный подъемной силы Н.Е. Жуковского и находятся по формуле Блазиуса [12] (обход контура против часовой стрелки):

$$F_x^0 - iF_y^0 = \frac{i\rho}{2} \oint_{\tau=\tau_R} W'(z)^2 dz \ . \qquad (11)$$

В выражении (11) $W'(z)$ – сопряженная скорость.

Вычислим интеграл (11). Заменяя переменную, имеем:

$$W(z(\varsigma)) = f(\varsigma), \quad \frac{f'(\varsigma)}{z'(\varsigma)} = W'(z),$$

следуя равенствам (7) и (2) соответственно, получим:

$$f'(\varsigma) = \alpha(t)sh(\varsigma - \tau_0) + iA, \quad z'(\varsigma) = \frac{a}{1+ch\varsigma}.$$

Тогда, после замены $\omega = e^{-\tau_R+\varsigma}$, то есть $d\zeta = \frac{d\omega}{\omega}$ и, соответственно, $ch\varsigma = \frac{1}{2}\left(\omega e^{\tau_R} + \frac{e^{-\tau_R}}{\omega}\right)$; $sh\varsigma = \frac{1}{2}\left(\omega e^{\tau_R} - \frac{e^{-\tau_R}}{\omega}\right)$, а «+...» ниже обозначает слагаемые, которые заведомо не дадут вычета:

$$F_x^0 - iF_y^0 = \frac{i\rho}{2} \oint_{\tau=\tau_R} W'(z)^2 dz \ =$$

$$= \frac{i\rho}{2a} \int_{\tau_R+\pi i}^{\tau_R-\pi i} \left(\alpha(t)sh(\varsigma-\tau_0) + iA\right)^2 (1+ch\varsigma)d\varsigma =$$

$$= \frac{i\rho}{2a} \oint_{|\omega|=1} \left(\frac{\alpha(t)}{2}\left(\omega e^{\tau_R-\tau_0} - \frac{e^{\tau_0-\tau_R}}{\omega}\right) + iA\right)^2 \left(1+\frac{1}{2}\left(\omega e^{\tau_R} + \frac{e^{-\tau_R}}{\omega}\right)\right)\frac{d\omega}{\omega} =$$

$$= \frac{i\rho}{2a} \oint_{|\omega|=1} \left(-\alpha(t)^2 + iA\alpha(t)\left(\omega e^{\tau_R-\tau_0} - \frac{e^{\tau_0-\tau_R}}{\omega}\right) - A^2 + \ldots\right) \cdot$$

$$\cdot \left(1+\frac{1}{2}\left(\omega e^{\tau_R} + \frac{e^{-\tau_R}}{\omega}\right)\right)\frac{d\omega}{\omega} =$$

$$= \frac{\pi\rho}{a}\left(\alpha^2(t) + A^2\right) + i\frac{\pi\rho}{a}A\,\alpha(t)\,sh\,\tau_0. \qquad (12)$$

Составляющая скорости, ортогональная оси симметрии ***Ox***, связанная с несимметричным распределением давления, появляется, следуя выражению (5), только при смещении вала. Положительность значения силы вдоль оси ***Ox***

является следствием того, что на контуре замкнутого течения идеальной жидкости неизбежно наличие более одной пары «максимум – минимум» давления [13].

С учетом выражений (9), (11) и (12) для проекций F_x и F_y силы аэродинамического воздействия масляного слоя на вал имеем:

$$F_x = -2\pi a\rho\alpha'(t)ch(\tau_R - \tau_0)e^{-\tau_R} + \frac{\pi\rho}{a}\left(\alpha^2(t) + A^2\right),$$
$$F_y = -\frac{\pi\rho}{a}A\,\alpha(t)\,sh\,\tau_0. \qquad (13)$$

Численный пример

Произведем оценку порядка слагаемых в формулах (13).

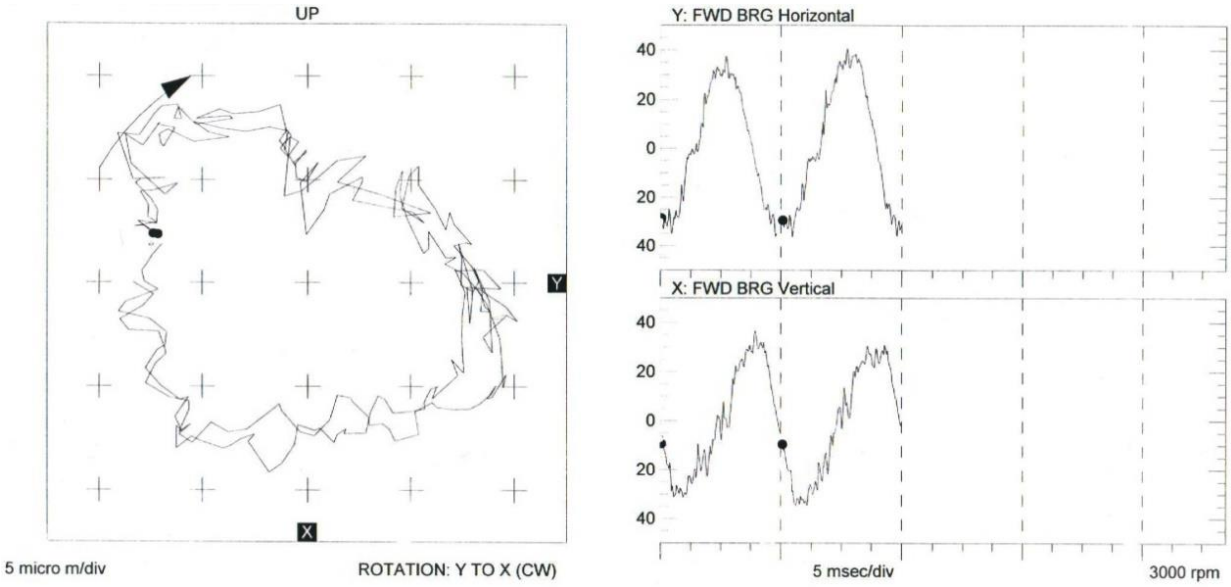


Рисунок 4 – данные измерений смещения центра вала в масляном слое.

Для оценки порядка слагаемых в выражениях (13) положим:

$$\alpha(t) = a\frac{\delta}{T}\sin\frac{2\pi}{T}t. \qquad (14)$$

В выражении (14) обозначено: δ – амплитуда смещения центра вала при его плавании; T – период обращения.

Согласно формулам (1) и рис. 2 величина a связана с радиусом вала R соотношением:

$$2R = a\,sh\,\tau_R\left(\frac{1}{ch\tau_R - 1} - \frac{1}{ch\tau_R + 1}\right) = \frac{2a\,sh\,\tau_R}{ch^2\tau_R - 1} = \frac{2a}{sh\,\tau_R}.$$

Отсюда

$$a = R\,sh\tau_R . \tag{15}$$

Тогда выражение (13) с учетом равенств (14) и (15) принимает вид:

$$F_x = -4\pi^2\rho R^2\frac{\delta}{T^2}sh^2\tau_R\,ch\left(\tau_R-\tau_0\right)e^{-\tau_R}\cos\frac{2\pi}{T}t+$$
$$+\frac{\pi\rho}{Rsh\tau_R}\left(R^2sh^2\tau_R\frac{\delta^2}{T^2}\sin^2\frac{2\pi}{T}t+A^2\right); \tag{16}$$
$$F_y = -\pi\rho A\,sh\tau_0\frac{\delta}{T}\sin\frac{2\pi}{T}t.$$

Следуя рис. 4 период обращения $T = 2\cdot10^{-2}\,c$ (3000 об/мин), амплитуда смещения центра вала при его плавании (диаметр усредненного контура) $\delta = 2\cdot10^{-5}\,м$. Из рис. 2 $\tau_R = 2$, $\tau_0 = 1{,}95$, радиус вала $R = 4{,}5\cdot10^{-2}\,м$.

Тогда

$$a = R\,sh\,\tau_R \approx 0{,}163\,м .$$

Для константы, задающей стационарное циркуляционное движение масляного слоя, имеем:

$$A \approx -\frac{2\pi R^2}{T} \approx -0{,}636\,м .$$

Знак минус в последнем выражении соответствует направлению вращения, изображенному на рис. 4. Считаем, что обходится положительный полюс *x = a* по часовой стрелке (рис. 1 и 4), следовательно, $A<0$.

Плотность ρ в формулах (8) – (13) приведена к площади, а не к объему (двумерная плотность), то есть $\rho = \rho_0 H$, где $\rho_0 = 850\,{кг}/{м^3}$ объемная плотность масла, $H = 0{,}05\,м$ ширина вкладыша подшипника.

Подставим в выражение (16) определенные выше числовые значения в СИ, получим:

$$F_x \approx -0{,}303\cdot\cos\frac{2\pi}{T}t + 6{,}84\cdot10^{-7}\cdot\sin^2\frac{2\pi}{T}t + 331,$$
$$F_y \approx 0{,}292\cdot\sin\frac{2\pi}{T}t. \tag{17}$$

Рассмотрим слагаемые, определяющие нестационарные динамические воздействия (зависящие от времени), входящие в выражения (17).

Первое слагаемое в выражении для F_x определяет силу инерции присоединенной массы при нестационарных смещениях вала в масляном слое и его значение превосходит второе слагаемое – нестационарное возмущение подъемной силы – по порядку величин в 10^6 раз меньше первого (второе – пренебрежимо мало). Соответствующий инерционный эффект приводит к дисбалансу, ввиду его рассогласования по двум опорам подшипника, что усиливает прецессию вала [14]. Этот эффект является существенным, поскольку расстояние между опорами имеет величину порядка 0,7 – 0,8 *м*.

Такой же порядок имеет компонента силы F_y, приводящая к формированию «овала плавания вала» (см. рисунок 4). Векторная сумма этих двух составляющих нестационарного воздействия по абсолютной величине равна $\sqrt{\left(F_x - 331\right)^2 + F_y^2} \approx 0{,}3H$, и направлена она ортогонально вкладышу (вращается вместе с ротором).

Третье слагаемое в первом из выражений (17) порядка 34 *кгс,* определяет значение силы, аналогичной подъемной силе Н.Е. Жуковского – стационарная сила, компенсирующая вес вала (на двух опорах порядка 70 *кгс*), и она не дает вклада в динамическую нагрузку.

Первое слагаемое в обоих компонентах силы – в выражениях (17), относительно мало по абсолютной величине (порядка 30 грамм-силы), однако ввиду нестационарности нагрузки с частотой порядка 50 Гц, это слагаемое дает существенный вклад в усталостное разрушение подшипника.

Результаты и заключение

Таким образом, динамическое воздействие вала, передающееся через масляный слой на вкладыш и далее – на корпус агрегата приводит к вибрации на частоте, близкой к оборотной, ввиду дисбаланса на валу и ввиду его прецессии (что следует из рисунка 4).

Нестационарная сила инерции присоединенной массы, формирует в антифрикционном слое вкладыша подшипника скольжения циклическое нагружение. Несмотря на малость абсолютного значения силы (0,3*Н*), при

высокой частоте нагрузки это способствует зарождению микроповреждений (микротрещин) под действием циклических напряжений в сочетании с кавитационными явлениями [15] в масляном слое.

Такая разбалансировка является конструктивно неликвидируемой и проявляется лишь в собственно эксплуатационных условиях.

Эффект присоединенной массы при «плавании вала» в смазочном слое весьма существенный, и дает вклад в общий вибрационный фон агрегата при его штатной работе, что должно быть заметно на виброграмме. При этом возникает проблема отличия этого постоянно присутствующего вибрационного вклада от близких к оборотной частоте составляющих виброспектра, связанных с развитием дефектов типа нарушений гладкости поверхностей вала и вкладыша подшипника.

Мониторинг амплитудных характеристик вибрации на частоте вращения ротора [14] позволяет отслеживать развитие усталостных процессов в материале вкладыша, обусловленных данным механизмом циклического нагружения.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Список источников

1. Wambsganss M.W., Chen S.S., Jendrzejczyk J.A. Added mass and damping of a vibrating rod in confined viscous fluids: Technical Memorandum ANL-CT-75-08 / Argonne National Laboratory. — Argonne, IL, 1974. — 29 p.

2. Wang H., Shan W., Yu C. Study on the added mass effect in squeeze-film dampers. Journal of Mechanical Science and Technology. 2018. V. 32 (6), 2889–2895. DOI 10.1007/s12206-018-0544-7

3. Miranda W.M., Machado L.H.J., Faria M.T.C. Some insights into the dynamic response of flexible rotors supported on fluid film bearings / International Congress of Mechanical Engineering ABCM. Ouro Preto, MG. 2005. P. 1771. DOI 10.13140/2.1.4142.9449

4. San Andres L.A., Vance J.M. Effects of fluid inertia on finite-length squeeze-film dampers // A S L E Transactions. 1987. V. 30 (3). 384–393. DOI: 10.1080/05698198708981771

5. Smolík L., Byrtus M., Dyk Š., Hajžman M. Dynamic behaviour of rotors supported by fluid-film bearings operated close to fluid-induced instability / International Conference of Engineering Vibration (ICoEV 2017). Sofia, Bulgaria. V. 148. DOI 10.1051/matecconf/201814804003

6. Bandyopadhyay A.K., Mazumder S.K. Stability of flexibly supported finite oil journal bearing considering fluid inertia effect and influence of pressure dependent variable viscosity. International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT). 2021. V. 10. Issue 01. http://www.ijert.org (V10IS010191)

7. Dakel M.Z., Baguet S., Dufour R. Nonlinear dynamics of a support-excited flexible rotor with hydrodynamic journal bearings. Journal of Sound and Vibration. 2014. V. 333 (10). 2774–2799. DOI 10.1016/j.jsv.2013.12.021

8. Hamzehlouia S., Behdinan K. A Study of Lubricant Inertia Effects for Squeeze Film Dampers Incorporated into High-Speed Turbomachinery. Lubricants. 2017. V. 5 (43). 1–29. DOI 10.3390/lubricants5040043

9. Javorova J.G. Effect of convective fluid inertia on the EHD lubrication of journal bearings. 2004. Proc. of 5-th Intern. Conf. Math. Probl. Eng. and Aerospace Sci. "ICNPAA 2004". 315–322. DOI 10.13140/2.1.2062.8801 (Journal of Theor. & Appl. Mech. 2005. V. 35 (1). 3–16)

10. Уфлянд Я.С. Биполярные координаты в теории упругости. — Москва, Ленинград: Гос. изд-во техн. - теорет. лит., 1950. — 232 с. черт.; 20. — (Современные проблемы механики/Под общ. ред. проф. А.И. Лурье и проф. Л.Г. Лойцянского).

11. Бунякин А.В. Вихревая ячейка с вращающимся внутри цилиндром на поверхности крылового профиля при больших числах Рейнольдса. Изв. РАН «Механика жидкости и газа» 2001. Т. 36 (4). 87. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=13922198 (Bunyakin A. V. Vortex cell with a cylinder rotating inside it on the surface of an airfoil section at high reynolds numbers. Fluid Dynamics. 2001. V. 36 (4). 602–607. DOI 10.1023/A:1012393630468)

12. Лаврентьев М.А. Методы теории функций комплексного переменного [Учеб. пособие] / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. — 6-е изд., стер. — М.: Лань, 2002. — 688 с. ил.; 22. — (Учебники для вузов. Специальная литература); ISBN 5-9511-0014-3.

13. Bunyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu. High-Reynolds-number Batchelor-model asymptotics of a flow past an aerofoil with a vortex trapped in a cavity. J. Fluid Mech. 1998. V.358. 283–297. DOI 10.1017/S0022112097008203

14. Степанов М.С., Бунякин А.В., Гилаев Г.Г., Дунаев В.И. Моделирование влияния неравномерного распределения отложений в проточной части нагнетателя на прецессию его ротора. Вест. Тюмен. гос. ун-та. 2024. Т. 10 (4). 79–94. DOI 10.21684/2411-7978-2024-10-4-79-94

15. Sun L., Shi J., Jiang T., Li Z., Xie Q., Liu Z., Xu W. Stability Analysis of the Rotor-Journal Bearing System Considering Shear and Gaseous Cavitation. Lubricants. 2024. V. 12 (2). 48. DOI 10.3390/lubricants12020048

References

1. Wambsganss M.W., Chen S.S., Jendrzejczyk J.A. Added mass and damping of a vibrating rod in confined viscous fluids: Technical Memorandum ANL-CT-75-08. Argonne National Laboratory, Argonne, IL, 1974. 29 p.

2. Wang H., Shan W., Yu C. Study on the added mass effect in squeeze-film dampers. Journal of Mechanical Science and Technology, 2018, vol. 32, no. 6, pp. 2889–2895. DOI: 10.1007/s12206-018-0544-7

3. Miranda W.M., Machado L.H.J., Faria M.T.C. Some insights into the dynamic response of flexible rotors supported on fluid film bearings. Proceedings of the 18th International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2005), Ouro Preto, MG, Brazil, 2005, p. 1771. DOI: 10.13140/2.1.4142.9449

4. San Andres L.A., Vance J.M. Effects of fluid inertia on finite-length squeeze-film dampers. ASLE Transactions, 1987, vol. 30, no. 3, pp. 384–393. DOI: 10.1080/05698198708981771

5. Smolík L., Byrtus M., Dyk Š., Hajžman M. Dynamic behaviour of rotors supported by fluid-film bearings operated close to fluid-induced instability. MATEC Web of Conferences, 2017, vol. 148, article 04003. DOI: 10.1051/matecconf/201814804003

6. Bandyopadhyay A.K., Mazumder S.K. Stability of flexibly supported finite oil journal bearing considering fluid inertia effect and influence of pressure dependent variable viscosity. International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT), 2021, vol. 10, issue 01. URL: http://www.ijert.org (V10IS010191)

7. Dakel M.Z., Baguet S., Dufour R. Nonlinear dynamics of a support-excited flexible rotor with hydrodynamic journal bearings. Journal of Sound and Vibration, 2014, vol. 333, no. 10, pp. 2774–2799. DOI: 10.1016/j.jsv.2013.12.021

8. Hamzehlouia S., Behdinan K. A study of lubricant inertia effects for squeeze film dampers incorporated into high-speed turbomachinery. Lubricants, 2017, vol. 5, no. 4, article 43, pp. 1–29. DOI: 10.3390/lubricants5040043

9. Javorova J.G. Effect of convective fluid inertia on the EHD lubrication of journal bearings. Proceedings of the 5th International Conference on Mathematical Problems in Engineering and Aerospace Sciences (ICNPAA 2004), 2004, pp. 315–322. DOI: 10.13140/2.1.2062.8801 (Also in: Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2005, vol. 35, no. 1, pp. 3–16)

10. Uflyand Ya.S. Bipolyarnye koordinaty v teorii uprugosti [Bipolar coordinates in elasticity theory]. Moscow, Leningrad: Gostekhizdat, 1950. 232 p.

11. Bunyakin A.V. Vortex cell with a cylinder rotating inside it on the surface of an airfoil section at high Reynolds numbers. Fluid Dynamics, 2001, vol. 36, no. 4, pp. 602–607. DOI: 10.1023/A:1012393630468

12. Lavrent'ev M.A., Shabat B.V. Metody teorii funktsiy kompleksnogo peremennogo [Methods of the theory of functions of a complex variable]. 6th ed. Moscow: Lan', 2002. 688 p. ISBN 5-9511-0014-3.

13. Bunyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu. High-Reynolds-number Batchelor-model asymptotics of a flow past an aerofoil with a vortex trapped in a cavity. Journal of Fluid Mechanics, 1998, vol. 358, pp. 283–297. DOI: 10.1017/S0022112097008203

14. Stepanov M.S., Bunyakin A.V., Gilaev G.G., Dunaev V.I. Modelirovanie vliyaniya neravnomernogo raspredeleniya otlozheniy v protochnoy chasti nagnetatelya na pretsessiyu ego rotora [Modeling the influence of uneven distribution of deposits in the flow path of a supercharger on the precession of its rotor]. Vestnik Tyumenskogo gosudarstvennogo universiteta, 2024, vol. 10, no. 4, pp. 79–94. DOI: 10.21684/2411-7978-2024-10-4-79-94

15. Sun L., Shi J., Jiang T., Li Z., Xie Q., Liu Z., Xu W. Stability analysis of the rotor-journal bearing system considering shear and gaseous cavitation. Lubricants, 2024, vol. 12, no. 2, article 48. DOI: 10.3390/lubricants12020048

Информация об авторах

Дунаев Владислав Игоревич, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры газонефтетранспортных систем и оборудования нефтяной и газовой промышленности Кубанского государственного технологического университета; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4166-6808; e-mail: dunayev1964@bk.ru

Бунякин Алексей Вадимович, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры нефтегазового дела и землеустройства филиала Майкопского государственного технологического университета в поселке Яблоновском; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1849-1667; e-mail: alex.bunyakin@mail.ru

Степанов Михаил Сергеевич, старший преподаватель кафедры газонефтетранспортных систем и оборудования нефтяной и газовой промышленности Кубанского государственного технологического университета; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0513-2681; e-mail: m.s.stepanov@mail.ru

Information about the authors

Vladislav I. Dunaev, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Gas and Oil Transport Systems and Equipment, Kuban State Technological University; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4166-6808; e-mail: dunayev1964@bk.ru

Alexey V. Bunyakin, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department of Oil and Gas Engineering and Land Management, Branch of the Maykop State

Technological University in the village of Yablonovsky; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1849-1667; e-mail: alex.bunyakin@mail.ru

Mikhail S. Stepanov, Senior Lecturer, Department of Gas and Oil Transport Systems and Equipment, Kuban State Technological University; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0513-2681; e-mail: m.s.stepanov@mail.ru

Получено 23 апреля 2026 ● Принято к публикации 22 июня 2026 ● Опубликовано 28 октября 2026
Received 23 April 2026 ● Accepted 22 June 2026 ● Published 28 October 2026