

ИНФОРМАТИКА, МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ

Научная статья

УДК 629.7.07:519.85

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=186317>

EDN: <https://www.elibrary.ru/RXJZQT>

**ОПТИМИЗАЦИЯ КОЛИЧЕСТВЕННОГО СОСТАВА И МАРШРУТОВ
ПОЛЕТА ГРУППЫ ЛЕГКИХ БЕСПИЛОТНИКОВ**

**Алексей Игоревич Калашников^{1✉}, Дмитрий Викторович Моисеев², Николай
Иванович Зонов³**

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Москва, Россия

¹✉alex-aka@mail.ru

²moiseev801@mail.ru

³navicontr@mail.ru

Аннотация. В статье сформулирована, исследована и решена оптимизационная задача определения количественного состава и маршрутов полета группы легких беспилотников с учетом действия ветра. Предложена методика, предусматривающая постановку и решение указанной задачи как двухкритериальной задачи булева линейного программирования. В качестве минимизируемых критериев рассмотрено количество аппаратов и время облета заданных своим положением группы локальных

объектов. Предложенная методика обеспечивает нахождение оптимального по Парето множества решений. Показано, что указанное множество имеет характерные особенности, позволяющие в дальнейшем сравнительно легко давать обоснованные рекомендации по выбору из него конкретного рационального решения. Исследовано влияние постоянного для зоны полета ветра на получаемые результаты. Моделирование подтвердило работоспособность предложенной методики и реализующего ее программно-алгоритмического обеспечения.

Ключевые слова: группа беспилотников, планирование маршрутов полета, Парето оптимальное множество, двухкритериальность.

Для цитирования: Калашников А.И., Моисеев Д.В., Зонов Н.И. Оптимизация количественного состава и маршрутов полета группы легких беспилотников // Труды МАИ. 2025. № 144. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=186317>

COMPUTER SCIENCE, MODELING AND MANAGEMENT

Original article

OPTIMIZATION OF THE QUANTITATIVE COMPOSITION AND FLIGHT ROUTES OF THE LIGHT UNMANNED AERIAL VEHICLES GROUP

Alexey I. Kalashnikov^{1✉}, Dmitriy V. Moiseev², Nikolay I. Zonov³

Moscow Aviation University

Moscow, Russian Federation

¹✉alex-aka@mail.ru

²moiseev801@mail.ru

³navicontr@mail.ru

Abstract. The article formulates, investigates and solves the optimization problem of determining the quantitative composition and flight routes of a group of light drones, taking into account the action of the wind. A technique is proposed that provides for the formulation and solution of this problem as a two-criterion Boolean linear programming problem. The number of UAVs and the time of flight around the group of objects with specified locations, were considered as the criteria to be minimized. The proposed technique provides for finding the optimal Pareto set of solutions, followed by its analysis and narrowing. It is shown that this set has characteristic features that make it relatively easy in the future to make informed recommendations on choosing a specific rational solution from it. Given that both criteria are minimized, the desired solution corresponds to the "south-western" boundary of the reachability set. The key result of analyzing the obtained boundaries of the accessibility sets is that, regardless of wind speed and direction, as well as the number of points connected by routes, they have a number of common properties. First, the time to complete a mission to fly around all specified points, all other things being equal, is a non-increasing function of the number of UAVs in the group. Secondly, starting with a certain number of vehicles in a group, a further increase in the size of the group ceases to lead to a noticeable decrease in mission completion time. Thus, it is proposed to formulate and solve the problem of routing the flight of a group of UAVs simultaneously with determining its quantitative composition. Methodically, this corresponds to a systematic approach aimed at increasing the target effectiveness of the UAV group at the same time as a possible decrease

in its number. The influence of the constant wind for the flight zone on the obtained results was also investigated. The simulation confirmed the operability of the proposed methodology and the software and algorithmic support implementing it.

Keywords: group of drones, flight route planning, Pareto optimal set, two criteria

For citation: Kalashnikov A.I., Moiseev D.V., Zonov N.I. Optimization of the quantitative composition and flight routes of the light unmanned aerial vehicles group // Trudy MAI. 2025. No. 144. (In Russ.)

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=186317>

Введение

Беспилотные летательные аппараты (БЛА) являются ключевым элементом в решении широкого спектра задач в различных сферах деятельности. Переход от применения одиночных БЛА к их групповому использованию является естественным способом повышения целевой эффективности применения таких аппаратов [1, 2]. Интуитивно понятно, что использование группы беспилотников вместо одиночного аппарата может обеспечить определенные преимущества. Например, применение группы БЛА может повысить оперативность решения различных задач информационного обеспечения. С другой стороны, по понятным причинам актуален вопрос о соотношении целевого эффекта от применения группы БЛА и ее количественного состава. Другими словами, разумно иметь ввиду два критерия. Одним из них является функция от количества БЛА, а вторым функция, характеризующая целевую эффективность группы. Отметим, что эффективность

применения группы БЛА с конкретными тактико-техническими характеристиками (ТТХ) при решении определенной целевой задачи в свою очередь зависит как от ее количественного состава так и от маршрутов полета аппаратов группы. Таким образом, при рассмотрении задачи оптимальной маршрутизации полета группы БЛА естественным является обсуждение ее как двухкритериальной. Однако, до сих пор, в литературе в основном развивались другие подходы к этому вопросу. Например, в [3, 4] задачи оптимальной маршрутизации полета группы аппаратов, рассматриваются в предположении, что их численность априори задана. Критерий целевой эффективности при этом является определенной функцией от маршрутов полета аппаратов, входящих в группу. К отдельному направлению относятся работы [5, 6], посвященные оптимизации численности группы БЛА в контексте повышения эффективности достижения определенной общей цели группы вне связи с задачей маршрутизации полета как второстепенной, или имеющей очевидное решение. Также встречается подход, предусматривающий декомпозицию исходной постановки на задачу определения количественного состава группы беспилотников с последующим решением задачи маршрутизации их полета [7]. Справедливость такой декомпозиции может быть обоснована определенными допущениями, либо, в рамках постановки конкретной задачи, является естественной. Объединяет все эти подходы то, что они предусматривают использование скалярных критериев. В данной работе предложена методика решения указанной задачи выбора численного состава и маршрутов полета группы как двухкритериальной. Таким образом, восполняется определенный пробел в обсуждаемой теме.

Техническая постановка задачи

Будем исходить из того, что для выполнения группой БЛА целевой задачи будет достаточно однократного пролета любого из аппаратов группы над точками, местоположение которых связано с определенными локальными объектами, которые считаются равноценными. Задача заключается в определении численности БЛА группы и построении маршрутов их полета. При этом необходимо включить в маршруты БЛА все заданные точки, а время полета каждого из БЛА группы не должно превосходить допустимого. В статье сделан акцент на рассмотрение разомкнутых маршрутов полета БЛА, хотя замкнутые маршруты в литературе более популярны [1 – 4]. Тем не менее, разомкнутые маршруты с учетом расширения спектра решаемых беспилотниками задач также привлекают внимание авторов [8]. Будем полагать, что БЛА стартуют из одной и той же точки с известным местоположением практически одновременно. Точки окончания маршрутов каждого БЛА должны быть различными и заранее не фиксируются.

Задача рассматривается в предположении о том, что в зоне полета БЛА надо учитывать наличие ветра. При этом предполагается, что направление и скорость ветра постоянны для всей зоны и времени полета БЛА группы. Такие допущения вполне справедливы для легких БЛА[9].

Тактико-технические характеристики, в частности, воздушная скорость всех БЛА группы одинаковы.

Говоря о критерии целевой эффективности отметим, что в ряде статей [3, 4, 10, 11] обсуждалась и обосновывалась актуальность критериев, являющихся

определенной функцией времени полета БЛА. При этом естественно имелось ввиду наличие ограничения снизу на количество объектов, которые требовалось связать маршрутом. Наиболее распространенными функциями такого рода являются либо суммарное время налета (суммарная длина пути) всех БЛА группы [3, 4], либо время, требующееся группе на облет всех заданных объектов [10, 11]. Первый критерий физически отражает расход горючего (энергоресурсов) группой БЛА. Второй критерий характеризует оперативность решения задачи облета определенного множества объектов. Минимизация именно этого критерия, характеризующего целевую эффективность группы, будет рассматриваться в дальнейшем.

Задача рассматривается в предположении о том, что объекты настолько удалены друг от друга, что для легкого БЛА с учетом характерных для него скоростей и маневренности при расчете времени его перелета между локальными объектами криволинейными участками траектории, связанными с изменением направления полета, можно пренебречь. При этом время полета по маршруту равно сумме времен перелета между парами точек, образующих этот маршрут. Таким образом, при расчетах критерия целевой эффективности используется нижняя оценка времени полета «time of flight estimate» (TOFE) каждого БЛА по маршруту [12].

Математическая формализация маршрутного полета группы БЛА

При математической формализации задачи используем аппарат булева линейного программирования, который успешно применялся при формировании различных постановок задач маршрутизации полета [13].

Пусть точка старта имеет номер 1. Общее количество точек, считая точку старта, обозначим как n . Номера таких точек образуют множество $\{1, 2, \dots, n\}$. Количество БЛА обозначим как m . Номера БЛА группы образуют множество $\{1, 2, \dots, m\}$.

Введем в рассмотрение фиктивную точку с номером $n+1$, которая является финишной для маршрутов всех БЛА. Фиктивной эта точка является в том смысле, что физически она не существует, а расстояние и, соответственно, время полета до нее от любой ранее введенной точки считаются равными нулю.

В качестве неизвестного будем использовать трехиндексную булеву переменную x_{ijk} . Если такая переменная равна 1, то беспилотник с номером k имеет в своем маршруте перелет из точки i в точку j . Если эта переменная равна 0, то перелет между точками i и j в маршрут k -го БЛА не входит. Допустимое множество X искомым переменных, определяющих маршруты полета каждого БЛА группы, формируется при всевозможных комбинациях индексов, удовлетворяющих следующим условиям:

$$i = \overline{1, n}; j = \overline{2, n+1}; i \neq j; k = \overline{1, m}. \quad (1)$$

В допустимое множество не входят также переменные, у которых пара индексов i и j одновременно имеет значение $i=1, j=n+1$ при $k=\overline{1, m}$. Исключение этих переменных обусловлено отсутствием у них физического смысла. Отметим, что при таком выборе неизвестных из рассмотрения исключаются варианты:

- 1) возвращения из какой-либо точки в точку старта,
- 2) «перелеты» между одной и той же точкой,
- 3) «перелет» из стартовой точки в финишную,

4) вылет из финишной точки.

Исключение определенных переменных позволяет использовать в дальнейшем минимально необходимое количество неизвестных, общее количество которых равно $mn(n-1)$.

С учетом того, что все БЛА в обязательном порядке вылетают из первой (стартовой) точки, должны быть выполнены условия:

$$\sum_{j=2}^n x_{1jk} = 1, k = \overline{1, m}. \quad (2)$$

Поскольку из всех точек, кроме финишной и уже учтенной согласно (2) стартовой, должен вылететь ровно один БЛА, надо учесть ограничения:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=2}^{n+1} x_{ijk} = 1, i = \overline{2, n}. \quad (3)$$

Поскольку любая точка, кроме фиктивной, может быть включена в маршрут только одного БЛА к уже имеющимся условиям надо добавить ограничения:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=2}^n x_{ijk} = 1, j = \overline{2, n}. \quad (4)$$

Для обеспечения связности маршрутов каждого БЛА группы, необходимо выполнение условий:

$$\sum_{i=2}^n x_{ijk} - \sum_{i=2}^n x_{jik} = 0; j = \overline{2, n}; k = \overline{1, m}. \quad (5)$$

Для того, чтобы маршруты всех БЛА «заканчивались» в финишной точке, должны быть выполнены условия:

$$\sum_{i=2}^n x_{ijk} = 1, j = n+1, k = \overline{1, m}. \quad (6)$$

Можно говорить, что каждый маршрут формально заканчивается мнимым участком перелета в точку с номером $(n+1)$.

Введем условие, согласно которому продолжительность полета каждого БЛА группы не должна превышать допустимого времени T , то есть:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n t_{ij} x_{ijk} \leq T, k = \overline{1, m}. \quad (7)$$

Значение коэффициента t_{ij} равно времени наискорейшего перелета из точки i в точку j с учетом действия ветра [14]. При записи (7) учтено, что $t_{in+1k} = 0, i = \overline{2, n}; k = \overline{1, m}$.

Обсуждение методики решения

Решение задачи о выборе количества БЛА в группе и их маршрутов сведем к нахождению парето оптимального множества [15] с последующим его анализом и сужением. Для рассматриваемой задачи множество достижимости [16] является дискретным и представляет собой набор точек на плоскости, определяемой координатами m (количеству БЛА в группе) и T (время выполнения миссии). Каждая из этих точек соответствует совокупности конкретных маршрутов полета каждого из БЛА группы. Учитывая, что оба критерия надо минимизировать нас будет интересовать нахождение «юго-западной» границы [17] множества достижимости. Точки, составляющие указанную границу, соответствуют для каждого из рассматриваемых значений m минимальному времени выполнения миссии. Таким образом, для нахождения точек, образующих границу и соответствующих им парето

оптимальному решению, необходимо найти минимально возможное значение времени выполнения миссии для каждого из возможных значений m . Сложность решения такой задачи связана с тем, что такой критерий как время выполнения миссии не удастся записать как функцию множества неизвестных (1) используя формализм линейного булева программирования. Выходом из положения является прием, использованный независимо несколькими авторами [18, 19]. Суть его сводится к организации итеративной процедуры решения определенной вспомогательной задачи маршрутизации, а именно нахождения допустимого множества неизвестных $x_{ijk} \in X$, которые максимизируют критерий

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n x_{ijk} \rightarrow MAX. \quad (8)$$

при выполнении условий (2) – (7), а также дополнительных условиях, исключающих подциклы, вводимые по мере необходимости в процессе реализации вычислительной процедуры решения задачи согласно известной процедуре [20]. На каждой итерации значение T уменьшается, а итерации продолжаются до отыскания минимального значения $T = T_{\min}$, при котором будет выполнено условие

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n x_{ijk} \rightarrow n-1. \quad (9)$$

то есть все заданные точки будут включены в маршруты БЛА. Схема организации итераций принципиальной сложности не представляет. Для этого может использоваться какой-либо из известных [16] методов поиска безусловного экстремума скалярной функции.

Примеры решения задачи и анализ полученных результатов

Рассмотрим результаты решения задачи при различных вариантах исходных данных и проанализируем их с целью выявления и иллюстрации устойчивых закономерностей. Пусть в группу входят однотипные беспилотники, воздушная скорость которых на маршруте равна 90 км/ч. В зоне полета возможно наличие ветра со скоростью до 60 км/ч. Расчеты проводились для вариантов с количеством точек от 10 до 15 (считая точку старта) при различных направлениях и скоростях ветра. Для примера координаты для варианта с 10 и 15 точками приведены в таблицах 1 и 2, соответственно. Координаты точек даны в прямоугольной системе координат, привязанной к зоне полета.

Таблица 1. Координаты 10 точек (км.)

Координаты 10 точек (x, y)	
1) (0; 0)	6) (3,52; 6,0)
2) (-2,2; 10,4)	7) (13,8; 8,0)
3) (-10,8; 7,12)	8) (10,4; 14,6)
4) (-12,8; 14,7)	9) (9,92; 24,4)
5) (-0,8; 22,0)	10) (4,2; 15,6)

Таблица 2. Координаты 15 точек (км.)

Координаты 15 точек (x, y)	
1) (0; 0)	9) (5,02; 20,10)
2) (-8,59; 16,18)	10) (21,87; 21,02)
3) (12,67; 18,32)	11) (-19,61; 8,18)
4) (16,80; 13,86)	12) (19,99; 17,40)
5) (-12,31; 24,32)	13) (2,52; 12,76)
6) (1,72; 27,04)	14) (-3,63; 19,46)
7) (-3,24; 23,35)	15) (-17,38; 28,59)
8) (-17,11; 15,16)	

Расположение точек в полетной зоне с указанием номера каждой показано на рис. 1а и 1б.

Минимальные значения времени выполнения миссии в зависимости от количества БЛА в группе для Северного и Южного направлений ветра, имеющего скорость в 20 и 40 км/час приведены в таблице 3. Фактически таблица 3 содержит координаты

точек, образующих границы достижимости при различных значениях параметров ветра.

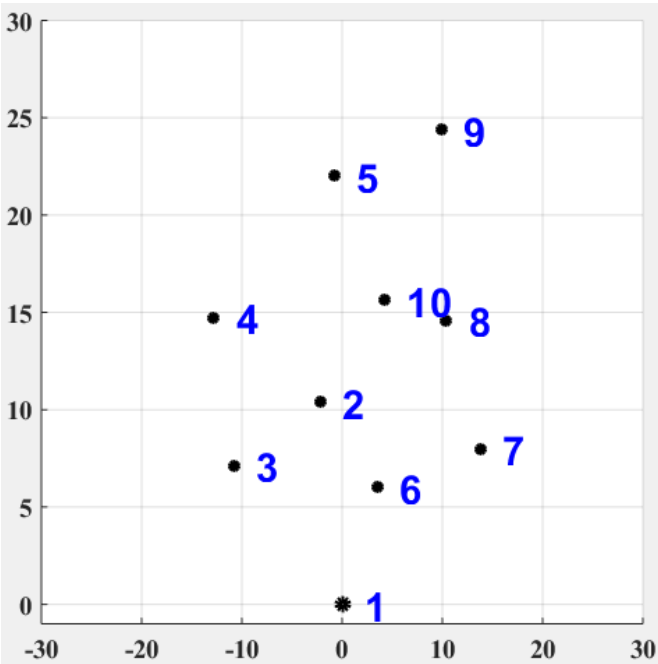


Рис. 1а. Расположение 10 точек в зоне полета

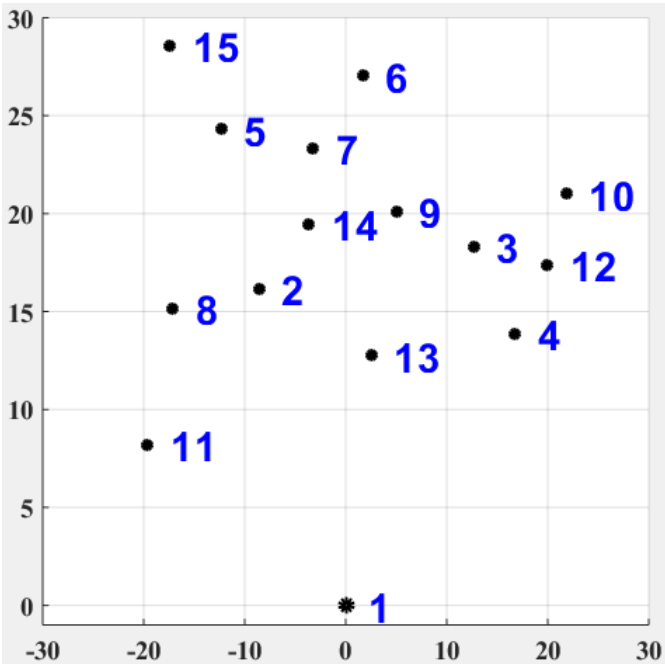


Рис. 1б. Расположение 15 точек в зоне полета

Графическое отражение результатов расчета для 10 и 15 точек приведено на рис. 2 и 3, соответственно. Точки, принадлежащие каждой из «юго-западных» границ множеств достижимости соединены прямыми для большей наглядности.

Результаты расчетов для всех рассмотренных случаев приведены также для одного аппарата. Это полезно для демонстрации и оценки влияния использования группы БЛА.

Таблица 3.

Координаты точек границ достижимости при различных значениях параметров ветра

Количество объектов	Время полета группы из n БЛА, минуты						Направление и скорость ветра, км/ч
	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	n=6	
10	52.41	25.49	18.98	14.81	14.60	14.60	Ю, 20 км/ч
	54.09	24.89	17.41	12.88	12.66	12.56	Ю, 40 км/ч
	52.72	27.81	21.86	17.77	17.55	17.55	Штиль
	56.84	32.21	26.58	22.20	22.20	22.20	С, 20 км/ч
	65.81	39.22	35.16	30.58	30.58	30.58	С, 40 км/ч
15	75.39	38.83	27.1	22.58	19.15	18.21	Ю, 20 км/ч
	80.18	37.90	25.72	22.04	16.81	16.58	Ю, 40 км/ч
	75.83	40.7	30.41	24.79	22.59	22.30	Штиль
	80.18	45.26	36.01	29.37	28.06	27.76	С, 20 км/ч
	93.26	54.96	46.32	37.92	37.60	37.60	С, 40 км/ч

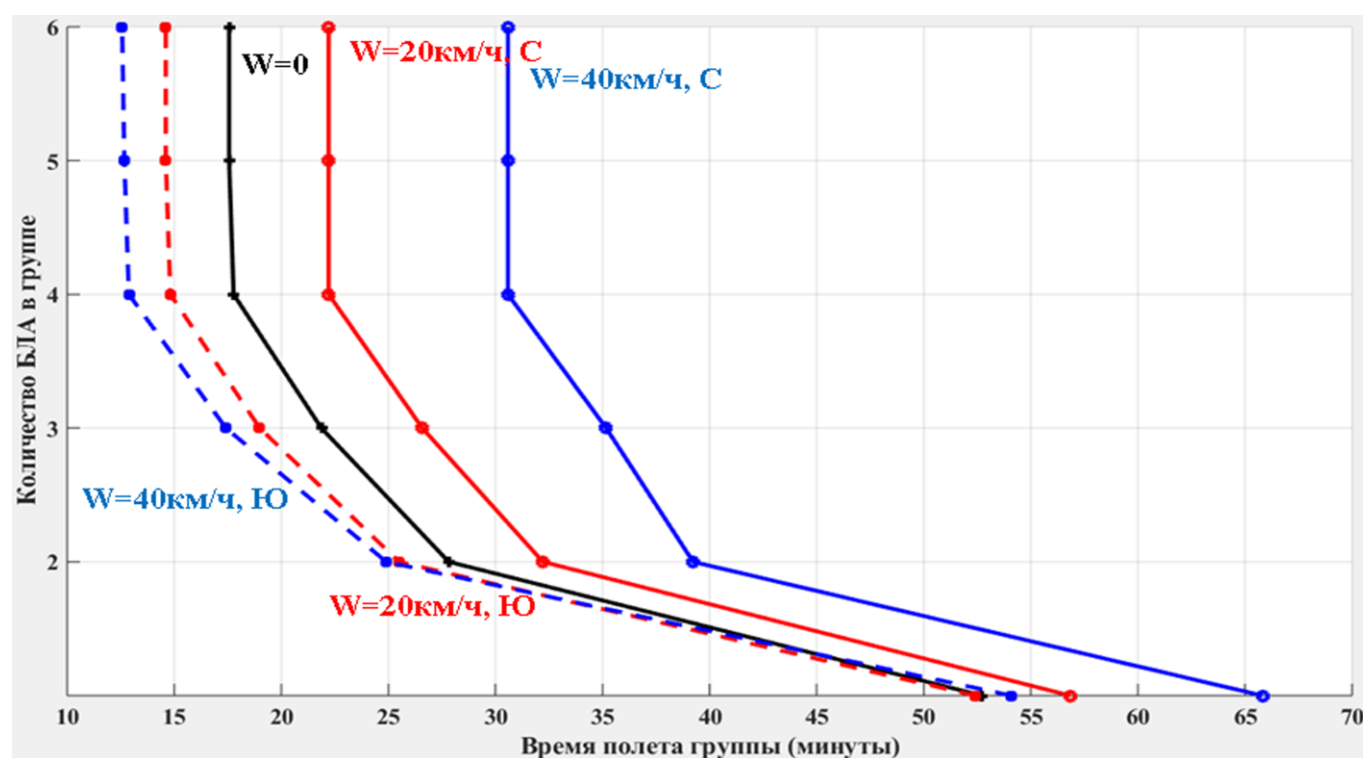


Рис. 2. «Юго-западные» границы множеств достижимости для 10 точек при Северном и Южном ветрах со скоростями 0, 20, 40 км/ч.

Ключевым результатом анализа полученных границ множеств достижимости является то, что они, независимо от скорости и направления ветра, а также количества связываемых маршрутами точек, имеют ряд общих свойств. Во-первых, время выполнения миссии по облету всех заданных точек, при прочих равных условиях является невозрастающей функцией от количества БЛА в группе. Во-вторых, начиная с определенного количества аппаратов в группе дальнейшее увеличение численности группы, перестает приводить к заметному уменьшению времени выполнения миссии.

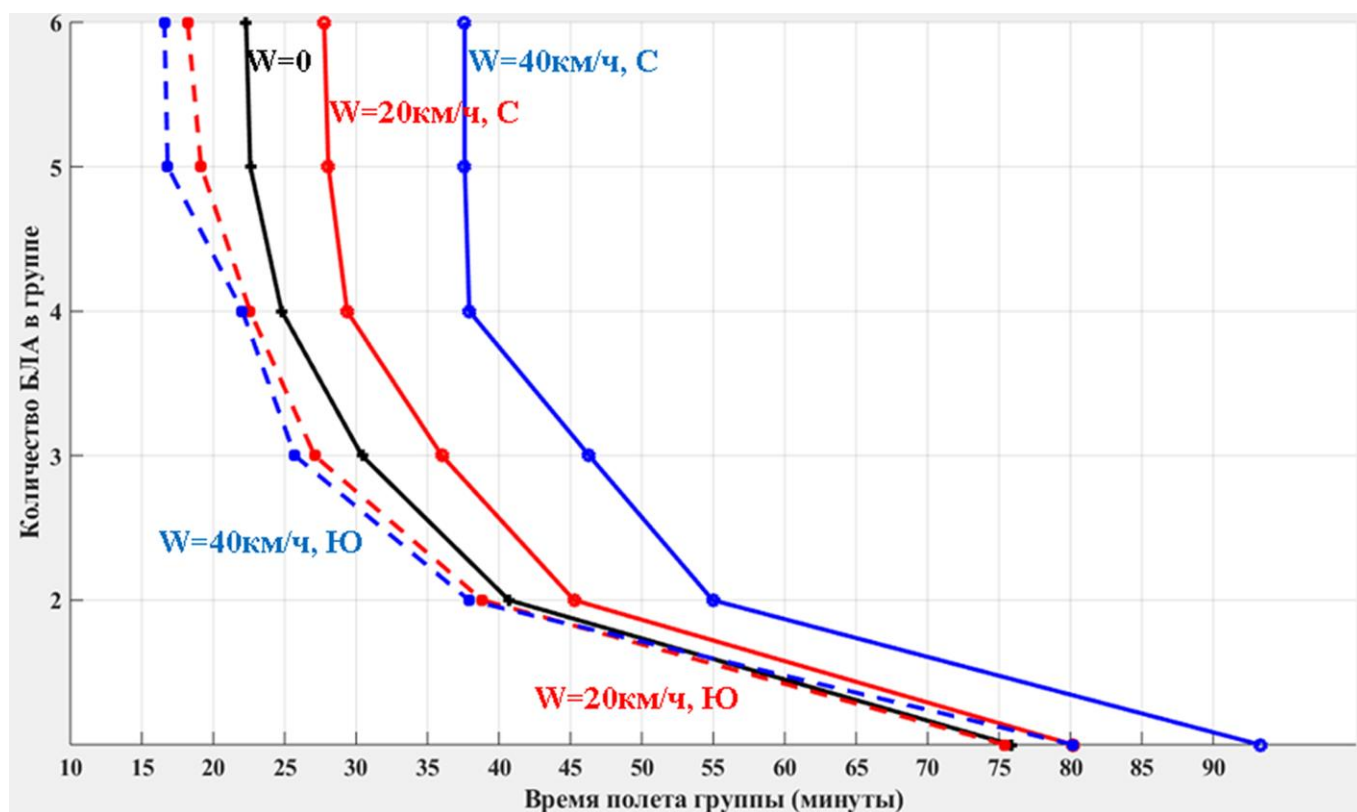


Рис. 3. «Юго-западные» границы множеств достижимости для 15 точек при Северном и Южном ветрах со скоростями 0, 20 и 40 км/ч.

Действительно, например, в случае 10 объектов при южном ветре, дующим со скоростью 20 км/час, увеличение количества БЛА с 3 до 4 привело к относительному

уменьшению значения критерия на 22%, а добавление еще одного БЛА привело к относительному уменьшению времени выполнения миссии на 1,4%. Аналогичная по характеру картина наблюдается и в случае 15 объектов. Например, при Северном ветре, дующим со скоростью 20 км/час, увеличение количества БЛА с 4 до 5 привело к относительному уменьшению значения критерия на 4,46%, а добавление еще одного БЛА привело к относительному уменьшению времени выполнения миссии на 1,07%. Таким образом, в первом случае оптимальным количеством БЛА в группе можно назвать 4 аппарата, во втором 5 аппаратов.

Такая особенность как появление практически вертикальных линий, соединяющих соседние точки на графиках (своего рода эффект насыщения), наблюдается для любых расчетных случаев независимо от значений параметров ветра и количества точек в маршрутах. На рис. 4 изображены варианты границ области достижимости для 15 точек, скорости ветра 40 км/час и направлениях ветра, соответствующих всем румбам. Важность этого момента трудно переоценить. Действительно, получив парето оптимальное множество решений желательно в дальнейшем иметь возможность выбрать из него в каком-либо смысле наилучшее. В общем случае это является самостоятельной задачей [15, 16].

Однако, в рассматриваемом случае специфика получаемых множеств на качественном уровне делает рациональный выбор практически очевидным. Естественно, что при желании процедуру такого выбора нетрудно формализовать. Однако, более детальное обсуждение этого вопроса выходит за рамки данной статьи.

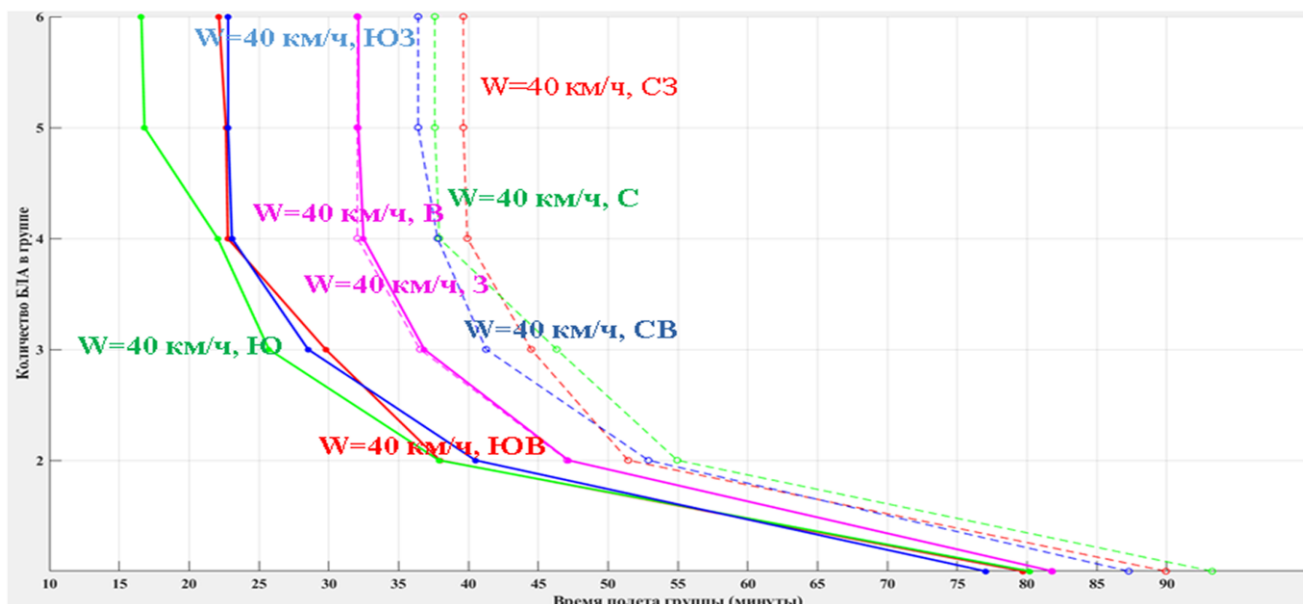


Рис. 4. «Юго-западные» границы множеств достижимости для 15 точек при направлениях ветра, соответствующих всем румбам, и скорости 40 км/час.

Заключение

1. Предложено формулировать и решать задачу маршрутизации полета группы БЛА одновременно с определением ее количественного состава. Методически это соответствует системному подходу ориентированному на повышение целевой эффективности применения группы БЛА одновременно с возможным снижением ее численности.
2. Задача определения количественного состава и маршрутов БЛА группы была сформулирована как оптимизационная. Было предложено искать решение этой двухкритериальной задачи в виде Парето оптимального множества. Минимизируемыми критериями при этом являются количество БЛА в группе и время выполнения миссии, то есть облета всех заданных локальных объектов.
3. Поскольку критерий «время выполнения группой определенной миссии» с помощью бивалентного линейного аппарата оптимальной маршрутизации

математически не формализуется, был использован специальный прием, позволяющий свести решение задачи оптимальной маршрутизации по вышеуказанному критерию к итеративному решению определенной вспомогательной задачи бивалентного линейного программирования.

4. Выявлено, что независимо от направления и скорости ветра в зоне полета «юго – западные» границы множеств достижимости, соответствующие множествам Парето оптимальных решений, имеют специфический характер, позволяющий в результате элементарной операции выбрать рациональную пару «количество БЛА – минимальное время выполнения миссии», то есть фактически получить оптимальное решение исходной задачи.

Список источников

1. Гончаренко В.И., Желтов С.Ю., Князь В.А., Лебедев Г.Н., Михайлин Д.А., Царева О.Ю. Интеллектуальная система планирования групповых действий беспилотных летательных аппаратов при наблюдении наземных мобильных объектов на заданной территории // Известия РАН. Теория и системы управления, 2021, № 3, с. 39 – 56.
2. Себряков Г.Г., Красильщиков М.Н., Евдокименков В.Н. Алгоритмическое и программно-математическое обеспечение предполетного планирования групповых действий беспилотных летательных аппаратов // Фундаментальные проблемы группового взаимодействия роботов: материалы отчетного мероприятия РФФИ по конкурсу “офи-м” (тема 604) в рамках международной научно-практической конференции. Волгоград, 2018. С. 30–32.

3. Дивеев А.И., Конырбаев Н.Б. Управление группой квадрокоптеров методом вариационного аналитического программирования // Труды МАИ. Электрон. журн. 2017. № 96. URL:
https://trudymai.ru/upload/iblock/020/Diveev_Konyrbaev_rus.pdf?lang=ru&issue=96
4. Гончаренко В.И., Лебедев Г.Н., Михайлин Д.А. Задача оперативной двумерной маршрутизации группового полета беспилотных летательных аппаратов // Известия РАН. Теория и системы управления, 2019, № 1, с. 153 – 165.
5. Моисеев В.С. Групповое применение беспилотных летательных аппаратов: монография. – Казань: Редакционно-издательский центр «Школа», 2017. 572 с.
6. Моисеев В.С. Основы теории эффективного применения беспилотных летательных аппаратов: монография. – Казань: Редакционно-издательский центр «Школа», 2015. 444 с.
7. Максимов Н.А. Модель планирования группового полета и взаимодействия беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) в условиях деградации группы // Научно-технический вестник Поволжья. 2019. № 6. С. 24 – 29.
8. Mustapha Bekhti, Marwen Abdennebi, Nadjib Achir, Khaled Boussetta. Path Planning of Unmanned Aerial Vehicles With Terrestrial Wireless Network Tracking. Wireless days 2016, Mar 2016, Toulouse, France. pp. 2 – 14.
9. Фам С.К. Методика планирования полета легкого беспилотного летательного аппарата: диссертация на соискание ученой степени канд. технических наук: 5.13.01 – Москва, 2013. – 155 с.

10. Kivelevitch, E.; Sharma, B.; Ernest, N.; Kumar, M.; Cohen, K. A Hierarchical Market Solution to the Min-Max Multiple Depots Vehicle Routing Problem. *Unmanned Syst.* 2014, 2, 87–100.
11. Multi-UAV Coverage Path Planning for the Inspection of Large and Complex Structures *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, October 25-29, 2020, Las Vegas, NV, USA, pp. 1480 – 1486.
12. Калашников А.И., Моисеев Д.В. О рациональном формировании маршрута полета легкого беспилотника с учетом его динамических характеристик // Тезисы докладов 26-ой Международной научной конференции "Системный анализ, управление и навигация», с 3 июля по 10 июля 2022 г., Евпатория, Крым, Россия. – М.: Изд-во МАИ, 2022 – С.84–86.
13. Toth P., Vigo D. *The Vehicle Routing Problem*; Society for Industrial and Applied Mathematics: Philadelphia, PA, USA, 2002.
14. Моисеев Д.В., Таргамадзе Р.Ч., Фам С.К. О рациональном выборе замкнутого маршрута полета легкого летательного аппарата с учетом прогноза ветра // «Вестник ФГУП «НПО им. С.А. Лавочкина», 2012, №3, с. 76 – 83.
15. Бобронников В.Т., Козорез Д.А. Системный анализ и управление организационно-техническими системами: Учебное пособие. – М.: Изд-во МАИ, 2024. – 188 с.
16. Малышев В.В. Методы оптимизации в задачах системного анализа и управления: Учебное пособие. – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. – 440 с.

17. Салмин В.В. Методы системного анализа и исследования операций в задачах проектирования летательных аппаратов: Учебн. пособ. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2007. – 272 с.
18. Моисеев Д.В., Моисеева С.Г., Односталко И.А. Координированная маршрутизация полета группы легких беспилотных летательных аппаратов с учетом ветра в зоне полета // Тезисы докладов 22-ой Международной научной конференции "Системный анализ, управление и навигация», со 2 июля по 9 июля 2017 г., г. Евпатория, Крым, Россия. – М.: Изд-во МАИ, 2017 – С.153-154.
19. Gustavo S.C. Avellar, Guilherme A.S. Pereira, Luciano C.A. Pimenta, Paulo Iscold Multi-UAV Routing for Area Coverage and Remote Sensing with Minimum Time. Sensors. 2015, 15, 27783-27803; doi: 10.3390/s151127783.
20. Моисеев Д.В., Чинь В.М. Вычислительные аспекты и прикладное программное обеспечение оптимальной маршрутизации полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 9, №3 (2017) <http://naukovedenie.ru/PDF/102TVN317.pdf>

References

1. Goncharenko V.I., Zheltov S.Yu., Knyaz V.A., Lebedev G.N., Mikhailin D.A., Tsareva O.Yu. An intelligent system for planning group actions of unmanned aerial vehicles when observing ground-based mobile objects in a given area. Izvestiya RAS. Theory and Control Systems, 2021, No. 3, pp. 39-56.
2. Sebyakov G.G., Krasilshchikov M.N., Evdokimenkov V.N. Algorithmic and software-mathematical support for pre-flight planning of group actions of unmanned aerial vehicles

// Fundamental problems of group interaction of robots: materials of the reporting event Russian Foundation for Basic Research on the ofi-m competition (topic 604) within the framework of the international scientific and practical conference. Volgograd, 2018. pp. 30-32.

3. Diveev A.I., Konyrbaev N.B. Management of a group of quadcopters by variational analytical programming // The works of MAI. The electron. Journal 2017. No. 96

4. Goncharenko V.I., Lebedev G.N., Mikhailin D.A. The task of operational two-dimensional routing of a group flight of unmanned aerial vehicles // Izvestiya RAS. Theory and Control Systems, 2019, No. 1, pp. 153-165.

5. Moiseev V.S. Group use of unmanned aerial vehicles: a monograph. Kazan: Editorial and publishing center "School", 2017. 572 p.

6. Moiseev V.S. Fundamentals of the theory of effective use of unmanned aerial vehicles: monograph. Kazan: Editorial and publishing center "School", 2015. 444 p.

7. Maksimov N.A. A model for planning group flight and interaction of unmanned aerial vehicles (UAVs) in conditions of group degradation // Scientific and Technical Bulletin of the Volga Region. 2019. No. 6. pp. 24-29.

8. Mustapha Bekhti, Marwen Abdennebi, Nadjib Achir, Khaled Boussetta. Path Planning of Unmanned Aerial Vehicles With Terrestrial Wireless Network Tracking. Wireless days 2016, Mar 2016, Toulouse, France. pp. 2 – 14.

9. Pham S.K. Methodology of planning the flight of a light unmanned aerial vehicle: dissertation for the degree of Candidate of Technical Sciences: 05.13.01 – Moscow, 2013. 155 p.

10. Kivelevitch, E.; Sharma, B.; Ernest, N.; Kumar, M.; Cohen, K. A Hierarchical Market Solution to the Min-Max Multiple Depots Vehicle Routing Problem. *Unmanned Syst.* 2014, 2, 87–100.
11. Multi-UAV Coverage Path Planning for the Inspection of Large and Complex Structures *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, October 25-29, 2020, Las Vegas, NV, USA, pp. 1480 – 1486.
12. Kalashnikov A.I., Moiseev D.V. On the rational formation of the flight route of a light drone, taking into account its dynamic characteristics // Abstracts of the 26th International Scientific Conference "System Analysis, Control and Navigation", from July 3 to July 10, 2022, Yevpatoria, Crimea, Russia. Moscow: MAI Publishing House, 2022 – pp.84-86.
13. Toth P., Vigo D. *The Vehicle Routing Problem*; Society for Industrial and Applied Mathematics: Philadelphia, PA, USA, 2002.
14. Moiseev D.V., Targamadze R.Ch., Pham S.K. On the rational choice of a closed flight route for a light aircraft taking into account the wind forecast // *Bulletin of FSUE NPO named after S.A. Lavochkin*, 2012, No. 3, pp. 76-83.
15. Bobronnikov V.T., Kozorez D.A. *System analysis and management of organizational and technical systems: A textbook.* – M.: Publishing house of MAI, 2024. – 188 p.
16. Malyshev V.V. *Optimization methods in problems of system analysis and management: A textbook.* Moscow: Publishing house MAI–PRINT, 2010. 440 p.
17. Salmin V.V. *Methods of system analysis and operations research in aircraft design tasks: Textbook. the manual.* Samara: Publishing House of Samara State Aerospace. University, 2007. – 272 p.

18. Moiseev D.V., Moiseeva S.G., Odnostalko I.A. Coordinated flight routing of a group of light unmanned aerial vehicles taking into account the wind in the flight area // Abstracts of the 22nd International Scientific Conference "System Analysis, Control and Navigation", from July 2 to July 9, 2017, Yevpatoria, Crimea, Russia. Moscow: MAI Publishing House, 2017 – pp.153-154.
29. Gustavo S.C. Avellar, Guilherme A.S. Pereira, Luciano C.A. Pimenta, Paulo Iscold Multi-UAV Routing for Area Coverage and Remote Sensing with Minimum Time. Sensors. 2015, 15, 27783-27803; doi: 10.3390/s151127783.
20. Moiseev D.V., Chin V.M. Computational aspects and applied software for optimal flight routing of a light unmanned aerial vehicle in a constant wind field // Online journal "NAUKOVEDENIE" Volume 9, No. 3 (2017)