

Труды МАИ. 2025. № 140
Trudy MAI, 2025, no. 140. (In Russ.)

Научная статья
УДК 539.3+629.7.027.24
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184053>
EDN: <https://www.elibrary.ru/XBQFPO>

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ПОСАДКИ И ВЗЛЁТА ВЕРТОЛЁТОВ СО ЛЬДА

Андрей Владимирович Орехов¹, Константин Андреевич Орехов², Галина
Вольдемаровна Павилайнен³, Никита Дамирович Трегулов⁴

^{1,2,3,4}Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

¹a.orekhov@spbu.ru 

²orekonan@vk.com

³g.pavilaynen@spbu.ru

⁴st077176@student.spbu.ru

Аннотация. В статье рассматривается задача гидростатики при изгибе ледяной тонкой пластины на упругом основании в случае сосредоточенной вертикальной нагрузки, моделирующей посадку и взлёт вертолетов и проводится расчёт необходимой толщины льда при посадке. Посадка и взлёт вертолётa со льда, с нашей точки зрения, является чрезвычайной ситуацией до тех пор, пока не будут проведены исчерпывающие натурные экспериментальные исследования и теоретические расчёты по изгибу ледяных пластин. При исследовании вертолётных площадок лёд рассматривается как плавающая пластина

или балка. Практически эта задача согласуется с классической задачей Герца об изгибе круглой тонкой пластины при сосредоточенной вертикальной нагрузке в центре её верхней поверхности. Задача изгиба ледяной пластины решается в двух постановках. Сначала решается задача для заземленной по контуру пластины. Затем решается задача изгиба пластины на упругом основании. В качестве упругого основания предполагается наличие воды подо льдом. Оценивается влияние воды и ее подкрепляющий эффект. Математическое моделирование и расчет по методу конечных элементов проводится для двух случаев нагрузки. Сначала исследуется пластина, нагруженная в центре. Затем проводится исследование при нагрузке в трех точках, что соответствует реальной опоре вертолета на лед. Проводится сравнение феноменологической модели, построенной на основе экспериментальных данных, и математической модели, основанной на методе конечных элементов и реализованной в пакете прикладных программ ANSYS. Получено качественное совпадение результатов.

Ключевые слова: изгибная жесткость, прочность, лёд

Финансирование: работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном университете с поддержкой гранта RFBR_a_2019-3 и при участии Ресурсного вычислительного центра СПбГУ

Для цитирования: Орехов А.В., Орехов К.А., Павилайнен Г.В., Трегулов Н.Д. Оценка возможности посадки и взлёта вертолётов со льда // Труды МАИ. 2025. № 140. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184053>

Original article

EVALUATION OF THE POSSIBILITY OF HELICOPTER LANDING AND TAKEOFF FROM ICE AND MARSH SURFACES

Andrey V. Orekhov¹, **Konstantin A. Orekhov²**, **Galina V. Pavilaynen³**,
Nikita D. Tregulov⁴

^{1,2,3,4}Saint-Petersburg University,
Saint-Petersburg, Russian Federation

¹a.orekhov@spbu.ru 

²orekonan@vk.com

³g.pavilaynen@spbu.ru

⁴st077176@student.spbu.ru

Abstract. The article considers the problem of hydrostatics during bending of a thick ice plate on an elastic foundation in the case of a concentrated vertical load, simulating the landing and takeoff of helicopters, and calculation of the required ice thickness suitable for landing. In our opinion, helicopter landing and takeoff from ice field are emergencies, until sufficient experiments on location and theoretical studies about ice floe bending are conducted. For helicopter pads studies, ice considers as a floating plate or beam. This problem is similar with the classical Hertz problem on the bending of a thin circular plate with a concentrated vertical load at the center of its upper surface. A comparison is made between a phenomenological model on the basis of experimental data constructed and a mathematical model on the finite element method based and implemented in the ANSYS software package. The problem of

bending an ice plate solves in two formulations. First, the problem solves for a rigidly fixed plate. Then, the problem solves for a plate on an elastic foundation. The elastic foundation consider as the presence of water under the ice. An influence of water and its reinforcing effect assesses. Mathematical modeling and calculation using the finite element method carries out for two load cases. First, a plate loaded in the center investigates. Then, a study carries out with a load at three points, which corresponds to the actual support of a helicopter on ice. A comparison make between a phenomenological model constructed on experimental data and a mathematical model based on the finite element method and implemented in the ANSYS software package. A qualitative match is of the results obtained.

The work carried at St. Petersburg State University with the support of the grant RFBR_a_2019-3 and with the participation of the Resource Computing Center of St. Petersburg State University.

Keywords: flexural rigidity, strength, ice

Funding: The work carried at St. Petersburg State University with the support of the grant RFBR_a_2019-3 and with the participation of the Resource Computing Center of St. Petersburg State University.

For citation: Orekhov A.V., Orekhov K.A., Pavilaynen G.V., Tregulov N.D. Evaluation of the possibility of helicopter landing and takeoff from ice and marsh surfaces. *Trudy MAI*. 2025. No. 140. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=184053>

1. Введение

Задача о прочности и несущей способности ледяных пластин и балок встречается на пути решения многих практических проблем: при определении ледовых нагрузок на гидротехнические сооружения, при определении несущей способности ледяного покрова для движения транспорта, при расчёте посадки самолётов или вертолётов на лёд, при определении сопротивления льда движению судов [1].

В связи с климатическими и географическими особенностями Российской Федерации большое значение имеют исследования, связанные с эксплуатацией вертолётов зимой и на Крайнем Севере. В современной отечественной специальной литературе рассматривается большое количество различных вопросов и задач, связанных с проектированием и расчётом различных модификаций вертолётов – лёгких (Ка-226), средних (Ка-62), тяжёлых (Ми-8/17) и сверхтяжёлых (Ми-26). Отметим исследования и расчёты аэродинамических характеристик несущих и рулевых винтов [2-4], моделирование и испытание на прочность шасси [5], решение задачи завершения полёта вертолета (т.е. посадки) в чрезвычайных ситуациях [6].

Посадка и взлёт вертолёта со льда, с нашей точки зрения, является чрезвычайной ситуацией до тех пор, пока не будут проведены исчерпывающие натурные экспериментальные исследования и теоретические расчёты по изгибу ледяных пластин. При исследовании вертолётных площадок лёд рассматривается как плавающая пластина или балка. Практически эта задача согласуется с классической

задачей Герца об изгибе круглой тонкой пластины при сосредоточенной вертикальной нагрузке в центре её верхней поверхности [7]. При её решении на первый план выступают вопросы прочности льда [8, 9]. При посадке вертолѐта на лёд он изгибается и в нём образуются две зоны – растяжения по нижней поверхности ледяной пластины и сжатия по верхней. Как правило, расчѐты на прочность и несущую способность ледяной пластины проводятся на основе предела прочности на растяжение и после его достижения пластина или балка теряют свою несущую способность. Однако, как показано в [10], лёд проявляет сильную анизотропию прочностных свойств при растяжении и сжатии, т.е. является материалом с SD (strength different) эффектом. Предел прочности у льда при растяжении существенно меньше предела прочности при сжатии [11], однако он введѐн во все российские и международные нормы по расчѐту гидротехнических сооружений [12-15].

В монографии [16] дана исчерпывающая характеристика физических свойств льда и проведена его классификация. В частности, указывается, что морские льды покрывают зимой и до мая 82% акватории Северного Ледовитого океана (общая площадь 13.1 млн км²), а летом площадь льдов сокращается до 61%. Невозможность дифференциации роли различных факторов в формировании толщины ледяного покрова приводит к необходимости применения статистических методов исследования и современных численных методов.

Одним из важнейших внешних факторов, который необходимо учесть при рассмотрении

льда в качестве места посадки является ледовая нагрузка. Величина ледовой нагрузки зависит, в том числе, и от прочности льда на изгиб, так как именно в результате изгиба происходит основное разрушение ледового покрова. Прочность льда на изгиб определяется тремя методами:

по разрушению ледяной балки, которая надвигается торцевой нагрузкой на наклонную плоскость с определенным углом наклона [11];

- 1) по разрушению балок, свободно лежащих на двух опорах [15];
- 2) по разрушению консолей («клавишей») [17].

2. Постановка задачи

Необходимо провести исследование напряжённо-деформированного состояния ледового покрова толстой ледяной пластины бесконечного или достаточно большого радиуса при вертикальном давлении с учетом гидростатического влияния воды и определить безопасные, с точки зрения прочности, условия, а именно, выяснить толщину льда, при которой не будет происходить образование трещин при посадке вертолѐта.

Свойства льда зависят от большого количества параметров окружающей среды, в которых он формировался: солѐнность, температура, ветер [16]. На рис. 1 приведены примеры различного льда. Первая фотография (рис. 1а) - это лёд, который образовался при резком снижении температуры и отсутствии ветровой нагрузки. Это

способствовало высокой степени его однородности, которая косвенно подтверждается прозрачностью образца. Вторая фотография (рис.1б) сделана после торошения осенью-зимой 2019 года. Видно, что лёд формировался слоями, мутные слои свидетельствуют о формировании льда во время снегопада, прозрачные – при значительных отрицательных температурах (ниже 10 градусов Цельсия).



а) Текстура однородного льда;



б) Текстура анизотропного льда.

Рис. 1. Примеры текстуры.

В исследованиях Арктического и Антарктического института РАН [18] приводятся данные, что локальная прочность различных типов льда при растяжении меняется в широком диапазоне от 0.4 МПа до 1.2 МПа и в зависимости от солёности воды, возраста льда и температуры его образования. Можно утверждать, что

многообразие льда настолько обширно, что предложить общую аналитическую математическую модель невозможно [18].

Лёд является SD-материалом. В [19] проводится исследование SD-пластин и обсуждается возможность оценки напряжённого состояния и критерия прочности пластины без решения дифференциального уравнения изгиба.

Воспользуемся результатами исследования, проведённом в Дальневосточном Федеральном Университете при изучении прочности льдов Охотского моря. В статье авторов Баштовой В.А., Белова В.Д., Садиева А.А. Савченко Д.С. "Исследование прочности льда на центральный изгиб"[20] на основе экспериментов предлагается феноменологическая формула расчёта зависимости локальной прочности при изгибе в зоне растяжения от приложенной поперечной сосредоточенной нагрузки с учётом толщины льда. Зависимость имеет вид:

$$\sigma_p = 2.08 \frac{P_{max}}{h^2} \quad (1)$$

σ_p – локальная прочность на изгиб при растяжении льда (Па), P_{max} – разрушающая сила (Н); h - толщина пластины (м). Проведём расчёт при $\sigma_p = 1.1$ МПа.

В таблице 1 приведены значения разрушающей силы в зависимости от толщины пластины.

Табл.1.Расчёт несущей способности ледовой пластины различной толщины.

h, м	0,1	0,2	0,3	0,35	0,4	0,5	0,55	0,6
------	-----	-----	-----	------	-----	-----	------	-----

P_{max} , Н	5288	21153	47596	64783	84615	132212	159975	190384
h, м	0,7	0,8	0,9	1,0	1,05	1,1	1,15	1,2
P_{max} , Н	259135	338362	428365	528846	583053	639904	699399	761538

Теперь поставим задачу исследования изгиба льда при сосредоточенном вертикальном воздействии, например, при посадке вертолётa на лёд.

Рассмотрим вертолётa Российской Федерации, находящиеся в серийном производстве и эксплуатации, например, Ка-226Т и Ми-8/17. Далее все размеры и технические характеристики приводятся из открытых источников.

Ка-226Т — многоцелевой вертолёт, разработанный ОАО «Камов», длина фюзеляжа без хвостовой балки 8.10 м, максимальная взлётная масса 3400 кг (см. рис. 2 слева).



Рис. 2. Слева Ка-226Т, справа Ми-8/17

Ми-8 — многоцелевой вертолёт, разработанный Опытным конструкторским бюро (ОКБ) М. Л. Миля, в начале 1960-х годов, современная распространенная модификация

Ми-8/17 — вертолёт среднего класса, длина фюзеляжа без хвостовой балки 18.4 м,

максимальная взлётная масса 12000 кг (см. рис. 2 справа). Исходя из размеров и расположения колёс этих вертолётов можно сделать следующие предварительные оценки. Для вертолётa Ка-226Т при опоре на 4 колеса (переднее сдвоенное) площадь пятна контакта можно оценить, как 0.2 м^2 , максимальная посадочная нагрузка составит 17 Тс на 1 м^2 . Для вертолётa Ми-8/17 при площади контакта колёс основной опоры $2 \times 0.06 \text{ м}^2$ и передней опоры $2 \times 0.026 \text{ м}^2$ посадочная нагрузка составит 69 Тс на 1 м^2 . Сравнение этих расчетов с результатами таблицы 1 показывает, что для посадки Ка-226Т потребуется толщина льда $h=0.57 \text{ м}$. Ми-8/17 можно посадить на лёд толщиной 1.14 м.

Однако, имеют место факты, что посадка возможна на гораздо более тонкий лёд. Факт посадки на лёд Ми-8/17 для спасения рыбаков на отколовшейся льдине 8 марта 2023 года в акватории Финского залива (см. рис. 3) показывает, что результаты расчётов по формуле (1) являются существенно завышенным. Ледовая обстановка по данным ФГБУ «Администрация портов Балтийского моря» указывает толщину льда в начале марта 2023 года от 35 до 50 см.



Рис. 3. Вертолёт МЧС РФ по СПб и ЛО на дрейфующей льдине в Финском заливе 8 марта 2023 года спасает рыбаков.

3. Определение несущей способности льда и расчёт с помощью МКЭ

Проверим феноменологическую формулу (1) с помощью МКЭ, реализованного на платформе ANSYS в пакете Static Structural. Кроме этого уточним результаты таблицы 1, учитывая влияние воды подо льдом.

Для исследования была создана двумерная модель круглой пластины, диаметром 20 метров. Диаметр был выбран из расчёта диаметра вращения основных лопастей винта вертолёт Ми-8/17, который составляет 17.88 м. Физические характеристики льда были выбраны следующими: $E = 2.706$ МПа - модуль Юнга, $\nu = 0.3$ - коэффициент Пуассона. По краю пластины была применена жёсткая заделка и была приложена нагрузка $P = 12$ Тс в виде "шайбы" радиусом 15 см в центре пластины. Расчёт проведён при условии упругого деформирования льда, случай появления трещин в растянутой

зоне ледяной пластины не рассматривается (рис. 4). На рисунке 4 слева приведена диаграмма распределения напряжения по толщине пластины, на рисунке 4 справа – прогиб пластины

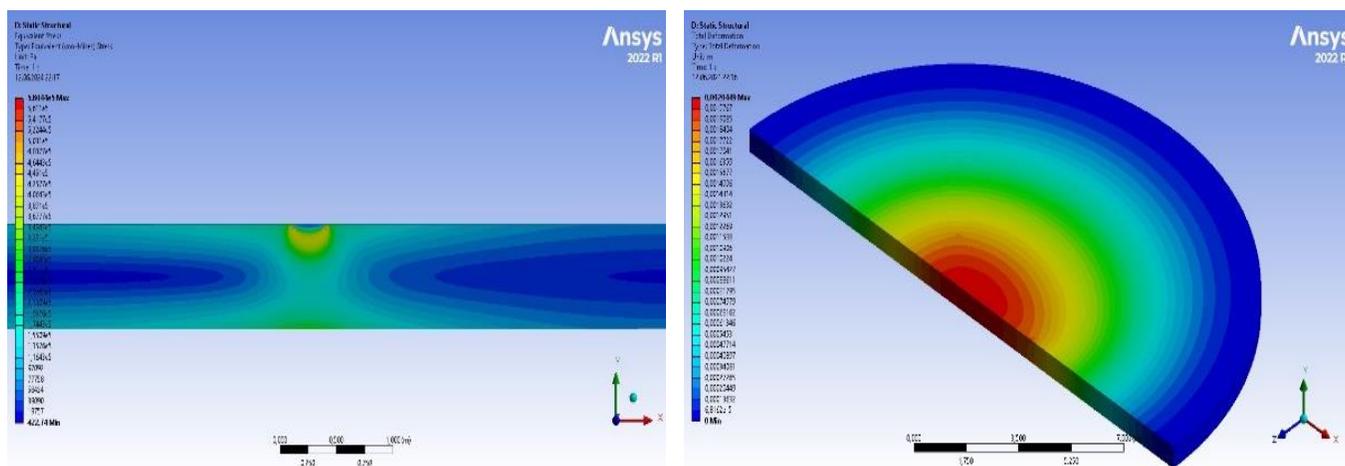


Рис. 4. а) Распределение напряжений.

б) Прогиб в центре пластины.

На рисунке 5а) приведены результаты расчёта зависимости прогиба в центре ледяной пластины от толщины льда при нагрузках 3 Тс (зеленая линия), 6 Тс (синяя), 12 Тс (красная). Расчёт проведён без учёта влияния воды подо льдом, а на рисунке 5б) проведён сравнительный расчёт без учёта (красный) и с учётом (синий) влияния воды при нагрузке 12 Тс.

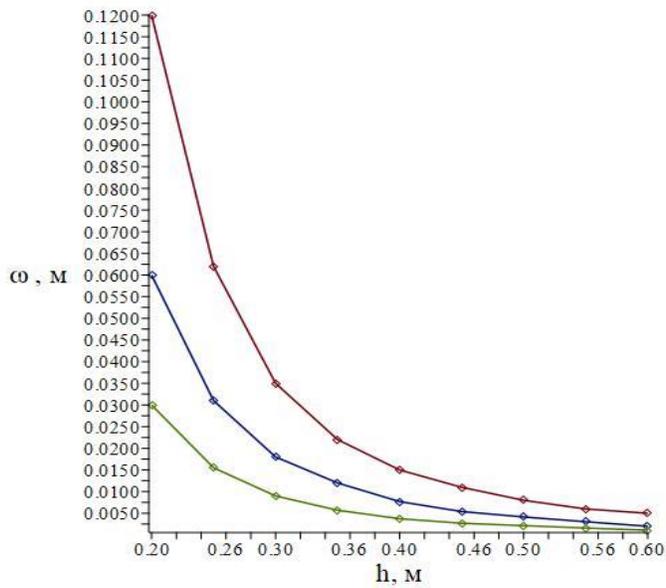


Рис. 5а)

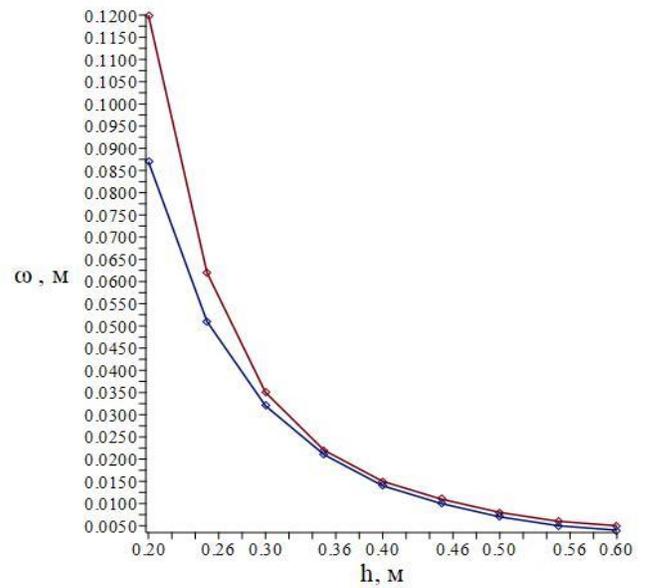


Рис. 5б)

На рис. 6а) приведены результаты расчёта для изгиба льда с учётом упругой опоры в виде воды под слоем льда. На рис. 6б) дан сравнительный расчёт влияния воды при $P=6 \text{ Тс}$.

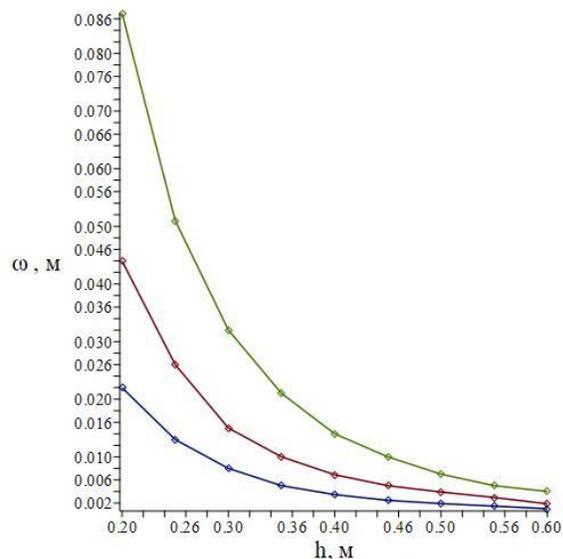


Рис. 6. а) Зависимость прогиб-толщина льда с учётом воды. Зелёная линия – нагрузка 12 Тс, красная линия – нагрузка 6 Тс, синяя линия – нагрузка 3Тс.

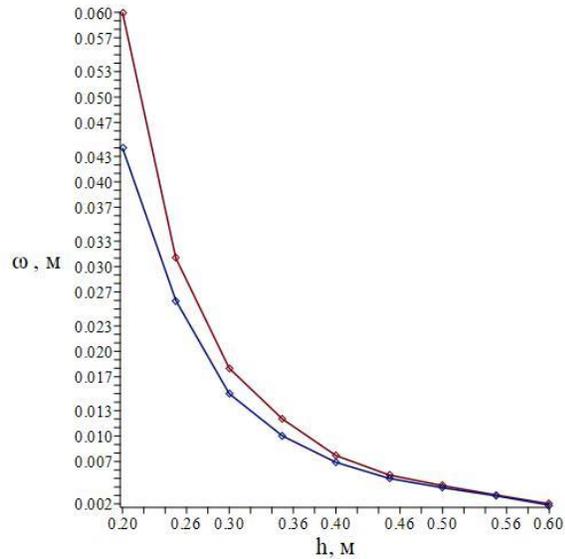


Рис. 6. б) Влияние упругой опоры для $P=6 \text{ Тс}$.

Сравнение результатов на рис. 5б) и 6б) показывает существенное снижение прогиба в центре при учёте подкрепляющего эффекта воды подо льдом.

В таблице 2 приведены результаты расчёта максимального напряжения и прогиб в центре пластины в зависимости от значения приложенной нагрузки $P=6 \text{ Тс}$:

Табл. 2. Расчет НДС пластины по МКЭ.

h, м	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6
σ , МПа	4,236	2,697	1,855	1,345	1,015	0,789	0,629	0,513	0,424
w, см	8.7	4.5	2.6	1.6	1.1	0.8	0.6	0.4	0.3

Анализ по прочности на изгиб (1.1 МПа) показывает, что при толщине льда меньше 0.37 м в центре нижней поверхности преодолён предел локальной прочности, а значит, возможно образование вертикальной трещины.

В таблице 3 приведены результаты расчёта напряжений и прогиба пластины с учётом упругого основания, т.е. воды под ней при той же приложенной нагрузке 6 Тс:

Табл. 3. Расчёт НДС пластины по МКЭ с учётом воды.

h, м	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6
σ , МПа	3,839	2,544	1,788	1,313	0,998	0,780	0,624	0,509	0,421
w, см	6.0	3.6	2.3	1.5	1.0	0.7	0.55	0.4	0.3

Сравнение данных таблиц 2 и 3 позволяет сделать вывод о подкрепляющих свойствах воды и показывает снижение напряжения на растянутой поверхности в среднем на 10%. Одновременно можно сделать вывод, что влияние воды существенно снижается при увеличении толщины пластины и при толщине более полуметра практически исчезает.

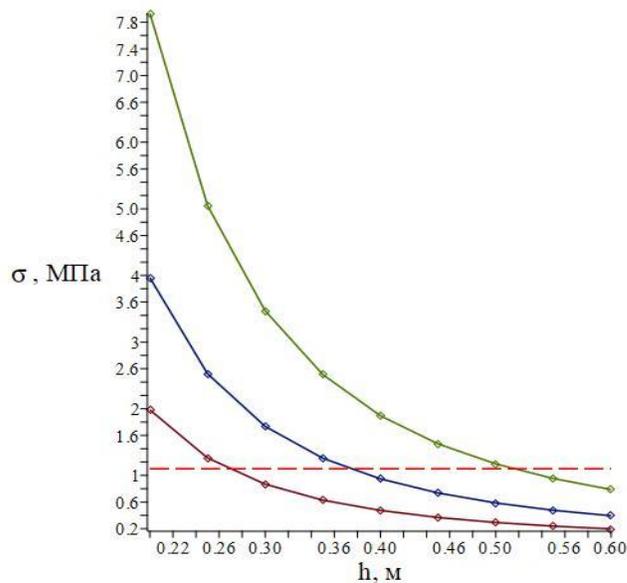


Рис. 7 а)

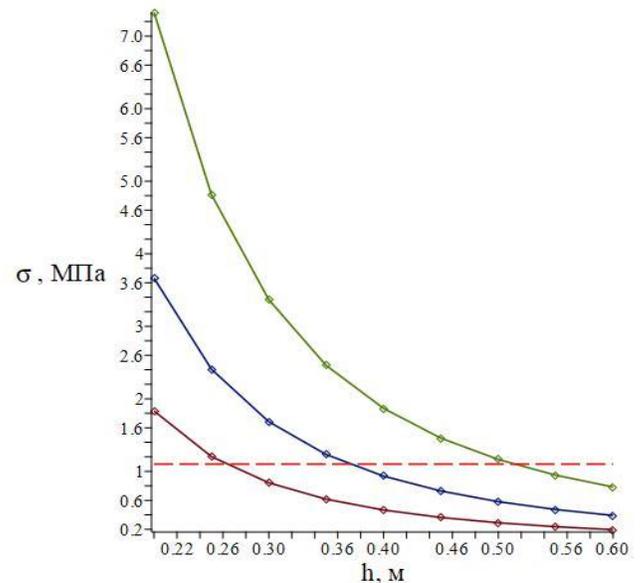


Рис. 7 б)

На рисунке 7 в двух случаях а) и б) представлены расчётные зависимости величины напряжения в центре нижней растянутой поверхности ледяной пластины от толщины льда.

Расчёты приведены для трёх значений поперечной нагрузки в центре верхней поверхности пластины, а именно 12 Тс (зеленый цвет), 6 Тс (синий), 3 Тс (коричневый). На рисунках проведена горизонтальная прямая при допустимой локальной прочности 1.1 МПа (красный штрих). Рисунок 7 а) построен без учёта воды подо льдом, рисунок 7 б) с учётом упругого подкрепления водой. Следует отметить, что линии выше красного штриха можно рассматривать чисто условно, поскольку при расчёте предполагалось, что даже при появлении трещин на растянутой части ледяной пластины в сжатой части сохраняется необходимая прочность до величины 2.4 МПа [11]. В точках пересечения линий и красного штриха можно определить h . Таким образом можно указать допустимые значения толщины льда, а именно: 0.52 м, 0.38 м, 0.27 м соответственно в случае без воды и 0.52 м, 0.37 м, 0.26 м соответственно при учёте воды. Сравнение вариантов а) и б) показывает заметное влияние воды только для небольших нагрузок и тонкого льда.

Уточним математическую модель расчёта и изменим точки приложения поперечной нагрузки, совместим их с колесами вертолётa и оценим прогиб льда под каждым колесом и прогиб в центре пластины. На рисунке 8 слева показаны результаты моделирования в ANSYS и приведён один из вариантов расчёта напряжений,

построенный в предположении, что нагрузка распределена на задней оси шасси по 5.5 Тс на каждое колесо и 1.0 Тс на сдвоенные передние колеса, что соответствует данным о конструкции и расположении колёс вертолёт Ми-8/17, у которого на основные стойки шасси приходится 90% веса вертолёт. Одинаковый цвет означает приблизительно равное давление на лёд, пятна красного цвета означают точки контакта, где давление существенно выше, следовательно, в этих областях будет достигаться максимальное напряжение.

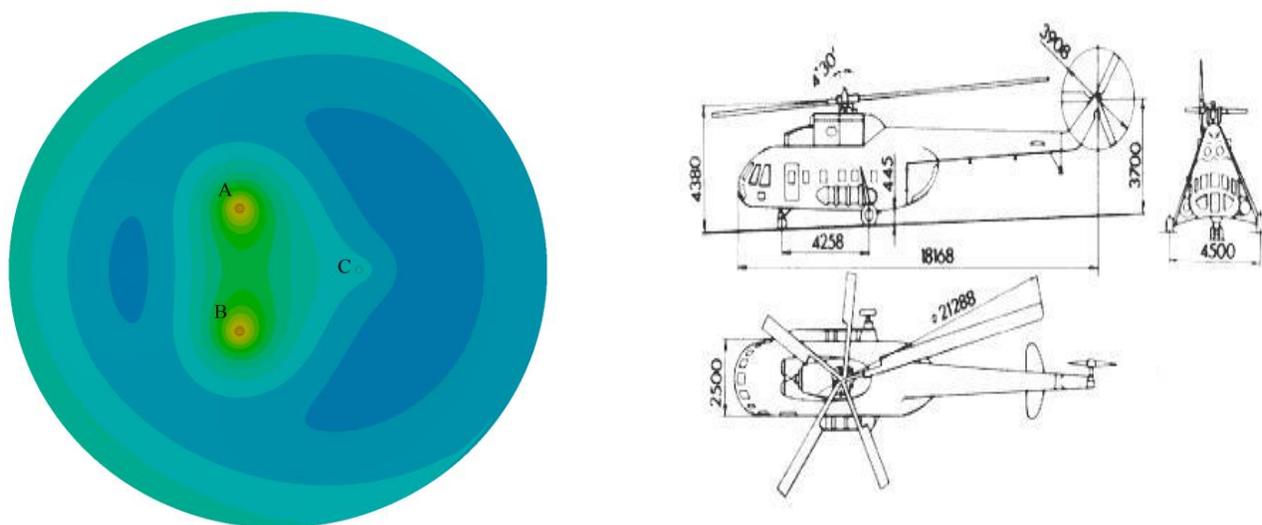


Рис. 8. Точки А и В – нагрузка 5.5Тс, напряжение – 4.16 МПа , точка С – нагрузка 1 Тс, максимальное напряжение – 1.26 МПа. Справа – технические размеры Ми-8/17.

На рис. 8 расстояния АВ=4.5 м, АС=ВС=4.46 м. Толщина льда принимается равной 0.2 м. Результаты расчёта прогиба под колёсами показывают соответственно 7.9 см под каждым задним колесом и 5.9 см под передним. При толщине льда, равной 20 см, это допустимо с точки зрения линейной теории упругого изгиба пластины,

однако, условие по максимальному напряжению превышено в 4 раза и очевидно, что происходит разрушение льда. Если мы произведём расчёт при толщине льда, равной 0.6 м, то получим напряжение под каждым задним колесом 0.67 МПа, а под передним 0.41 МПа, что существенно ниже, чем локальный предел прочности. Таким образом, предельно допустимая толщина льда может быть установлена как 37 см и хорошо согласуется с реальными данными ситуации на рис.3. Однако, если следовать эксплуатационным правилам и обеспечить запас прочности с коэффициентом 1.5, то толщину льда надо принять равной 55 см и это хорошо согласуется с расчётами таблицы 1 по формуле (1).

4. Анализ результатов и выводы.

1. Посадка Ми-8/17 на лёд возможна в случае толщины ровного льда не менее 0.6 метра, что типично по многолетним данным для Охотского моря в зимний период [18]. Посадка вертолётов весом до 6 Тс возможна при толщине льда 0.45 метра.

2. Сравнение расчёта классической задачи изгиба в упругой области и гидростатической, т.е. с учетом влияния жидкости под слоем льда, показывает существенный подкрепляющий эффект жидкости при толщине льда менее 0.5 метра, но несущественный при толщине больше полуметра.

3. Результаты экспериментов и расчёты по феноменологическим формулам качественно совпадают с численными результатами ANSYS, что подтверждает правильность моделирования и постановки граничных условий.

4. Для оценки возможности посадки вертолётов на лёд других акваторий необходимы численные и аналитические исследования в каждом конкретном случае.

Важное замечание. Приведенные оценки справедливы только в зимний период при отрицательных температурах. Весной, когда начинается значительное изменение текстуры льда при положительных температурах ими пользоваться нельзя.

Список источников

1. Ashton G.D. River and Lake Ice Engineering. Littleton, Colorado: Water Resources Publication, 1986. 276 p.
2. Игнаткин Ю.М., Макеев П.В., Шомов А.И. Программный комплекс для расчета аэродинамических характеристик несущих и рулевых винтов вертолетов на базе нелинейной лопастной вихревой теории // Труды МАИ. 2010. № 38. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=14148>
3. Игнаткин Ю.М., Константинов С.Г. Исследование аэродинамических характеристик несущего винта вертолётa методом CFD // Труды МАИ. 2012. № 57. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=30875>
4. Желонкин А.А. Построение и исследование в MSC.Adams динамической модели вертолета // Труды МАИ. 2011. № 65. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=35856>

5. Кручинин М.М., Кузьмин Д.А. Математическое моделирование копровых испытаний шасси вертолета // Труды МАИ. 2017. № 92. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=77093>
6. Аполлонов Д.В., Бибикова К.И., Гаврилова А.В., Шибяев В.М. Разработка алгоритмов автоматического завершения полета вертолета в чрезвычайной ситуации // Труды МАИ. 2021. № 120. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=161430>
7. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. - Москва: Наука, 1966. - 635 с.
8. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Механика разрушения льда и некоторые ее приложения // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: математика, механика, информатика. 2012. Т. 12. № 4. С. 41–47.
9. Сазонов К.Е., Лукьянов С.В., Владимирова О.М. Основы физики морского льда. - СПб.: РГГМУ, 2023. - 148 с.
10. ISO/FDIS 19906:2010(E). Withdrawal of International Standard. Petroleum and natural gas industries – Arctic offshore structures. Final draft. URL: <https://www.iso.org/standard/33690.html>
11. Ли Лян, Шхинек К.Н. Предельная несущая способность ледяных балок // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 1. С. 65-74. DOI: [10.5862/MCE.36.8](https://doi.org/10.5862/MCE.36.8)
12. Афанасьев В.П. Определение прочности льда при расчете гидротехнических сооружений // Гидротехническое строительство. 1968. № 5. С. 48-51.

13. Kovalev S.M., Pavilaynen G.V. Mathematical models of local ice strength and problems elastic-plastic bending of hydraulic structures supports. In book: Advances in Solid and Fracture Mechanics. Cham: A Liber Amicorum to Celebrate the Birthday of Nikita Morozov, 2022. С. 135-150.
14. Шхинек К.Н. Ледовые нагрузки на арктические платформы // Гидротехническое строительство. 1994. № 3. С. 33-36.
15. Бутягин И.П. Прочность льда и ледяного покрова. - Новосибирск: Наука, 1966. - 153 с.
16. Богородский В.В., Гаврило В.П. Лед. Физические свойства. Современные методы гляциологии. - Ленинград: Гидрометеиздат, 1980. - 384 с.
17. Sodhi D.S. Vertical penetration of floating ice sheets // International Journal of Solid and Structures. 1998. V. 35, No. 32-32. P. 4275-4294. DOI: [10.1016/s0020-7683\(97\)00316-8](https://doi.org/10.1016/s0020-7683(97)00316-8)
18. Ковалев С.М., Орехов А.В., Павилайнен Г.В. Локальная прочность льда и его использование в качестве основы вертолётных площадок при их эксплуатации в районах Крайнего Севера // XXIV Петербургские чтения по проблемам прочности (Санкт-Петербург, 23–25 апреля 2024): сборник трудов. - СПб.: «ВВМ», 2024. С. 77.
19. Pavilaynen G.V., Orekhov A.V. On the numerical solution and graphic concept of results of elastic-plastic SD-materials bend. In Book: Mathematical and Computer Simulation in Mechanics of Solids and Structures. MCM 2017. Book of Abstracts. 2017. P. 161-163.
20. Баштовая В.А., Белов В.Д., Садиев А.А., Савченко Д.С. Исследование прочности

льда на центральный изгиб // Международный научно-исследовательский журнал. 2022. № 6-1. (120). С. 6-11. DOI: [10.23670/IRJ.2022.120.6.002](https://doi.org/10.23670/IRJ.2022.120.6.002)

References

1. Ashton G.D. *River and Lake Ice Engineering*. Littleton, Colorado: Water Resources Publication, 1986. 276 p.
2. Ignatkin Yu.M., Makeev P.V., Shomov A.I. Software for calculation of aerodynamic characteristics of rotors of helicopters on the basis of the nonlinear vortical theory. *Trudy MAI*. 2010. No. 38. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=14148>
3. Ignatkin Yu.M., Konstantinov S.G. Researches of aerodynamic characteristics of a main rotor helicopter using CFD method. *Trudy MAI*. 2012. No. 57. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=30875>
4. Zhelonkin A.A. The construction and investigation of the MSC.ADAMS dynamic model of the helicopter. *Trudy MAI*. 2011. No. 65. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=35856>
5. Kruchinin M.M., Kuz'min D.A. Helicopter chassis drop tests mathematical modeling. *Trudy MAI*. 2017. No. 92. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=77093>
6. Apollonov D.V., Bibikova K.I., Gavrilova A.V., Shibaev V.M. Issues of choosing the architecture of the automatic control system of a convertible unmanned aerial vehicle – a tiltrotor *Trudy MAI*. 2021. No. 120. (In Russ.). URL:

<https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=161430>

7. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. *Theory of plates and shells*, McGraw-Hill Book Company. INC, New-York, Toronto, London, 1959. 636 p.
8. Gol'dshtein R.V., Osipenko N.M. Mechanics of Ice Fracture and Some of Its Applications. *Vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: matematika, mekhanika, informatika*. 2012. V. 12, No. 4. P. 41–47. (In Russ.)
9. Sazonov K.E., Luk'yanov S.V., Vladimirova O.M. *Osnovy fiziki morskogo l'da* (Fundamentals of the Physics of Sea Ice). Saint Petersburg: RGGMU Publ., 2023. 148 p.
10. ISO/FDIS 19906:2010(E). *Withdrawal of International Standard. Petroleum and natural gas industries - Arctic offshore structures*. Final draft. URL: <https://www.iso.org/standard/33690.html>
11. Li Lyan, Shkhinek K.N. Ultimate bearing capacity of ice beams. *Inzhenerno-stroitel'nyi zhurnal*. 2013. No. 1. P. 65-74. (In Russ.). DOI: [10.5862/MCE.36.8](https://doi.org/10.5862/MCE.36.8)
12. Afanas'ev V.P. Determination of ice strength in the calculation of hydraulic structures. *Gidrotekhnicheskoe stroitel'stvo*. 1968. No. 5. P. 48-51. (In Russ.)
13. Kovalev S.M., Pavilaynen G.V. *Mathematical models of local ice strength and problems elastic-plastic bending of hydraulic structures supports*. In book: *Advances in Solid and Fracture Mechanics*. Cham: A Liber Amicorum to Celebrate the Birthday of Nikita Morozov, 2022. C. 135-150.
14. Shkhinek K.N. Ice loads on arctic platforms. *Gidrotekhnicheskoe stroitel'stvo*. 1994. No. 3.

P. 33-36. (In Russ.)

15. Butyagin I.P. *Prochnost' l'da i ledyanogo pokrova* (Strength of ice and ice cover). Novosibirsk: Nauka Publ., 1966. 153 p.
16. Bogorodskii V.V., Gavrilov V.P. *Led. Fizicheskie svoistva. Sovremennyye metody glyatsiologii* (Ice. Physical Properties. Modern Methods of Glaciology). Leningrad: Gidrometeoizdat Publ., 1980. 384 p.
17. Sodhi D.S. Vertical penetration of floating ice sheets. *International Journal of Solid and Structures*. 1998. V. 35, No. 32-32. P. 4275-4294. DOI: [10.1016/s0020-7683\(97\)00316-8](https://doi.org/10.1016/s0020-7683(97)00316-8)
18. Kovalev S.M., Orekhov A.V., Pavilainen G.V. Local strength of ice and its use as a basis for helipads during their operation in the regions of the Far North. *XXIV Peterburgskie chteniya po problemam prochnosti*, Saint-Petersburg, April 2024, SPb.: «VVM» Publ., 2024. P. 77.
19. Pavilaynen G.V., Orekhov A.V. *On the numerical solution and graphic concept of results of elastic-plastic SD-materials bend. In Book: Mathematical and Computer Simulation in Mechanics of Solids and Structures*. MCM 2017. Book of Abstracts. 2017. P. 161-163.
20. Bashtovaya V.A., Belov V.D., Sadiev A.A., Savchenko D.S. Study of ice strength on central bending. *Mezhdunarodnyi nauchno-issledovatel'skii zhurnal*. 2022. No. 6-1. (120). P. 6-11. (In Russ.). DOI: [10.23670/IRJ.2022.120.6.002](https://doi.org/10.23670/IRJ.2022.120.6.002)

Статья поступила в редакцию 08.11.2024

Одобрена после рецензирования 29.11.2024

Принята к публикации _____ 2025

The article was submitted on 08.11.2024; approved after reviewing on 29.11.2024; accepted for publication on _____ 2025